ⓒ 应用数学和力学编委会, ISSN 1000-0887

http://www.applmathmech.cn

数据驱动的航天器姿态跟踪复合自适应有限时间控制*

杨贝贝,　李金展

(商丘工学院 机械工程学院, 河南 商丘 476000)

摘要:　针对具有不确定参数航天器的姿态跟踪控制问题,提出了一种基于数据驱动的复合自适应有限时间控制方法.通过构建航天器的滤波动力学,从姿态角与角速度信号中获取了航天器的未知惯性参数.为放松实现精准估计所需的持续激励条件限制,在参数估计器中引入了学习项,构成复合自适应参数估计器.在满足松弛激励条件的情况下,能够在有限时间内实现对未知参数的精准估计.此外,设计了有限时间稳定控制器,并通过对闭环系统的稳定性分析,验证了所提复合自适应有限时间控制方法的有效性.最后,通过数值仿真对比验证了所提方法的有效性和优越性.

关　键　词:　自适应控制;　参数估计;　数据驱动;　姿态控制

中图分类号:　TP273　　**文献标志码:**　A　　DOI: 10.21656/1000-0887.460079

Data-Driven Composite Adaptive Finite-Time Control of Spacecraft Attitude Tracking

Yang Beibei,　Li Jinzhan

(*School of Mechanical Engineering*, *Shangqiu Institute of Technology*, *Shangqiu*, *Henan* 476000, *P.R. China*)

Abstract: Aimed at the attitude tracking control problem of spacecraft with uncertain parameters, a data-driven composite adaptive finite-time control method was proposed. Through construction of the filtered dynamics of the spacecraft, the unknown inertial parameters were obtained from the attitude angle and angular velocity signals. To relax the constraints of the persistent excitation condition required for achieving precise estimation, a learning term was introduced into the parameter estimation, to form a composite adaptive parameter estimator. This estimator can achieve precise estimation of unknown parameters within finite time under relaxed excitation conditions. Additionally, a finite-time stable controller was designed, and the effectiveness of the proposed composite adaptive finite-time control method was verified by the stability analysis of the closed-loop system. Numerical comparative simulation results demonstrate the effectiveness and superiority of the proposed method.

* **收稿日期:**　2025-04-21; **修订日期:**　2025-07-04

基金项目:　河南省软科学研究项目(242400410391);商丘工学院 2022 年高等教育教学改革研究与实践项目(2022JGXM26)

作者简介:　杨贝贝(1991—),女,讲师,硕士(通信作者. E-mail: yangbaby2030@163.com);
李金展(1983—),男,副教授(E-mail: 1136202856@qq.com).

引用格式:　杨贝贝, 李金展. 数据驱动的航天器姿态跟踪复合自适应有限时间控制[J]. 应用数学和力学, 2026, **47**(10): 1364-1372.

Key words: adaptive control; parameter estimation; data-driven; attitude control

0 引　　言

随着航天技术的飞速发展,航天器在通信、对地观测、深空探测以及在轨服务等领域的应用日益广泛[1].航天器的姿态跟踪控制是航天任务的核心技术之一,其跟踪精度是决定任务成功与否的关键因素[2].然而,由于航天器的惯性参数普遍存在不确定性,因此基于精确动力学模型的控制方法已难以满足当前及未来航天任务的需求.

针对航天器存在的惯性不确定问题,一种有效的方法是自适应控制,这种方法能够实现对不确定参数的在线辨识,从而提升闭环系统的控制性能[3-4].传统的自适应方法通过消去 Lyapunov 函数导数中的不确定项,来保证闭环系统的稳定性,参数估计误差的动态难以保证.文献[5]提出了浸入与不变方法(immersion and invariance,I&I),能对参数估计误差的动态做出一定的规范,在航天器姿态跟踪问题中得到广泛的应用[6].文献[7]研究了具有不确定性和输入饱和的航天器姿态控制,提出了一种基于 I&I 的自适应鲁棒控制来提高航天器的跟踪性能.文献[8]为具有惯性不确定性的航天器设计了 I&I 自适应控制,并通过动态放缩法克服了可积性障碍.但除非满足持续激励(persistent excitation,PE)条件(这对包括航天器在内的大部分物理系统是非常苛刻的),否则 I&I 方法不能实现对未知参数的精准估计,这制约了航天器系统的控制性能[6].

为了在松弛激励条件下实现对系统不确定参数的精准估计,一些学者基于数据驱动思想,提出了动态回归扩展与混合(dynamic regression extension and mixing,DREM)方法[9-10],DREM 方法通过对系统的历史输入输出数据的有效利用,放宽了 PE 条件的限制.文献[11]基于 DREM 方法,实现了松弛激励条件下对航天器未知参数的精准估计,并与滑模控制相结合以提高航天器的控制性能.文献[12]针对惯性参数不确定的刚体姿态控制问题,将 I&I 方法与 DREM 方法相结合,提出了一种复合自适应控制律,克服了 PE 条件的限制.然而,DREM 方法在系统满足一定的激励条件前是不工作的,这对于系统的瞬态性能来说是不可接受的.

针对上述问题,本文提出了一种基于数据驱动的复合自适应控制方法,用于解决具有不确定惯性参数航天器的姿态跟踪问题.所提方法克服了 PE 条件的限制,在松弛激励条件下,能在有限时间内实现对航天器惯性参数的精准估计.通过与 I&I 自适应控制方法和 DREM 自适应控制方法的仿真对比,验证了所提方法的有效性和优越性.

1 问题描述与预备知识

1.1 问题描述

航天器姿态跟踪动力学模型如下[6]:

$$\dot{q}_{e0} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{q}_{ev}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{e}, \tag{1}$$

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{ev} = \frac{1}{2}(q_{e0}\boldsymbol{I}_3 + \boldsymbol{q}_{ev}^{\times})\boldsymbol{\omega}_{e}, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{e} = -\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{\Omega} - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{d}) + \boldsymbol{u}, \tag{3}$$

式中,$\boldsymbol{q}_{e} = [q_{e0} \quad \boldsymbol{q}_{ev}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} = [q_{e0} \quad q_{e1} \quad q_{e2} \quad q_{e3}]^{\mathrm{T}}$ 为航天器本体坐标系相对惯性系的姿态四元数误差,$\boldsymbol{\omega}_{e} = [\omega_{e1} \quad \omega_{e2} \quad \omega_{e3}]^{\mathrm{T}}$ 为航天器本体坐标系相对惯性系的姿态角速度误差,$\boldsymbol{I}_3$ 为 3 阶单位矩阵,$\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3]^{\mathrm{T}}$ 为航天器本体坐标系相对惯性系的姿态角速度,$\boldsymbol{J} \in R^{3\times3}$ 为航天器的未知惯性矩阵,$\boldsymbol{u} \in R^3$ 为系统的控制输入,$\boldsymbol{\Omega}$ 为航天器本体坐标系下的期望角速度,叉乘矩阵 $\boldsymbol{\omega}^{\times}$ 的形式如下:

$$\boldsymbol{\omega}^{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ \omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

系统的控制问题为在航天器姿态信号和角速度信号可测前提下,设计控制器 $\boldsymbol{u}$,使得航天器能够准确跟

踪期望的姿态轨迹.

1.2 预备知识

为便于后续控制器的设计与分析,引入以下定义和引理.

引理 1 考虑如下非线性系统[13]:

$$\dot{x} = f(x),\ f(0) = 0,$$

如果存在一个正定函数 V 满足

$$\dot{V}(x) + \rho_{m0} V(x) + k_{m0} V^{\zeta_0}(x) \leqslant 0,$$

式中,$\rho_{m0} > 0, k_{m0} > 0, 0 < \zeta_0 < 1$,则系统的平衡点是有限时间稳定的,且稳定时间 T 满足

$$T \leqslant \frac{1}{\rho_{m0}(1-\zeta_0)} \ln \frac{\rho_{m0} V^{1-\zeta_0}(t_0) + k_{m0}}{k_{m0}}.$$

定义 1 一个有界信号 $\boldsymbol{\psi}(t)$ 是持续激励的[14],如果存在常数 $\tau_{\mathrm{d}} > 0$ 和 $\alpha > 0$ 使得

$$\int_{t-\tau_{\mathrm{d}}}^{t} \boldsymbol{\psi}(\tau)\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}(\tau)\mathrm{d}\tau \geqslant \alpha \boldsymbol{I}_n, \qquad \forall\, t \geqslant 0. \tag{4}$$

定义 2 一个有界信号 $\boldsymbol{\psi}(t)$ 是充分激励的[14],如果存在常数 $t_{\mathrm{s}} > 0$ 和 $\alpha > 0$ 使得

$$\int_{0}^{t} \boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{\psi}(\tau)\mathrm{d}\tau \geqslant \alpha \boldsymbol{I}_m, \qquad \forall\, t \geqslant t_{\mathrm{s}}. \tag{5}$$

根据定义 1 和定义 2 可知,对于一个系统来说,充分激励条件是严格弱于持续激励条件的,因此也称之为松弛激励条件.

2 数据驱动复合自适应有限时间控制器设计

2.1 参数线性化

为便于后续参数估计器与控制器的设计,将式(3)中的未知参数改造为线性仿射形式.由于 $\boldsymbol{J} \in R^{3\times 3}$ 为常量实对称矩阵,可写为

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{12} & J_{22} & J_{23} \\ J_{13} & J_{23} & J_{33} \end{bmatrix}.$$

构建未知参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 如下:

$$\boldsymbol{\theta} = [J_{11} \quad J_{12} \quad J_{13} \quad J_{22} \quad J_{23} \quad J_{33}],$$

可将式(3)改造为

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{e}} = \boldsymbol{v} + \boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{W}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{u}), \tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{v}$ 为待设计的有限时间控制律,$\boldsymbol{W}$ 为参数回归矩阵,根据参数线性化性质有

$$\boldsymbol{W}\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{d}}) - \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{J}\boldsymbol{v}. \tag{7}$$

设计如下形式的自适应控制器:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{W}\hat{\boldsymbol{\theta}}, \tag{8}$$

式中,$\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为对不确定参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计值.

由式(6)可得,只需要设计合理的参数估计器,使得 $\boldsymbol{W}\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{W}\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{W}\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{0}$,则闭环系统即可到达所设计的理想系统上.

注 1 传统的参数估计器以及 I&I 参数估计器,其目标是使得 $\boldsymbol{W}\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{W}\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{W}\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{0}$,以使得闭环系统到达所预设的理想系统上,不能保证参数估计误差收敛到 $\boldsymbol{0}$.这意味着,一旦给航天器新的任务轨迹,则 $\boldsymbol{W}\tilde{\boldsymbol{\theta}} \neq \boldsymbol{0}$,从而导致控制精度降低.因此,本文旨在设计一种复合自适应有限时间控制器,在松弛激励条件下实现有限时间内对航天器未知惯性参数的精准估计,以及航天器姿态跟踪系统的有限时间稳定性.

2.2 基于数据驱动的有限时间复合参数估计器

确定参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的信息包含在式(6)中的角速度误差信号中.一般来说,航天器的角加速度信号是不可测的,

这意味着不能直接获取到不确定参数的信息.为了获取不确定参数的信息,本文采用回归滤波方案.

将式(6)重写为

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{e}} = \boldsymbol{W}_a\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{u}, \tag{9}$$

式中, $\boldsymbol{W}_a\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{d}}) - \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}$.

在式(9)中引入时不变滤波器:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{f}} = -a\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}},\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{0}) = \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}(\boldsymbol{0})/a, \tag{10}$$

$$\dot{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{f}} = -a\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{u},\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{0}) = \boldsymbol{0}, \tag{11}$$

$$\dot{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}} = -a\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{W}_a,\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{0}) = \boldsymbol{0}, \tag{12}$$

式中, $a > 0$ 为滤波器系数.将式(10)—(12)代入到式(9),可得

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{f}} = \boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}) + \boldsymbol{\rho}(0)\mathrm{e}^{-at}, \tag{13}$$

$$\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{0}) = \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{0}) - \boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{0})\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{0})) = \boldsymbol{0}. \tag{14}$$

定义 $\boldsymbol{W}_b\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}\boldsymbol{\theta}$, 式(13)可重写为

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} = \boldsymbol{W}_b\boldsymbol{\theta}. \tag{15}$$

至此,通过回归滤波技术,本文成功地提取到了不确定参数的信息.

基于式(15),构造参数估计律如下:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \gamma(\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b\hat{\boldsymbol{\theta}}) = -\gamma\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b\tilde{\boldsymbol{\theta}}. \tag{16}$$

为验证参数估计律(16)的有效性,构造 Lyapunov 函数:

$$V_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tag{17}$$

求导可得

$$\dot{V}_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = -\gamma\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b\tilde{\boldsymbol{\theta}} = -\gamma\|\boldsymbol{W}_b\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2, \tag{18}$$

式中, $\|\boldsymbol{W}_b\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|$ 代表向量 $\boldsymbol{W}_b\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ 的 2-范数.根据式(17)和式(18),证明了参数估计误差的收敛性.

需要注意的是,只有闭环系统满足 PE 条件,式(16)所示参数估计律才能够保证参数估计误差收敛到 $\boldsymbol{0}$. 而由于 PE 条件在实际物理系统中(不仅限于航天器)很难满足,所以式(16)的参数估计律往往只能使得参数估计误差收敛到未知参数,因此控制精度有限.

根据定义 1,PE 条件的本质是要求参数回归矩阵项 $\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b$ 是正定的,注意到 $\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b$ 是实对称矩阵,且所有元素均为非负数,这一类矩阵与任意正定矩阵的和同样是正定的.因此,通过数据驱动策略,将所有时刻的 $\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b$ 加权累加,只要有某一时刻的 $\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b$ 是正定的,那么此后所有时刻 $\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b$ 的累加值都是正定的,即定义 2 所述的充分激励条件,以放宽 PE 条件的限制.

为了放宽 PE 条件的限制,在松弛激励条件下实现对未知参数的精准估计,本文将数据驱动引入到参数估计律中,在参数估计律(16)中引入学习项,构成有限时间复合自适应参数估计器.

首先,在式(15)的两边同时乘以 $\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}$, 可得

$$\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} = \boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b\boldsymbol{\theta}. \tag{19}$$

构建如下滤波器:

$$\dot{\boldsymbol{A}} = -b\boldsymbol{A} + \boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}},\ \boldsymbol{A}(\boldsymbol{0}) = \boldsymbol{0}, \tag{20}$$

$$\dot{\boldsymbol{B}} = -b\boldsymbol{B} + \boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b,\ \boldsymbol{B}(\boldsymbol{0}) = \boldsymbol{0}, \tag{21}$$

式中, $b > 0$ 为滤波器系数.注意到矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的本质是矩阵 $\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b$ 的加权累加,通过这种方式实现了对系统历史输入输出数据的采集.

求解式(20)、(21)得

$$\boldsymbol{A}(t) = \int_0^t \mathrm{e}^{b(t-\tau)}\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{22}$$

$$\boldsymbol{B}(t)=\int_0^t \mathrm{e}^{-b(t-\tau)}\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{W}_{\mathrm{r}}(\tau)\mathrm{d}\tau\ . \tag{23}$$

根据式(15),有

$$\boldsymbol{A}(t)=\boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{\theta}, \tag{24}$$

两边同乘 $\boldsymbol{B}$ 的伴随矩阵 $\mathrm{adj}(\boldsymbol{B})$ 可得

$$\boldsymbol{\Lambda}(t)=\Delta(t)\boldsymbol{\theta}, \tag{25}$$

式中,$\boldsymbol{\Lambda}(t)=\mathrm{adj}(\boldsymbol{B}(t))\boldsymbol{A}(t)$,$\Delta(t)=\det(\boldsymbol{B}(t))$.

为了进一步提高参数估计误差的收敛速度,本文提出一种基于数据驱动的有限时间参数估计律:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_l=-\lambda\Delta(\Delta\hat{\boldsymbol{\theta}}-\boldsymbol{\Lambda})-\Delta^{2-\eta/q}(\Delta^{\eta/q}\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\eta/q}-\boldsymbol{\Lambda}^{\eta/q})=-\lambda\Delta^2\tilde{\boldsymbol{\theta}}-\lambda\Delta^2\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\eta/q}, \tag{26}$$

式中,$\lambda>0$ 为估计器增益,q 和 η 为奇数且满足 $q>\eta>1$.

将式(26)与式(16)融合,即构成本文所提有限时间复合自适应参数估计器:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=\gamma(\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}-\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b\hat{\boldsymbol{\theta}})+\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_l=-\gamma\boldsymbol{W}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_b\tilde{\boldsymbol{\theta}}-\lambda\Delta^2\tilde{\boldsymbol{\theta}}-\lambda\Delta^2\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\eta/q}\ . \tag{27}$$

对式(27)构建如下形式的 Lyapunov 函数:

$$V_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}=\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}\ . \tag{28}$$

求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}=&-\gamma\|\boldsymbol{W}_b\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2-\lambda\Delta^2\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}-\lambda\Delta^2\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(q+\eta)/(2q)}=\\&-\gamma\|\boldsymbol{W}_b\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2-2\lambda\Delta^2V_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}-2^{(q+\eta)/(2q)}\lambda\Delta^2V_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}^{(q+\eta)/(2q)}\leqslant\\&-2\lambda\Delta^2V_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}-2^{(q+\eta)/(2q)}\lambda\Delta^2V_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}^{(q+\eta)/(2q)}\ .\end{aligned} \tag{29}$$

当系统满足松弛激励条件时,此时 $\Delta\neq0$,根据引理 1 可得在经过有限时间 T_1 后,参数估计误差收敛到 $\boldsymbol{0}$,且该时间 T_1 满足:

$$T_1\leqslant\frac{1}{2\delta(q-\eta)/(2q)}\ln\frac{2cV^{(q-\eta)/(2q)}(t_0)+2^{(q-\eta)/(2q)}\delta}{2^{(q-\eta)/(2q)}\delta},$$

式中,$\delta=\lambda\Delta^2$.

注 2 与现有参数估计律设计方法不同,本文所提参数估计器有两个主要优点:① 克服了基于确定性等价原则的参数估计律的缺陷,即实现精准参数估计需要系统满足 PE 条件;② 当系统满足松弛激励条件后,能够在有限时间内实现对未知参数的精准估计,这是现有参数估计律设计方法不能实现的.

2.3 有限时间控制器设计

在本小节中,通过对辅助控制律 $\boldsymbol{v}$ 的设计,实现流形上的闭环系统能够在有限时间稳定.

定义 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{q}_{ev}$,$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=0.5(q_{e0}\boldsymbol{I}_3+\boldsymbol{q}_{ev}^{\times})$,则航天器的闭环系统可改写为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{y},\\ \dot{\boldsymbol{y}}=\boldsymbol{v}-\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{W}\tilde{\boldsymbol{\theta}}\ .\end{cases} \tag{30}$$

定义系统状态误差 $\boldsymbol{e}=\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_{\mathrm{d}}$,构造如下形式的全局快速终端滑模面:

$$\boldsymbol{s}=\dot{\boldsymbol{e}}+c\boldsymbol{e}+\beta\boldsymbol{e}^{m/p}, \tag{31}$$

式中,c 和 β 为正常数,p 和 m 为奇数且满足 $p>m>1$.

设计如下形式的辅助控制律 $\boldsymbol{v}$:

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})^{-1}\left(-c\dot{\boldsymbol{e}}-\beta\frac{m}{p}\boldsymbol{e}^{(m-p)/p}\dot{\boldsymbol{e}}-k_1\boldsymbol{s}-k_2\boldsymbol{s}^{m/p}\right), \tag{32}$$

式中,k_1 和 k_2 为正常数.

参数估计器式(27)与辅助控制律式(32)共同构成了数据驱动有限时间复合自适应控制器.

注 3 本文设计的快速终端滑模控制器中没有切换项的存在,因此有效消除了传统滑模控制存在的抖振问题.此外,在滑

模面的设计中引入了非线性项 $\beta \boldsymbol{e}^{m/p}$, 当系统状态远离平衡点,其收敛速度主要由非线性项 $\dot{\boldsymbol{e}} = -\beta \boldsymbol{e}^{m/p}$ 决定,而当系统接近平衡点,其收敛速度主要由线性项 $\dot{\boldsymbol{e}} = -c\boldsymbol{e}$ 决定,两者的共同作用保证了系统的有限时间稳定性.

3　闭环系统稳定性分析

建立 Lyapunov 函数如下:

$$V_s = \frac{1}{2}\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}. \tag{33}$$

联立式(28),对式(30)求导可得

$$\dot{V}_s = \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\left[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{W}\tilde{\boldsymbol{\theta}}) + \beta\frac{m}{p}\boldsymbol{e}^{(m-p)/p}\dot{\boldsymbol{e}} + c\dot{\boldsymbol{e}}\right] = \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}(-k_1\boldsymbol{s} - k_2\boldsymbol{s}^{m/p} - \boldsymbol{\zeta}), \tag{34}$$

式中, $\boldsymbol{\zeta} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{W}\tilde{\boldsymbol{\theta}}$.

定义 $k_3 = k_2 + \dfrac{\boldsymbol{\zeta}}{|\boldsymbol{s}^{m/p}|}$, 则式(31)可改写为

$$\dot{V}_s = -k_1\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s} - k_3(\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s})^{(p+m)/(2p)} = -2k_1V_s - 2^{(p+q)/(2p)}k_3V_s^{(p+q)/(2p)}. \tag{35}$$

根据引理 1 可得:经过有限时间 T_2, 任意初始滑模面 $\boldsymbol{s}(0) \neq \boldsymbol{0}$ 将收敛到 $\boldsymbol{s}(0) = \boldsymbol{0}$,且时间 T_2 满足

$$T_2 \leqslant \frac{1}{k_1(p-m)/p}\ln\frac{2k_1V^{(p-m)/(2p)}(t_0) + 2^{(p-m)/(2p)}k_3}{2^{(p-m)/(2p)}k_3}.$$

上述稳定性分析证明了任意初始状态的闭环系统会在有限时间内到达滑模面 $\boldsymbol{s}(t) = \boldsymbol{0}$ 上.

根据式(31),滑模面上的闭环系统为

$$\dot{\boldsymbol{e}} = -c\boldsymbol{e} - \beta\boldsymbol{e}^{m/p}. \tag{36}$$

对系统误差建立 Lyapunov 函数如下:

$$V_e = \frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}, \tag{37}$$

求导可得

$$\dot{V}_e = \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(-c\boldsymbol{e} - \beta\boldsymbol{e}^{q/p}) = -c\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} - \beta(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e})^{(p+q)/(2p)} = -2cV_e - 2^{(p+q)/(2p)}\beta V_e^{(p+q)/(2p)}. \tag{38}$$

根据引理 1 可得滑模面上的闭环系统将会在有限时间 T_3 收敛到平衡状态 $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{0}$, 且时间 T_3 满足

$$T_3 \leqslant \frac{1}{c(p-m)/p}\ln\frac{2cV^{(p-m)/(2p)}(t_0) + 2^{(p-m)/(2p)}\beta}{2^{(p-m)/(2p)}\beta}.$$

通过上述分析,验证了所提方法能够保证航天器姿态跟踪控制系统的有限时间稳定性.

注 4　本文提出了一种新颖的复合自适应有限时间控制器,不仅能够保证松弛激励条件下,在有限时间内实现对航天器未知惯性参数的精准估计,同时保证了航天器姿态跟踪控制系统的有限时间稳定性,这将有效提高航天器姿态跟踪误差的收敛速度、收敛精度与鲁棒性.

4　数 值 仿 真

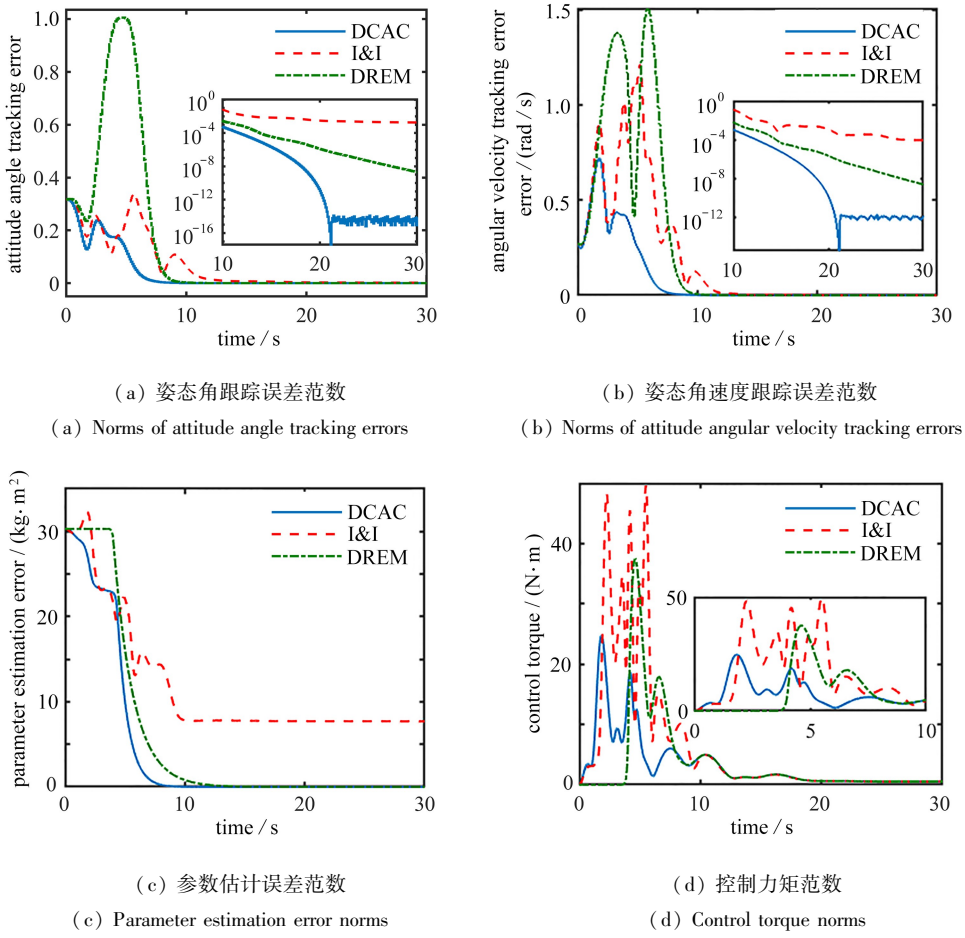
在本节中,通过与 I&I 方法和 DREM 方法的数值仿真对比[15-16],验证所提方法(记为 DCAC)的有效性与优越性.

在数值仿真中,航天器的初始姿态四元数设置为 $\boldsymbol{q}(0) = [0.948\ 7 \quad 0.182\ 6 \quad 0.182\ 6 \quad 0.182\ 6]^{\mathrm{T}}$, 初始角速度设置为 $\boldsymbol{\omega}(0) = [0.15 \quad -0.2 \quad 0.1]^{\mathrm{T}}$, 不确定惯性参数 $\boldsymbol{\theta}(0) = [20 \quad 1.2 \quad 0.9 \quad 17 \quad 1.4 \quad 15]^{\mathrm{T}}$, 参数估计器初值为 $\boldsymbol{\theta}(0) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$, 设定期望四元数 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}(0) = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$, 期望角速度轨迹为

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}(t) = [0.3(1 - \mathrm{e}^{-0.01t^2})\cos t + t\mathrm{e}^{-0.01t^2}(0.08\pi + 0.006\sin t)] \cdot [1 \quad 1 \quad 1]^{\mathrm{T}}.$$

控制参数选取为: $\gamma = 0.15$, $\lambda = 1$, $c = 0.25$, $\beta = 0.1$, $p = q = 25$, $m = \eta = 21$, $k_1 = k_2 = 2$.仿真结果如图 1 所示.

从图 1 可以看出,所提方法在收敛速度和收敛精度上明显优于 I&I 方法和 DREM 方法,能够在有限时间内使航天器的姿态角跟踪误差和角速度跟踪误差收敛,且收敛精度明显优于 I&I 方法和 DREM 方法.由于缺乏持续激励条件,I&I 方法不能使参数估计误差收敛到 **0**,而 DREM 方法和所提方法能迅速使参数估计误差收敛到 **0**.然而,在 4.5 s 前,由于未满足松弛激励条件,DREM 方法的参数估计误差收敛速度为 0,因此控制力矩为 0,这导致在 4.5 s 前,DREM 方法使系统存在较大的跟踪误差.而所提方法在松弛激励条件满足前,其参数估计器性能与 I&I 方法类似,在松弛激励条件满足后,在有限时间内将参数估计误差收敛到 **0**,因此所提方法的控制性能是最优的.最后,所提方法的控制力矩变化更为平滑,波动范围更小,具备更理想的控制力矩输出曲线.



(a) 姿态角跟踪误差范数 (b) 姿态角速度跟踪误差范数

(a) Norms of attitude angle tracking errors (b) Norms of attitude angular velocity tracking errors

(c) 参数估计误差范数 (d) 控制力矩范数

(c) Parameter estimation error norms (d) Control torque norms

图 1 所提方法与 I&I 方法以及 DREM 方法在航天器姿态跟踪控制中的对比仿真

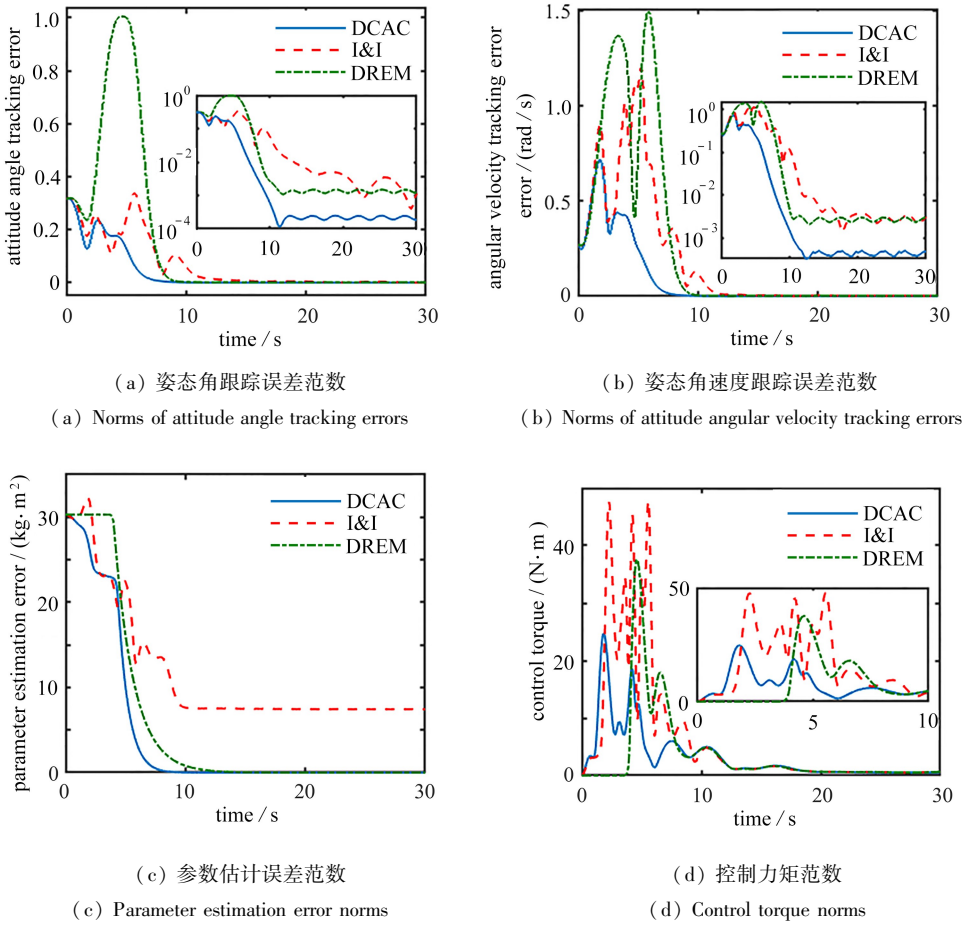
Fig. 1 Comparative simulations of the proposed method with the I&I method and the DREM method in spacecraft attitude tracking control

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同.

在实际工程中,外界干扰是不可避免的,因此需要验证算法的鲁棒性.假设外界干扰为有界的正弦信号:$\boldsymbol{d} = 0.15[\sin(t+\pi/3) \quad \sin(t) \quad \sin(t-\pi/4)]^{\mathrm{T}}$, 对应的数值仿真结果如图 2 所示.

从图 2 可以看出,由于外界干扰,三种方法的控制精度都受到了一定的影响.然而,所提方法依旧保证了系统有限时间稳定性,拥有最快的收敛速度与收敛精度.此外,外界干扰对参数估计误差以及控制力矩的影响较小,所提方法依旧拥有最优的性能.

综上所述,所提基于数据驱动的复合自适应有限控制器,能够在松弛激励条件下,在有限时间内实现对航天器未知惯性参数的精准估计,且保证了航天器姿态跟踪系统的有限时间稳定性,具备优秀的收敛速度、收敛精度和鲁棒性,能够有效地应用于具有不确定惯性参数航天器的姿态跟踪问题.



(a) 姿态角跟踪误差范数　　(b) 姿态角速度跟踪误差范数

(a) Norms of attitude angle tracking errors　　(b) Norms of attitude angular velocity tracking errors

(c) 参数估计误差范数　　(d) 控制力矩范数

(c) Parameter estimation error norms　　(d) Control torque norms

图 2　有外界干扰情况下,所提方法与 I&I 方法以及 DREM 方法在航天器姿态跟踪控制中的对比仿真

Fig. 2　Comparative simulations of the proposed method with the I&I method and the DREM method in spacecraft attitude tracking control in the presence of external disturbances

5　结　　论

针对具有不确定惯性参数航天器的姿态跟踪控制问题,本文基于数据驱动思想,提出了一种复合自适应有限时间控制方法,能够在松弛激励条件下,在有限时间内实现对航天器惯性参数的精准估计,同时保证了闭环系统的有限时间稳定性.对比数值仿真结果表明,所提方法具有优秀的收敛速度、收敛精度与鲁棒性.此外,所提方法不仅适用于航天器的姿态跟踪问题,同样可用于机械臂以及四旋翼等这类刚体系统的姿态跟踪问题中,具备良好的扩展性,为刚体姿态跟踪问题提供了一种新方法.

参考文献(References):

[1]　吴雨瑶, 李雪芳, 刘万泉. 全驱刚体航天器的预定时间姿态跟踪控制[J]. 控制与决策, 2025, **40**(2): 469-478. (Wu Yuyao, Li Xuefang, Liu Wanquan. Predefined-time attitude tracking control for fully actuated rigid spacecraft[J]. *Control and Decision*, 2025, **40**(2): 469-478. (in Chinese))

[2]　李成洋, 王伟, 耿宝魁, 等. 考虑输入饱和的空间飞行器姿态神经鲁棒自适应滑模控制[J]. 宇航学报, 2024, **45**(8): 1269-1280. (Li Chengyang, Wang Wei, Geng Baokui, et al. Neural robust adaptive sliding mode method for spacecraft attitude control with input saturation[J]. *Journal of Astronautics*, 2024, **45**(8): 1269-1280. (in Chinese))

[3]　宫赤坤, 汝青杨, 袁立鹏. 死区输入下未知严格反馈非线性系统自适应约束控制[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(12): 1402-1411. (Gong Chikun, Ru Qingyang, Yuan Lipeng. Adaptive constrained control of unknown strict feedback nonlinear systems with dead zone input[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(12):

1402-1411. (in Chinese))

[4] 赵玮, 任凤丽. 基于自适应控制的四元数时滞神经网络的有限时间同步[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(1): 94-103.(Zhao Wei, Ren Fengli. Finite time adaptive synchronization of quaternion-value neural networks with time delays[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(1): 94-103. (in Chinese))

[5] Astolfi A, Ortega R. Immersion and invariance: a new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(4): 590-606.

[6] Shao X, Hu Q, Shi Y, et al. Data-driven immersion and invariance adaptive attitude control for rigid bodies with double-level state constraints[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2022, **30**(2): 779-794.

[7] Jing C, Du H, Liu Y. Immersion and invariance based adaptive robust control for attitude tracking of spacecraft with input saturation[J]. *Advances in Space Research*, 2023, **72**(9): 3606-3618.

[8] Xia D, Yue X. Anti-unwinding immersion and invariance adaptive attitude control of rigid spacecraft with inertia uncertainties[J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2022, **35**(2): 04021137.

[9] Aranovskiy S, Bobtsov A, Ortega R, et al. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(7): 3546-3550.

[10] Wang J, He G, Geng S. Design of predefined-time convergence parameter estimator with relaxed excitation conditions[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, **22**: 14997-15005.

[11] Wang J, He G, Bian G, et al. Data-driven finite-time adaptive attitude tracking control for spacecraft[J]. *Advances in Space Research*, 2025, **75**(12): 8780-8791.

[12] Shao X, Hu Q, Li D, et al. Composite adaptive control for anti-unwinding attitude maneuvers: an exponential stability result without persistent excitation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, **59**(2): 1051-1066.

[13] Mofid O, Mobayen S. Adaptive finite-time backstepping global sliding mode tracker of quad-rotor UAVs under model uncertainty, wind perturbation, and input saturation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, **58**(1): 140-151.

[14] Pan Y, Shi T, Ortega R. Comparative analysis of parameter convergence for several least-squares estimation schemes[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2024, **69**(5): 3341-3348.

[15] Peng X, Lu S, Lan Y. Dynamic scaling-based immersion and invariance adaptive pose tracking control using dual quaternions[J]. *Acta Astronautica*, 2024, **216**: 395-410.

[16] Ortega R, Romero J G, Aranovskiy S. A new least squares parameter estimator for nonlinear regression equations with relaxed excitation conditions and forgetting factor[J]. *Systems & Control Letters*, 2022, **169**: 105377.