

多机器人协调吊运系统逆运动学分析及优化^{*}

赵志刚¹, 王砚麟¹, 苏程¹, 李劲松², 季钢²

(1. 兰州交通大学 机电工程学院, 兰州 730070;
2. 上海交通大学 机械与动力工程学院, 上海 200030)

摘要: 针对紧耦合多机器人协调吊运系统的逆运动学问题进行了分析,首先利用几何关系和力旋量平衡方程建立了系统的运动学模型和动力学模型;然后对系统的逆运动学进行分析,将其分为变柔索长度和固定柔索长度两种情况分别进行分析;随后对运动学逆解在某一时刻存在无穷多解、多组解和无解的情况分别给出了解决方法,对存在多组解的情况,提出一优化目标求解最优解;最后结合软件UG/ADAMS/MATLAB建立了系统的实验平台,通过实例仿真计算验证了方法的有效性,为后续进一步研究系统运动稳定性、优化拉力分布和控制算法奠定了基础。

关键词: 紧耦合; 多机器人系统; 协调吊运系统; 逆运动学

中图分类号: TP391

文献标志码: A

doi: 10.21656/1000-0887.370147

引言

多机器人协调操作技术被列入《中国制造2025》十大重点领域技术,并将多机器人协作技术列为重点产品之一,期望在2020至2025年多机协作技术能够取得突破性的进展.用柔索驱动被吊运物的多机器人协作系统具有负载能力强、运动灵活、工作空间的可扩展性高以及系统可拆/装模块化程度高等优点^[1],因此,已在3D打印机、风洞试验和射电望远镜^[2]等领域得以应用.柔索对被吊运物只能提供单向的约束,所以该类系统仍然面临着许多亟待解决的问题,例如,轨迹规划、运动稳定性评价和控制等.

多机器人柔索驱动并联机器人在国外研究起步比较早,已经初步形成了一定的理论体系,Michael, Kumar团队采用Hesse矩阵分析了多直升机吊运系统的静稳定性问题,并讨论了多机吊运系统空间配置^[3].Barnett等^[4]对柔索驱动大规模3D打印机器人的控制误差和动力学进行了研究,但主要是针对不同的打印材料对成型产品的影响.Maza, Kondak等做了3架无人直升机协调吊运实验^[5],但仅限于硬件结构的基本问题研究,对系统实质性问题没有讨论,例如载荷分配、内力控制等.Bosscher等应用运动旋量斜率^[6]的方法对多机器人吊运系统的运动稳定性进行了初步的相关研究.国内也有相关学者对该类系统进行了深入的研究,但也有明显的落后趋势,Zheng(郑亚青)等^[7-8]设计了不同的吊运结构,但将整个吊运系统做成了特定机

^{*} 收稿日期: 2016-05-13; 修订日期: 2016-07-18

基金项目: 国家自然科学基金(51265021);高等学校博士学科点专项科研基金新教师类资助课题(20126204120004);教育部科学技术研究重点项目(212184);甘肃省自然科学基金(1212RJZA067)

作者简介: 赵志刚(1975—),男,教授,博士,硕士生导师;
王砚麟(1992—),男,硕士生(通讯作者. E-mail: wangyanlin0513@21cn.com).

构,在很大程度上限制了系统的运动性能,例如,运动灵活性和系统柔性等均会降低。Zi(訾斌)等^[9-10]对柔索并联机器人的动力学、静态工作空间和运动误差模型进行了研究,但固定了机器人末端,仅通过滑轮调节柔索长度的变化以实现被吊运物 3 个平移自由度的运动。赵志刚等^[11-12]对 6 自由度柔索并联机器人逆运动学和静态工作空间进行了分析,但在逆运动学分析时,限制被吊运物仅沿某一个轴移动或绕某一个轴转动进行逆解分析,在实际工程应用中难以完成较复杂的任务。Li 等^[13]对该类系统的逆运动学做了一定的研究,在柔索长度固定的情况下,得到的各机器人末端运动轨迹很不光滑,在实际控制中也无法应用。

该类系统逆运动学分析和逆解优化对系统轨迹规划和控制算法的研究具有较大的理论意义和工程价值。因此本文利用 3 台末端具有 3 个平动自由度的机器人建立了 6 自由度吊运系统,首先依据几何关系和被吊运物的力旋量平衡方程分别建立了吊运系统的运动学和动力学模型。随后,对系统的逆运动学进行了分析,讨论了无穷解、多组解及无解问题的处理方法,并对存在多组解问题给出了优化求解的优化目标。最后,结合软件建立了虚拟实验平台,并通过实例仿真验证了方法的有效性。

1 运动学和动力学建模

柔索驱动多机器人协调吊运系统是由模块化的串联机器人、柔索和被吊运物组成的并联机器人系统,三者之间存在很强的力学耦合性。系统空间构型如图 1 所示。

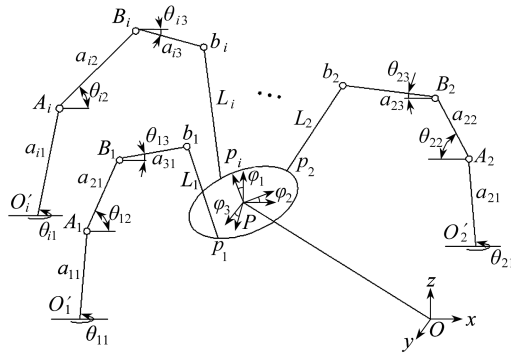


图 1 吊运系统空间构型

Fig. 1 The spatial configuration of the lifting system

被吊运物 P 通过柔索悬挂在各机器人下方,其中, $\{O\}$ 为全局坐标系, $\{P\}$ 为被吊运物体坐标系, b_i 为柔索与机器人末端的连接结点, A_i 和 B_i 分别为各机器人第一、第二关节运动副, a_{ij} 为第 i 台机器人的第 j 根连杆的有效长度, θ_{ij} 表示各机器人的关节角位移, p_i 为柔索与被吊运物之间的连接结点, L_i 为柔索位置矢量, $R_r(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ 为被吊运物的姿态, $P(x, y, z)$ 为被吊运物的位置。被吊运物空间位姿的变化可通过调节机器人末端位置和柔索长度来调整。柔索长度可由机器人末端的绕线轮来调节。在实际工程应用中机器人的个数和种类可根据实际任务的需要进行配置。本文将 3 台机器人协同吊运同一重物为例,进行吊运系统逆运动学问题的分析。

由于单机器人的相关研究已经成熟,因此本文主要讨论吊运系统的相关特性。

由图 1 几何关系可知柔索长度为

$$L_i = \sqrt{(x_{p_i} - x_{b_i})^2 + (y_{p_i} - y_{b_i})^2 + (z_{p_i} - z_{b_i})^2} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (1)$$

其中, (x_{bi}, y_{bi}, z_{bi}) 表示机器人末端在全局坐标系 $\{O\}$ 的位置坐标, (x_{pi}, y_{pi}, z_{pi}) 表示柔索与被吊运物的连接点在全局坐标系 $\{O\}$ 的位置坐标, 且有

$$\begin{bmatrix} x_{pi} \\ y_{pi} \\ z_{pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + {}^O R_p \begin{bmatrix} {}^P x_{pi} \\ {}^P y_{pi} \\ {}^P z_{pi} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (2)$$

其中, $[{}^P x_{pi} \quad {}^P y_{pi} \quad {}^P z_{pi}]^T$ 为 p_i 在体坐标系 $\{P\}$ 中的位置, ${}^O R_p$ 为旋转矩阵:

$${}^O R_p = R_z(\varphi_3) R_y(\varphi_2) R_x(\varphi_1) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 & 0 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & 0 & \sin \varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & 0 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ 0 & \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix}.$$

被吊运物的运动速度为 $(\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega})$, 其中, \mathbf{v} 为被吊运物的平移速度, $\boldsymbol{\omega}$ 为被吊运物的角速度, 有

$$\mathbf{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right), \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \left(\frac{d\varphi_1}{dt}, \frac{d\varphi_2}{dt}, \frac{d\varphi_3}{dt} \right). \quad (4)$$

被吊运物在柔索拉力 \mathbf{T} 的驱动下运动, 在忽略柔索自身质量和弹性变形量的前提下, 则被吊运物的力旋量平衡方程为

$$\mathbf{J}^T \mathbf{T} = \mathbf{F}, \quad (5)$$

其中, $\mathbf{T} > 0$ 为柔索拉力, 且 $\mathbf{T} = [T_1, T_2, T_3]^T$, $T_i \in [T_{\min}, T_{\max}]$, T_{\min} 为柔索最小预紧力, T_{\max} 为柔索最大许可拉力, 所以 $T_{\min} < T_i < T_{\max}$; \mathbf{F} 为被吊运物受到的外力旋量, 由 6 个分量组成的列向量:

$$\mathbf{F} = \left[\left(M \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right)^T, \left([J_x, J_y, J_z] \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \right)^T \right]^T, \quad (6)$$

其中, M 为被吊运物的质量, J_x, J_y, J_z 分别表示被吊运物绕 x, y, z 轴的旋转惯量.

$\mathbf{J}^T = [J_1, J_2, J_3]$ 为一个旋量系, 也是系统的结构矩阵, 且

$$J_i = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_i \\ ({}^O R_p {}^P P) \times \mathbf{e}_i \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (7)$$

其中 \mathbf{e}_i 为柔索单位向量:

$$\mathbf{e}_i = \frac{\mathbf{L}_i}{\|\mathbf{L}_i\|} = \frac{{}^O P_i - {}^O b_i}{\|{}^O P_i - {}^O b_i\|} \quad (i = 1, 2, 3). \quad (8)$$

联立式(3)~(8)可得到系统的动力学模型.

2 逆运动学分析和优化

逆运动学是指在已知被吊运物的期望运动时, 求解各机器人末端运动和柔索长度变化情况. 由系统运动学和动力学模型可知, 运动学和动力学共可列出 9 个方程, 而柔索长度 L_i 和柔索拉力 \mathbf{T} 共有 6 个未知量, 机器人末端位置 (x_{bi}, y_{bi}, z_{bi}) 有 9 个未知量, 共计 15 个未知量, 未知量个数多于方程个数, 直接求解该系统的逆运动学是不可能的. 所以根据实际工程应用对该系统添加约束条件成为求解逆运动学的必要条件, 可将其分为两类情况进行分析: ① 变柔索长度; ② 固定柔索长度. 在工程操作时可以根据实际需要将两类情况结合起来使用, 建立两个

不同的子系统进行控制,以实现被吊运物的运动期望。

2.1 变柔索长度

变柔索长度是指各机器人末端固定,通过机器人末端的绕线轮调整柔索长度以实现被吊运物的期望运动,考虑到各柔索互不干扰,因此将各机器人末端固定在同一水平面内的等边三角形的顶点处.此时,各机器人末端在全局坐标系 $\{O\}$ 中的坐标分别为 ${}^0b_1(0, \sqrt{3}A/3, H)$, ${}^0b_2(-A/2, -\sqrt{3}A/6, H)$, ${}^0b_3(A/2, -\sqrt{3}A/6, H)$,其中 H 为机器人末端所在水平面的高度, A 为机器人末端之间的距离,此时方程式(1)可写为

$$\begin{cases} L_1 = \sqrt{(-x_{p1})^2 + (A/\sqrt{3} - y_{p1})^2 + (H - z_{p1})^2}, \\ L_2 = \sqrt{(-A/2 - x_{p2})^2 + (-\sqrt{3}A/6 - y_{p2})^2 + (H - z_{p2})^2}, \\ L_3 = \sqrt{(A/2 - x_{p3})^2 + (-\sqrt{3}A/6 - y_{p3})^2 + (H - z_{p3})^2}. \end{cases} \quad (9)$$

在变柔索长度的情况下,未知量只有柔索长度 L_i 和柔索拉力 T 共6个变量,由方程式(5)和(9)可以得到柔索长度 L_i 和柔索拉力 T 的表达式,在给定的被吊运物的位姿时,可以得到系统的运动学逆解。

2.2 固定柔索长度

固定柔索长度是指将柔索长度固定为 L ,通过调整机器人末端位置 (x_{bi}, y_{bi}, z_{bi}) 实现被吊运物的位姿调整,为计算方便,使各机器人末端在同一面内运动,本文假定在水平面 $z_{bi} = H$ 内运动,此时,柔索长度方程(1)可写为

$$L = \sqrt{(x_{pi} - x_{bi})^2 + (y_{pi} - y_{bi})^2 + (H - z_{bi})^2} \quad (i = 1, 2, 3). \quad (10)$$

在固定柔索长度的情况下,未知量只有 (x_{bi}, y_{bi}) ($i = 1, 2, 3$)和柔索拉力 T 共9个,而由式(5)和(10)共有9个方程,在给定的被吊运物的位姿时,可以得到系统的运动学逆解。

2.3 逆运动学分析和优化

在已知被吊运物的位姿时,求解各机器人末端运动或柔索长度变化情况,尤其是对固定柔索长度的情况,在某一时刻存在无穷多解、多组解以及无解的情况,针对这3种情况分别进行如下处理:

(I) 在某一时刻存在无穷多解的情况下,舍去不符合要求的解,如虚数解、柔索拉力小于等于0或大于柔索可承受范围等,甚至可以根据实际情况添加约束条件,取各柔索拉力的大小值接近的解,有利于提高被吊运物的运动稳定性.如通过系数 $K = T_i/T_{\max}$ 进行判断,若 K 趋近于1,则表明柔索拉力越接近,可优先选取为可行解。

(II) 在某一时刻存在多组解的情况下,要考虑机器人运动控制的性能,即考虑机器人末端运动轨迹的平滑性等方面进行优化处理。

(III) 在某一时刻不存在符合要求的解的情况下,可以通过上一时刻和下一时刻解的平均值进行插值处理,同样有利于提高机器人末端运动轨迹和柔索拉力变化的平缓程度。

通过以上处理仍然会在某一时刻有多组解的情况,为机器人控制方便和被吊运物运动稳定等因素考虑,尽可能提高机器人末端运动轨迹和柔索拉力变化的平缓程度,故而对存在多组解的情况还需要进行优化处理,给出以下优化目标:

$$\xi = \min \left\{ \sum_{t=0}^{t_{\max}} \left[\frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m (S_i^t - E^t(S))^2 \right) \right] \right\}, \quad (11)$$

其中, m 为 t 时刻被优化参数的逆解个数, S_i^t 为 t 时刻第 i 个被优化参数的解, $E^t(S)$ 为 t 时刻被

优化参数的算术平均值

$$E'(S) = \frac{S'_1 + S'_2 + \dots + S'_m}{m}. \quad (12)$$

采用最小方差作为优化目标是因为最小方差可以使得到的运动学逆解变化均匀平滑.若 S 为机器人末端位置坐标,则 ξ 可表示机器人末端位置速度的倍数, ξ 可评价机器人末端运动轨迹的平滑程度;若 S 为柔索拉力,则 ξ 表示柔索拉力的变化情况, ξ 可用来评价柔索拉力变化的平滑程度;若 S 为柔索长度,则 ξ 表示柔索长度变化的速度, ξ 可用来评价柔索长度收缩的平滑程度.

3 实例仿真分析

由上述逆运动学分析可知,在已知吊运物位姿时,即可求得该系统在对应情况下的运动学逆解.假设吊运物质量 $M = 100 \text{ kg}$,吊运物与柔索结点间的距离为 $l = 0.5 \text{ m}$,吊运物质心 P 的期望运动轨迹为

$$\begin{cases} x = 0.25\cos t + 0.5, \\ y = 0.25\sin t + 0.5, \\ z = 0.5, \\ \varphi_1 = t/120, \\ \varphi_2 = t/120, \\ \varphi_3 = t/120, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 6.3. \quad (13)$$

由式(13)可知,吊运物质心是以 0.25 m/s 的速率在以 $(0.5 \text{ m}, 0.5 \text{ m}, 0.5 \text{ m})$ 为圆心, 0.25 m 为半径的平面圆上运动.图 2 显示了吊运物的运动期望轨迹,其中 P 表示吊运物质心的运动轨迹, p_1, p_2 和 p_3 分别表示了吊运物与柔索之间连接点的运动轨迹.

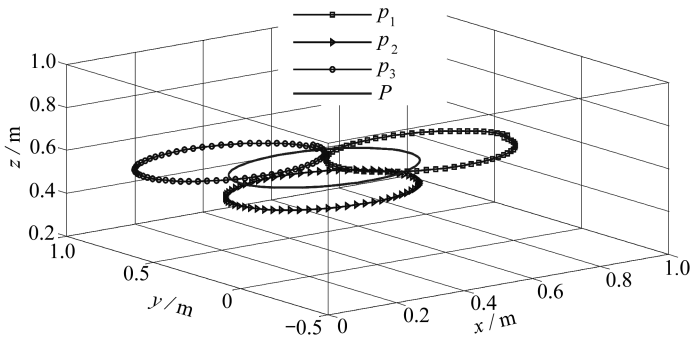


图 2 吊运物及结点运动期望轨迹

Fig. 2 The expected trajectories of the lifted object and the nodes

由文献[13]可知在变柔索长度情况下柔索长度和拉力变化平滑,因此接下来以固定柔索长度为例,通过 MATLAB 编程计算各机器人末端的运动及柔索拉力变化情况.

在柔索长度确定时,通过调整各机器人末端的位置使吊运物按期望的位姿运动.假设柔索长度 $L_i = L = 2 \text{ m}$,各机器人末端在 $z_i = H = 1.5 \text{ m}$ 水平面内运动,柔索最小预紧力 $T_{\min} = 10 \text{ N}$,柔索最大许可拉力 $T_{\max} = 500 \text{ N}$.通过计算发现在每一时刻各变量能得到 8 组数值解,其中存在虚数解和柔索拉力小于等于 0 的解.根据 2.3 小节中的 3 种处理方式和优化算法计算后可得到各机器人末端运动轨迹的优化解.其仿真计算流程图如图 3 所示.

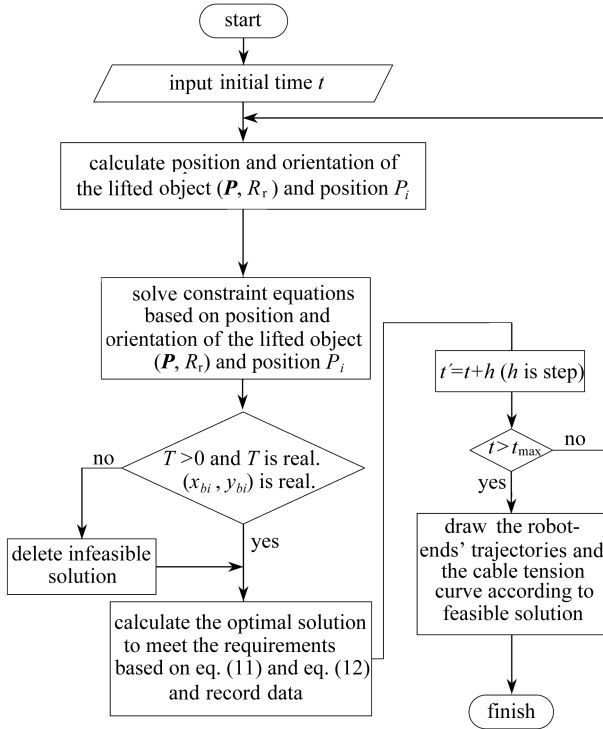


图3 数值计算仿真程序框图

Fig. 3 Flow diagram of numerical simulation

通过上述处理后,得到各机器人末端在 x 和 y 方向上的运动轨迹分别如图 4 和图 5 所示,与此对应各柔索拉力的变化曲线如图 6 所示。

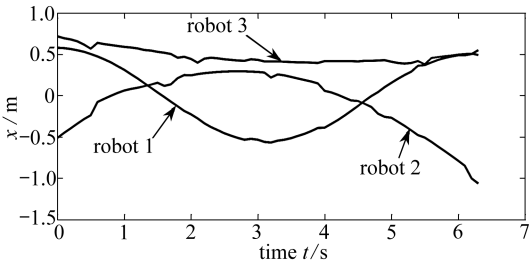


图4 机器人末端 x 方向运动轨迹

Fig. 4 Robot-ends trajectories along the x -axis

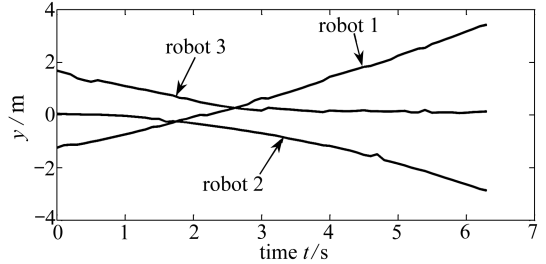


图5 机器人末端 y 方向运动轨迹

Fig. 5 Robot-ends trajectories along the y -axis

由图 4 和图 5 可知机器人末端运动轨迹不是很光滑,但和文献 [13] 中得到的运动轨迹相比明显要光滑很多,而且所得数据可以作为工程实践中较理想的实验数据,从而证明提出的逆解处理方法的可行性,在比较重要的工程应用中还要从控制系统和被吊运物运动稳定性等方面考虑进行深度优化,这也是接下来本课题要重点研究的方向。

为了验证系统模型的正确性,将在 UG 软件中建立的实验模型导入 ADAMS 中,并在 ADAMS 中设置相关实验参数,在 MATLAB 中搭建控制系统,读取定柔索长度情况下各机器人的运动位置,通过接口 ADAMS/Controls 控制机器人末端的运动。在图 4 和图 5 所示运动轨迹数据的驱动下,吊运物质心 P 的运动轨迹如图 7 所示,图 8 为吊运物质心 P 的运动轨迹在 xOy 平面上的投影。

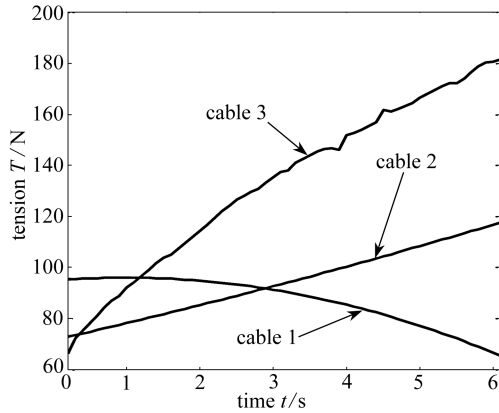
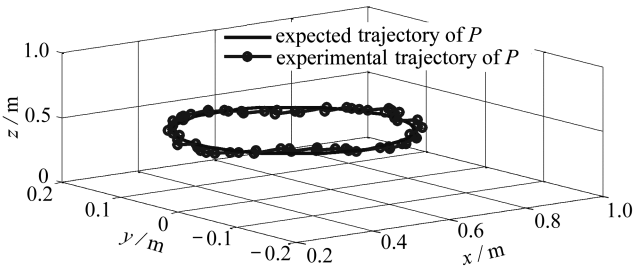
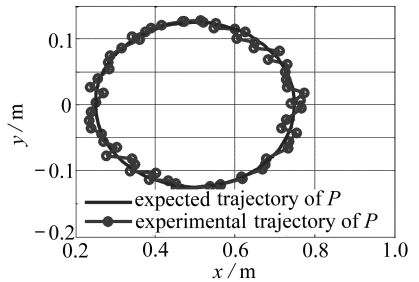


图6 柔索拉力曲线

Fig. 6 Tensions of cables

图7 吊运物质心 P 的运动轨迹Fig. 7 Trajectories of centroid P of the lifted object图8 吊运物质心 P 的运动轨迹在 xOy 上面的投影Fig. 8 The projection of trajectories of centroid P of the lifted object onto the xOy plane

由图7和图8可知,实验轨迹和期望运动轨迹的重合度较高,运动误差为 ± 28 mm,可以满足工程应用的需要,从而证明了系统模型和方法的正确性。

在实际工程应用中,可根据实际任务的需要将以上定柔索长度和变柔索长度的情况结合起来操作被吊运物。

4 结 论

对柔索驱动紧耦合多机器人协调吊运系统的逆运动学进行了分析,首先在建立系统运动学和动力学模型的基础上,将该系统分为变柔索长度和固定柔索长度情况,随后对其进行了逆运动学问题的分析,对该系统逆解在某一时刻存在无穷多解、多组解和无解的情况分别给出了处理方法,紧接着针对多组解问题,给出了运动学逆解优化目标进行优化,最后应用软件UG/ADAMS/MATLAB建立了仿真实验平台,通过实例仿真计算结果验证了该方法的有效性,为后续被吊运物的运动稳定性和控制算法的研究奠定了一定的基础。

参考文献 (References):

- [1] 王砚麟, 赵志刚, 石广田. 多机器人协调吊运系统控制优化仿真[J]. 计算机仿真, 2015, 32(10): 404-408. (WANG Yan-lin, ZHAO Zhi-gang, SHI Guang-tian. Analysis of kinematics and

- control simulation for multi-robot collaboratively towing system[J]. *Computer Simulation*, 2015, **32**(10): 404-408.(in Chinese))
- [2] 赵泽, 仇原鹰. 大射电望远镜 AB 轴机构指点运动与误差分析[J]. *机械科学与技术*, 2016, **35**(4): 584-588.(ZHAO Ze, QIU Yuan-ying. Motion and pointing error of AB-axis mechanism for large radio telescope[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2016, **35**(4): 584-588.(in Chinese))
- [3] Michael N, Fink J, Kumar V. Cooperative manipulation and transportation with aerial robots [J]. *Autonomous Robot*, 2011, **30**(1): 73-86.
- [4] Barnett E, Gosselin C. Large-scale 3D printing with a cable-suspended robot[J]. *Additive Manufacturing*, 2015, **7**: 27-44.
- [5] Maza I, Kondak K, Bernard M, et al. Multi-UAV cooperation and control for load transportation and deployment[J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2010, **57**(1): 417-449.
- [6] Bosscher P, Ebert I. A stability measure for underconstrained cable-driven robots[C]//*Proceedings of 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation*. New Orleans, LA, 2004.
- [7] ZHENG Ya-qing, LIN Qi, WU Jian-po, et al. Analysis of inverse kinematics and dynamics of a novel 6-degree-of-freedom wire-driven parallel gantry crane robot[C]//*IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. Singapore: Suntec Convention and Exhibition Center, 2009: 1786-1792.
- [8] YU Lan, ZHENG Ya-qing. Configuration design and analysis of generalized inverse pose kinematic problem of 6-DOF wire-driven gantry crane robots[C]//*International Conference on Automatic Control and Artificial Intelligence*. Xiamen, 2012: 676-680.
- [9] ZI Bin, QIAN Sen, DING Hua-feng, et al. Design and analysis of cooperative cable parallel manipulators for multiple mobile cranes[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2012, **9**(5): 207. doi: 10.5772/53670.
- [10] QIAN Sen, ZI Bin, ZHANG Dan, et al. Kinematics and error analysis of cooperative cable parallel manipulators for multiple mobile cranes[J]. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2014, **10**(4): 395-409.
- [11] 赵志刚, 腾富军, 石广田, 等. 多机器人联合吊运系统可行域分析与求解[J]. *上海交通大学学报*, 2015, **49**(8): 1174-1180.(ZHAO Zhi-gang, TENG Fu-jun, SHI Guang-tian, et al. Analysis and calculation of feasible region of multi-robot combined lifting system[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2015, **49**(8): 1174-1180.(in Chinese))
- [12] 赵志刚, 腾富军, 石广田, 等. 紧耦合多机器人联合吊运系统逆运动学求解[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2016, **37**(2): 254-260.(ZHAO Zhi-gang, TENG Fu-jun, SHI Guang-tian, et al. The inverse kinematics analysis of multi-robot combined lifting system[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2016, **37**(2): 254-260.(in Chinese))
- [13] LI Wei, ZHAO Zhi-gang, SHI Guang-tian, et al. Inverse dynamics analysis and simulation of a class of under-constrained cable-driven parallel system[J]. *UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering*, 2016, **78**(1): 87-98.

Analysis and Optimization on Inverse Kinematics for Multi-Robot Parallel Lifting Systems

ZHAO Zhi-gang¹, WANG Yan-lin¹, SU Cheng¹, LI Jin-song², JI Gang²

(1. *School of Mechatronic Engineering, Lanzhou Jiaotong University,
Lanzhou 730070, P.R.China;*

2. *School of Mechanical and Power Engineering, Shanghai Jiao Tong University,
Shanghai 200030, P.R.China)*

Abstract: The inverse kinematics problem of close-coupling multi-robot parallel lifting systems was discussed. Firstly, the kinematic and dynamic models for the system were established by means of geometrical relations and wrench balance equations. Secondly, the inverse kinematics for the system, which was divided into two cases of fixed lengths and variable lengths of cables, was analyzed. Subsequently, the ways to solve the problems were given when the inverse kinematics had infinite solutions, multiple solutions or no solution at one moment, respectively. Then the optimization goal for finding the optimum solution was given in the case of multiple solutions. Finally, the numerical experiment platform for the parallel lifting system was established based on software UG/ADAMS/MATLAB, and the parameters of a real system were given for simulation. The simulation results show that, the proposed method effectively solves the multi-solution problem, and provides a foundation for further research on dynamical stability, cable tension optimization and control algorithm design for the system.

Key words: close coupling; multi-robot system; parallel lifting system; inverse kinematics

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(51265021)

引用本文/Cite this paper:

赵志刚, 王砚麟, 苏程, 李劲松, 季钢. 多机器人协调吊运系统逆运动学分析及优化[J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(6): 643-651.

ZHAO Zhi-gang, WANG Yan-lin, SU Cheng, LI Jin-song, JI Gang. Analysis and optimization on inverse kinematics for multi-robot parallel lifting systems[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(6): 643-651.