ⓒ 应用数学和力学编委会, ISSN 1000-0887

http://www.applmathmech.cn

热防护服-空气-皮肤热传导模型及其解析解

李长玉, 方彦奎, 刘福旭, 阮宇航

(华南理工大学广州学院 汽车与交通工程学院,广州 510800)

摘要: 建立了高温环境下热防护服-空气-皮肤的热传导模型.利用热传导时,层合界面间温度相等和热流量连续的条件,结合微分思想,用分离变量法推导了微小时间段内模型热传导的解析解,然后通过循环得到整个时域内的解析解.利用求得的解析解分析了在 80 ℃的环境温度下模型各位置温度和热流密度的变化情况,以及在不同环境温度下皮肤表面温度变化和热损伤情况.该求解方法可用来分析一般层合结构传热问题,计算结果对热防护服的设计和效果评价具有一定的参考意义.

关 键 词: 热防护服; 分离变量; 热损伤; 温度场 中图分类号: 0343.2 文献标志码: A DOI: 10.21656/1000-0887.400290

A Thermal Protective Clothing-Air-Skin Heat Conduction Model and Its Analytical Solution

LI Changyu, FANG Yankui, LIU Fuxu, RUAN Yuhang

(School of Automobile and Traffic Engineering, Guangzhou College of South China University of Technology, Guangzhou 510800, P.R.China)

Abstract: A thermal protective clothing-air-skin heat conduction model in high temperature environment was established. The analytical solution of heat conduction in a small time period was derived by means of the method of separation of variables under the conditions of equal temperature and continuous heat flux at the laminate interface during heat conduction, and then the analytical solution in the whole time domain was obtained through iteration. The variations of temperature and heat flux in different positions in the model at an ambient temperature of 80 $^{\circ}$ C were analyzed with the analytical solution. Then the surface temperature and thermal damage of skin at different ambient temperatures were calculated. The solution method applies to heat transfer problems of general laminate structures. The calculation results are of referential significance for the design and effect evaluation of thermal protective clothing.

Key words: thermal protective clothing; separation of variables; thermal damage; temperature field

引 言

热防护服能够极大程度地保护处于高温环境下的工作人员,它一般由外壳层、防水层和隔热层组成^[1-2]。 为了在较短的研发周期内设计隔热效果更好的热防护服,并且对热防护服的保护效果进行合理评价,越来越

基金项目: 广东省特色创新项目(自然科学类)(2017KTSCX218)

^{*} 收稿日期: 2019-09-26;修订日期: 2020-06-22

作者简介: 李长玉(1981—),男,副教授,博士(通讯作者. E-mail: licy@gcu.edu.cn).

引用格式: 李长玉,方彦奎,刘福旭,阮宇航.热防护服-空气-皮肤热传导模型及其解析解[J].应用数学和力学, 2021, **42**(2): 162-169.

多的科研工作者通过建立数学模型的方式模拟研究热防护服的热传递过程,并且对防护效果进行了评价.

田苗等从热防护服热传导模型建立和模型验证两个方面对相关的研究进行了回顾,建立了热防护服传 热模型,并对模型的解法进行了归纳,预测了其数学模型发展的趋势^[3].卢琳珍等建立了热防护服-空气-皮 肤热传导的数学模型,并且利用隐形差分的方法计算了模型在高温环境下的温度场,分析了空气层和织物对 热防护服性能的影响,评价了皮肤灼伤情况^[4].张英等结合人体数值模型评价方法和人体生理评价指标,对 热防护服降温效果进行了评价^[5].李紫含等从主观和客观两个方面研究了热防护服隔热效果评价方法^[6].毛 瑶瑶等建立三层热防护服模型,结合遗传算法及插值拟合算法等得到了热防护服的温度场分布以及不同织 物的最优厚度^[7].姚沃成等建立了高温作业专用服装的数学模型,并且利用数值方法对模型进行求解^[8].

分析文献可发现,研究人员针对热防护服单独建模的较多,对联合热防护服-空气-皮肤建模的较少.并且因为模型为层合结构,研究人员一般采用有限差分法或有限元法等数值方法对模型进行求解^[9-12].基于上述原因,本文考虑热防护服、空气和皮肤组织的相互作用,建立了热防护服-空气-皮肤组织的热传导数学模型,并且利用模型交界处温度相等和热流量连续的特性,结合微分思想,求得了模型的分离变量解析解.通过求得的解析解计算了模型温度场分布以及不同位置热流量变化情况,然后计算了在几种典型的高温环境下皮肤组织的热损伤情况,进一步对防护效果进行了评价.

1 模型建立

热防护服的外壳层,防水层和隔热层厚度分别为 l_1 , l_2 和 l_3 .热防护服和皮肤表面间存在空气层,其厚度为 l_4 .皮肤组织由表皮、真皮和皮下组织组成,厚度分别为 l_5 , l_6 和 l_7 ,x为位置变量, $x_i = \sum_{i=1}^{7} l_i$, x_7 为模型总厚度, $x_7 = l_1 + l_1 + \cdots + l_7$.热防护服左侧处在高温环境中,右侧为人体皮肤深处,和人体基础温度保持一致.相应的几何模型如图 1 所示.







相应的控制方程为

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = k_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} - \varpi_{b,i} \rho_b c_b (T_i - T_a) + (q_{\text{met},i} + q_{\text{ext},i}); \qquad (1)$$

边界条件为

$$T(0,t) = T_{\rm h},\tag{2}$$

$$T(x_7,t) = T_a; \tag{3}$$

初始条件为

$$T(x,0) = T_{a},$$

其中 $i = 1, 2, \dots, 7; \rho_i$ 表示第 i 层的密度; c_i 表示第 i 层的比热容; T_i 为第 i 层的温度变化函数; t 为时间变量; k_i 为第 i 层的热传导系数; $\sigma_{b,i}$ 为第 i 层的血流灌注率; ρ_b 为血液密度; c_b 为血液比热容; T_h 为外部高温环境 温度; T_a 为人体的基础温度; $q_{met,i}$ 为各层内部产热量; $q_{ext,i}$ 为外部加热量.无量纲化的控制方程为

(4)

$$\rho_{\mathrm{r},i}c_{\mathrm{r},i}\frac{\partial\theta_{i}}{\partial\tau} = k_{\mathrm{r},i}\frac{\partial^{2}\theta_{i}}{\partial\xi^{2}} - \bar{\omega}_{\mathrm{b},i}\theta_{i} + (\bar{q}_{\mathrm{met},i} + \bar{q}_{\mathrm{ext},i});$$

无量纲化的边界条件为

 θ

$$I(0,\tau) = \frac{I_{\rm h} - I_{\rm a}}{T} = f_0(\tau) , \qquad (6)$$

$$\theta_{7}(\xi_{7},\tau) = 0 = f_{7}(\tau);$$
⁽⁷⁾

无量纲化的初始条件为

 $\theta_i(\xi,0) = 0,$

(8)

(5)

其中 $f_0(\tau)$ 为无量纲化的左边界条件, $f_7(\tau)$ 为无量纲化的右边界条件.利用下标 r 表示无量纲化参数,其中 $\rho_{r,i}$ 表示第*i*层的无量纲密度; $c_{r,i}$ 表示第*i*层的无量纲比热容, $k_{r,i}$ 表示第*i*层的无量纲热传导系数; θ_i 表示第 *i*层的无量纲温度函数; τ 表示无量纲时间参数; ξ 表示无量纲位置变量; $\bar{q}_{\text{met},i}$ 表示无量纲内部产热量; $\bar{q}_{\text{ext},i}$ 表示无量纲外部加热量; $\bar{\omega}_{h,i}$ 表示无量纲血流灌注率.各无量纲参数和原参数的关系为

$$\begin{split} \rho_{\mathbf{r},i} &= \rho_i / \rho_1, \ c_{\mathbf{r},i} = c_i / c_1, \ k_{\mathbf{r},i} = k_i / k_1, \\ \theta_i &= (T_i - T_a) / T_a, \ \tau = k_1 t \rho_1 c_1 / L^2, \ \xi = x / L, \\ \bar{q}_{\mathrm{met},i} &= q_{\mathrm{met},i} / (k_1 T_a), \ \bar{q}_{\mathrm{ext},i} = q_{\mathrm{ext},i} / (k_1 T_a), \ \bar{\omega}_{\mathrm{b},i} = L^2 \ \overline{\varpi}_{\mathrm{b},i} \rho_{\mathrm{b}} c_{\mathrm{b}} / k_1. \end{split}$$

2 解析方法

本文建立的模型共有 7 层,且各层的热物理参数互不相等,所以不能直接利用分离变量法求得解析解. 为求得其分离变量解析解将其在时间域上进行分割,可以假设在首个 [0,Δ7]内交界处的温度线性变化为

$$\theta_i(\xi_i,\tau) = f_i(\tau) = K_i\tau, \qquad (9)$$

其中 K_i 为第 i 段近似直线的斜率; $f_i(\tau)$ 为第 i 层温度随时间变化的函数.经过此假设后,本文建立的模型各 层左右边界条件均为已知,可利用分离变量法分别求解.各层边界条件均为非齐次化边界条件,为了将边界 条件齐次化,引入转换函数 $w_i(\xi,\tau)$ 和 $\psi_i(\xi,\tau)$:

$$\theta_i(\xi,\tau) = w_i(\xi,\tau) + \psi_i(\xi,\tau), \qquad (10)$$

$$w_i(\xi,\tau) = (a\xi + b)f_{i-1}(\tau) + (c\xi + d)f_i(\tau) .$$
(11)

如果需要边界条件齐次化则需要满足

$$(a\xi_{i-1} + b)f_{i-1}(\tau) + (c\xi_{i-1} + d)f_i(\tau) = f_{i-1}(\tau),$$
(12)

$$(a\xi_i + b)f_{i-1}(\tau) + (c\xi_i + d)f_i(\tau) = f_i(\tau) .$$
(13)

由式(12)、(13)可知

$$a = \frac{1}{\xi_{i-1} - \xi_i}, \ b = \frac{-\xi_i}{\xi_{i-1} - \xi_i}, \ c = \frac{1}{\xi_i - \xi_{i-1}}, \ d = \frac{-\xi_{i-1}}{\xi_i - \xi_{i-1}}.$$
(14)

将式(10)代入式(5)中可得

$$\rho_{\mathrm{r},i}c_{\mathrm{r},i}\frac{\partial\psi_{i}}{\partial\tau} = k_{\mathrm{r},i}\frac{\partial^{2}\psi_{i}}{\partial\xi^{2}} - \bar{\omega}_{\mathrm{b},i}\psi_{i} + q_{\mathrm{ts},i}, \qquad (15)$$

其中

$$q_{\text{ts},i} = -\rho_{\text{r},i}c_{\text{r},i}\frac{\partial w_i}{\partial \tau} + k_{\text{r},i}\frac{\partial^2 w_i}{\partial \xi^2} - \bar{\omega}_{\text{b},i}(w_i - T_a) + (\bar{q}_{\text{met},i} + \bar{q}_{\text{ext},i})$$
(16)

为了求得在 $[0, \Delta \tau]$ 时间域内的分离变量解,引人分离变量函数 $\phi_i(\xi)$ 和 $\varphi_i(\tau)$:

$$\psi_i(\xi,\tau) = \phi_i(\xi)\varphi_i(\tau) .$$
(17)

$$\psi(\xi_{i-1},\tau) = 0,$$
(18)
(19)

通过观察及试算,选取式(15)的特征方程如下:

 $\rho_{\mathbf{r},i}c_{\mathbf{r},i}\frac{\partial\phi_i}{\partial\tau} = k_{\mathbf{r},i}\frac{\partial^2\phi_i}{\partial\xi^2}.$ (20)

将式(17)代入式(20)可得

$$\frac{\mathrm{d}^2\phi_i(\xi)}{\mathrm{d}\xi^2} + \lambda_i\phi_i(\xi) = 0.$$
(21)

由式(18)、(19)可知

$$\phi_i(\xi_{i-1}) = 0, \tag{22}$$

$$\phi_i(\xi_i) = 0. \tag{23}$$

结合式(21)~(23)可知其为齐次的二阶常微分方程,其本征函数为

$$\phi_{i,m}(\xi) = \sin(\lambda_{i,m}\xi), \ \lambda_{i,m} = \frac{m\pi}{\xi_i - \xi_{i-1}}, \qquad m = 1, 2, 3, \cdots.$$
(24)

很明显, $\phi_{i,m}(\xi)$ 满足正交特性, 即满足

$$\int_{\xi_{i-1}}^{\xi_{i}} \phi_{i,m}(\xi) \phi_{i,n}(\xi) = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ \delta_{i,n} = \frac{\xi_{i} - \xi_{i-1}}{2}, & m = n. \end{cases}$$
(25)

为了采用模态叠加法求得其在 $[0, \Delta \tau]$ 内的解析解,引入转换函数 $\gamma_{i,m}(\tau)$,令

$$\psi_{i}(\xi) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_{i,m}(\xi) \gamma_{i,m}(\tau) .$$
(26)

将式(26)代入式(15),两边同时乘以 $\phi_{i,n}(\xi)$,并且在[ξ_{i-1},ξ_i]内积分,结合式(21)和式(25)可得

$$\gamma_{i,m}'(\tau) + \frac{k_{r,i}\lambda_{i,m} + \bar{\omega}_{b,i}}{\rho_{r,i}c_{r,i}}\gamma_{i,m}(\tau) = \bar{q}_{is,i,m}, \qquad (27)$$

其中

$$\bar{q}_{\text{ts},i,m} = \frac{1}{\rho_{\text{r},i}c_{\text{r},i}} \frac{1}{\delta_{i,m}} \int_{\xi_{i-1}}^{\xi_i} q_{\text{ts},i,m} \phi_{i,m} \mathrm{d}\xi \,.$$
(28)

式(27)为一阶常微分方程,其解为^[13]

$$\gamma_{i,m}(\tau) = e^{-\alpha_{i,m}\tau} \gamma_{i,m}(0) + e^{-\alpha_{i,m}\tau} \int_0^\tau e^{\alpha_{i,m}\tau} \bar{q}_{\mathrm{is},i,m} \mathrm{d}\tau, \qquad (29)$$

其中

$$\alpha_i = \frac{k_{\mathrm{r},i}\lambda_{i,m} + \bar{\omega}_{\mathrm{b},i}}{\rho_{\mathrm{r},i}c_{\mathrm{r},i}},\tag{30}$$

$$B_{i,m}(0) = -\frac{1}{\delta_{i,m}} \int_{\xi_{i-1}}^{\xi_i} w_i(\xi, 0) \phi_{i,m} \mathrm{d}\xi.$$
(31)

至此,可以求解出在[0, Δτ]时间内各层的解析解:

$$\theta_i(\xi,\tau) = w_i(\xi,\tau) + \sum_{m=1}^{\infty} \phi_{i,m}(\xi) \gamma_{i,m}(\tau) .$$
(32)

因式(32)中存在未知数 K_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 7$),根据各层交界处热流量连续的特性,可得如下方程:

$$K_{\mathbf{r},i} \frac{\partial \theta_i(\xi_i, \Delta \tau)}{\partial \tau} = K_{\mathbf{r},i+1} \frac{\partial \theta_{i+1}(\xi_{i+1}, \Delta \tau)}{\partial \xi}, \qquad i = 1, 2, \cdots, 6.$$
(33)

由式(33)可求得 k_i ,之后将 $\Delta \tau$ 时刻作为初始值,相同的过程可计算 $[\Delta \tau, 2\Delta \tau]$ 内温度场的解析解,通过不断循环即可求得整个时间域内的分离变量解析解.

3 防护效果评价

本文利用在高温环境中穿着热防护服时皮肤组织的热损伤情况,来评价热防服的保护效果.皮肤组织的 热损伤表达式如下:

(34)

$$\Omega(t) = \int_{a}^{t} A \exp(-E_{a}/(RT)) dt,$$

其中 Ω 表示热损伤因子;A表示频率因子;R表示通用气体常数; E_a 表示激活能量.根据文献[9,14]可知: Ω = 0.53,为一级热损伤; Ω = 1.0,为二级热损伤; Ω = 10⁴,为三级热损伤(E_a/R = 75 000,A = 3.1 × 10⁹⁸).

4 数值结果和讨论

根据第 2、3 节推导的解析解,可计算热防护服在高温环境下温度场的分布情况和防护条件下皮肤组织的热损伤情况.模型各层的热物理参数见表 1^[2,14-18].血液密度为 $\rho_{\rm b}$ = 1 060 kg/m³,其比热容为 $c_{\rm b}$ = 3 770 J/ (kg·K);人体基础温度取值为 $T_{\rm s}$ = 37 °C.

i	1	2	3	4	5	6	7
l_i /mm	0.6	5	3.6	0.6	0.1	1.5	4.4
$\rho_i / (\text{kg/m}^3)$	300	862	74.2	1.18	1 190	1 116	971
$c_i / (\mathbf{J} / (\mathbf{kg} \boldsymbol{\cdot} \mathbf{K}))$	1 377	2 100	1 726	1 005	3 600	3 300	2 700
$k_i / (\mathbf{W} / (\mathbf{m} \boldsymbol{\cdot} \mathbf{K}))$	0.082	0.37	0.045	0.028	0.235	0.445	0.185
$\varpi_{\mathrm{b},i}$ / s ⁻¹	0	0	0	0	0	0.01	0
$q_{\mathrm{met},i}$ / (W/m ³)	0	0	0	0	368.1	368.1	368.3
$q_{\mathrm{ext},i}$ /(W/m ³)	0	0	0	0	0	0	0

表 1 模型各层的热物理参数^[2,14-18] Table 1 Thermophysical parameters of each layer of the model^[2,14-18]





图 2 为在 80 ℃的环境中,热防护服及皮肤组织各位置的温度随时间的变化情况.其中 A、B、C、D、E、F 线 分别表示外壳层和防水层交界处(A线)、防水层和隔热层交界处(B线)、隔热层和空气层交界处(C线)、空 气层和皮肤表皮层交界处(D线)、表皮层和真皮层交界处(E线)、真皮层和皮下脂肪层交界处(F线)温度 随着时间变化的情况,G线为通过有限元法计算的外壳层和防水层交界处温度变化情况,H线为通过有限元 方法计算的空气层和皮肤表皮层交界处的温度变化曲线(及皮肤表面位置).对比发现,本文解析法计算的结 果和传统的有限元法计算结果完全一致,进而可验证本文方法的正确性.从图中可以看出,外壳层和防水层 交界处(A线)温度以及防水层和隔热层交界处(B线)温度上升很快,分别达到 77.5 ℃和 72.6 ℃,分析原因 是因为此位置靠近高温环境,并且外壳层和防水层的导热系数均较大,隔热性能较差.隔热层和空气层交界 处(C线)的温度上升幅度大幅减慢,最高温度为 47.55 ℃,分析原因是因为隔热层具有较小的热传导系数, 具有较好的隔热效果.皮肤组织表面,以及表皮和真皮交界处的温度相差很小,分析原因是因为真皮的厚度 很小,且因为热防护服良好的保护作用,此处的温度上升已经很小.处于稳定情况之后皮肤组织表面的温度 为 40 ℃,为人体可以接受的温度,因为真皮层有血流灌注,可带走部分热量,所以表皮和皮下脂肪交界处的 温度只比人体正常体温 37 ℃上升少许.

图 3 为在环境温度为 80 ℃时,不同时刻温度沿着模型深度方向的分布情况.从图中可以看出随着时间 增加,温度逐渐上升.t = 600 s 和 1 200 s 时温度分布曲线基本重合,说明在 t = 600 s 时温度已经达到平衡状 态不再变化.从图中还可以看出,在任何时刻隔热层右侧温度急剧下降,说明隔热层具有较好的隔热效果.

图 4 为在环境温度为 80 ℃时,模型各位置热流密度随时间的变化情况.A、B、C、D、E、F 分别表示外壳层 和防水层交界处(A线)、防水层和隔热层交界处(B线)、隔热层和空气层交界处(C线)、空气层和皮肤表皮 层交界处(D线)、表皮层和真皮层交界处(E线)、真皮层和皮下脂肪层交界处(F线)热流量随时间的变化 情况.从图中可以看出,各位置的热流量随着时间增加均有增大趋势,且A、B、C、D线最终达到 319 W/m²并 且保持不再变化,D、E线最终达到 122 W/m²后不再变化.因为随着时间增加,热量传递最终会达到平衡状 态,所以热流密度会趋于恒定.因为真皮层存在血流灌注,血液流动会带走部分热量,所以达到平衡时真皮层 左右两侧热流密度相差 197 W/m².



图 5 为不同环温度下皮肤组织表面温度随时间变化的情况.图中 a、b、c、d、e 线分别表示环境温度为

60 ℃,70 ℃,80 ℃,100 ℃,180 ℃时皮肤组织表面温度随时间的变化情况.从图中可以看出环境温度越低,皮肤组织表面温度越快达到平衡;环境温度越高,达到平衡状态时皮肤组织表面的温度越高.

图 6 为不同的环境温度下,皮肤组织表面的热损伤随时间的变化情况.图中 a、b、c、d、e 线分别表示环境 温度为 60 ℃,70 ℃,80 ℃,100 ℃,180 ℃时皮肤组织表面热损伤随时间变化的关系.从图中可以看出,随着 时间累积热损伤因子逐渐增加.但是当环境温度小于 100 ℃时,在 1 200 s 之内热损伤因子不超过 0.01,皮肤 组织表面并未被灼伤,说明热防护服在 100 ℃以下的高温环境中能起到较好的保护作用.当环境温度为 180 ℃时热损伤因子超过 1,达到二级热损伤,说明在 180 ℃的高温环境中,热防护服并不能很好地对人体进行 保护^[9,14].

5 结 论

本文建立了热防护服-空气-皮肤热传导数学模型,利用模型交界处温度相等和热流量连续的条件,在微 小时间段内推导了其温度场的分离变量解析解.并通过具体的数值计算验证了解析解的正确性.该方法相对 于传统的数值方法,物理意义更明确,计算时也具有较高的效率.利用该解析方法可以精确计算模型各位置 温度和热流量的变化,并且能计算不同环境温度下人体皮肤表面的温度变化和热损伤.对热防护服的设计和 效果评价具有一定的指导意义.

本文在建立热防护服-空气-皮肤热传导数学模型时,对所模拟的物理场景进行了一定的简化,未考虑长时间工作时人体自身产热导致的伤害.通过实验方法获取高温环境下人体自身产热参数,进一步优化模型将 是我们未来的研究方向.

参考文献(References):

- WANG S X, LI Y, HU J Y, et al. Effect of phase-change material on energy consumption of intelligent thermal-protective clothing [J]. *Polymer Testing*, 2006, 25(5): 580-587.
- [2] SONG G, PASKALUK S, SATI R, et al. Thermal protective performance of protective clothing used for low radiant heat protection[J]. *Textile Research Journal*, 2010, **81**(3): 311-323.
- [3] 田苗,李俊. 数值模拟在热防护服装性能测评中的应用[J]. 纺织学报, 2015, 36(1): 158-164.(TIAN Miao, LI Jun. Prediction of skin injury degree based on modified model of heat transfer in three-layered thermal protective clothing[J]. *Journal of Textile Research*, 2015, 36(1): 158-164.(in Chinese))
- [4] 卢琳珍,徐定华,徐映红.应用三层热防护服热传递改进模型的皮肤烧伤度预测[J].纺织学报,2018,39(1):
 111-118.(LU Linzhen, XU Dinghua, XU Yinhong. Prediction of skin injury degree based on modified model of heat transfer in three-layered thermal protective clothing[J]. *Journal of Textile Research*, 2018, 39(1): 111-118.(in Chinese))
- [5] 张英, 胡琴, 李紫含, 等. 热防护服降温效果评价指标与方法研究进展[J]. 工业安全与环保, 2018, 44(3): 46-49.(ZHANG Ying, HU Qin, LI Zihan, et al. Research progress on evaluation indicators and methods of cooling effect for thermal protective clothing[J]. *Industrial Safety and Environmental Protection*, 2018, 44(3): 46-49.(in Chinese))
- [6] 李紫含,王世杰,徐伯乐,等. 热防护服降温效果评价体系研究[J]. 武汉理工大学学报(信息与管理工程版), 2018, 40(1): 18-22.(LI Zihan, WANG Shijie, XU Bole, et al. Study on evaluation system of thermal protective clothing cooling effect[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Information & Management Engineering), 2018, 40(1): 18-22.(in Chinese))
- [7] 毛瑶瑶,朱家明. 基于热传导及遗传算法对防热服的优化设计[J]. 兰州文理学院学报(自然科学版), 2019, 33
 (3): 31-34, 74.(MAO Yaoyao, ZHU Jiaming. Optimal design of heat-proof clothing based on heat conduction and genetic algorithms[J]. *Journal of Lanzhou University of Arts and Science (Natural Sciences Edition)*, 2019, 33(3): 31-34, 74.(in Chinese))
- [8] 姚沃成,傅宇辉,江俊贤. 高温作业专用服装设计的数学模型[J]. 电子测试, 2019, 408(S1): 65-67.(YAO Wochen, FU Yuhui, JIANG Junxian. Mathematical model of clothing design for high temperature operation [J]. Journal of Electronic Testing, 2019, 408(S1): 65-67.(in Chinese))

- [9] MOHAJER M, AYANI M B, TABRIZI H B. Numerical study of non-Fourier heat conduction in a bio-layer spherical living tissue during hyperthermia[J]. *Journal of Thermal Biology*, 2016, **62**(B): 181-185.
- [10] 刘芳, 施卫平. 用格子 Boltzmann 方法模拟非线性热传导方程[J]. 应用数学和力学, 2015, 36(11): 1158-1166.
 (LIU Fang, SHI Weipin. Simulation of the nonlinear heat conduction equation with the lattice Boltzmann method[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2015, 36(11): 1158-1166.(in Chinese))
- [11] 富明慧,陈焯智. 层合圆柱三维温度场分析的半解析-精细积分法[J]. 应用力学学报, 2012, 29(1): 15-20.(FU Minghui, CHEN Zhuozhi. The semi-analytical precise integration method for the analysis of three dimensional temperature field of laminated cylinde[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2012, 29(1): 15-20.(in Chinese))
- [12] 刘文胜,李璇,马运柱,等.有限元法求解瞬态温度场时的数值振荡研究[J].应用数学和力学,2018,39(4):403-414.(LIU Wensheng, LI Xuan, MA Yunzhu, et al. Study of numerical oscillation in solving transient temperature fields with the finite element method[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, 39(4):403-414.(in Chinese))
- [13] 李长玉,林水木,戴海燕,等. 基于拓展分离变量法的层合材料瞬态传热分析[J]. 物理学报, 2018, 67(21): 245-252.(LI Changyu, LIN Shuimu, DAI Haiyan, et al. Transient heat transfer analysis of laminated materials based on extended separation variable method[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(21): 245-252.(in Chinese))
- [14] XU F, LU T J, SEFFEN K A. Bio-thermo-mechanics of skin tissues [J]. Journal of the Mechanics & Physics of Solids, 2008, 56(5): 1852-1884.
- [15] LIU K C, WANG Y N, CHEN Y S. Investigation on the bio-heat transfer with the dual-phase-lag effect[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2012, 58: 29-35.
- [16] 李学亮,朱健铭,夏金虹,等.局部皮肤绝热法无损测量血液灌注率研究[J]. 桂林电子科技大学学报,2012,32
 (4):331-334.(LI Xueliang, ZHU Jianming, XIA Jinhong, et al. Research on non-invasive measurement of blood perfusion rate with local skin adiabatic method[J]. *Journal of Guilin University of Electronic Technology*, 2012, 32(4): 331-334.(in Chinese))
- [17] LIN S M, LI C Y. Semi-analytical solution of bio-heat conduction for multi-layers skin subjected to laser heating and fluid cooling[J]. *Journal of Mechanics in Medicine & Biology*, 2016, 17(2): 1750029.
- [18] HAMMER B E. Physical properties of tissues [J]. *Moscow University Mathematics Bulletin*, 1991, **54**(3): 112-135.