

Diamond 折纸管状结构轴向冲击性能分析*

刘 祥¹, 李东恒²

(1. 天津大学 机械工程学院, 天津 300354;
2. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819)

摘要: 为了降低薄壁管状结构受轴向冲击时的初始峰值载荷,将 diamond 刚性折纸模型引入到薄壁管状结构的设计中,利用有限元分析方法,以方形截面为例,分析了 diamond 折纸管状结构的轴向冲击性能.结果表明:相比于传统方形薄壁管,diamond 折纸管状结构具有较低的初始峰值载荷和更加平稳的变形过程.得出了 diamond 折纸管状结构按折纸预折形式变形的临界条件.分析了 diamond 折纸管状结构在轴向冲击载荷作用下,底角对初始峰值载荷和平均冲击载荷的影响.

关键词: diamond 折纸模型; 折纸管状结构; 轴向冲击; 有限元分析

中图分类号: O344.3; TU311.3 **文献标志码:** A doi: 10.21656/1000-0887.370173

引 言

薄壁管状结构因具有良好的力学性能和吸能特性,结构简单灵巧,且易于生产制作和安装更换,被作为附加结构或组成部件广泛应用于航空航天、车辆船舶、机械、土木等众多领域的碰撞保护系统中.薄壁管在发生轴向碰撞时所吸收的冲击动能比横向碰撞下吸收的能量几乎要高出一个量级^[1],因而在实际工程应用中,经常利用薄壁管的轴向吸能特性来设计能量吸收元件.它们在受到轴向冲击时,能利用自身材料结构的塑性变形吸收撞击能量,起到缓冲作用,从而保护运输工具内部的成员及贵重物品.

对薄壁金属管受到轴向冲击时的吸能特性和变形模式的研究一直是冲击动力学领域倍受关注的重要课题.对于薄壁圆管,它在轴向载荷作用下的变形模式与圆管的直径 D 与圆管的壁厚 t 之间的比值 D/t 有关^[2-4].当长径比小于 2,径厚比小于 80 时,一般发生圆环模式变形破坏;当径厚比大于 90 时,一般会发生金刚石模式变形;当长径比大于 2,径厚比大于 30 小于 80 时,圆管的变形模式一般为混合模式^[5-6].Abramowicz 等^[7]在 1984 年提出方形薄壁管有 4 种变形模式:对称式、外翻式、混合模式 A、混合模式 B.当方管的宽厚比 a/t 大于 40.8 时,发生对称变形模式;当 a/t 小于 7.5 时,发生外翻式变形模式;当 a/t 介于 7.5 和 40.8 之间时,发生非对称混合变形模式^[8].

近些年来,折纸管状结构在薄壁吸能结构的设计中受到了越来越多的关注.研究表明,在薄壁管表面引入适当折痕,并按照折纸模型给定预折角后,薄壁管的变形模式将会改变,致使其吸能性能也发生改变.Ma 等^[9]基于一种特殊的折纸模型提出了一种折纸方管结构,与传统方管相比,其峰值载荷降低了 20%,能量吸收提升了 50%.Song 等^[10]基于折纸模型,提出了一

* 收稿日期: 2016-06-03; 修订日期: 2016-09-23

作者简介: 刘祥(1992—),男,硕士生(通讯作者). E-mail: liuxiang1992@tju.edu.cn.

种 arc 折纸管状结构,并对其峰值载荷进行了优化.Hou 等^[11]和 Ma 等^[12]基于笋形折纸模型,提出了一种截面为笋形的管状结构,与传统方管相比,其峰值载荷降低了 67.2%,能量吸收提升了 36%.

本文基于 diamond 折纸模型,提出了一种新型的 diamond 折纸管状结构作为薄壁吸能管并针对方形管的轴向冲击性能,进行了有限元仿真与研究.

1 Diamond 管状结构设计

Diamond 折纸模型是由底边长为 a , 底角为 φ 的等腰三角形组成的一类刚性折纸模型,如图 1(a)所示,实线是山线折痕,虚线是谷线折痕.它在折叠过程中,纸面没有发生弯曲和扭转等变形,因此可以由一个刚性平板按照预定折痕折叠而成.图 1(a)中的 diamond 折纸模型可由其基本单元在轴向和径向重复扩展得到,其斜边长 b 与高 w 可由边长 a 与底角 φ 得到:

$$2b\cos\varphi = a, \quad (1)$$

$$w = b\sin\varphi. \quad (2)$$

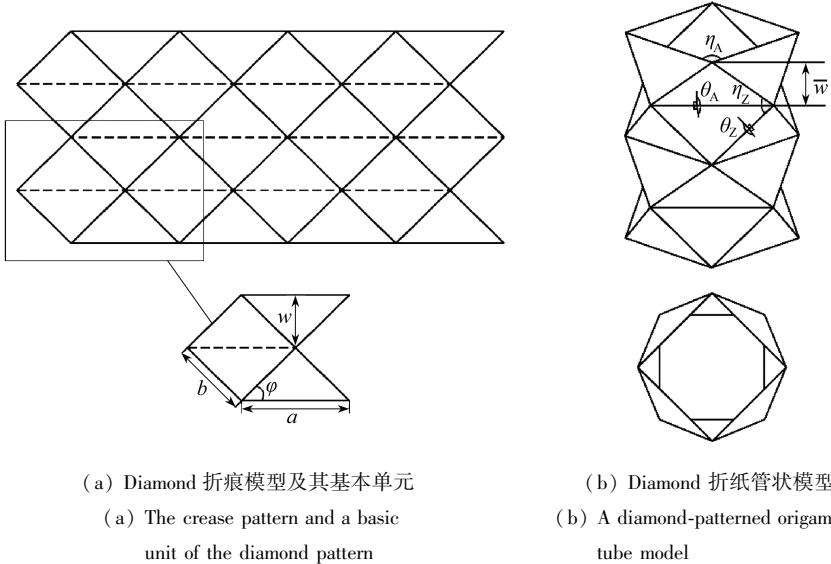


图 1 Diamond 折纸模型的几何参数定义

Fig. 1 The geometry parameters of a diamond-patterned origami tube

Diamond 折纸管状结构由平面 diamond 折纸模型在折叠后首尾相连构成.它可以在轴线方向上延伸至指定层数 M ;也可以在径向上扩展至 N 边形截面的薄壁管,如图 1(b)为 $N = 4$, $M = 4$, $a = 50 \text{ mm}$, $\varphi = 44.43^\circ$ 的 diamond 管状结构.截面形状为 N 边形,层数为 M 的 diamond 管状结构需要满足的闭环方程为

$$\tan\varphi\cos(\theta_A/2) = \tan(\pi/(2N)), \quad (3)$$

式中, θ_A 为 diamond 折纸管状结构的预折角.

Diamond 折纸模型形成管状结构后,其几何参数:预折角 θ_A ,斜边二面角 θ_Z ,边角 η_A, η_Z 以及管状结构层高 \bar{w} 之间的关系为

$$(1 + \cos\eta_Z)(1 - \cos\eta_A) = 4\cos^2\varphi, \quad (4)$$

$$\cos\eta_A = \sin^2\varphi\cos\theta_Z - \cos^2\varphi, \quad (5)$$

$$\cos\eta_Z = \sin^2\varphi\cos\theta_A + \cos^2\varphi, \quad (6)$$

$$\bar{w} = b \sin(\eta_z/2) = w \sin(\eta_z/2) / \sin \varphi. \quad (7)$$

2 Diamond 管状结构轴向冲击性能分析

2.1 有限元模型建立

研究薄壁结构的冲击性能,要考察其动态屈曲行为,本文以长度 $l = 200 \text{ mm}$,边长 $a = 50 \text{ mm}$,壁厚 $t = 1 \text{ mm}$ 的一系列方形截面薄壁管为研究对象,所用管状结构参数见表 1,采用 T-N-M 的命名形式,其中 T 表示管状结构, N 为截面多边形边数, M 为管状结构层数,模型 T-4 是传统的直方形管。

表 1 Diamond 折纸管状结构几何参数

Table 1 The geometry parameters of diamond-patterned origami tubes

Model	N	M	$\varphi / (^\circ)$	w / mm	a / mm	$\theta_A / (^\circ)$	l / mm
T-4	4	-	90	-	50	180	200
T-4-4	4	4	64.00	51.26	50	156.69	200.80
T-4-5	4	5	58.85	41.36	50	151.00	200.35
T-4-6	4	6	54.35	34.86	50	145.43	199.69
T-4-7	4	7	50.56	30.39	50	140.16	200.02
T-4-8	4	8	47.25	27.04	50	134.97	199.87
T-4-9	4	9	44.43	24.51	50	130.01	199.91
T-4-10	4	10	42.00	22.51	50	125.22	199.87

参考文献[9]中对折纸薄壁吸能管有限元仿真的方法对 diamond 折纸管状结构受轴向冲击载荷作用下的变形模式进行研究.利用有限元仿真软件 ABAQUS/Explicit 6.14.3 模拟管状结构在准静态条件下的轴向冲击性能.薄壁管采用四节点的壳单元 S4R 模拟,单元在厚度方向上定义 5 个积分点,网格边长为 1 mm,以保证较小的沙漏能.薄壁管固定在刚性底板上,用另一刚性平板在顶端向下压缩管长的 73%.为了保证准静态分析,分析步时间推荐采用一阶频率对应时间的 10 倍以上^[13].经收敛性分析研究,文中采用 0.02 s 的平滑分析步,摩擦因数为 0.25.薄壁管均采用 Nagel 等^[14]提供的低碳钢材料属性,密度 $\rho = 7\,800 \text{ kg/m}^3$,塑性应力应变数据见表 2,屈服应力 $\sigma_y = 304.6 \text{ MPa}$,弹性模量 $E = 207 \text{ GPa}$,Poisson(泊松)比 $\nu = 0.3$.

表 2 低碳钢塑性应力应变数据

Table 2 Plastic stress-strain data for the mild steel

$\sigma_t / (\text{N/mm}^2)$	304.60	344.19	385.51	424.88	450.39	470.28
ε_p	0	0.024 4	0.048 5	0.095 1	0.138 4	0.191 0

2.2 Diamond 管状结构变形模式分析

从图 2 中各薄壁管的变形模式可以看出,传统方管 T-4 按照对称模式变形,各 diamond 折纸管状结构均按照渐进式变形模式变形,模型 T-4-4 和 T-4-5 没有按预折的 diamond 折纸模型发生屈曲变形,而在预折处前先发生了屈曲变形,后在预折处发生变形,致使变形模式紊乱.模型 T-4-6 至 T-4-10 均按预折 diamond 折纸模型发生屈曲变形,但模型 T-4-8, T-4-9 和 T-4-10 每一层的变形更加均匀.分析原因发现,模型 T-4-4 和 T-4-5 未按照预折方式变形是因为其模型的单层单元高度 w 过大. Abramowicz 等^[7-8,15]通过理论推导和一系列轴向冲击方形钢管实验指出,方形薄壁结构受轴向冲击按对称模式变形的塑性半波长 h 可由下式计算:

$$h = \frac{l}{-1 + \sqrt{1 + 4(l/a)^2}}. \quad (8)$$

参照文献[16]中对 arc 折纸管状结构的分析方法,采用式(8)对 diamond 折纸管状结构受轴向冲击变形时的塑性半波长 h 进行估计,并与 diamond 折纸管状结构的单层单元高度 w 进行比较以研究其变形模式.仿真中所用模型的塑性半波长 $h = 28.32 \text{ mm}$,而模型 T-4-4 和 T-4-5 的单元高度 w 过大,致使薄壁管在变形时先在 h 处发生屈曲变形后在 w 处发生屈曲变形,从而使变形模式改变.模型 T-4-6 和 T-4-7 的 w 比 h 稍大,在受到轴向冲击载荷时,在 h 处发生屈曲变形,紧接着又在 w 处发生屈曲,表现出整体上按 diamond 折纸模型发生屈曲变形的变形模式.模型 T-4-8, T-4-9 和 T-4-10 的 w 比 h 小,在受到轴向冲击载荷时,完全按照 diamond 折纸模型发生屈曲变形.由此可知,当 diamond 折纸管状结构的单层单元高度 w 与塑性半波长 h 接近,或者比 h 小时, diamond 管状结构将按照折纸预折的形式发生变形.

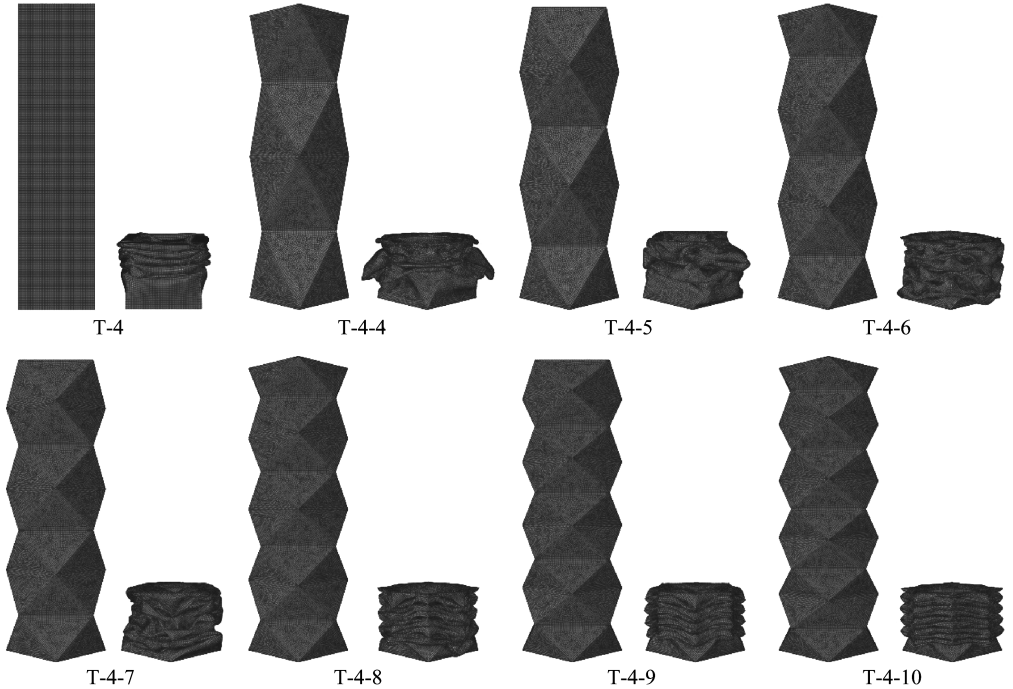


图2 不同层数 diamond 管状结构变形模式

Fig. 2 The different deformation modes of different diamond-patterned origami tubes

2.3 底角 φ 对初始峰值载荷 P_i 和平均冲击载荷 P_m 的影响

表1中模型 T-4, T-4-5, T-4-7, T-4-9 的载荷-位移 ($P-\delta$) 曲线表示在图3中.表1中所有模型的初始峰值载荷 (P_i) 和平均冲击载荷 (P_m) 表示在图4中,横坐标为各模型的底角 φ 值, P_m 通过下式计算:

$$P_m = \frac{E_t}{0.73l}, \quad (9)$$

式中, E_t 是从 ABAQUS 中输出的薄壁管总变形能.

由图3可知, diamond 折纸管状结构的初始峰值载荷比传统方形薄壁管 T-4 的初始峰值载荷小,且随着底角 φ 的减小,冲击过程更加平稳.这是由于底角 φ 越小,预折角 θ_A 越小,折痕形式的初始缺陷越大,使管状结构更易变形,从而使冲击过程更加平稳.

由图4可知,与传统方形薄壁管 T-4 ($\varphi = 90^\circ$) 相比, diamond 折纸管状结构的初始峰值载荷 P_i 与平均冲击载荷 P_m 随着底角 φ 的减小而减小.拥有较大 φ 角的 diamond 折纸薄壁管与传

统方形薄壁管 T-4 相比,可在维持平均冲击载荷 P_m 基本不变的同时,减小初始峰值载荷 P_i 。如模型 T-4-4($\varphi = 64^\circ$) 的初始峰值载荷 P_i 比 T-4 的初始峰值载荷减小了 24.0%,而平均冲击载荷 P_m 只比 T-4 的平均冲击载荷减小了 1.6%。拥有较小 φ 角的 diamond 折纸薄壁管与传统方形薄壁管 T-4 相比,其初始峰值载荷 P_i 与平均冲击载荷 P_m 都有大幅度减小。如模型 T-4-10($\varphi = 42^\circ$) 的初始峰值载荷 P_i 比 T-4 的初始峰值载荷减小了 68.5%,平均冲击载荷 P_m 比 T-4 的平均冲击载荷减小了 64.8%。这是由于小的底角 φ 对应着小的预折角 θ_A ,在受到轴向冲击发生屈曲变形前,薄壁管已发生较大的预折。在轴向冲击作用下,预折处的塑性较弯曲变形较大,使薄壁结构更容易发生屈曲变形,从而大幅度减小了初始峰值载荷和平均冲击载荷。

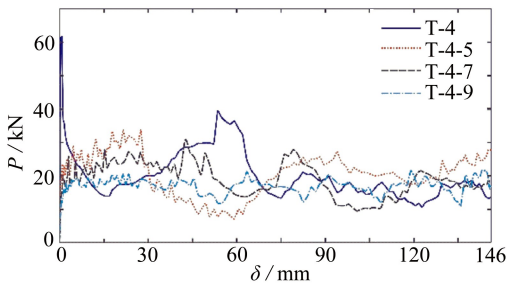


图3 表1中部分薄壁管模型的载荷-位移曲线
Fig. 3 The load-displacement curves for some diamond-patterned origami tubes in table 1

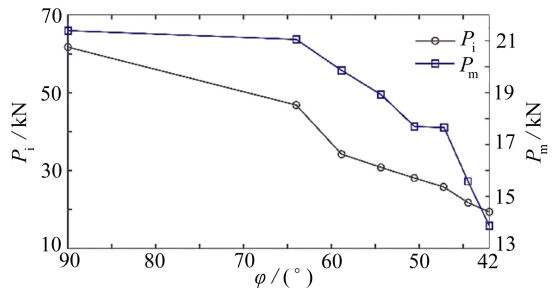


图4 不同 φ 角对应的初始峰值载荷和平均冲击载荷
Fig.4 The initial peak forces and the mean crushing forces for tubes with different φ values

3 结 论

本文将 diamond 刚性折纸模型引入到薄壁管状结构的设计中,在保证薄壁管横截面周长、长度与厚度均相等的前提下,对不同 φ 角的 diamond 折纸管状结构的轴向冲击性能进行了有限元分析研究。结果表明,在薄壁管表面引入 diamond 折痕形式的诱导缺陷,可以使其更容易按照预折形式发生变形。相比于传统方形薄壁管,diamond 折纸管状结构具有较低的初始峰值载荷和更加平稳的变形模式,这使它们更加适用于薄壁吸能结构,特别是要求小的冲击力就能触发薄壁吸能管发生变形的场合。底角 φ 对薄壁管在轴向冲击下的初始峰值载荷和平均冲击载荷影响较大,随 φ 角的减小而减小。选择大的 φ 角,可以使薄壁管在维持平均冲击载荷基本不变的同时减小初始峰值。由此可见,这种基于刚性折纸的 diamond 管状结构可以有效地减小受轴向冲击载荷作用下的初始峰值载荷,从而改善薄壁管的冲击性能。

参考文献 (References):

- [1] 谭丽辉. 参数化薄壁构件模型的耐撞性分析与优化设计[D]. 博士学位论文. 长春: 吉林大学, 2014: 31-53. (TAN Li-hui. Crashworthiness analysis and optimization design parameterized model of thin-walled components[D]. PhD Thesis. Changchun: Jilin University, 2014: 31-53. (in Chinese))
- [2] Lu G, Yu T X. *Energy Absorption of Structures and Materials*[M]. Holland: Elsevier, 2003: 88-113.
- [3] Karagiozova D, Jones N. On the mechanics of the global bending collapse of circular tubes under dynamic axial load—dynamic buckling transition[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, **35**(5): 397-424.
- [4] Sun J. Optimization using sequential approach for triangular tube structure in crashworthiness

- [D]. PhD Thesis. Lubbock: Texas Tech University, 2005: 33-68.
- [5] Andrews K R F, England G L, Ghani E. Classification of the axial collapse of cylindrical tubes under quasi-static loading[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1983, **25**(9/10): 687-696.
- [6] Guillow S R, Lu G, Grzebieta R H. Quasi-static axial compression of thin-walled circular aluminium tubes[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2001, **43**(9): 2103-2123.
- [7] Abramowicz W, Jones N. Dynamic axial crushing of square tubes[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1984, **2**(2): 179-208.
- [8] Abramowicz W, Jones N. Dynamic progressive buckling of circular and square tubes[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1986, **4**(4): 243-270.
- [9] Ma J, You Z. Energy absorption of thin-walled square tubes with a prefolded origami pattern—part I: geometry and numerical simulation[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2014, **81**(1): 011003.
- [10] Song J, Chen Y, Lu G. Axial crushing of thin-walled structures with origami patterns[J]. *Thin-Walled Structures*, 2012, **54**: 65-71.
- [11] Hou D, Chen Y, Ma J, et al. Axial crushing of thin-walled tubes with kite-shape pattern[C]// *ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2015: V05BT08A037-V05BT08A037.
- [12] Ma J, Hou D, Chen Y, et al. Quasi-static axial crushing of thin-walled tubes with a kite-shape rigid origami pattern: numerical simulation[J]. *Thin-Walled Structures*, 2016, **100**: 38-47.
- [13] ABAQUS analysis user's manual[Z]. USA: Dassault Systems Simulia Corp. Providence, RI, 2007.
- [14] Nagel G M, Thambiratnam D P. A numerical study on the impact response and energy absorption of tapered thin-walled tubes[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2004, **46**(2): 201-216.
- [15] Abramowicz W, Jones N. Dynamic axial crushing of circular tubes[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1984, **2**(3): 263-281.
- [16] Wu W. Rigid origami: modelling, application in pre-folded cylinders and manufacturing[D]. PhD Thesis. Oxford: Oxford University, 2010: 116-150.

Analysis of Diamond-Patterned Origami Tubes Under Axial Crushing Forces

LIU Xiang¹, LI Dong-heng²

(1. *School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300354, P.R.China;*

2. *School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, P.R.China)*

Abstract: The diamond pattern was introduced into thin-wall tubes to reduce the initial peak forces during axial crushing processes. The finite element method was used to analyze the performance of diamond-patterned origami tubes with square cross sections. The results show that the diamond-patterned origami tubes have lower initial peak forces but more steady crushing processes, in comparison with the corresponding straight-wall tubes. The critical conditions were obtained for the origami tubes with buckling modes agreeing with the diamond pattern creases. The relationships between the sector angle of the origami tube and the initial peak force as well as the mean crushing force under axial impact were also studied.

Key words: diamond pattern; origami tube; axial crushing; finite element analysis

引用本文/Cite this paper:

刘祥, 李东恒. Diamond 折纸管状结构轴向冲击性能分析 [J]. 应用数学和力学, 2017, **38**(2): 163-169.

LIU Xiang, LI Dong-heng. Analysis of diamond-patterned origami tubes under axial crushing forces [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(2): 163-169.