

基于径向基函数逼近的非线性 动力系统数值求解*

李岩汀, 许锡宾, 周世良, 徐绩青

(重庆交通大学 河海学院, 重庆 400074;
重庆交通大学 国家内河航道整治工程技术研究中心,
水利水运工程教育部重点实验室, 重庆 400074)

摘要: 径向基函数具有形式简单、各向同性等优点,将径向基函数逼近的思想与加权余量配点法相结合,借鉴边值问题的求解,构造了一种求解非线性动力系统初值问题的数值方法.分析了几种较为成熟的非线性动力系统数值求解方法的优缺点,给出了实际算例,与已有方法对比,表明该方法计算过程简单、收敛性好、计算精度高.

关键词: 非线性动力系统; 初值问题; 径向基函数; 加权余量配点法

中图分类号: TV312 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2016.03.009

引言

实际的动力系统总是存在着各种各样的非线性因素,如材料非线性本构关系、机械系统中存在间隙、系统的非线性控制等.线性系统只是真实动力系统的一种简化模型,随着所研究问题的复杂性在不断加大,许多动力学现象用线性理论已经无法解释,必须依靠非线性理论才能得以正确解释.因此,我们有必要研究非线性动力系统的行为.然而,非线性动力系统的求解一般非常困难,只有极个别的简单问题有精确解,因而难以用现有经典方法了解其特性.早在 Euler 时代,人们就意识到,必须发展数值方法来解非线性动力系统的响应计算问题.20 世纪 70 年代以来计算机技术的迅猛发展极大地促进了数值分析方法的发展和成功应用.数值方法已经成了研究复杂非线性动力系统行为的重要手段.

目前,比较成熟的非线性动力系统数值求解方法有摄动法^[1-2]、平均法^[1-2]、Euler 法^[3]、梯度法^[4]、Runge-Kutta 法^[5]、线性多步法^[6]等.这些方法在求解某些特殊问题或刚性问题所对应的系统时能够发挥一定的优势,但在求解一般非线性动力系统特别是强非线性系统的过程中均会遇到一些不理想的状态,如计算精度偏低、计算量过大、高次插值存在 Runge 现象等.在微分方程求解领域,基函数的选取直接影响到相应数值算法计算结果的优劣.一直以来,人们都

* 收稿日期: 2015-10-12; 修订日期: 2015-11-22

基金项目: 重庆市教委科学技术研究项目(KJ100417); 交通运输部应用基础研究项目(2014329814070)

作者简介: 李岩汀(1993—),女,硕士生(E-mail: lijoan@outlook.com);
徐绩青(1974—),男,博士(通讯作者, E-mail: plappk@sina.com).

希望能找到一类简单有效的基函数.径向基函数具有形式简单、各向同性等优点,以径向基函数插值为代表的无网格法已开始应用于微分方程边值问题的求解,并取得了良好的效果.初值问题与边值问题相比虽性质不同,但就表达形式上却有很多类似之处.本文试图利用径向基函数插值的思想,与加权余量配点法^[7]相结合,构造一种求解非线性微分方程初值问题的数值计算方法.

1 非线性动力系统

非线性动力系统初值问题通常可由如下微分方程表示:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t), \\ x(t_0) = x_0, \end{cases} \quad x \in R^d, \quad (1)$$

其中, $x: t \rightarrow x \in R^d$ 是以时间为变量的函数,用来描述系统的状态,称之为状态变量; f 是定义在欧氏空间 R^d 或者一个开子空间 $U \in R^d$ 的至少一次连续可微函数.该非线性微分方程称为动力学方程,它至少在 $t \in (-c, c)$ 范围内有从 $t = 0$ 出发的解.

对于线性动力系统,一般解可以通过其 N 个线性无关解 $\{x^1(t), x^2(t), \dots, x^N(t)\}$ 的线性组合来表示.但线性系统的叠加原理并不适用于非线性系统,这些简单问题的解无法叠加组成复杂问题的解.从而,虽然可以类似于线性动力系统那样定义一个局部流,却不能像线性动力系统那样给出一般的规则.故在研究非线性动力系统时,一般采用数值求解的方法确定解的形态特征.

2 数值方法

2.1 已有数值方法分析

非线性动力系统初值问题通常可表示为非线性微分方程.目前,求解非线性微分方程的数值方法有摄动法、单步方法、多步方法和基于样条函数插值的方法^[8]等.摄动法对弱非线性动力系统一般能获得较好的结果,但最大的局限是通常无法用于强非线性动力系统的求解.对单步方法,最新一步的值是以微分方程以及前一步的值为基础生成的,如 Euler 法、梯形法、Taylor 方法、Runge-Kutta 法等.Euler 法是一种非常简单的方法,其整体截断误差是局部截断误差和以前各步累积和放大的误差之和,且仅为二阶收敛,求解精度低,实际并不常用.改进 Euler 法,即显式梯形法,采用区间两端斜率的平均值作为直线方程的斜率,求解精度也只有二阶.Taylor 方法也是一种二阶方法,但使用者需要手工去求偏导数,因此仅仅为了特殊目的才使用.四阶 Runge-Kutta 法的收敛性质大大优于前面的几种方法,通常都用此方法求解实际问题,但当 Runge-Kutta 法的阶数大于 4 时,有可能产生 Runge 现象.多步方法提出了一种不同的逼近:用比前面一步的结果更多的信息去帮助产生下一步,以求获得较高精度,它能用较少的计算达到与单步方法相同的阶数,当然多步法无法用于整个求解过程的第一步或头几步,还需单步法的帮助.显示多步法有 Adams-Bashforth 方法等;隐式多步方法有隐式梯形法、Adams-Moulton 方法、Milne-Simpson 方法、Gear 法等.Gear 法被广泛应用于刚性微分方程的求解.基于 3 次样条插值函数的数值求解方法的求解精度相当好^[8],但是当微分方程的阶数较高时,要求样条函数基具有高阶连续性,那么其构造将非常困难^[9].

2.2 径向基函数方法介绍与算法思路

径向基函数^[9-10] (radial basis function, RBF) 是一类以径向距离作为变量的基函数集合,是处理多元问题的一种有效方法.通过定义在 $[0, +\infty)$ 上的一元函数 φ 与 R^d 上的 Euclid (欧几

里德)范数 $\| \cdot \|_2$ 来表示 d 元函数 $\varphi = \varphi(R_j)$, 其中以任意点 x 到节点 x_j 的距离 $R_j = \|x - x_j\|_2$ 为自变量. 径向基函数插值的收敛性非常好, 不仅函数本身有较高的收敛阶, 而且其各阶导数也有很好的收敛速度^[11]. 数学界已对径向基函数进行了大量的研究, 被广泛应用于散乱数据处理和插值领域.

径向基函数也有不完善的地方: 选用全局支撑的径向基函数计算时, 构造得到的离散插值矩阵通常为病态满阵, 当插值点数增加时矩阵条件数迅速增加, 容易造成计算的不稳定, 严重限制了径向基函数在大规模科学与工程计算中的应用. Wendland 和吴宗敏等根据修正再生核逼近的基本思想, 先后构造了不同形式的正定紧支撑径向基函数 (compactly supported RBF, CS-RBF) (参见文献[11]), 可以使离散插值矩阵具有带状稀疏性, 代价是要牺牲一定的求解精度. 例如, 我国学者提出的正定紧支撑径向基函数:

$$\varphi(r) = (1 - r)_+^5 (1 + 5r + 9r^2 + 5r^3 + r^4), \tag{2}$$

式中 $r = R_j/R_{\max}$, R_{\max} 是定义在节点 x_j 处的支撑域半径, $(1 - r)_+$ 定义为

$$(1 - r)_+ = \begin{cases} 1 - r, & 0 \leq r \leq 1, \\ 0, & \text{other.} \end{cases}$$

从目前国内外应用径向基函数求解微分方程的范围来看, 都是为了解决微分方程边值问题, 其主要原因在于径向基函数将“空间距离”(或与之相关的“2”范数)作为自变量, 并未涉及到时间参数. 本文作者认为时间坐标与空间坐标在代数意义上并无本质区别, 故可以将时间坐标轴等效地看作一个一维空间坐标轴, 用“时间间隔”来替代“空间距离”作为径向基函数的变量, 这样就可以确定系统随着时间的变化过程, 将径向基函数应用于微分方程初值问题的求解.

例如, 将求解时间区域 Ω 用 N 个节点 $t_l (l = 1, 2, \dots, N)$ 离散, 有 $\mathbf{t} = [t_1, t_2, \dots, t_N]^T$, 函数 $x(\mathbf{t})$ 在区域 Ω 里的近似函数 $x^h(\mathbf{t})$ 可由一组以各节点 t_l 为中心的径向基函数 $\varphi_l(\mathbf{t})$ 的线性组合来表示为

$$x^h(\mathbf{t}) = \sum_{j=1}^N a_j \varphi_j(\mathbf{t}) = \Phi^T(\mathbf{t})\mathbf{a}, \tag{3}$$

式中, a_j 表示待求系数, 其中 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_N]^T$; $\Phi(\mathbf{t}) = [\varphi_1(\mathbf{t}), \varphi_2(\mathbf{t}), \dots, \varphi_N(\mathbf{t})]^T$. 式(3)有 N 个未知数, 规定近似函数 $x^h(\mathbf{t})$ 在节点 t_l 处的取值与函数 $x(\mathbf{t})$ 在相同节点处得到的值 x_l 相等, 即 $x^h(t_l) = x_l$, 可以得到 N 个方程的线性方程组:

$$\mathbf{A}\mathbf{a} = \mathbf{x}, \tag{4}$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \Phi^T(t_1) \\ \Phi^T(t_2) \\ \vdots \\ \Phi^T(t_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1(t_1) & \varphi_2(t_1) & \cdots & \varphi_N(t_1) \\ \varphi_1(t_2) & \varphi_2(t_2) & \cdots & \varphi_N(t_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1(t_N) & \varphi_2(t_N) & \cdots & \varphi_N(t_N) \end{bmatrix}, \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T.$$

由式(4)解出系数矩阵 $\mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{x}$, 将其代入式(3)可得

$$x^h(\mathbf{t}) = \Phi^T(\mathbf{t})\mathbf{A}^{-1}\mathbf{x} = \mathbf{N}(\mathbf{t})\mathbf{x}, \tag{5}$$

其中 $\mathbf{N}(\mathbf{t}) = \Phi^T(\mathbf{t})\mathbf{A}^{-1}$, 定义 \mathbf{A} 为动力特征矩阵, $\mathbf{N}(\mathbf{t})$ 为时间特征函数(类似于形函数). 由于 $x^h(\mathbf{t})$ 是解析表达式, 故可求得各阶导数的表达式. 如一阶导数为

$$\mathbf{x}'(\mathbf{t}) = \mathbf{N}'(\mathbf{t})\mathbf{x}, \tag{6}$$

式中

$$N'(t) = \begin{bmatrix} \varphi'_1(t_1) & \varphi'_2(t_1) & \cdots & \varphi'_N(t_1) \\ \varphi'_1(t_2) & \varphi'_2(t_2) & \cdots & \varphi'_N(t_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi'_1(t_N) & \varphi'_2(t_N) & \cdots & \varphi'_N(t_N) \end{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} = [\varphi'_1(t), \varphi'_2(t), \cdots, \varphi'_N(t)] \mathbf{A}^{-1},$$

$$\varphi'(t) = \frac{d\varphi}{dr} \frac{dr}{dt}, \quad \frac{dr}{dt} = \frac{t-t_1}{R_l R_{\max l}}.$$

类似地,依次求得 $x(t)$ 各阶导数的表达式^[12],然后将其代入动力学方程(1)。此时在计算时间段 Ω 内,非线性微分方程(1)已被离散成有 N 个方程的非线性代数方程组:

$$N'(t)\mathbf{x} - f(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0}. \quad (7)$$

$N'(t)$ 见式(6)。考虑到要满足初始条件,所以第一个方程通常被初始条件所代替:

$$x_1 - x_0 = \mathbf{0}. \quad (8)$$

解此方程组即可求得 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_N]^T$ 。本文方法可同时获得整个求解时间域上的近似解,全局误差可控,能够避免步进式直接时间积分方法存在的累积误差。

3 算例分析

3.1 算例 1

给定一阶非线性动力系统^[8]:

$$\begin{cases} x' = \frac{x^2 - t - 2}{4(1+t)}, & 0 \leq t \leq 10, \\ x(0) = 2, \end{cases} \quad (9)$$

利用径向基函数逼近的方法进行求解,取 $t = 12.5$ s,时间间隔 $\Delta t = 0.1$ s,选用式(2)中的正定紧支撑径向基函数 $\varphi(r) = (1-r)^5(1+5r+9r^2+5r^3+r^4)$,按照 2.2 小节中的算法思路进行计算。本文方法求得的非线性动力系统的近似解与系统精确解的比较如图 1 所示。在时间步长相同的情况下,再分别用四阶 Runge-Kutta 法和 3 次样条函数法计算的结果^[8]与本文方法所求结果进行比较,给出了不同方法的均方误差 ($e = \sum (x^h - x)^2/N$),具体见表 1 所示。

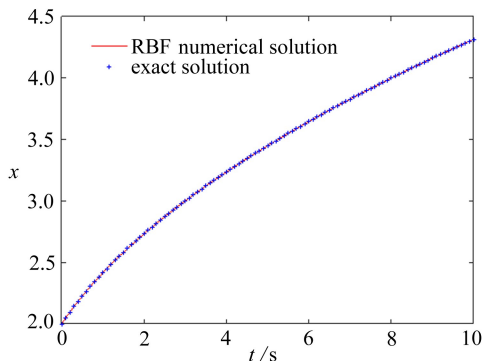


图 1 本文方法所求数值解与精确解

Fig. 1 The RBF numerical solution and the exact solution

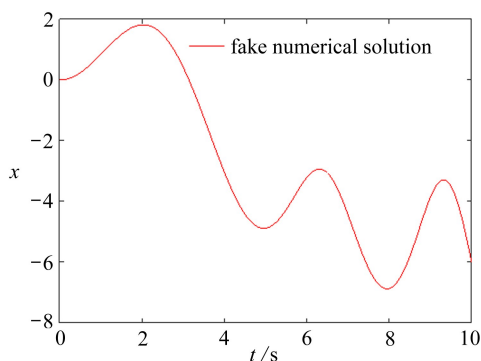


图 2 $\Delta t = 0.02$ s, 强非线性系统收敛到虚假结果

Fig. 2 $\Delta t = 0.02$ s, the strong nonlinear system converges to a fake result

从图 1 可以看出,数值解与精确解吻合得很好。表 1 误差计算结果表明,本文方法的求解

精度优于四阶 Runge-Katta 法,且与 3 次样条函数插值法相当.由此可见,应用径向基函数逼近的方法求解非线性动力系统是可行的.

表 1 不同数值方法求解一阶非线性动力系统的均方误差

Table 1 Mean squared errors of several numerical methods for the 1st-order nonlinear dynamic system

numerical solution method	mean squared error e
4th-order Runge-Kutta method	$1.240 5 \times 10^{-4}$
cubic spline function	$8.024 7 \times 10^{-5}$
the present RBF method	$8.002 0 \times 10^{-5}$

3.2 算例 2

给定二阶非线性动力系统^[8]:

$$\begin{cases} x'' + x^2 = t^2 \sin^2 t + 2 \cos t - t \sin t, \\ x(0) = 0, x'(0) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

在算例 2 中 x'' 已成为主要的计算目标,常规配点法的最大缺陷在于高阶导数会出现严重的数值振荡.为消除数值振荡,徐绩青等已提出了 x, x' 联合插值的径向基函数表达式^[13]:

$$x^h(t) = \sum_{j=1}^n a_j \varphi_j(t) + b_1 \frac{d\varphi_1(t)}{dt}. \quad (11)$$

式(11)与式(3)相比,增加了初始时刻径向基函数的一阶导数的线性组合,所以式(4)的 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N, v_1]^T$,其中 v_1 是附加未知量.配点法与此相对应,不但要满足动力学方程,而且还必须满足初始时刻的 x, x' ,这样才能获得满意的结果.运用径向基函数逼近的配点法,选用与算例 1 相同的紧支撑正定径向基函数,取 $t = 11.2$ s,时间间隔 $\Delta t = 0.02$ s,计算结果如图 2 所示.减小时间间隔到 $\Delta t = 0.01$ s,计算结果如图 3 所示,局部放大后如图 4 所示.

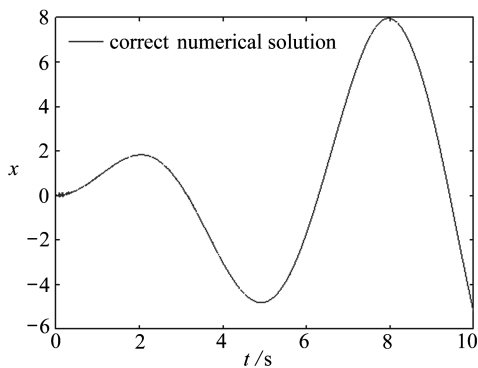


图 3 $\Delta t = 0.01$ s,强非线性系统收敛到正确结果但有明显振荡

Fig. 3 $\Delta t = 0.01$ s, the strong nonlinear system converges to a correct result with obvious numerical oscillations

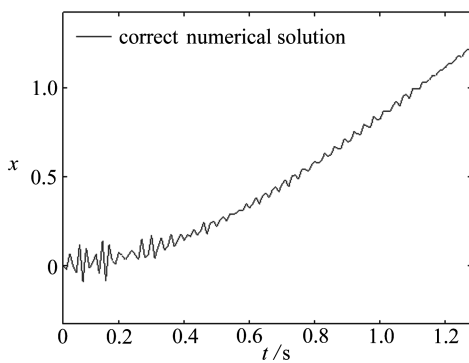


图 4 $\Delta t = 0.01$ s,局部放大显示强非线性系统求解结果的振荡

Fig. 4 $\Delta t = 0.01$ s, partial enlargement of the obvious numerical oscillations in fig. 3

由图 2 可以看出,强非线性系统的解收敛到一个虚假的结果,其原因是不能满足二阶导数的约束条件或步长太大.减小时间间隔到 $\Delta t = 0.01$ s 时,强非线性系统虽收敛到正确结果,但从图 4 可以看到振荡较大.故考虑添加二阶导数的初始条件 $x''(0) = 2$,此初始条件对系统(10)有明确的物理意义(一般动力系统中代表加速度).从代数意义的角度看,二阶导数的初始条件满足初始时刻的微分方程.取 $t = 11.2$ s, $\Delta t = 0.02$ s, $x(0) = 0, x'(0) = 0$,并增加 $x''(0) = 2$.

x, x', x'' 联合插值的径向基函数表达式如下:

$$x^h(t) = \sum_{j=1}^n a_j \varphi_j(t) + b_1 \frac{d\varphi_1(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2\varphi_1(t)}{dt^2}, \tag{12}$$

此时式(4)中的 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N, v_1, v_2]^T$. 数值逼近曲线如图 5 所示, 局部放大后如图 6. 将图 4 和图 6 进行对比可以发现添加二阶导数的初始条件可以消除数值振荡, 有效地提高计算精度和效率.

取相同的时间间隔, 用 Adams 法、四阶 Runge-Kutta 法和 3 次样条函数插值法的求解结果^[8]与本文方法所求结果进行比较, 分别给出各种方法的均方误差如表 2 所示.

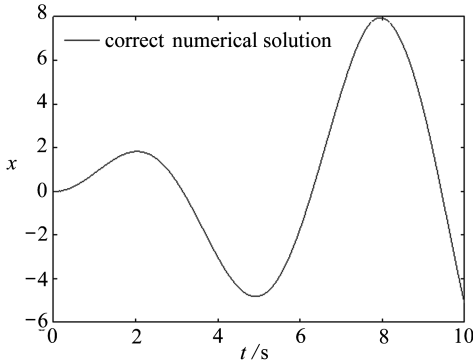


图 5 添加二阶导数的初始条件后收敛到正确结果

Fig. 5 The strong nonlinear system converges to a correct result after addition of initial condition of 2nd-order derivative

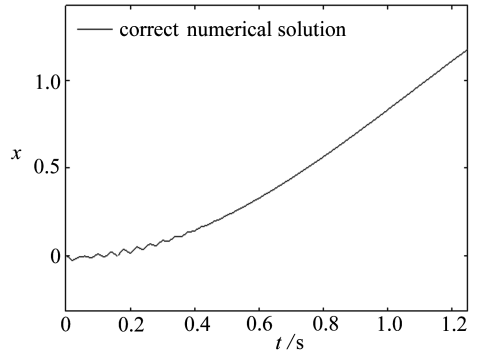


图 6 添加二阶导数的初始条件后局部放大显示数值振荡减弱

Fig. 6 Partial enlargement of the weak numerical oscillations in fig. 5

表 2 各种数值方法求解二阶非线性动力系统的均方误差

Table 2 Mean squared errors of several numerical methods for the 2nd-order nonlinear dynamic system

numerical solution method	mean squared error e
Adams algorithm	0.979 3
4th-order Runge-Kutta method	0.166 3
cubic spline function	0.018 9
the present RBF method (with initial condition of 2nd-order derivative)	0.008 8

由此可见, 本文方法能够很好地逼近系统的精确解, 且表 2 表明本文方法的求解精度明显优于四阶 Runge-Kutta 法, 能够避免不收敛或虚假收敛, 对强非线性动力系统的求解具有很好的适用性.

4 结 论

径向基函数逼近的收敛性非常好, 计算精度高, 本文所引用的正定紧支撑径向基函数在插值节点处具有四阶光滑性. 根据初始时刻的微分方程, 添加与微分方程同阶的导数约束条件, 不会出现不收敛和虚假收敛的现象, 能够很好地逼近精确解. 算例表明:

- 1) 本文方法形式简单, 便于工程技术人员掌握.
- 2) 对于强非线性动力系统, 添加与微分方程同阶的导数初始条件进行约束是必要的.
- 3) 由于配点法的计算效率较高, 不需数值积分, 因此对非线性微分方程的求解具有明显

的优势.

4) 本文方法全局误差可控,能够避免步进式直接时间积分方法存在的误差累积.

综上所述,本文方法依托径向基函数强大的逼近能力,并结合加权余量法,为非线性动力系统的求解提供了一种新思路.

参考文献(References):

- [1] 胡海岩. 应用非线性动力学[M]. 北京: 航空工业出版社, 2000. (HU Hai-yan. *Applied Nonlinear Transient Dynamical*[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2000. (in Chinese))
- [2] 凌复华. 非线性动力学系统的数值研究[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1989. (LING Fu-hua. *Numerische Untersuchung Uichtlinearer Dynamischer System*[M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 1989. (in Chinese))
- [3] 刘向军, 石磊, 徐旭常. 稠密气固两相流欧拉-拉格朗日法的研究现状[J]. 计算力学学报, 2007, **24**(2): 166-172. (LIU Xiang-jun, SHI Lei, XU Xu-chang. Activities of dense particle-gas two-phase flow modeling in Eulerian-Lagrangian approach[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2007, **24**(2): 166-172. (in Chinese))
- [4] 刘石, 陈德祥, 冯永新, 徐自力, 郑李坤. 等几何分析的多重网格共轭梯度法[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(6): 630-639. (LIU Shi, CEHN De-xiang, FENG Yong-xin, XU Zi-li, ZHENG Li-kun. A multigrid preconditioned conjugate method for isogeometric analysis [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(6): 630-639. (in Chinese))
- [5] 陈全发, 肖爱国. Runge-Kutta-Nystrom 方法的若干新性质[J]. 计算数学, 2008, **30**(2): 201-212. (CHEN Quan-fa, XIAO Ai-guo. Some new properties of Runge-Kutta-Nystrom methods [J]. *Mathematic Numeric Sinica*, 2008, **30**(2): 201-212. (in Chinese))
- [6] 樊文欣, 杨桂通, 岳文忠. 基于 ADAMS 的发动机动力学通用分析模型[J]. 应用基础与工程科学学报, 2009, **17**(S1): 172-178. (FAN Wen-xin, YANG Gui-tong, YUE Wen-zhong. The dynamic unicersal analysis model of engine based on ADAMS[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2009, **17**(S1): 172-178. (in Chinese))
- [7] 徐次达, 陈学潮, 郑瑞芬. 新计算力学加权残值法——原理、方法及应用[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997. (XU Ci-da, CHEN Xue-chao, ZHENG Rui-fen. *A New Computational Mechanics of Weighted Residual Method—Principle, Method and Application*[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997. (in Chinese))
- [8] 李鹏柱, 李风军, 李星, 周跃亭. 基于三次样条插值函数的非线性动力系统数值求解[J]. 应用数学和力学, 2015, **36**(8): 887-896. (LI Peng-zhu, LI Feng-jun, LI Xing, ZHOU Yue-ting. A numerical method for the solution to nonlinear dynamic systems based on cubic spline[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, **36**(8): 887-896. (in Chinese))
- [9] 吴宗敏. 径向基函数、散乱数据拟合与无网格偏微分方程数值解[J]. 工程数学学报, 2002, **19**(2): 1-12. (WU Zong-min. Radial basis function scattered data interpolation and the meshless method of numerical solution of PDEs[J]. *Journal of Engineering Mathematics*, 2002, **19**(2): 1-12. (in Chinese))
- [10] 马利敏. 径向基函数逼近中的若干理论、方法及其应用[D]. 博士学位论文. 上海: 复旦大学, 2009. (MA Li-min. Some theory, methods and application in RBF approaching[D]. PhD Thesis. Shanghai: Fudan University, 2009. (in Chinese))
- [11] 陈文, 傅卓佳, 魏星. 科学与工程计算中的径向基函数方法[M]. 北京: 科学出版社, 2014. (CHEN Wen, FU Zhuo-jia, WEI Xing. *The Radial Basis Function Methods in Science and*

- Engineering Mathematics*[M]. Beijing: Science Press, 2014.(in Chinese))
- [12] 张雄, 刘岩. 无网格法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.(ZHANG Xiong, LIU Yan. *Meshless Method*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.(in Chinese))
- [13] 徐绩青, 李正良, 吴林键. 基于径向基函数逼近的结构动力响应计算方法[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(5): 533-541.(XU Ji-qing, LI Zheng-liang, WU Lin-jian. A calculation method for structural dynamic responses based on the approximation theory of radial basis function[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(5): 533-541.(in Chinese))

A Numerical Approximation Method for Nonlinear Dynamic Systems Based on Radial Basis Functions

LI Yan-ting, XU Xi-bin, ZHOU Shi-liang, XU Ji-qing

(School of River & Ocean Engineering, Chongqing Jiaotong University,
Chongqing 400074, P.R.China;

National Engineering Research Center for Inland Waterway Regulation,
Key Laboratory of Hydraulic & Waterway Engineering of the Ministry of Education,
Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, P.R.China)

Abstract: The radial basis functions have the advantages of simple forms and isotropy. A new numerical method for solving the initial-value problems of nonlinear dynamic systems was constructed through combination of the idea of the radial basis function approximation and the weighted residual collocation point method. The advantages and disadvantages of several methods for the numerical solution of nonlinear dynamic systems were analyzed. Some practical numerical examples were given to compare the proposed method with the existing methods. The results show that the present method is easily applicable with good convergence and high accuracy.

Key words: nonlinear dynamic system; initial-value problem; radial basis function; weighted residual collocation point method

引用本文/Cite this paper:

李岩汀, 许锡宾, 周世良, 徐绩青. 基于径向基函数逼近的非线性动力系统数值求解[J]. 应用数学和力学, 2016, **37**(3): 311-318.

LI Yan-ting, XU Xi-bin, ZHOU Shi-liang, XU Ji-qing. A numerical approximation method for nonlinear dynamic systems based on radial basis functions[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, **37**(3): 311-318.