

# 一维气液两相漂移模型的 AUSMV 算法研究<sup>\*</sup>

徐朝阳, 孟英峰, 魏 纳, 李 皋, 万里平

(油气藏地质及开发工程国家重点实验室(西南石油大学), 成都 610500)

**摘要:** 将 AUSMV(advection upstream splitting method V)格式从计算气体动力学问题扩展至一维等温瞬态气液两相管流.阐述了采用 AUSMV 格式构建气液两相漂移模型数值通量的方法及边界单元的处理方法.采用 Runge-Kutta 方法与经典的保单调 MUSCL(monotone upstream-centred schemes for conservation laws)方法结合 Van Leer 限制器,构建具有二阶时间和空间精度的数值计算方法.计算经典 Zuber-Findlay 激波管问题和复杂漂移关系变质量流动问题并与可靠的参考结果进行了对比.分析表明:AUSMV 格式应用于气液两相流动漂移模型时计算效率高、精度高、耗散效应和色散效应小,低流速条件下能够精确地描述间断.

**关键词:** 一维等温气液两相流; 漂移模型; AUSMV; 数值计算

**中图分类号:** O359+.1; O241.82 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2014.12.009

## 引 言

气液两相管流问题在石油、天然气、化工等领域是重要的研究课题,高效、高精度的数值计算方法是保障理论与工程应用的重要基础.现在广泛应用的气液两相流动模型为漂移模型(drift-flux model, DFM)和分相流模型(two-fluid model, TFM).分相流模型 TFM 由 Delhaye 于 1968 年提出,模型考虑各相间作用力,计算精度高,但是形式复杂,计算量较大.漂移模型由 Zuber 等提出,相比分相流模型具有形式简单和计算量小的优点,且计算精度满足工程需求<sup>[1-4]</sup>.漂移模型相比单相流体的 Navier-Stokes 方程组更为复杂, Benzoni-Gavage, Théron 和 Barnea 分析了漂移模型控制方程组的数学性质,他们的研究表明:在现实工程中的各相流速区域内(0~100 m/s),漂移模型属于双曲型方程组<sup>[5-7]</sup>.因为,漂移模型的流通量无法完全以守恒参数表示,其 Jacobi 矩阵没有解析特征值.所以,研究不依赖(近似)Riemann 求解器或 Jacobi 矩阵构造数值通量的计算方法成为重要的研究方向.

AUSM(advection upstream splitting method)类格式是成功不依赖(近似)Riemann 求解器或 Jacobi 矩阵计算 N-S 方程组的著名方法.1993 年, Liou 和 Steffen 结合通量差分裂格式(flux difference splitting, FDS)和矢通量分裂格式(flux vector splitting, FVS)的优点,提出了著名的 AUSM 格式,其基本思路是将无黏通量分为对流通量项和压力通量项分别处理<sup>[8]</sup>.在 AUSM 格

\* 收稿日期: 2014-06-23; 修订日期: 2014-09-22

基金项目: 国家科技重大专项(2011ZX05021-003); 国家自然科学基金(51334003)

作者简介: 徐朝阳(1985—),男,四川仪陇人,博士生(E-mail: 04011xzy@sina.com);

孟英峰(1954—),男,河北保定人,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: cwctmyf@vip.sina.com).

式的基础上, Liou 等进一步发展出了 AUSMD, AUSMV, AUSMDV, AUSM<sup>+</sup> 等一系列格式. AUSM 类格式间断分辨率和粘性分辨率好、计算效率高、可靠性高, 适用范围广<sup>[9-11]</sup>. AUSM 类格式最早应用于空气动力学方面的计算, 其计算精度得到了充分的验证, 并得到广泛应用<sup>[12]</sup>. 在计算气液两相流动方面, AUSM 类格式的发展相对较晚, 并且相应的讨论较少. 2000 年, Edwards 等采用 AUSM<sup>+</sup> 格式求解均相流模型 (homogenous mixture model, HMM)<sup>[13]</sup>. Niu 应用 AUSMDV 格式求解 7 方程的分相流模型, 但是在研究中发现容易出现数值震荡<sup>[14-15]</sup>. 随后, Paillère 等成功应用 AUSM<sup>+</sup> 求解 6 方程的分相流模型<sup>[16]</sup>. Evje 等也将 AUSM<sup>+</sup>, AUSMV 方法成功应用于 4 方程的分相流模型和 3 方程的漂移模型<sup>[17-18]</sup>.

虽然国际上关于 AUSM 类格式在气液两相计算的应用有一些讨论, 但是国内的讨论仍然较少. 在 AUSM 类格式中, AUSM<sup>+</sup> 格式相比 AUSM 格式具有更优秀的间断捕捉能力<sup>[9]</sup>. 但是, 当流场中速度很小时, AUSM<sup>+</sup> 格式中界面压力接近于使用中心差分格式计算, 从而缺乏足够的耗散来限制压力场的数值振荡<sup>[12]</sup>. 因此, 本文应用 AUSM<sup>+</sup> 格式处理连续方程, AUSMV 格式处理运动方程, 采用 Runge-Kutta 方法和经典的保单调 MUSCL 方法结合 Van Leer 限制器构建了具有空间、时间二阶精度的显式数值计算方法, 用于计算一维气液两相流动漂移模型. 通过经典数值算例验证了该格式计算气液两相流漂移模型的稳定性和可靠性.

## 1 气液两相漂移模型

### 1.1 控制方程组

工程上流体输运管路往往长达数千米至数十千米, 管长与管径比值远远大于 1 000. 所以, 很多工程上的气液两相管流问题可以简化为一维模型. 一维等温气液两相漂移模型的控制方程组包括液体连续方程、气体连续方程和混合相的运动方程 3 个方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho_l \alpha_l \\ \rho_g \alpha_g \\ \rho_g \alpha_g v_g + \rho_l \alpha_l v_l \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho_l \alpha_l v_l \\ \rho_g \alpha_g v_g \\ \rho_g \alpha_g v_g^2 + \rho_l \alpha_l v_l^2 + p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -q_G - q_f \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中,  $\rho_g$  为气相密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $\rho_l$  为液相密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $\alpha_g$  为气体体积系数, 无量纲;  $\alpha_l$  为液体体积系数, 无量纲;  $v_g$  为气体流速,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $v_l$  为液体流速,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $t$  为时间,  $\text{s}$ ;  $x$  为管长,  $\text{m}$ ;  $p$  为压力,  $\text{Pa}$ ;  $q_G$  为重力分量,  $\text{Pa}/\text{m}$ ;  $q_f$  为流动阻力分量,  $\text{Pa}/\text{m}$ .

所以, 其简化守恒矢量形式可以表示如下:

$$\partial_t \mathbf{u} + \partial_x \mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{G}(\mathbf{u}). \quad (2)$$

### 1.2 辅助方程

只采用控制方程组无法计算得到原始变量, 需要引入以下辅助方程使控制方程组封闭.

气体体积系数和液体体积系数的归一化关系为

$$\alpha_g + \alpha_l = 1. \quad (3)$$

方程组中源项表示流体受重力式(4)和流动阻力式(5)的影响:

$$q_G = (\rho_l \alpha_l + \rho_g \alpha_g) g \sin \theta, \quad (4)$$

式中,  $g$  为重力加速度,  $9.801 \text{ m}/\text{s}^2$ ;  $\theta$  为流动方向与水平方向的夹角,  $\text{rad}$ .

阻力项包括流体之间的黏性力和流体与管壁之间的力, 流动阻力不是本文研究的重点, 故采用简化的模型:

$$q_f = \frac{32(\alpha_l v_l + \alpha_g v_g)(\alpha_l \mu_l + \alpha_g \mu_g)}{d^2}, \quad (5)$$

式中,  $d$  为管道内径, m.

液体状态方程:

$$\rho_l = \rho_{l,STP} + \frac{p - p_{STP}}{a_l^2}, \quad (6)$$

式中,  $\rho_{l,STP}$  为标况下液相密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $p_{STP}$  为标况压力, Pa;  $a_l$  为液体压力波波速,  $\text{m}/\text{s}$ .

气体状态方程:

$$\rho_g = \frac{p}{a_g^2}, \quad (7)$$

式中,  $a_g$  为气体压力波波速,  $\text{m}/\text{s}$ .

气液相之间的 Zuber 漂移关系<sup>[13]</sup>:

$$v_g = C_0(\alpha_l v_l + \alpha_g v_g) + v_t, \quad (8)$$

式中,  $C_0$  为气体分布系数, 无量纲;  $v_t$  为气体漂移速度,  $\text{m}/\text{s}$ .

## 2 数值计算方法

### 2.1 AUSMV 格式构造数值通量

类似气体流动模型中的流通量分裂方法, 将各相对流项和压力项分别处理<sup>[9,17]</sup>:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_g + \mathbf{f}_p = \begin{pmatrix} \rho_l \alpha_l v_l \\ 0 \\ \rho_l \alpha_l v_l^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \rho_g \alpha_g v_g \\ \rho_g \alpha_g v_g^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \end{pmatrix}. \quad (9)$$

那么, 单元界面上的数值通量可以定义为

$$\mathbf{f}_{j+1/2} = \mathbf{f}_{1,j+1/2} + \mathbf{f}_{g,j+1/2} + \mathbf{f}_{p,j+1/2}. \quad (10)$$

参考气体流动模型中的 AUSM<sup>+</sup> 格式, 漂移模型单元界面的对流项可以如下定义. 界面的“对流速度”是质量流通量的形式.

单元界面的质量流通量定义为

$$m_{k,j+1/2} = \frac{\rho_{k,L} \alpha_{k,L}}{2} (v_{k,j+1/2} + |v_{k,j+1/2}|) + \frac{\rho_{k,R} \alpha_{k,R}}{2} (v_{k,j+1/2} - |v_{k,j+1/2}|). \quad (11)$$

单元界面的流速定义为

$$v_{k,j+1/2} = V^+ (v_{k,L}, c_L, \chi_L) + V^- (v_{k,R}, c_R, \chi_R). \quad (12)$$

单元界面的压力项通量定义为

$$p_{j+1/2} = P^+ p_L + P^- p_R. \quad (13)$$

本文中, 采用 AUSM<sup>+</sup> 格式处理连续方程, 采用 AUSMV 格式处理运动方程<sup>[17]</sup>. 与 AUSM<sup>+</sup> 格式不同, 运动方程中用 AUSMV 格式处理  $\rho_k \alpha_k v_k^2$  如下:

$$(\rho_k \alpha_k v_k^2)_{\text{AUSMV}, j+1/2} = V_{k,L}^+ m_{k,L} + V_{k,R}^- m_{k,R}. \quad (14)$$

式(11)、(12)、(14)中  $V^+$ ,  $V^-$  和式(13)中  $P^+$ ,  $P^-$  为相应的速度分裂函数和压力分裂函数. 针对气液两相流, Evje 和 Fjelde 将各相体积系数的影响引入速度分裂函数和压力分裂函数, 可以提高计算的稳定性<sup>[18]</sup>.

速度分裂函数为

$$V^\pm (v, c, \chi) = \begin{cases} \chi \bar{V}^\pm (v, c) + (1 - \chi) \frac{v \pm |v|}{2}, & |v| \leq c, \\ \frac{v \pm |v|}{2}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (15)$$

压力分裂函数为

$$P^\pm(v, c) = \bar{V}^\pm(v, c) \begin{cases} \frac{1}{c} \left( \pm 2 - \frac{v}{c} \right), & |v| \leq c, \\ \frac{1}{v}, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (16)$$

其中

$$\bar{V}^\pm(v, c) = \pm \frac{1}{4c} (v \pm c)^2. \quad (17)$$

$\chi$  为关于各相体积系数的函数, Fjelde 给出  $\chi$  的简化取值为

$$\chi_L = \alpha_R, \chi_R = \alpha_L, \chi \in [0, 1]. \quad (18)$$

以上方程中  $k$  表示各相流体,  $l$  为液体,  $g$  为气体.  $L$  和  $R$  分别表示单元界面左侧和右侧. 以单元  $j$  与  $j+1$  的界面  $x_{j+1/2}$  为例, 见图 1.

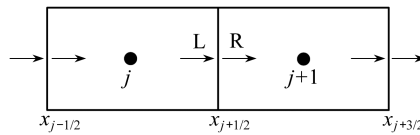


图 1 计算单元示意图

Fig.1 Schematic diagram of a calculation unit

## 2.2 数值计算方法

采用 AUSMV 格式构造数值通量, 控制方程组可以写为以下形式的半离散格式:

$$\frac{d\mathbf{u}_j}{dt} = \frac{\mathbf{f}(\mathbf{u})_{j+1/2} - \mathbf{f}(\mathbf{u})_{j-1/2}}{\Delta x} + \mathbf{G}(\mathbf{u})_j = \mathbf{L}(\mathbf{u})_j. \quad (19)$$

AUSMV 格式直接构造的迎风离散格式为空间一阶精度. 为了提高计算精度, 通过使用经典的保单调 MUSCL 方法处理控制方程组的原始变量  $\mathbf{w} = (\rho_g, \rho_l, \alpha_g, \alpha_l, v_g, v_l, p)$ , 构造二阶精度的空间离散格式. 研究中均匀划分单元, 采用 Van Leer 限制器对变量  $\mathbf{w}$  进行处理<sup>[19]</sup>.

$$\mathbf{w}_{j+1/2,L} = \mathbf{w}_j + \frac{1}{2} S(\phi_j) (\mathbf{w}_{j+1} - \mathbf{w}_j), \quad (20)$$

$$\mathbf{w}_{j+1/2,R} = \mathbf{w}_{j+1} - \frac{1}{2} S(\phi_{j+1}) (\mathbf{w}_{j+2} - \mathbf{w}_{j+1}), \quad (21)$$

其中  $S(\phi)$  为 Van Leer 限制器.

采用两步 Runge-Kutta 方法离散时间项, 可以得到时间二阶精度的表达式<sup>[20]</sup>:

$$\mathbf{u}_j^{(1)} = \mathbf{u}_j^n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{L}(\mathbf{u}_j^n), \quad (22)$$

$$\mathbf{u}_j^{n+1} = \frac{1}{2} \mathbf{u}_j^n + \frac{1}{2} \mathbf{u}_j^{(1)} + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{L}(\mathbf{u}_j^{(1)}). \quad (23)$$

以上方法构造的离散格式为显式, 为了保证计算收敛, 时间步长取值必须满足式(24):

$$\Delta t = N_{\text{CFL}} \frac{\Delta x}{\max(|\lambda_1|, |\lambda_2|, |\lambda_3|)}. \quad (24)$$

## 2.3 边界单元处理方法

Théron 和 Benzoni-Gavage 分析了漂移模型的数学性质: 气体体积波沿下风方向传播, 压力脉冲沿上风方向和下风方向传播, 控制方程组为双曲线型<sup>[5-6]</sup>. 控制方程组的 Jacobi 矩阵没有

解析特征值,假设液体为不可压缩流体时,简化控制方程组,可以得到简化控制方程组的解析特征值如下:

$$\lambda_1 = v_1 - c, \lambda_2 = v_g, \lambda_3 = v_1 + c, \quad (25)$$

其中,  $c$  为气液混合相压力波波速

$$c = \sqrt{\frac{p}{\alpha_g \rho_l (1 - C_0 \alpha_g)}}. \quad (26)$$

根据不可压缩流体假设,控制方程组可以转化为常微分方程组,式(27)~(29)<sup>[3]</sup>.当  $\alpha_g = 1$  或  $\alpha_l = 1$  时,为纯气体流动或纯液体流动,其控制方程组有解析特征值,同样可以将控制方程组转化为常微分方程组<sup>[21]</sup>.该方面的讨论很多,此处不再详述.

$$C - \begin{cases} \frac{d}{dt} p - \rho_l c (v_g - v_1) \frac{d}{dt} \alpha_g - \rho_l \alpha_l (v_g - \lambda_1) \frac{d}{dt} v_1 = (q_g + q_l) (v_g - \lambda_1), \\ \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (v_1 - c) \frac{\partial}{\partial x}, \end{cases} \quad (27)$$

$$C +_1 \begin{cases} \frac{d}{dt} p + \rho_l c (v_g - v_1) \frac{d}{dt} \alpha_g - \rho_l \alpha_l (v_g - \lambda_3) \frac{d}{dt} v_1 = (q_g + q_l) (v_g - \lambda_3), \\ \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (v_1 + c) \frac{\partial}{\partial x}, \end{cases} \quad (28)$$

$$C +_2 \begin{cases} \frac{d}{dt} p + \rho_l c^2 \frac{d}{dt} \alpha_g = 0, \\ \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_g \frac{\partial}{\partial x}. \end{cases} \quad (29)$$

由于一般工程问题中气液两相管流不会出现超音速流动,所以本研究中不考虑超音速流动情况.采用以上常微分方程组处理边界,式(27)计算入流边界单元的  $x_{1/2}$  界面 L 侧的原始变量,式(28),(29)计算出流边界单元的  $x_{n+1/2}$  界面 R 侧的原始变量,如图 2 所示.所以,可以采用 AUSMV 格式计算边界单元,并计算整个流动区域.

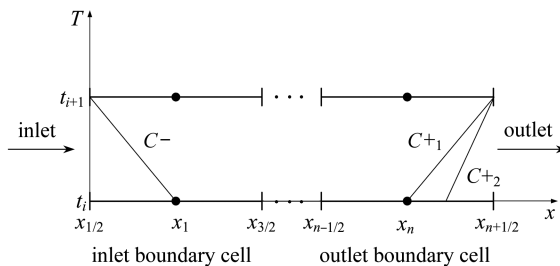


图 2 特征线法处理边界单元示意图

Fig.2 Schematic diagram of the characteristic line method for boundary cells

### 3 数值算例

数值算例采用气液两相管流经典问题——Zuber-Findlay 激波管问题及 Evje, Fjelde 提出的复杂漂移关系质量传输问题<sup>[17-18]</sup>.将计算结果与已有的可靠结果对比压力、气体体积系数、气液各相速度剖面,分别检验 AUSMV 格式捕捉间断和描述变质量流动的能力,验证 AUSMV 方法计算的精度和稳定性.对比不同单元数一阶精度格式的计算结果,用于分析 AUSMV 格式

的稳定性;对比二阶精度格式与一阶精度格式的计算结果,用于分析计算精度的改进.以下算例中,  $a_1 = 1\ 000\ \text{m/s}$ ,  $a_g = 316\ \text{m/s}$ ,  $\mu_l = 5 \times 10^{-2}\ \text{Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\mu_g = 5 \times 10^{-6}\ \text{Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\rho_{1,\text{STP}} = 998.2\ \text{kg/m}^3$ ,  $p_{\text{STP}} = 1 \times 10^5\ \text{Pa}$ .

### 3.1 Zuber-Findlay 激波管问题

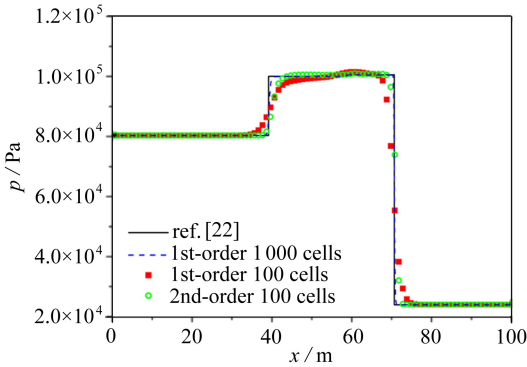
#### 1) 问题描述

水平管长 100 m,管径 0.1 m,初始间断在管长 50 m 处,初始条件见表 1.

表 1 Zuber-Findlay 激波管问题初始条件

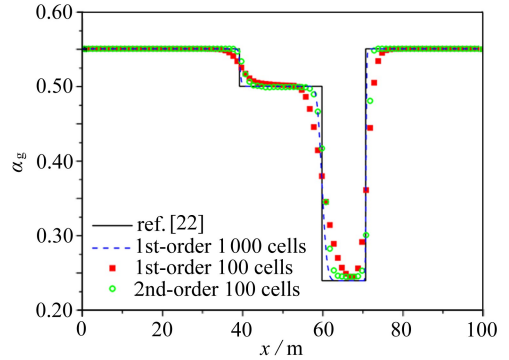
Table 1 Initial conditions of the Zuber-Findlay shock tube problem

variable	left 50 m	right 50 m
$p$	80 450 Pa	24 282 Pa
$\alpha_g$	0.55	0.55
$v_g$	12.659 m/s	1.181 m/s
$v_l$	10.370 m/s	0.561 m/s



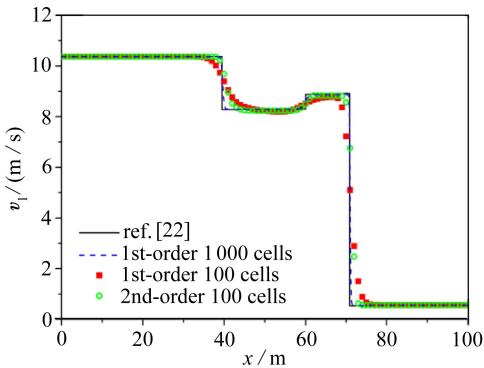
(a) 压力剖面

(a) Pressure profiles



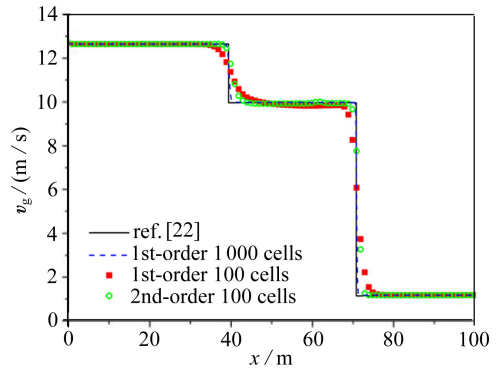
(b) 气体体积系数剖面

(b) Gas volume fraction profiles



(c) 液体流速剖面

(c) Liquid velocity profiles



(d) 气体流速剖面

(d) Gas velocity profiles

图 3 在  $t = 1\ \text{s}$  时 Zuber-Findlay 激波管问题计算结果剖面,一阶精度格式 100 个单元和 1 000 个单元、二阶精度格式 100 个单元、通量限制 Roe 方法 20 000 个单元<sup>[22]</sup>的对比

Fig.3 Comparison of simulation results for the Zuber-Findlay shock tube problem at  $t = 1\ \text{s}$ , between the 1st order accurate scheme with 100 cells and 1 000 cells, the 2nd order accurate scheme with 100 cells, and the flux limited Roe scheme with 20 000 cells<sup>[22]</sup>

算例中,Zuber-Findlay 漂移关系参数  $C_0 = 1.07$ ,  $v_l = 0.216 \text{ m/s}$ . 计算中忽略摩阻, 计算结束时间为  $1 \text{ s}$ . 参考值是使用通量限制 Roe 方法将管子划分为 20 000 个单元体计算的结果<sup>[22]</sup>. 算例由 Evje 和 Fjelde 提出, 并得到验证.

## 2) 结果分析

图 3 所示, 为各计算结果剖面的对比, 计算结果没有明显的数值振荡, 计算中  $N_{\text{CFL}} = 1.0$ . 一阶精度计算结果和二阶精度计算结果都符合参考值, 间断附近没有振荡, 间断没有被拉宽或抹平, 表明 AUSMV 格式良好的间断捕捉能力. 一阶精度格式 1 000 个单元计算结果比 100 个单元计算结果更符合参考值, 计算精度的提高非常明显, 而且也比二阶精度格式 100 个单元计算结果符合参考值, 表明增加单元数量是提高计算精度的有效手段, 但是同时所耗计算时间也会急剧增大. 二阶精度格式 100 个单元计算结果比一阶精度格式 100 个单元计算结果更符合参考值. 二阶精度格式间断捕捉只需 3 个单元, 而一阶精度格式间断捕捉需 6 个单元, 表明二阶精度格式有更为优异的间断捕捉能力, 且间断附近更符合参考值, 尤其是压力剖面 and 气体体积系数剖面更为显著, 如图 3(a)、(b) 所示.

## 3.2 复杂漂移关系变质量流动问题

### 1) 问题描述

水平管长  $1\ 000 \text{ m}$ , 管径  $0.1 \text{ m}$ , 管内初始为纯液相(为了保障初始的计算稳定  $\alpha_g = 1 \times 10^{-7}$ ).  $0 \sim 10 \text{ s}$ , 液体和气体的质量入流量分别从 0 线性增长为  $12.0 \text{ kg/s}$  和  $0.08 \text{ kg/s}$ .  $10 \sim 175 \text{ s}$ , 液体质量流量保持  $12.0 \text{ kg/s}$ .  $50 \sim 70 \text{ s}$ , 气体的质量流量由  $0.08 \text{ kg/s}$  线性减少至  $0.0 \sim 175 \text{ s}$ , 管子出口压力保持为  $1 \times 10^5 \text{ Pa}$ . 参考值是使用通量限制 Roe 方法将管子划分为 10 000 个单元体计算的结果<sup>[22]</sup>, 计算结束时间为  $175 \text{ s}$ . 算例由 Evje 和 Fjelde 提出, 并且已经由 Flåtten, Munkejord 等进一步验证<sup>[22-23]</sup>.

该算例中, 采用非线性的漂移规律, 漂移速度是关于气体体积系数的函数, 气体分布系数仍是常数, 如式(30)所示:

$$C_0 = 1, v_l = 0.5 \times \sqrt{1 - \alpha_g} \text{ m/s}. \quad (30)$$

### 2) 结果分析

图 4 为各计算结果剖面的对比, 计算结果没有明显的数值振荡, 计算中  $N_{\text{CFL}} = 0.5$ . 各种方法计算的的压力剖面都符合参考值. 一阶精度格式 1 000 个单元和二阶精度格式 100 个单元所计算的气体体积系数剖面、液体流速剖面、气体流速剖面的间断处符合参考值, 而一阶精度格式 100 个单元所计算的结果与参考值差异较大. 该算例也表现出二阶精度格式优秀的间断捕捉能力.

## 3.3 讨论分析

以上数值算例计算结果表明, AUSMV 格式计算精度较高, 色散效应极微弱, 没有明显的振荡. 算例 1(3.1 小节) 表明 AUSMV 格式耗散效应微弱, 间断不会被拉宽或抹平. 二阶格式可以有效地提高计算精度, 而不需要大幅增加单元数量, 减少计算所耗时间. 算例 2(3.2 小节) 为变质量流动, 属于缓变流动, 气体体积系数有物理间断. 该算例中, 相比一阶精度格式, 二阶精度格式的计算精度高, 物理间断捕捉能力更好. 通过以上两个算例的分析, 充分显示了 AUSMV 格式计算气液两相管流问题的良好性能.

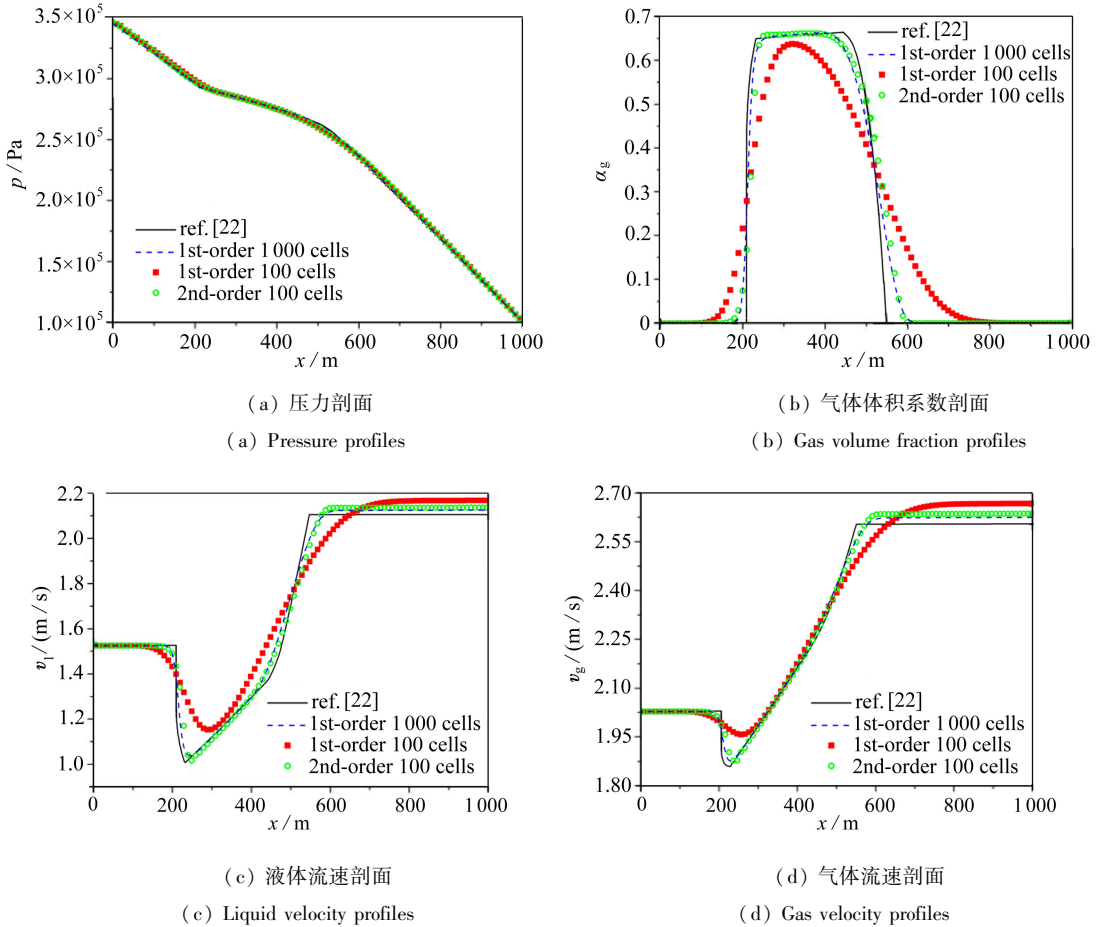


图4  $t = 175$  s时复杂漂移关系变质量流动问题计算结果剖面,一阶精度格式100个单元和1000个单元、二阶精度格式100个单元,通量限制Roe方法10000个单元<sup>[22]</sup>的对比

Fig.4 Comparison of simulation results for the variable mass flow problem in complex slip relation at  $t = 175$  s, between the 1st-order accurate scheme with 100 cells and 1000 cells, the 2nd-order accurate scheme with 100 cells, and the flux limited Roe scheme with 10000 cells<sup>[22]</sup>

## 4 结 论

针对气液两相漂移模型,本文阐述了 AUSMV 格式构造数值通量的方法,建立了二阶时间和空间精度的数值计算方法.计算了经典的气液两相管流算例,与可靠的参考值对比分析. AUSMV 格式具有以下特点:

1) 数值通量的形式简单,计算中不需要计算控制方程组的(近似)Riemann 求解器或 Jacoby 矩阵,不需要熵修正,计算效率高.

2) 计算精度高,耗散效应和色散效应小,没有明显的数值振荡,间断没有被拉宽或抹平,气液相低流速条件下能够精确地描述间断.

3) 二阶精度格式比一阶精度格式计算精度明显提高,间断捕捉能力更好.

所以,在气液两相管流的工程问题数值仿真中,AUSMV 格式具有广泛的应用前景.



## 参考文献(References):

- [1] Delhaye J M. Equations fondamentales des écoulements diphasiques, part 1 and 2[R]. Report CEA-R-3429, France, 1968.
- [2] Zuber N, Findlay J A. Average volumetric concentration in two-phase flow systems[J]. *Journal of Heat Transfer*, 1965, **87**(4): 453-468.
- [3] Large A C V M, Fjelde K K, Time R W. Underbalanced drilling dynamics: two-phase flow modeling and experiments[J]. *SPE Journal*, 2003, **8**(1): 61-70.
- [4] Abbaspour M, Chapman K S, Glasgow L A. Transient modeling of non-isothermal, dispersed two-phase flow in natural gas pipelines[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2010, **34**(2): 495-507.
- [5] Benzoni-Gavage S. Analyse numérique des modèles hydrodynamiques d'écoulements diphasique instationnaires dans les réseaux de production pétrolière[D]. PhD Thesis. France: ENS Lyon, 1991.
- [6] Théron B. Écoulements diphasique instationnaires en conduite horizontale[D]. PhD Thesis. France: INP Toulouse, 1989.
- [7] Barnea D. A unified model for predicting flow pattern transitions for the whole range of pipe inclinations[J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 1987, **13**(1): 1-12.
- [8] LIOU Meng-sing, Steffen C J. A new flux splitting scheme[J]. *Journal of Computational Physics*, 1993, **107**(1): 23-39.
- [9] LIOU Meng-sing. A sequel to AUSM: AUSM<sup>+</sup>[J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, **129**(2): 364-382.
- [10] Wada Y, LIOU Meng-sing. An accurate and robust flux splitting scheme for shock and contact discontinuities[J]. *SIAM Journal on Computing*, 1997, **18**(3): 633-657.
- [11] LIOU Meng-sing. A sequel to AUSM—part II: AUSM<sup>+</sup>-up for all speeds[J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, **214**(1): 137-170.
- [12] 阎超, 于剑, 徐晶磊, 范晶晶, 高瑞泽, 姜振华. CFD 模拟方法的发展成就与展望[J]. *力学进展*, 2011, **41**(5): 562-588.(YAN Chao, YU Jian, XU Jing-lei, FANG Jing-jing, GAO Rui-ze, JIANG Zhen-hua. On the achievements and prospects for the methods of computational fluid dynamics[J]. *Advances in Mechanics*, 2011, **41**(5): 562-588.(in Chinese))
- [13] Edwards J R, Franklin R K, Liou Meng-Sing. Low-diffusion flux-splitting methods for real fluid flows with phase transitions[J]. *AIAA Journal*, 2000, **38**(9): 1624-1633.
- [14] NIU Yang-yao. Simple conservative flux splitting for multi-component flow calculations[J]. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 2000, **38**(2): 203-222.
- [15] NIU Yang-yao. Advection upwinding splitting method to solve a compressible two-fluid model [J]. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, 2001, **36**(3): 351-371.
- [16] Paillère H, Corre C, García Cascales J R. On the extension of the AUSM<sup>+</sup> scheme to compressible two-fluid models[J]. *Computers and Fluids*, 2003, **32**(16): 891-916.
- [17] Evje S, Fjelde K K. Hybrid flux-splitting schemes for a two-phase flow model[J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, **175**(2): 674-701.
- [18] Evje S, Fjelde K K. On a rough AUSM scheme for a one-dimensional two-phase model[J]. *Computer and Fluids*, 2003, **32**(10): 1497-1530.
- [19] Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme—V: a second-order sequel to Godunov's method[J]. *Journal of Computational Physics*, 1979, **32**(1): 101-136.

- [20] 张德良. 计算流体力学教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010: 180-194. (ZHANG De-liang. *A Course in Computational Fluid Dynamics*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2010: 180-194. (in Chinese))
- [21] Evje S, Flåtten T. Hybrid flux-splitting schemes for a common two-fluid flow model[J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, **192**(1): 175-210.
- [22] Flåtten T, Munkejord S T. The approximate Riemann solver of Roe applied to a drift-flux two-phase flow model[J]. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 2006, **40**(4): 735-764.
- [23] Munkejord S T, Evje S, Flåtten T. The multi-stage centred-scheme approach applied to a drift-flux two-phase flow model[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2006, **52**(6): 679-705.

## Research on the AUSMV Scheme for 1D Gas-Liquid Two-Phase Flow Drift Flux Models

XU Chao-yang, MENG Ying-feng, WEI Na, LI Gao, WAN Li-ping  
(State Key Laboratory of Oil & Gas Reservoir Geology and Exploitation  
(Southwest Petroleum University), Chengdu 610500, P.R.China)

**Abstract:** Application of the AUSMV (advection upstream splitting method V) scheme was extended from gas dynamics to transient 1D isothermal gas-liquid two-phase pipe flow problems. The method of numerical flux for the DFM (drift flux model) constructed with the AUSMV scheme and treatment of boundary cells were stated for the simulations. The numerical calculation method of 2nd-order accuracy in time and space was obtained with the classical Runge-Kutta method and the monotonous MUSCL (monotone upstream-centred schemes for conservation laws) technique combined with the Van Leer limiter. The numerical examples including the Zuber-Findlay shock tube problem and the variable mass flow problems with complex slip relations were conducted and comparatively discussed. The results indicate that the proposed AUSMV scheme, with advantages of high efficiency, high precision and low effects of dissipation and dispersion, accurately details the discontinuities of 1D gas-liquid two-phase flow problems under low flow velocity conditions.

**Key words:** 1D isothermal gas-liquid two-phase flow; drift flux model; AUSMV; numerical calculation

**Foundation item:** The National Science and Technology Major Project of China (2011ZX05021-003); The National Natural Science Foundation of China(51334003)