

后掠翼边界层定常横流涡的非线性演化*

逯学志, 赵磊, 罗纪生

(天津大学 力学系, 天津 300072)

(本刊编委罗纪生来稿)

摘要: 横流失稳是后掠翼边界层主要的失稳形式.实验和数值研究发现在后掠翼边界层转捩之前,有一段较长的非线性幅值饱和阶段,因此线性稳定性不能有效预测横流失稳转捩过程,所以研究横流涡的非线性演化过程就极为必要.以 NLF(2)-0415 翼型为研究模型,在来流 Mach 数为 0.8、后掠角为 45° 、攻角为 -4° 的条件下,用扰动方程计算了定常横流涡非线性演化过程.结果显示非平行性起着更加不稳定的作用.当基本波的幅值到达 0.1 时,非线性作用开始明显.横流涡经历了非线性幅值饱和过程,涡的形状呈现半蘑菇状,涡的涡轴与边界层外缘无粘势流平行.饱和涡使得原有流场发生极大的扭曲,流向速度和展向剖面出现了拐点.

关键词: 后掠翼; 定常横流涡; 非平行性; 幅值饱和; 非线性演化

中图分类号: O354.1; V224*.3 **文献标志码:** A

doi: 10.21656/1000-0887.370152

引 言

流动稳定性及层流-湍流转捩仍旧是流体力学和空气动力学未完全解决的重要问题.在飞行器设计过程中,机翼保持层流能极大地降低壁面摩擦及传热^[1].因此,深入研究转捩机理、预测转捩位置对机翼的优化设计和气动减阻有着十分重要的意义^[2].

后掠翼边界层是一类典型的三维边界层,Saric 和 Reed 等^[3]在他们的综述文献里对三维边界层的失稳类型做了详细的介绍,有 4 种失稳形式:粘性失稳(T-S 失稳)、Görtler 失稳(凹曲壁面)、前缘线失稳、横流失稳.对于后掠翼边界层来说,横流失稳被认为是最危险的失稳形式.

在后掠翼流动中,由于后掠角和弦向压力梯度的共同作用,使得无黏流线在展向平面内弯曲,在边界层内,由于速度减小,而压力梯度沿法向基本不变,所以为使边界层内获得与边界层外缘一样大的向心加速度,边界层内流线的曲率半径必须变小,因此在边界层内有了垂直边界层外缘的速度分量,这一速度分量称为横流^[1],由于横流剖面存在拐点,因此会产生拐点失稳,称为横流失稳.横流失稳是后掠翼转捩的主要原因之一.

横流失稳是由 Gray(1952)首先发现的^[4],他在实验中发现与非后掠翼相比,后掠机翼的

* 收稿日期: 2016-05-16; 修订日期: 2016-07-20

基金项目: 国家自然科学基金(重点项目)(11332007)

作者简介: 逯学志(1986—),男,博士生(E-mail: sdwdupc@tju.edu.cn);

赵磊(1987—),男,博士生(E-mail: zhaolei_tju@163.com);

罗纪生(1954—),男,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: jsluo@tju.edu.cn).

转捩位置相对发生在机翼的更前缘位置,说明横流失稳不同于 T-S 波的失稳.随后人们在实验以及理论数值计算方面对横流失稳做了大量工作.

实验方面,Bippes 等^[5-8]的后掠平板实验,Saric 等^[9-10]的后掠翼实验都对横流失稳的线性阶段和非线性阶段做了比较细致的研究,发现了定常横流涡模态和非定常行进波模态.Bippes 和 Müller^[11]在他们的实验中观察到了定常涡和行进波的非线性饱和现象.Reibert 等^[12]专门实验研究了定常横流涡的非线性饱和过程.实验中还发现:当来流湍流度比较低的时候,定常横流涡主导转捩;当来流湍流度比较高的时候,非定常行进波主导转捩.

理论研究方面,Gregory, Stuart 和 Walker^[13]对三维边界层做了理论研究,导出了三维线性稳定性方程.Mack^[14]在研究中发现,横流失稳包含两种模态:定常横流涡模态和非定常行进波模态,线性稳定性理论预测的最大增长率模态为非定常行进波模态.Reed, Saric 和 Arnal^[15]在综述文章中指出,横流失稳要经历一段较长的非线性饱和阶段,因此,基于线性稳定性理论的 eN 方法在横流失稳的转捩预测中需要修正.

针对横流扰动的非线性阶段的计算,主要有非线性抛物化稳定性方程(NPSE)和直接数值模拟(DNS)两种方法.Malik, Li 和 Chang^[16]用 NPSE 方法计算了后掠 Hiemenz 流的横流扰动的非线性过程,得到的涡与实验中利用显示技术得到的涡形状相似,还研究了定常横流涡和非定常行进波的相互作用.Haynes 和 Reed^[17]使用 NPSE 计算了后掠翼边界层中定常横流涡的非线性演化过程,并研究了曲率、Reynolds (雷诺)数、非平行性对横流失稳的影响.Högborg 和 Henningson^[18]用空间模式的 DNS 计算了 Falkner-Skan-Cooke 边界层的横流扰动演化,得到了饱和的横流涡.

国内对横流失稳的研究起步较晚,其中 Luo 和 Zhou (罗纪生和周恒)^[19]在 1998 年用弱非线性理论研究了 NLF(2)-0415 后掠翼的非线性幅值演化,三阶近似所得的结果和 Radeztsky 的实验结果吻合得很好.杨永、左岁寒等^[20]在西北工业大学的低湍流度风洞中,采用升华法研究了后掠翼边界层中定常横流涡的不稳定性特征.Xu (徐国亮)等^[21]研究了后掠翼边界层中吹吸对二次失稳的影响.黄章峰等^[22-24]对后掠翼的线性阶段做了比较细致的研究,详细研究了攻角、后掠角以及非平行性对横流失稳的影响,获得了与以往研究相一致的结论.横流不稳定性主导转捩与 T-S 波失稳主导转捩最大的不同处就是横流扰动要经历一段较长的幅值饱和阶段,而 T-S 波在偏离线性阶段后很短的距离就转捩到湍流.因此细致研究横流扰动的非线性演化过程对于认识横流失稳的转捩机理具有重大作用.

本文采用扰动方程直接数值模拟了后掠翼边界层中定常横流涡非线性演化过程,获得较为细致的流场细节.

1 数值计算方法

1.1 基本流求解方法

后掠翼基本流的计算采用有限体积法直接求解三维可压缩 N-S 方程:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial z} = \mathbf{0}, \quad (1)$$

式中, (x, y, z) 为直角坐标系; t 为时间; $\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e)$ 为守恒变量, ρ 为密度, u, v, w 分别为 x, y, z 方向的速度分量, $e = c_v T + (u^2 + v^2 + w^2)/2$, c_v 为比定容热容, T 为温度; \mathbf{E}, \mathbf{F} 和 \mathbf{G}

为无粘通量; $\mathbf{E}_v, \mathbf{F}_v$ 和 \mathbf{G}_v 为粘性通量. 机翼展向取等无限长, 故流场量对展向的导数为 $\mathbf{0}$.

无量纲粘性系数 μ 由 Sutherland 公式确定:

$$\mu = T^{3/2} \frac{1 + C}{T + C}, \quad (2)$$

式中, $C = 110.4/T_\infty^*$, T_∞^* 为有量纲的来流温度.

数值计算中, 时间采用隐式 LU-SGS 离散, 对流项采用 Steger-Warming 格式进行通量分裂, 然后用二阶 NND 格式对正负通量进行重构. 外边界采用远场边界条件, 壁面采用无滑移绝热边界条件, 展向采用周期边界条件.

1.2 扰动演化计算方法

将瞬时量写为基本流量与扰动量之和:

$$\phi = \phi_0 + \phi'. \quad (3)$$

将式(3)代入方程(1)中, 减掉基本流量满足的守恒型 N-S 方程, 得到守恒型扰动方程, 将直角坐标系下的方程转换到计算坐标系 (ξ, η, ζ) 下:

$$\frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbf{E}' - \mathbf{E}'_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\mathbf{F}' - \mathbf{F}'_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\mathbf{G}' - \mathbf{G}'_v)}{\partial \zeta} = \mathbf{0}, \quad (4)$$

式中, $\mathbf{U}' = J(\rho', (\rho u)', (\rho v)', (\rho w)', (\rho e)')$ 为守恒扰动变量, $(\rho u)' = \rho_0 u' + \rho'(u_0 + u')$, J 为 Jacobi (雅克比) 系数; \mathbf{E}', \mathbf{F}' 和 \mathbf{G}' 为无粘扰动通量; $\mathbf{E}'_v, \mathbf{F}'_v$ 和 \mathbf{G}'_v 为粘性扰动通量. 无量纲扰动粘性系数

$$\mu' = \mu(T_0 + T') - \mu(T_0). \quad (5)$$

扰动演化的计算使用差分方法直接求解三维可压缩扰动方程. 数值计算中, 时间采用四阶 Runge-Kutta (龙格-库塔) 方法离散, 对流项采用 Steger-Warming 格式进行通量分裂, 扰动正负通量由瞬时正负通量与基本流正负通量做差得到, 而瞬时通量分裂和基本流通量分裂都按照基本流的特征值正负分裂得到. 采用五阶迎风格式离散正负通量, 粘性项采用六阶中心差格式. 壁面为无滑移绝热边界条件, 法向外边界采用零边界条件, 由线性稳定性理论计算得到的特征函数作为入口边界条件, 出口采用嵌边区条件, 展向为周期边界条件.

2 计算模型及程序验证

2.1 计算模型

计算模型采用 NLF(2)-0415 翼型, 弦长 $c = 1.29$ m, 后掠角 Λ 取 45° , 攻角 θ 取 -4° . 计算模型坐标示意图如图 1 所示. (x, y, z) 为弦向直角坐标系; (X, Y, Z) 为来流直角坐标系; (x_s, y_s, z) 为贴体正交曲线坐标系; (x_t, y_s, z_t) 为横流正交曲线坐标系.

气体参数取高空 10 km 处的值, 来流 Mach 数 0.8, 来流温度 223.3 K, 单位 Reynolds 数为 6.82×10^6 . 若后文中无特殊说明, 带上标 * 的量为有量纲量, 没有该上标的量为无量纲量; 下标 ∞ 代表来流量. 其中速度用来流速度 U_∞^* 无量纲化, 长度采用 $c \times 10^{-3}$ 无量纲化, Reynolds 数 $Re = 8793$, 相应的弦长 Reynolds 数 $Re_c = 8.793 \times 10^6$.

2.2 网格分布

机翼绕流基本流场计算的外围计算域取弦长的 20 倍左右, 机翼上下壁面各布 400 个网格; 由法向 (壁面引出的线) 布 260 个网格, 其最小网格尺度为 0.02 mm, 如图 2 所示.

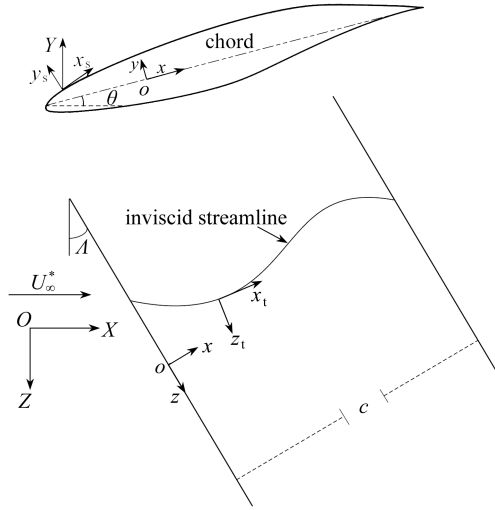


图1 计算模型及坐标示意图

Fig. 1 Schematic of the model and the coordinate system

扰动计算的计算域,流向从 $x^*/c = 0.05$ 到 $x^*/c = 0.35$,法向取 10 个边界层厚度,展向取一个展向波长的长度,网格分布为流向 \times 法向 \times 展向 $=2\,000\times 200\times 40$,一个流向波长内有 20 多个网格.计算域示意图如图 3 所示.

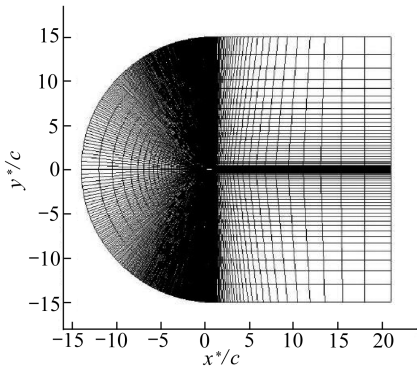


图2 基本流计算域及网格

Fig. 2 The computational domain and the grids for the base flow

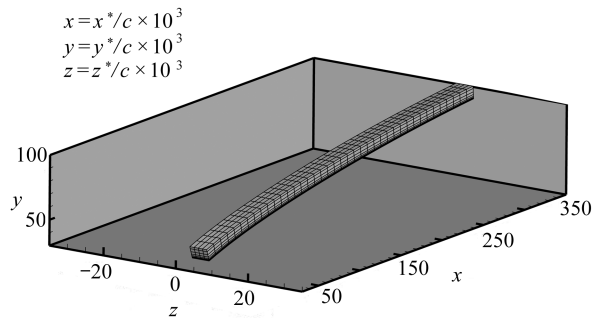


图3 扰动计算域示意图

Fig. 3 Schematic of the computational domain

2.3 程序验证

2.3.1 基本流计算程序验证

为了验证程序,计算了 Reibert 等实验中的一个低速工况,其弦长 Reynolds 数 $Re_c = 1.6 \times 10^6 \cos 45^\circ$.

图 4 为计算得到的压力系数与实验测得的压力系数,图 5 为边界层内速度剖面与实验结果的比较,从图中可以看出,计算结果与实验结果吻合,说明程序^[25]是可靠的.

2.3.2 扰动计算程序验证

为了验证扰动方程的程序,使用本文计算的基本流,计算了一个定常横流涡的演化,并且与 PSE 计算结果进行了对比.定常横流涡的展向波数 $\beta = 0.8$,计算域入口选取弦向位置 $x^*/c =$

0.05 处,初始幅值为 1×10^{-6} 。

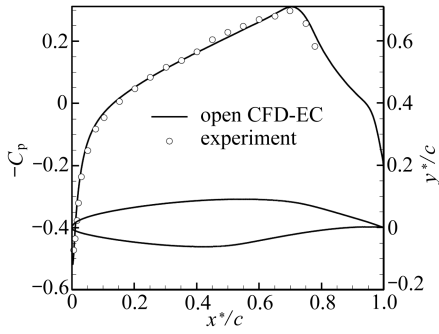
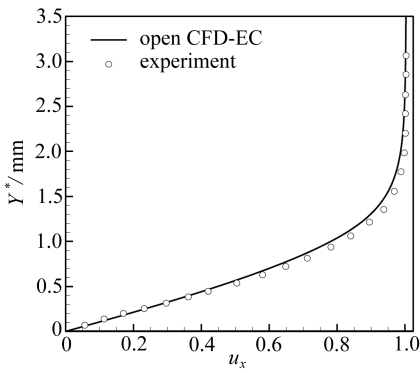


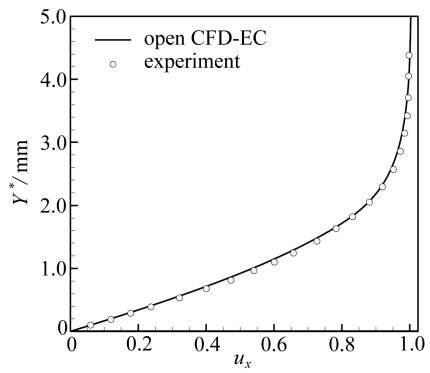
图 4 压力系数沿弦向分布

Fig. 4 Distribution of the pressure coefficient along the chord



(a) 弦向位置 $x^*/c = 0.1$

(a) The chord-wise position $x^*/c = 0.1$



(b) 弦向位置 $x^*/c = 0.4$

(b) The chord-wise position $x^*/c = 0.4$

图 5 来流方向速度剖面

Fig. 5 The velocity profile in the incoming direction

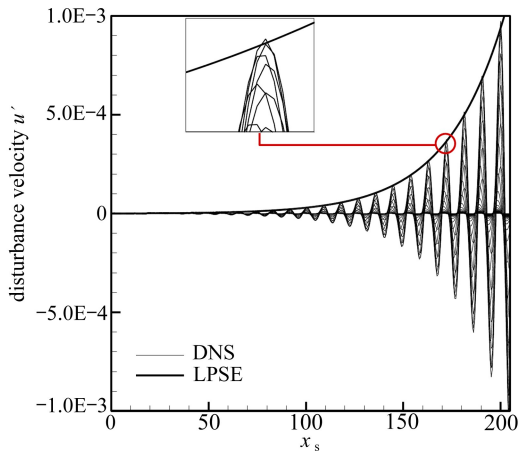


图 6 流向扰动速度 u' 的幅值

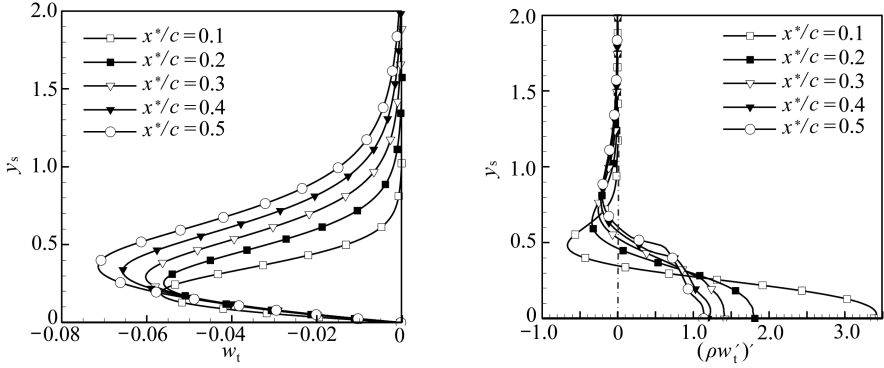
Fig. 6 The amplitude of the streamwise disturbance velocity

图 6 为扰动方程计算的流向扰动速度的幅值演化与 PSE 计算的幅值比较,从图中可以看出,两者结果吻合得很好,说明计算结果可靠。

3 计算结果及讨论

3.1 线性稳定性分析

图 7(a) 为不同弦向位置处的横流速度剖面, 图 7(b) 为横流速度剖面的广义二阶导数, 从图中可以看出, 横流速度剖面存在广义拐点, 因此会失稳。



(a) 横流速度剖面

(b) 广义拐点

(a) The profile of the crossflow velocity

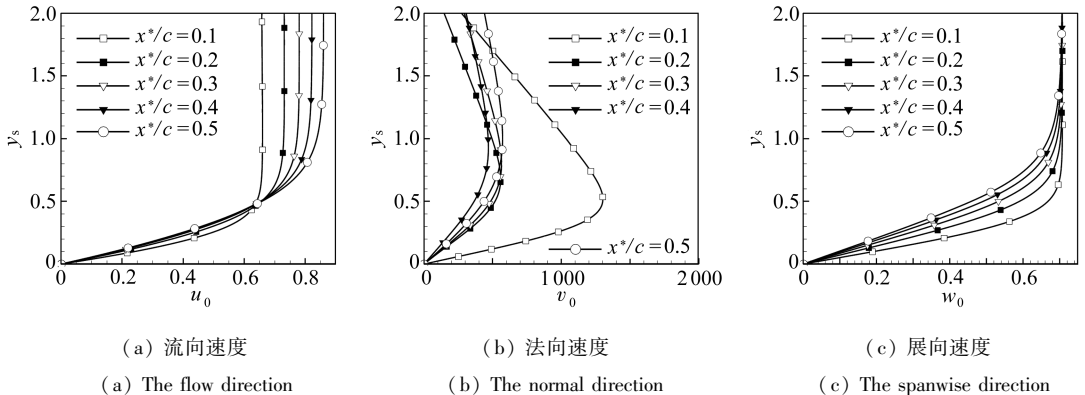
(b) The generalized inflection point

图 7 横流速度剖面和广义拐点

Fig. 7 Profiles of the crossflow velocity and the generalized inflection point

在贴体正交曲线坐标系 (x_s, y_s, z) 下对基本流做 LST 分析。

贴体正交曲线坐标系 (x_s, y_s, z) 下的速度分量为 (u_0, v_0, w_0) , 它们在不同弦向位置处的法向分布如图 8 所示。LST 分析是基于局部平行性假设, 从图中可以看出法向速度相较于流向速度和展向速度小很多, 因此近似满足这一假设, 可以用 LST 分析其稳定性。



(a) 流向速度

(b) 法向速度

(c) 展向速度

(a) The flow direction

(b) The normal direction

(c) The spanwise direction

图 8 不同弦向位置的速度剖面

Fig. 8 The velocity profiles at different chord-wise locations

图 9 为弦向位置 $x^*/c = 0.05$ 处的增长率 σ 云图, 其中 $\sigma = -\alpha_i$, $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ 为 O-S 方程的特征值, 彩色部分代表增长区域, 从图中可以看出有定常横流涡模态 ($\omega = 0$) 和非定常行进波模态 ($\omega \neq 0$)。而且最大增长率是非定常行进波模态。图 10 为不同频率下的中性曲线, 从图中可以看出定常横流涡失稳的波数范围最宽, 随着频率增大, 失稳的波数范围变窄。

图 11(a) 和图 11(b) 分别为定常横流涡和 $\omega = 0.1$ 的非定常行进波的不同 β 的 N 值曲线,

N 为幅值放大因子, $N = \int_{x_s=0}^{x_s} \sigma ds$. 从图中可以看出 $\beta = 1.2 \sim 1.4$ 时的 N 值最大.

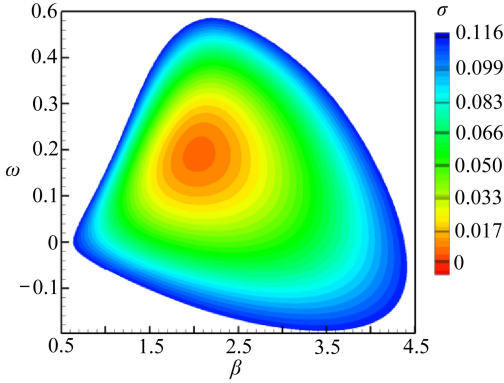


图 9 $x^*/c = 0.05$ 增长率云图

Fig. 9 Contour of the growth rate for $x^*/c = 0.05$

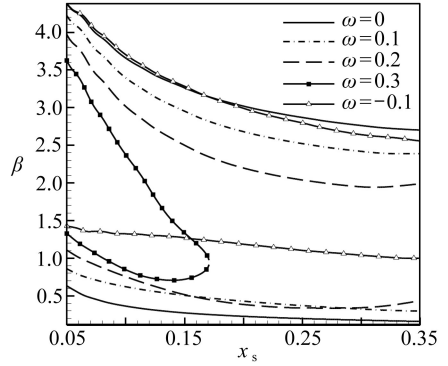
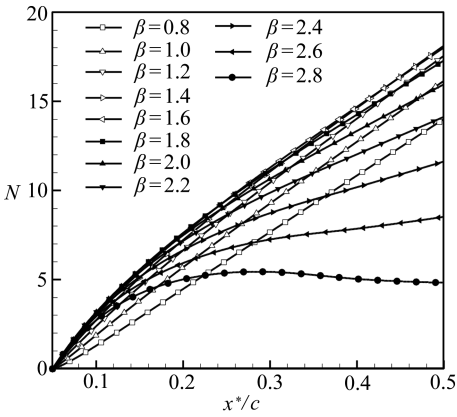
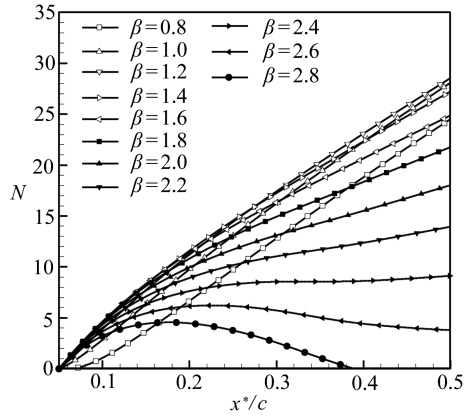


图 10 不同频率下的中性曲线

Fig. 10 Neutral curves for different frequencies



(a) $\omega = 0$



(b) $\omega = 0.1$

图 11 N 值曲线

Fig. 11 The curves of factor N

3.2 定常涡的非线性演化

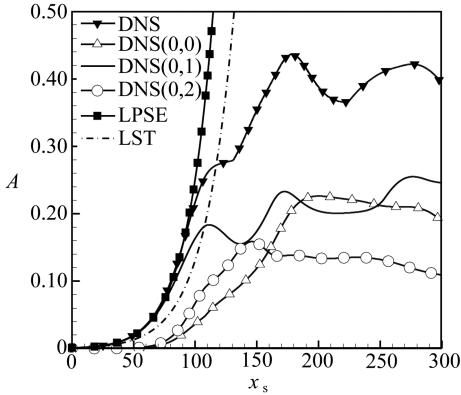
选取 $\beta = 1.35$ 的定常横流涡进行演化计算, 计算了初始幅值分别为 0.001 和 0.01 的两个算例, 幅值按照流向扰动速度的法向最大值定义.

为了消除计算域内的非物理震荡, 将入口的初始幅值从 0 逐渐增大到给定的幅值, 使得计算能够稳定.

图 12(a) 和图 12(b) 分别为初始幅值为 0.001 和 0.01 的各次谐波的幅值演化曲线, 从图中可以看出, 当基本波的幅值小于 0.1 时, 为扰动的线性阶段, LPSE 与 DNS 的结果符合较好, LST 预测的幅值较小, 说明流动的非平行性起着更加不稳定的作用. 当基本波的幅值到达 0.1 左右时, LPSE 的结果开始偏离 DNS 的结果, 说明非线性作用开始显著, 非线性使得基本波的增长率减小. 当基本波的幅值到达 0.2 附近, 幅值增长开始达到饱和, 然后幅值处于一种动态平衡状态.

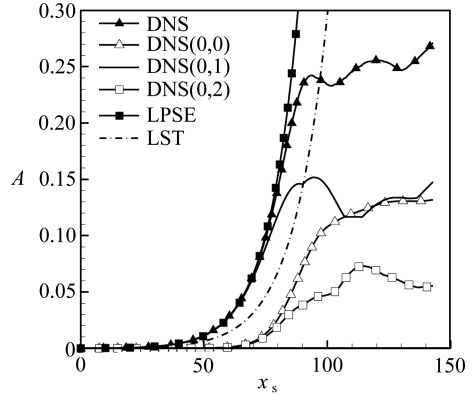
下面我们来分析扰动的非线性演化, 图 13 给出了不同流向位置处 (y_s, z) 平面的流向速

度云图,从图中可以看出,随着向下游发展,横流涡在增长,会逐渐饱和,涡的形状呈现“半蘑菇”状。



(a) 初始幅值 0.001

(a) The initial amplitude is 0.001

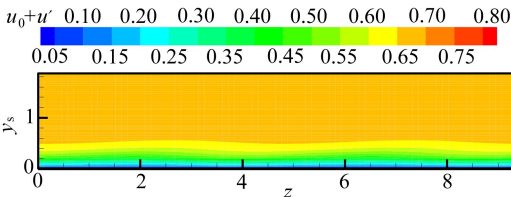


(b) 初始幅值 0.01

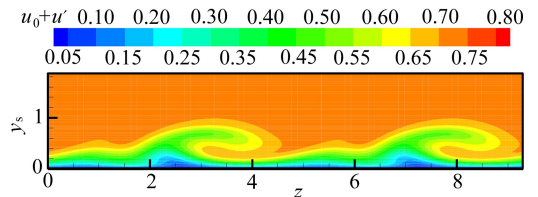
(b) The initial amplitude is 0.01

图 12 各次谐波的幅值演化

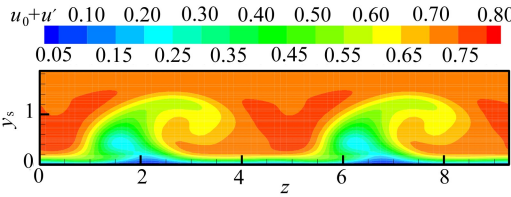
Fig. 12 Amplitude evolutions of the harmonic waves



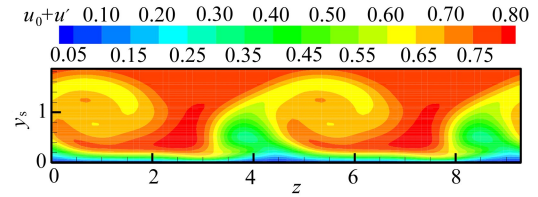
(a) $x_s = 60$



(b) $x_s = 120$



(c) $x_s = 180$



(d) $x_s = 240$

图 13 (y_s, z) 平面流向速度 $u_0 + u'$ 的云图

Fig. 13 Contours of velocity $u_0 + u'$ in the (y_s, z) plane

图 14 给出了 (x, y) 平面的流向速度云图,同样可以看出,横流涡在向下游发展的过程中,逐渐增长,直至饱和。

图 15 为 (x_s, z) 平面的流向速度云图,图中的箭头代表无粘势流线,从图中可以看出,横流涡的涡轴方向与无粘势流线方向近似平行。

图 16 为 $x_s = 180$ 位置处垂直于涡轴方向平面内的速度矢量图,图 17 为 $z = 2.3$ 的涡位置处的横流速度剖面,图中的虚线对应的法向位置代表涡心的位置,从图中可以看出涡心在比较靠近边界层外缘的位置,涡轴的方向指向下游。

图 18 为 $x_s = 180$ 位置处不同展向位置的流向速度剖面,展向速度剖面与流向速度剖面类似,从图中可以看出,定常涡的增长使得速度剖面发生极大扭曲,使得流向速度剖面也产生了

拐点,可能产生流向速度的拐点不稳定性,由此可以预计横流涡的饱和可能引发的二次失稳属于拐点不稳定性。

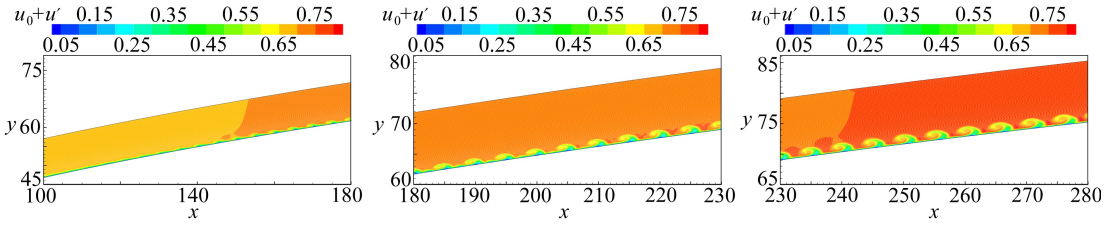


图 14 (x, y) 平面流向速度 $u_0 + u'$ 的云图

Fig. 14 Contours of velocity $u_0 + u'$ in the (x, y) plane

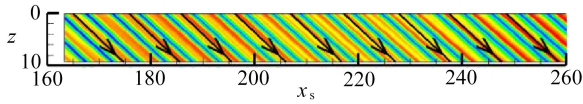


图 15 (x_s, z) 平面流向速度 $u_0 + u'$ 的云图

Fig. 15 Contours of velocity $u_0 + u'$ in the (x_s, z) plane

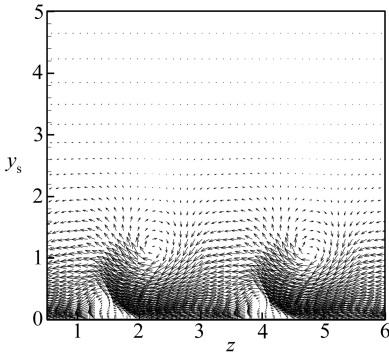


图 16 与涡轴垂直方向平面内的速度矢量图

Fig. 16 Velocity vectors on a plane perpendicular to the vortex axis

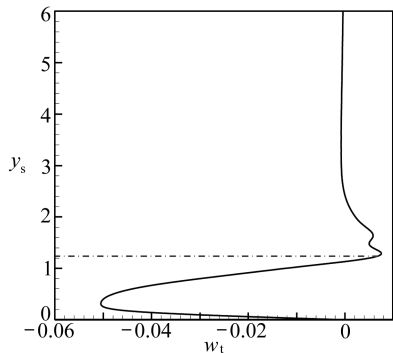


图 17 涡处的横流速度剖面

Fig. 17 The profile of the crossflow velocity at the vortex location

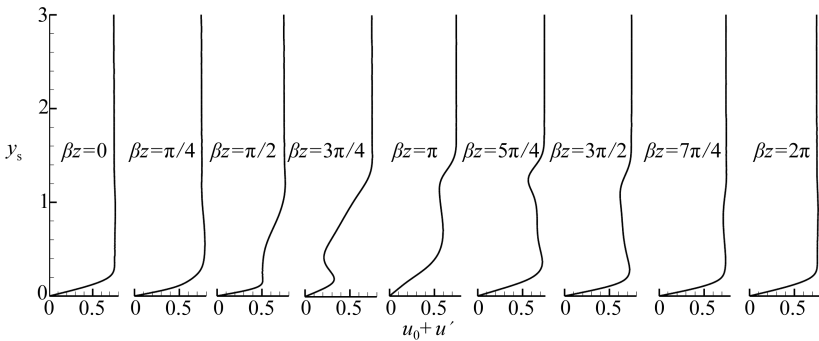


图 18 $x_s = 180$ 位置处不同展向位置的流向速度剖面

Fig. 18 Profiles of the streamwise velocity at different spanwise locations for $x_s = 180$

4 结 论

本文使用直接数值模拟方法计算得到了后掠翼的基本流场,对基本流做了 LST 分析,用 LPSE 对定常横流涡的线性演化进行了计算,用数值模拟计算了定常横流涡的非线性演化,得到如下的结论:

1) 当基本波幅值小于 0.1 时,LPSE 得到的幅值演化与 DNS 的结果吻合,表明扰动幅值演化为线性阶段,LST 得到的幅值演化比 LPSE 的小,表明后掠翼前缘的非平行性有使扰动更加不稳定的作用。

2) 当基本波的幅值大于 0.1 时,非线性作用开始明显,基本波的幅值开始小于线性幅值演化。

3) 基本波幅值继续增大得到 0.2 后,幅值增长开始达到饱和,然后幅值处于一种动态平衡状态。饱和后的横流涡呈现“半蘑菇”状,涡轴的方向与无粘势流方向近似平行,涡轴方向指向下游。

4) 饱和的横流涡使得流向速度和展向速度发生极大的扭曲,扭曲的速度剖面存在拐点,因此饱和的横流涡可能引发的二次失稳属于拐点不稳定性。

参考文献(References):

- [1] Joslin R D. *Overview of Laminar Flow Control*[M]. Virginia: National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center, 1998.
- [2] 周恒, 赵耕夫. 流动稳定性[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004: 65-66. (ZHOU Heng, ZHAO Geng-fu. *Hydrodynamic Stability*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004: 65-66. (in Chinese))
- [3] Saric W S, Reed H L, White E B. Stability and transition of three-dimensional boundary layers [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2003, **35**(1): 413-440.
- [4] Gray W E. *The Effect of Wing Sweep on Laminar Flow*[M]. Royal Aircraft Establishment, 1952.
- [5] Deyhle H, Bippes H. Disturbance growth in an unstable three-dimensional boundary layer and its dependence on environmental conditions[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, **316**: 73-113.
- [6] Bippes H. Basic experiments on transition in three-dimensional boundary layers dominated by crossflow instability[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 1999, **35**(4): 363-412.
- [7] Bippes H, Nitschke-Kowsky P. Experimental study of instability modes in a three-dimensional boundary layer[J]. *AIAA Journal*, 1990, **28**(10): 1758-1763.
- [8] Bippes H. Instability features appearing on swept wing configurations[C]//Arnal D, Michel R, ed. *Laminar-Turbulent Transition*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1990: 419-430.
- [9] Saric W S, Yeates L G. Experiments on the stability of crossflow vortices in swept-wing flows [C]//*23rd Aerospace Sciences Meeting*. Virginia: Langley Research Center, National Aeronautics and Space Administration, 1985.
- [10] Dagenhart J R, Saric W S. Crossflow stability and transition experiments in swept-wing flow [R]. Virginia: Langley Research Center, National Aeronautics and Space Administration,

- 1999.
- [11] Bippes H, Müller B. Disturbance growth in an unstable three-dimensional boundary layer[C]// Cebeci T, ed. *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows*, IV. Berlin, Heidelberg: Springer, 1990: 345-358.
- [12] Reibert M S, Saric W S, Carrillo Jr R B, Chapman K L. Experiments in nonlinear saturation of stationary crossflow vortices in a swept-wing boundary layer[C]//*34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno, NV: AIAA, 1996.
- [13] Gregory N, Stuart J T, Walker W S. On the stability of three-dimensional boundary layers with application to the flow due to a rotating disk[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London (Series A): Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1955, **248** (943): 155-199.
- [14] Mack L M. On the stability of the boundary layer on a transonic swept wing[C]//*17th Aerospace Sciences Meeting*. Virginia: National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center, 1979.
- [15] Reed H L, Saric W S, Arnal D. Linear stability theory applied to boundary layers[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1996, **28**(1): 389-428.
- [16] Malik M R, Li F, Chang C L. Crossflow disturbances in three-dimensional boundary layers: nonlinear development, wave interaction and secondary instability[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, **268**: 1-36.
- [17] Haynes T S, Reed H L. Computations in nonlinear saturation of stationary crossflow vortices in a swept-wing boundary layer[C]//*34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno, NV: AIAA, 1996.
- [18] Högborg M, Henningson D. Secondary instability of cross-flow vortices in Falkner-Skan-Cooke boundary layers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, **368**: 339-357.
- [19] LUO Ji-sheng, ZHOU Heng. A theoretical investigation of the development of stationary cross-flow vortices in the boundary layer on a swept wing[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1998, **14** (2): 97-103.
- [20] 杨永, 左岁寒, 李喜乐, 李悦立. 基于升华法实验研究后掠翼三维边界层的转捩[J]. 实验流体力学, 2009, **23**(3): 40-43, 49. (YANG Yong, ZUO Sui-han, LI Xi-le, LI Yue-li. Transition studies for the boundary layer on a swept wing based on sublimation technique[J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2009, **23**(3): 40-43, 49. (in Chinese))
- [21] XU Guo-liang, XIAO Zhi-xiang, FU Song. Secondary instability control of compressible flow by suction for a swept wing[J]. *Science China: Physics, Mechanics & Astronomy*, 2011, **54** (11): 2040-2052.
- [22] 黄章峰, 逯学志, 于高通. 机翼边界层的横流稳定性分析和转捩预测[J]. 空气动力学报, 2014, **32**(1):14-20. (HUANG Zhang-feng, LU Xue-zhi, YU Gao-tong. Cross-flow instability analysis and transition prediction of airfoil boundary layer[J]. *Acta Aerodynamic Sinica*, 2014, **32** (1):14-20. (in Chinese))
- [23] 孙朋朋, 黄章峰. 后掠角对后掠机翼边界层稳定性及转捩的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, **41**(7):1313-1321. (SUN Peng-peng, HUANG Zhang-feng. Effect of the sweep angle on the stability and transition in a swept-wing boundary layer[J]. *Journal of Beijing University*

- of Aeronautics and Astronautics*, 2015, **41**(7): 1313-1321. (in Chinese))
- [24] 靖振荣, 孙朋朋, 黄章峰. 小攻角对后掠机翼边界层稳定性及转捩的影响[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, **41**(11): 2177-2183. (JING Zhen-rong, SUN Peng-peng, HUANG Zhang-feng. Effect of attack angle on stability and transition in a swept-wing boundary layer[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2015, **41**(11): 2177-2183. (in Chinese))
- [25] LI Xin-liang, FU De-xun, MA Yan-wen, LIANG Xian. DNS of shock/boundary layer interaction flow in a supersonic compression ramp [C]//Kuzmin A, ed. *Computational Fluid Dynamics 2010*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011: 729-737.

Nonlinear Evolution of Stationary Crossflow Vortices in Swept-Wing Boundary Layers

LU Xue-zhi, ZHAO Lei, LUO Ji-sheng

(*Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, P.R.China*)

(Contributed by LUO Ji-sheng, M. AMM Editorial Board)

Abstract: The crossflow instability was one of the main forms of instability in swept-wing boundary layers. Previous investigations indicated that the stationary crossflow vortex underwent a period of nonlinear saturation before the transition, so the linear stability theories couldn't effectively predict the transition process caused by the crossflow instability and it was essential to study the nonlinear evolution of stationary crossflow vortices. A 45° -sweepback and -4° -attack-angle NLF(2)-0415 airfoil under the condition of $Ma = 0.8$ was studied. The nonlinear evolution of stationary crossflow vortices was computed with disturbance equations. The results illustrate that the non-parallelism plays a more unstable role. The nonlinear interaction begins to be obvious when the amplitude of the 1st order wave reaches around 0.1. The crossflow vortex undergoes a procedure of amplitude saturation, and the vortex shape is like a half-mushroom structure. The vortex axis is parallel to the inviscid potential flow direction. These vortices distort the velocities, and make the streamwise and spanwise velocity profiles go through inflection points.

Key words: swept-wing boundary layer; stationary crossflow vortex; non-parallelism; amplitude saturation; nonlinear evolution

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (Key Program) (11332007)

引用本文/Cite this paper:

遼学志, 赵磊, 罗纪生. 后掠翼边界层定常横流涡的非线性演化[J]. 应用数学和力学, 2016, **37**(10): 1073-1084.

LU Xue-zhi, ZHAO Lei, LUO Ji-sheng. Nonlinear evolution of stationary crossflow vortices in swept-wing boundary layers[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, **37**(10): 1073-1084.