

文章编号: 1000-0887(2000) 07_0708_07

文克尔地基上中面单向受拉(压)的 阶梯式单向矩形薄板的振动*

张英世

(北京航空航天大学 飞行器设计与应用力学系 508 教研室, 北京 100083)

(陈予恕推荐)

摘要: 用奇异函数建立文克尔地基上中面单向受拉(压)的阶梯式单向矩形薄板自由振动和强迫振动的微分方程并求得其通解, 用 W 算子给出主振型函数的表达式及常见支承条件下板的频率方程。此处导出的各种情况下的影响函数, 亦可用于求解相应情况下梁和板的静力弯曲或稳定性问题。

关键词: 矩形板; 自由振动; 强迫振动; 响应; 文克尔地基; 中面单向受拉(压); 阶梯式

中图分类号: O326 文献标识码: A

引言

力学工作者对阶梯式矩形薄板的振动作了不少探讨。Ercoli 和 Laura^[1] 分析了二级阶梯式矩形薄板的自由振动, 张英世等人研究了文克尔地基上 n 级阶梯式单向矩形薄板的振动^[2], n 级阶梯式矩形薄板的振动^[3], 文克尔地基上 n 级阶梯式矩形薄板的振动^[4] 和中面单向受拉(压)的阶梯式矩形薄板的振动^[5]。本文讨论文克尔地基上中面单向受拉(压)、非单一材质的 n 级阶梯式单向矩形薄板的振动。

1 自由振动

1.1 自由振动微分方程及其通解

设有文克尔地基上的单向矩形薄板, 边长分别为 a 和 b , 板厚沿 y 方向呈 n 级阶梯式变化, 各级阶梯衔接处坐标为 y_i , 各级阶梯的长度为 $b_i = y_i - y_{i-1}$ ($y_0 = 0, y_n = b$), 各级阶梯内板的单位面积质量为 m_i 、厚度为 h_i 、抗弯刚度为 $D_i = Eh_i^3/12(1 - \mu_i^2)$, $i = 1, 2, \dots, n$, E_i 为材料的弹性模量, μ_i 为泊松比, k 为地基系数。板的 $y = 0$ 与 $y = b$ 两边上作用有均匀拉力 N_1 。 $w(y, t)$ 为振动的任一瞬时从平衡位置量起的板的挠度。

文克尔地基上中面单向受拉的变厚度单向矩形薄板自由振动的微分方程为^[2]

* 收稿日期: 1998_10_20; 修订日期: 2000_03_25

基金项目: 航空基金资助项目

作者简介: 张英世(1948~), 副教授, 已发表论文译文 32 篇。

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial D}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - N_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + kw + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

当板厚沿 y 方向呈阶梯式变化时(图 1), 若板的各阶梯衔接处 $y = y_i$ 边上的总弯矩和总剪力连续变化, 按照文[2]中的方法, 利用 δ 函数的有关性质, 则可将式(1) 化简为

$$D(y) \frac{\partial^4 w(y, t)}{\partial y^4} - N_1 \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial y^2} + kw(y, t) + m(y) \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

此即文克尔地基上中面单向受拉的阶梯式单向矩形薄板自由振动的微分方程。式中, $D(y)$ 与 $m(y)$ 分别为板的抗弯刚度与单位面积质量

$$D(y) = \sum_{i=1}^n D_i (\langle y - y_{i-1} \rangle^0 - \langle y - y_i \rangle^0), \quad (3)$$

$$m(y) = \sum_{i=1}^n m_i (\langle y - y_{i-1} \rangle^0 - \langle y - y_i \rangle^0), \quad (4)$$

式中, n 为板厚沿 y 方向变化的阶梯数, D_i 和 m_i 分别为第 i 级板的抗弯刚度和单位面积质量。

将方程(2) 之通解表为

$$w(y, t) = \sum_{j=1}^{\infty} w_j(y, t), \quad (5)$$

其中

$$w_j(y, t) = Y_j(y) T_j(t) \quad (6)$$

为相应于第 j 个主振型的板的挠度。将式(5)、(6) 代入式(2), 可得以下二方程

$$\ddot{T}_j(t) + \omega_j^2 T_j(t) = 0, \quad (7)$$

$$Y_j^{(4)}(y) - \frac{N_1}{D(y)} Y_j''(y) + \frac{1}{D(y)} [k - m(y) \omega_j^2] Y_j(y) = 0, \quad (8)$$

式中, ω_j 为板的第 j 阶固有频率。

方程(7) 之通解为

$$T_j(t) = T_j(0) \cos \omega_j t + \frac{T_j'(0)}{\omega_j} \sin \omega_j t \quad (9)$$

式中, $T_j(0), T_j'(0)$ 为函数 $T_j(t)$ 的初参数, 可由振动的初始条件确定。

方程(8) 之通解为

$$\begin{aligned} Y_j(y) = & Y_j(0) \sum_{i=1}^n (\langle y - y_{i-1} \rangle^0 - \langle y - y_i \rangle^0) W^{(i-1)} \phi_1(\alpha_1, \beta_1, y) + \\ & Y_j'(0) \sum_{i=1}^n (\langle y - y_{i-1} \rangle^0 - \langle y - y_i \rangle^0) W^{(i-1)} \phi_2(\alpha_1, \beta_1, y) + \\ & Y_j''(0) \sum_{i=1}^n (\langle y - y_{i-1} \rangle^0 - \langle y - y_i \rangle^0) W^{(i-1)} \phi_3(\alpha_1, \beta_1, y) + \\ & Y_j'''(0) \sum_{i=1}^n (\langle y - y_{i-1} \rangle^0 - \langle y - y_i \rangle^0) W^{(i-1)} \phi_4(\alpha_1, \beta_1, y), \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $Y_j(0), Y_j'(0), Y_j''(0), Y_j'''(0)$ 为主振型函数 $Y_j(y)$ 的初参数, 可由板的边界条件确定; ϕ_1

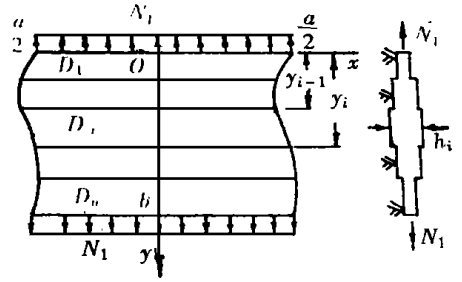


图 1 文克尔地基上中面单向受拉的阶梯式单向矩形薄板

$\sim \phi_4$ 为影响函数, 其定义与分段常数 α_i, β_i 及 $N_1/D_i, (k - m_i\omega_j^2)/D_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 有关, 在下列有关影响函数及其微分关系的讨论中, $i = 1, 2, \dots, n$ •

1. N_1 为拉力且 $k - m_i\omega_j^2 > 0$ •

1) $N_1^2 + 4Dm_i\omega_j^2 > 4Dik$ •

令 $\alpha_i = N_1/2D_i, \beta_i = \sqrt{N_1^2 - 4D_i(k - m_i\omega_j^2)}/2D_i,$

则有

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= \frac{1}{2\beta_i} [(\beta_i - \alpha) \operatorname{ch} \sqrt{\alpha + \beta_i}(y - y_{i-1}) + \\ &\quad (\alpha + \beta_i) \operatorname{ch} \sqrt{\alpha - \beta_i}(y - y_{i-1})], \\ \phi_2(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= \frac{1}{2\beta_i} \left[\frac{\beta_i - \alpha}{\sqrt{\alpha + \beta_i}} \operatorname{sh} \sqrt{\alpha + \beta_i}(y - y_{i-1}) + \right. \\ &\quad \left. \frac{\alpha + \beta_i}{\sqrt{\alpha - \beta_i}} \operatorname{sh} \sqrt{\alpha - \beta_i}(y - y_{i-1}) \right], \\ \phi_3(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= \frac{1}{2\beta_i} [\operatorname{ch} \sqrt{\alpha + \beta_i}(y - y_{i-1}) - \\ &\quad \operatorname{ch} \sqrt{\alpha - \beta_i}(y - y_{i-1})], \\ \phi_4(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= \frac{1}{2\beta_i} \left[\frac{1}{\sqrt{\alpha + \beta_i}} \operatorname{sh} \sqrt{\alpha + \beta_i}(y - y_{i-1}) - \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{\sqrt{\alpha - \beta_i}} \operatorname{sh} \sqrt{\alpha - \beta_i}(y - y_{i-1}) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

2) $N_1^2 + 4Dm_i\omega_j^2 = 4Dik$ •

令 $\alpha_i^2 - \beta_i^2 = N_1/2D_i, (\alpha_i^2 + \beta_i^2)^2 = (k - m_i\omega_j^2)/D_i,$ 即 $\alpha_i = \sqrt{N_1/2D_i}, \beta_i = 0,$ 则有

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= - [\alpha_i(y - y_{i-1}) \operatorname{sh} \alpha(y - y_{i-1}) - \\ &\quad 2 \operatorname{ch} \alpha_i(y - y_{i-1})] / 2, \\ \phi_2(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= [3 \operatorname{sh} \alpha(y - y_{i-1}) - \alpha(y - y_{i-1}) \times \\ &\quad \operatorname{ch} \alpha_i(y - y_{i-1})] / 2\alpha_i, \\ \phi_3(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= (y - y_{i-1}) \operatorname{sh} \alpha(y - y_{i-1}) / 2\alpha_i, \\ \phi_4(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= - [\operatorname{sh} \alpha(y - y_{i-1}) - \alpha(y - y_{i-1}) \times \\ &\quad \operatorname{ch} \alpha_i(y - y_{i-1})] / 2\alpha_i^3. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

3) $N_1^2 + 4Dm_i\omega_j^2 < 4Dik$ •

令 $\alpha_i^2 - \beta_i^2 = N_1/2D_i, (\alpha_i^2 + \beta_i^2)^2 = (k - m_i\omega_j^2)/D_i,$

即

$$\alpha_i = \sqrt{D_i [N_1 + 2 \sqrt{D_i (k - m_i\omega_j^2)}] / 2D_i}$$

$$\beta_i = \sqrt{D_i [-N_1 + 2 \sqrt{D_i (k - m_i\omega_j^2)}] / 2D_i}, \text{ 则有}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \psi_1(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= \frac{\beta_i^2 - \alpha_i^2}{2\alpha_i\beta_i} \text{sh } \alpha_i(y - y_{i-1}) \sin \beta_i(y - y_{i-1}) + \\
 &\quad \text{ch } \alpha_i(y - y_{i-1}) \cos \beta_i(y - y_{i-1}), \\
 \psi_2(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= \frac{1}{2(\alpha_i^2 + \beta_i^2)} \left[\frac{3\alpha_i^2 - \beta_i^2}{\alpha_i} \text{sh } \alpha_i(y - y_{i-1}) \cos \beta_i(y - y_{i-1}) + \right. \\
 &\quad \left. \frac{3\beta_i^2 - \alpha_i^2}{\beta_i} \text{ch } \alpha_i(y - y_{i-1}) \sin \beta_i(y - y_{i-1}) \right], \\
 \psi_3(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= \frac{1}{2\alpha_i\beta_i} \text{sh } \alpha_i(y - y_{i-1}) \sin \beta_i(y - y_{i-1}), \\
 \psi_4(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= -\frac{1}{2(\alpha_i^2 + \beta_i^2)} \left[\frac{1}{\alpha_i} \text{sh } \alpha_i(y - y_{i-1}) \cos \beta_i(y - y_{i-1}) - \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{\beta_i} \text{ch } \alpha_i(y - y_{i-1}) \sin \beta_i(y - y_{i-1}) \right].
 \end{aligned} \right\} (13)$$

上述三种情况下的影响函数之间的微分关系,可统一用下式表示

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\psi}_1(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= -D_i^{-1}(k - m_i\omega_f^2)\psi_4(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}), \\
 \dot{\psi}_2(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= \psi_1(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}), \\
 \dot{\psi}_3(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= \psi_2(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) + N_1 D_i^{-1}\psi_4(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}), \\
 \dot{\psi}_4(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}) &= \psi_3(\alpha_i, \beta_i, y - y_{i-1}).
 \end{aligned} \right\} (14)$$

2. N_1 为拉力且 $k - m_i\omega_f^2 < 0$ •

影响函数只有一种形式•

若取 α_i 和 β_i 分别与式(11)中的相同,并将式(11)之各式第二项中的 ch 变为 \cos , sh 变为 \sin , $\sqrt{\alpha_i - \beta_i}$ 变为 $\sqrt{\beta_i - \alpha_i}$,则这种情况下的影响函数及其微分关系,仍可用式(11)及式(14)表示•

3. N_1 为压力且 $k - m_i\omega_f^2 > 0$ •

若将式(11)之各式中的 ch 变为 \cos , sh 变为 \sin ,并将其第3、4式等号右端各项改变符号;将式(12)之各式中的 sh 变为 \sin , ch 变为 \cos ,并将其第1式等号右端第一项及第4式等号右端各项改变符号,将式(13)之各式中的 α_i 与 β_i 互换位置;改变式(14)之第3式中 N_1 项前的符号,则此类情况下的影响函数及其微分关系,仍可分别用式(11)、(12)、(13)及式(14)表示• 这三种情况下的 α_i 、 β_i 分别与式(11)、(12)、(13)中的相同•

4. N_1 为压力且 $k - m_i\omega_f^2 < 0^*$ •

影响函数只有一种形式•

若取 α_i 和 β_i 分别与式(11)中的相同,并将式(11)之各式等号右端第一项中的 ch 变为 \cos , sh 变为 \sin ,第二项中的 $\sqrt{\alpha_i - \beta_i}$ 变为 $\sqrt{\beta_i - \alpha_i}$,同时改变第3、4式等号右端各项的符号;改变式(14)之第3式中 N_1 项前的符号,则这种情况下的影响函数及其微分关系,仍可用式(11)及式(14)表示• 此处导出的各种情况下的影响函数,亦可用于求解相应情况下梁和板的静力弯曲或稳定性问题•

W 算子的定义及运算规则见文[2]•

将式(9)、(10)代入式(6),再代入式(5),便得偏微分方程(2)之通解,亦即板自由振动的挠度

$$w(y, t) = \sum_{j=1}^{\infty} Y_j(y) \left[T_j(0) \cos \omega_j t + \frac{\dot{T}_j(0)}{\omega_j} \sin \omega_j t \right] \tag{15}$$

1.2 固有频率的求法

由式(8)可得板的固有频率表达式

$$\omega_j^2 = \frac{1}{Y_j(y)} Y_j^{(4)}(y) \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{m_i} (\langle y - y_{i-1} \rangle^0 - \langle y - y_i \rangle^0) + \left[k - \frac{N_1}{Y_j(y)} Y_j''(y) \right] \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i} (\langle y - y_{i-1} \rangle^0 - \langle y - y_i \rangle^0) \tag{16}$$

具体求频率时,可用表 1 给出的频率方程^[6]。

表 1 文克尔地基上中面单向受拉(压)的阶梯式单向矩形薄板的频率方程

$y = 0, y = b$ 两边支承	固 定	简 支	自 由	弹性支承	弹性嵌固
频率 方程	$\begin{vmatrix} A_3 & A_4 \\ A'_3 & A'_4 \end{vmatrix} = 0$	$\begin{vmatrix} A_2 & A_4 \\ A'_2 & A'_4 \end{vmatrix} = 0$	$\begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_4 \\ B_{10} & B_{20} & B_{40} \\ B_{1b} & B_{2b} & B_{4b} \end{vmatrix} = 0$	$\begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_4 \\ C_{10} & C_{20} & C_{40} \\ C_{1b} & C_{2b} & C_{4b} \end{vmatrix} = 0$	$\begin{vmatrix} A_2 & A_3 & A_4 \\ D_{20} & D_{30} & D_{40} \\ D_{2b} & D_{3b} & D_{4b} \end{vmatrix} = 0$

表中 $A_q = W^{(q-1)} \phi_q(\alpha_1, \beta_1, b)$,
 $B_{ry} = D_i [W^{(i-1)} \phi_r(\alpha_1, \beta_1, y)] \ominus - N_1 [W^{(i-1)} \phi_r(\alpha_1, \beta_1, y)]' \textcircled{2}$,
 $C_{ry} = k_w W^{(i-1)} \phi_r(\alpha_1, \beta_1, y) - D_i [W^{(i-1)} \phi_r(\alpha_1, \beta_1, y)] \oplus + N_1 [W^{(i-1)} \phi_r(\alpha_1, \beta_1, y)]'$,
 $D_{sy} = k_\phi [W^{(i-1)} \phi_s(\alpha_1, \beta_1, y)]' + D_i [W^{(i-1)} \phi_s(\alpha_1, \beta_1, y)]''$,

式中: $q = 1, 2, 3, 4; r = 1, 2, 4; s = 2, 3, , 4; y$ 只取 $0, b, i$ 只取 $1, b, y = 0$ 时, $i = 1, y = b$ 时, $i = n; \text{“}'\text{”}$ 、 $\text{“}''\text{”}$ 和 $\text{“}\oplus\text{”}$ 分别表示相应项对 y 的 1、2、3 阶导数。 k_w 与 k_ϕ 分别为文[6]中所述垂直线弹簧与螺旋弹簧的弹簧常数。 N_1 为压力时,应改变其项前符号。

1.3 算 例

图 2 所示文克尔地基上的二级阶梯单向矩形薄板,宽度 $b = 3\text{m}$, 阶梯衔接处坐标为 $y = 1\text{m}$, 抗弯刚度 $D_1/2 = D_2 = D = 1.37 \times 10^7 \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{m}$ 。 材料的密度 $\gamma = 2400 \text{kg}/\text{m}^3$, 弹性模量 $E = 21.4 \text{GPa}$, 泊松比 $\mu = 0.15$, 地基系数 $k = 2 \times 10^7 \text{N}/\text{m}^3$ 。 板的 $y = 0$ 与 $y = b$ 两边固定, 板边压力 $N_1 = 50 \text{kN}/\text{m}$ 。 求其自由振动的挠度和一、二阶固有频率。

解: 由式(10)和边界条件,可得板的主振型函数

$$Y_j(y) = Y_j''(0) [(1 - \langle y - 1 \rangle^0) \phi_3(\alpha_1, \beta_1, y) + \langle y - 1 \rangle^0 W \phi_3(\alpha_1, \beta_1, y)] + Y_j^\ominus(0) [(1 - \langle y - 1 \rangle^0) \phi_4(\alpha_1, \beta_1, y) + \langle y - 1 \rangle^0 W \phi_4(\alpha_1, \beta_1, y)]$$

假设,有 $k - m_i \omega_j^2 < 0, i = 1, 2$, 则 $\phi_1 \sim \phi_4$ 由情况 * 给出,其中

② 由文[2]知, $W^{(0)} \phi_r = \phi_r$

$$\alpha_1 = N \sqrt{4D},$$

$$\beta_1 = \sqrt{N_1^2 - 8D(k - m_1 \omega_j^2)} / 4D,$$

$$\alpha_2 = N \sqrt{2D},$$

$$\beta_2 = \sqrt{N_1^2 - 4D(k - m_2 \omega_j^2)} / 2D.$$

频率方程为

$$\begin{vmatrix} [W\phi_3(\alpha_1, \beta_1, y)]_{y=b} & [W\phi_4(\alpha_1, \beta_1, y)]_{y=b} \\ [W\phi_3(\alpha_1, \beta_1, y)]_{y=b} & [W\phi_4(\alpha_1, \beta_1, y)]_{y=b} \end{vmatrix} = 0.$$

将各影响函数分别展开为泰勒级数, 取前两项代入上式, 所得板的一、二阶固有频率示于表 2

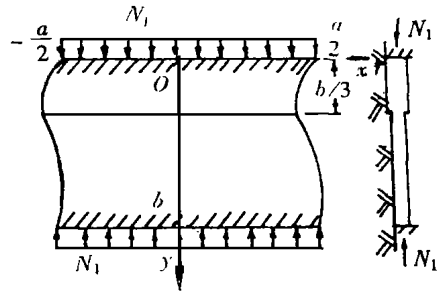


图 2 文克尔地基上单向压曲的二级阶梯单向矩形薄板

表 2 板的固有频率

固有频率	rad/s	$\frac{1}{b^2} \sqrt{\frac{D}{m_1}}$	$\alpha_1 (10^{-4} \text{m}^{-2})$	$\alpha_2 (10^{-3} \text{m}^{-2})$	$\beta_1 (\text{m}^{-2})$	$\beta_2 (\text{m}^{-2})$
ω_1	382.3006	4.7558 ²	9.1241	1.8248	1.5582	1.8853
ω_2	1458.0238	9.2876 ²			6.7231	8.4540

表中, $m_1 = 592 \text{kg/m}^2$ 。由此便可求出主振型函数, 进而求得板自由振动的挠度。此处, $Y_j^{\prime}(0)$ 、 $Y_j^{\circ}(0)$ 为任意常数。

2 强迫振动

在动载荷 $q(y, t)$ 作用下, 板强迫振动的微分方程为

$$D(y) \frac{\partial^4 w(y, t)}{\partial y^4} - N_1 \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial y^2} + kw(y, t) + m(y) \frac{\partial^2 w(y, t)}{\partial t^2} = q(y, t). \quad (17)$$

根据模态分析法, 将方程(17)的通解表为

$$w(y, t) = \sum_{j=1}^{\infty} Y_j(y) T_j(t), \quad (18)$$

式中, $Y_j(y)$ 为正则化的主振型函数, $T_j(t)$ 为与之相应的广义坐标。将式(18)代入方程(17), 可得其通解, 亦即板的动力响应

$$w(y, t) = \sum_{j=1}^{\infty} Y_j(y) \left[T_j(0) \cos \omega_j t + \frac{T_j^{\prime}(0)}{\omega_j} \sin \omega_j t \right] + w_0(y, t), \quad (19)$$

式中, $T_j(0)$ 、 $T_j^{\prime}(0)$ 分别为广义坐标和广义速度的初值, 可由初始条件及式(18)确定, $w_0(y, t)$ 为强迫振动响应

$$w_0(y, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{Y_j(y)}{M_j \omega_j} \int_0^t Q_j(\tau) \sin \omega_j(t - \tau) d\tau, \quad (20)$$

式中 $Q_j(t) = \int_0^b q(y, t) Y_j(y) dy, \quad (21)$

$$M_j = \int_0^b m(y) Y_j^2(y) dy. \quad (22)$$

分别为与广义坐标相应的第 j 阶广义力和广义质量。

当 N_1 为压力时, 应将式(1)、(2)、(8)、(16)、(17) 中的 N_1 反号。

用奇异函数不难求得文克尔地基上中面单向受拉(压)的阶梯式单向矩形薄板在不同形式横向载荷作用下的强迫振动响应。

[参 考 文 献]

- [1] Ercoli L, Laura P A A. Analytical and experimental investigation on vibrating, continuous rectangular plates of non_uniform thickness[J]. Journal of Sound and Vibration, 1987, 112(3): 447~ 454.
- [2] 张英世, 王燮山. 文克尔地基上阶梯式单向矩形薄板的振动[J]. 应用数学和力学, 1998, 19(2): 157 ~ 164.
- [3] 张英世, 蒋持平. 阶梯式矩形板的振动[J]. 应用力学学报, 1998, 15(4): 109~ 115.
- [4] 张英世. 文克尔地基上阶梯式矩形薄板的振动[J]. 应用数学和力学, 1999, 20(5): 535~ 542.
- [5] 张英世, 顾煜炯. 中面单向受拉(压)的阶梯式矩形薄板的振动[J]. 上海力学, 1999, 20(4): 437~ 442.
- [6] 曹志远. 板壳振动理论[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1989, 16_33, 182~ 183.

Vibrations of Stepped One_Way Thin Rectangular Plates Subjected to in_Plane Tensile/ Compressive Force in y _Direction on Winkler' s Foundation

Zhang Yingshi

(Division 508, Department of Flight Vehicle Design and Applied Mechanics ,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics , Beijing 100083, P R China)

Abstract: Differential equations of free/ forced vibrations of n _step one_way thin rectangular plates subjected to in_plane tensile/ compressive force in y _direction on Winkler' s foundation are established by using singular functions, their general solutions solved for, expression of vibration mode function and frequency equation on usual supports derived with W operator. Influence functions for various cases deduced here may also be used to resolve problems of static buckling or stability for beams and plates in relevant circumstances.

Key words: rectangular plate; free vibration; forced vibration; response; Winkler' s foundation; subjected to in_plane tensile/ compressive force; stepped