

# 气泡间距对受污染球形气泡界面性质 和尾流的影响\*

孙 涛, 庞明军, 费 洋

(常州大学 机械与轨道交通学院;  
江苏省绿色过程装备重点实验室, 江苏 常州 213164)

**摘要:** 为了解气泡间相互作用对受污染气泡水动力学特性的影响,基于改进的停滞帽模型,以表面活性剂作为污染介质,详细研究了不同气泡间距下气泡的界面参数、周围流场和尾流特性.通过求解气泡界面与流域间的吸附和解析方程,考虑局部流动以及 Marangoni 效应的影响,形成稳定的污染界面.借助 Langmuir 方程将界面切应力与界面表面活性剂浓度相关联,实现气泡界面切应力的求解.研究发现,改变两气泡的间距,不会显著影响气泡 1 的界面参数,而对气泡 2 的界面参数影响巨大.气泡 1 尾涡向气泡 2 上游界面的逼近是气泡 2 界面参数改变的主要原因,该尾涡对气泡 2 界面上表面活性剂分布的影响与对流作用相反,其可以把流向气泡 2 尾部的表面活性剂拖回气泡上游界面,从而影响气泡 2 的界面参数分布,并出现了低影响与高影响阶段.而且气泡 1 的尾涡长度和涡中心垂直位置的值受气泡 2 上游界面浓度和气泡间距的共同影响,气泡 2 各尾涡参数值随上游界面浓度的增加而减小直至为零.

**关键词:** 界面污染气泡; 气泡间距; 界面参数; 局部流场

**中图分类号:** O357.1; O359.1      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.21656/1000-0887.410099

## 引 言

泡状流动广泛存在于诸多工业过程,在这些过程中,由于杂质(或添加剂)的存在,气泡界面会受到不同程度的污染.气泡界面受污染后,其水动力学特性会发生改变,进而影响流动结构以及气-液交界面的传热和传质性能<sup>[1]</sup>,从而对实际工业过程的效率产生显著影响.因此,研究受污染气泡的水动力学特性具有重要的现实意义.

国内外学者以表面活性剂作为污染源,对界面受污染气泡的水动力学特性进行了大量研究.Palapanthi 等<sup>[2]</sup>、Cuenot 等<sup>[3]</sup>、Jarek 等<sup>[4]</sup>和 Saboni 等<sup>[5]</sup>使用停滞帽模型针对不同表面活性剂溶液,数值研究了受污染气泡界面浓度分布、停滞角大小、停滞帽尺寸、切向速度和涡量变化,并给出了气泡阻力系数表达式.Kishore 等<sup>[6-8]</sup>使用球形停滞帽模型,对幂律流体中受表面

\* 收稿日期: 2020-04-06; 修订日期: 2020-05-22

**基金项目:** 国家自然科学基金(51376026);江苏省高校“青蓝工程”项目资助

**作者简介:** 孙涛(1996—),男,硕士生;

庞明军(1976—),男,副教授,博士(通讯作者. E-mail: pangmj@cczu.edu.cn).

**引用格式:** 孙涛,庞明军,费洋. 气泡间距对受污染球形气泡界面性质和尾流的影响[J]. 应用数学和力学, 2020, 41(10): 1157-1170.

活性剂污染气泡界面的动力学特性、气泡阻力及其周围流场随“帽角”的变化进行了详细研究。Pesci 等<sup>[9]</sup>采用亚网格(SGS)模型数值研究了表面活性剂溶液中单气泡上浮速度和界面浓度分布,发现当气泡速度达到准稳态时,吸附解析不一定处于平衡状态。Fei 和 Pang<sup>[10]</sup>利用改进的停滞帽模型研究了不同表面活性剂浓度下气泡界面浓度、界面性质和尾流特征等。Hosokawa 等<sup>[11-12]</sup>使用时空滤波测速仪(SFV)测试了不同表面活性剂浓度下受污染气泡/液滴的界面浓度分布,发现聚集在气泡界面分布不均的表面活性剂会产生表面张力梯度,进而产生与界面流向相反的 Marangoni 力,降低气泡表面的流动性。

目前关于受污染气泡水动力学特性的研究,主要集中于单气泡的研究。而在现实工业过程中,当气泡的体积分数较高时,气泡间的相互影响比较明显。鉴于此,本文采用改进的停滞帽模型模拟研究了两个受污染气泡之间的间距(即体积分数)对其界面参数和尾流的影响。由于每个气泡界面仅能与其邻近的流域进行质量交换,所以采用改进的停滞帽模型模拟两个气泡时,需要识别各自的吸附域,以实现多个气泡对临近污染物的同时吸附。

## 1 物理模型

### 1.1 几何建模

考虑直径为  $d_b$ 、间距为  $h$  的两共轴线球形气泡在静置不可压缩 Newton 流体中作上浮运动,忽略气泡间相互作用对气泡上浮运动的影响。为了简化研究,采用轴对称几何模型,将直径为  $d_b$ 、间距为  $h$  的两球形气泡固定在直径为  $D_t$ 、长为  $L$  的圆柱域轴线上,让速度为  $U$  的溶液对于气泡发生流动,流动方向与轴线平行,如图 1 所示。图 1 中,整个流域分为两个部分,一是紧贴气泡表面法向厚度为  $\delta_b$  的吸附层,二是吸附层以外的主流区域; $\theta$  为“帽角”,表示气泡干净界面的角度范围; $\alpha$  为方位角,表示气泡表面上任意位置与气泡左顶点的夹角; $a$  为速度进口到气泡 1 中心的距离, $b$  为气泡 2 中心到出口的距离。为了防止壁面效应的影响,上壁面以与来流相同的速度与溶液一起运动。

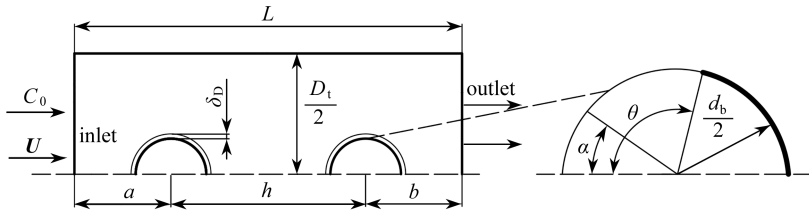


图 1 计算区域

Fig. 1 The computation domain

### 1.2 假设合理性说明

针对两球形气泡均以速度  $U$  稳态上浮、忽略气泡相互作用对上浮速度的影响以及呈轴对称流动这一假设给予说明。文中气泡 Reynolds 数  $Re = 150$ , Eötvös 数  $EO$  为 0.14, Morton 数  $Mo$  为  $2.6 \times 10^{-6}$ , 最小气泡间距为 2.8 倍气泡直径。由 Clift 等<sup>[13]</sup>给出的关于  $Re$ ,  $EO$  和  $Mo$  的气泡形状关系图可知,当前所研究气泡的形状为球形。对于受浮力作用单上浮气泡,当不考虑气泡界面性质变化(即忽略气泡界面受污染)、气泡 Reynolds 数  $Re < 400$  时,气泡周围流场呈轴对称分布<sup>[14-16]</sup>。文献[17]指出,当考虑污染物在气泡界面吸附时(即气泡界面受污染),轴对称模型成立的条件是流场和浓度场必须同时呈轴对称分布,此时气泡 Reynolds 数应满足  $Re \leq 200$ 。

文献[18-21]研究表明,当气泡 Reynolds 数  $Re < 200$  时,即使气泡尾流效应较强(如  $EO =$

100), 两气泡仍呈直线上升, 其周围流动仍呈轴对称分布. 文献[19]指出, 在弱尾流效应(如  $Eo = 1$ ) 下, 气泡 Reynolds 数  $Re = 100$  和气泡间距为 2.5 倍气泡直径时, 两共轴线上浮气泡间仅存在微弱相互作用. 文献[20]指出, 当尾流效应非常弱时(如  $Eo = 0.1$ ), 对于 Reynolds 数较小的球形气泡, 气泡间距为 1.5 倍气泡直径时, 两共轴线上浮气泡间互不影响. 可见, 对于目前研究的两共轴线上浮球形气泡, 可近似采用轴对称模型进行计算. 所涉及的  $Eo$ 、 $Re$  和  $Mo$  定义式如下:

$$Eo = \frac{\rho g d_b^2}{\sigma}, \quad (1)$$

$$Mo = \frac{g \mu^4}{\rho \sigma^2}, \quad (2)$$

$$Re = \frac{\rho d_b U}{\mu}, \quad (3)$$

式中,  $\rho$  为密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $g$  为重力加速度,  $\text{m}/\text{s}^2$ ;  $\mu$  为动力黏度,  $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ;  $\sigma$  表示气泡表面张力,  $\text{N}/\text{m}$ ;  $d_b$  为气泡直径,  $\text{m}$ .

### 1.3 控制方程

所需的控制方程除了流域内的连续性方程和动量方程外, 还需求解气泡表面吸附层内与主流域中表面活性剂浓度的输运方程. 流域中的连续性方程和动量方程为:

连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0; \quad (4)$$

动量方程

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{u}$  为速度,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $t$  为时间,  $\text{s}$ ;  $p$  为压力,  $\text{Pa}$ ;  $\nu$  为运动黏度,  $\text{m}^2/\text{s}$ .

气泡表面吸附层内表面活性剂的浓度可由下式求解:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \nabla_s \cdot (\Gamma \mathbf{u}_\tau) = D_s \nabla_s^2 \Gamma + S_r, \quad (6)$$

式中,  $\Gamma$  为吸附层内表面活性剂的浓度,  $\text{mol}/\text{m}^2$ ;  $S_r$  为吸附层表面活性剂浓度方程的源项;  $\mathbf{u}_\tau$  为气泡表面切向速度,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $D_s$  为气泡表面活性剂的扩散系数,  $\text{m}^2/\text{s}$ ;  $\nabla_s$  为梯度沿气泡表面的切向分量, 定义为

$$\nabla_s = \nabla - \mathbf{n} \cdot (\mathbf{n} \cdot \nabla), \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{n}$  为垂直于气泡界面的单位法向量.

Muradoglu 与 Tryggvason<sup>[22]</sup> 基于 Frumkin-Levich 模型<sup>[23]</sup>, 将吸附层表面活性剂浓度方程的源项定义为

$$S_r = k [C_s (\Gamma_{\max} - \Gamma) - \beta \Gamma], \quad (8)$$

式中,  $k$  为吸附系数,  $\text{m}^3/(\text{mol} \cdot \text{s})$ ;  $\beta$  为解吸系数,  $\text{m}^3/(\text{mol} \cdot \text{s})$ ;  $\Gamma_{\max}$  为极限吸附下气泡表面允许达到的最大浓度,  $\text{mol}/\text{m}^2$ ;  $C_s$  为紧邻气泡表面流域中表面活性剂的浓度,  $\text{mol}/\text{m}^2$ .

整个流域(包括吸附层和主流域)中活性剂浓度的输运方程为

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (C\mathbf{u}) = D \nabla^2 C + S_c, \quad (9)$$

式中,  $C$  为主流域中表面活性剂的浓度,  $\text{mol}/\text{m}^3$ ;  $D$  为主流域中表面活性剂的扩散系数,  $\text{m}^2/\text{s}$ ;  $S_c$  为主流域中表面活性剂浓度方程的源项, 该源项与吸附层内表面活性剂浓度方程的源项关系为

$$S_c = -\frac{A}{V} S_F, \quad (10)$$

其中,  $A$  为紧邻气泡表面网格单元的面积,  $\text{m}^2$ ;  $V$  为紧邻气泡表面网格单元的体积,  $\text{m}^3$ .

对于非吸附层流域, 式(9)可简化为

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (Cu) = D\nabla^2 C. \quad (11)$$

#### 1.4 边界条件

计算所涉及的速度、气泡表面活性剂浓度, 以及流域中表面活性剂浓度在进口、出口、对称轴处和气泡表面的边界条件表述如下:

进口

$$\mathbf{u} = \mathbf{U}, C = C_0; \quad (12)$$

出口

$$\partial \mathbf{u} / \partial \mathbf{n} = 0, \partial C / \partial \mathbf{n} = 0; \quad (13)$$

对称轴处

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \partial C / \partial \mathbf{n} = 0, \partial (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}) / \partial \mathbf{n} = 0; \quad (14)$$

气泡表面

$$\partial C / \partial \mathbf{n} = 0, \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \boldsymbol{\tau} = \frac{RT\Gamma_{\max}}{\Gamma_{\max} - \Gamma} \cdot \nabla_s \Gamma, \partial \Gamma / \partial \mathbf{n} = 0, \quad (15)$$

式中,  $\boldsymbol{\tau}$  为气泡表面的切应力, Pa;  $R$  是气体常数,  $\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ;  $T$  是绝对温度, K.

当不考虑气体黏性时, 气泡表面的切应力与 Marangoni 应力相平衡, 同时 Marangoni 应力又可表示为气泡界面表面张力梯度的切向分量.

$$\boldsymbol{\tau} = -\boldsymbol{\tau}_{\text{Ma}} = -\nabla_s \sigma, \quad (16)$$

式中,  $\boldsymbol{\tau}_{\text{Ma}}$  为 Marangoni 应力, Pa;  $\sigma$  通过 Langmuir 吸附状态方程<sup>[24-25]</sup>与气泡表面活性剂的浓度联系起来:

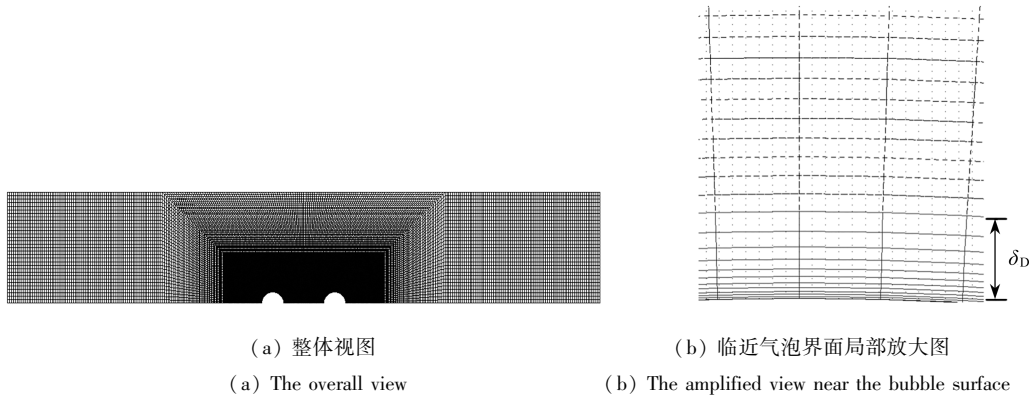
$$\sigma = \sigma_0 + RT\Gamma_{\max} \ln \left( 1 - \frac{\Gamma}{\Gamma_{\max}} \right), \quad (17)$$

其中,  $\sigma_0$  是干净气泡的表面张力,  $\text{N}/\text{m}$ .

## 2 数值方法和关键参数确定

### 2.1 网格划分

如图 2 所示, 靠近气泡的区域使用四边形和三角形混合网格, 远离气泡的区域使用四边形网格. 由于靠近气泡表面区域的流场较为复杂, 因此气泡表面附近区域的网格较为密集; 随着远离气泡表面, 网格逐渐变得稀疏, 如图 2(a) 所示. 气泡吸附层周向上采用均匀网格, 径向上采用非均匀网格, 共 10 层, 如图 2(b) 所示. 表 1 给出了不同 Reynolds 数下球形气泡周向网格的划分. 对比发现, 将气泡周向网格划分为 256 份满足计算要求.



(a) 整体视图 (a) The overall view (b) 临近气泡界面局部放大图 (b) The amplified view near the bubble surface

图2 圆球域示意图

Fig. 2 The spherical domain

表1 不同 Re 下气泡周向网格划分

Table 1 Grid numbers along the bubble circumference under different Re values

	Re	circumferential division
Fukuta et al. <sup>[24]</sup>	100	144
Palaparthi et al. <sup>[26]</sup>	0.91	100
Fukuta et al. <sup>[27]</sup>	100	168
this paper	150	256

## 2.2 数值方法

本文使用的数值方法如下:压力-速度耦合采用 SIMPLEC 算法以加快收敛速度,单元中心的变量梯度采用基于网格单元的 Gauss-Green 公式离散,压力项采用二阶离散格式,对流项采用三阶 QUICK 格式离散,气泡表面活性剂的浓度采用三阶 QUICK 格式离散,流域中表面活性剂的浓度采用三阶 QUICK 格式离散,时间项采用二阶隐式离散格式。

## 2.3 工况设置

假设气泡受正戊醇污染,入口浓度为  $C_0 = 1.5 \text{ mol/m}^3$ ,其吸附-解吸动力学参数根据文献 [28] 选取.吸附系数  $k = 5.08 \text{ m}^3/(\text{mol}\cdot\text{s})$ ,解吸系数  $\beta = 21.7 \text{ m}^3/(\text{mol}\cdot\text{s})$ ,极限吸附下气泡表面允许最大浓度  $\Gamma_{\text{max}} = 5.9 \times 10^{-6} \text{ mol/m}^2$ ,扩散系数  $D_s = D = 1.1 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ .由于表面活性剂浓度较低,因此液相热物性数据选用常温下水的物性参数.气泡直径  $d_b = 1 \text{ mm}$ ,  $U = 0.15 \text{ m/s}$ ,  $Re = 150$ .计算区域尺寸为  $D_t = 10d_b$ ,  $a = b = 12.5d_b$ ,  $L$  最小值为  $27.8d_b$  (对应的  $h = 2.8d_b$ ).在气泡间距  $h = 2.8d_b \sim 6d_b$  的工况下,研究了气泡间距对两气泡界面参数和局部流动的影响。

## 2.4 吸附层厚度确定

吸附层厚度的选取会对模拟结果产生重大的影响,文献 [23] 提出了估算吸附层边界厚度的计算方法 (见式 (18)).但该方法精确度不高,与实际值会产生偏差.因此,在依据式 (18) 对吸附层厚度估算的基础上,选用不同的吸附层厚度进行了计算对比,以获得最佳厚度值。

$$\delta_D/d_b = \frac{1}{2} \pi^{1/2} Pe^{-1/2} = \frac{1}{2} \pi^{1/2} \left( \frac{Ud_b}{D} \right)^{-1/2}, \quad (18)$$

式中,  $Pe$  为 Péclet 数,表示对流与扩散之比.在估算值的基础上,并在间距  $h = 2.87d_b$  的工况下,对两受污染气泡阻力系数给予检测,结果如表 2 所示.当  $\delta_D/d_b$  减小至  $\delta_D/d_b = 1.2 \times 10^{-2}$  时,两气泡的阻力系数基本不变,同时权衡计算量的影响,选取  $\delta_D/d_b = 1.2 \times 10^{-2}$ 。

表 2 吸附层厚度对两受污染气泡阻力系数的影响

Table 2 Influence of the adsorption layer thickness on the drag coefficient of contaminated bubbles

$\delta_D/d_b$	bubble 1	bubble 2
$1.35 \times 10^{-2}$	0.67	0.54
$1.2 \times 10^{-2}$	0.62	0.55
$1.1 \times 10^{-2}$	0.62	0.55

基于确定的吸附层厚度,下面对气泡吸附层第一层网格的尺寸进行分析与讨论.图 3 给出了气泡间距  $h = 2.87d_b$  时,吸附层第一层网格尺寸分别为  $\Delta_1 = 2.4 \times 10^{-4}$  mm,  $\Delta_2 = 3.0 \times 10^{-4}$  mm,  $\Delta_3 = 5.0 \times 10^{-4}$  mm 时两气泡界面浓度分布.如图 3 所示,两个气泡的界面浓度分布在网格尺寸为  $\Delta_1, \Delta_2$  时基本一致,因此当第一层网格尺寸为  $3.0 \times 10^{-4}$  mm 时已满足要求,不需要再减小网格尺寸.文献[6]指出,当  $Re < 200$  时,使用简化停滞帽模型的计算时间步长要小于  $10^{-3}$  s,而文中计算时间步长设为 0.000 5 s,满足计算要求.

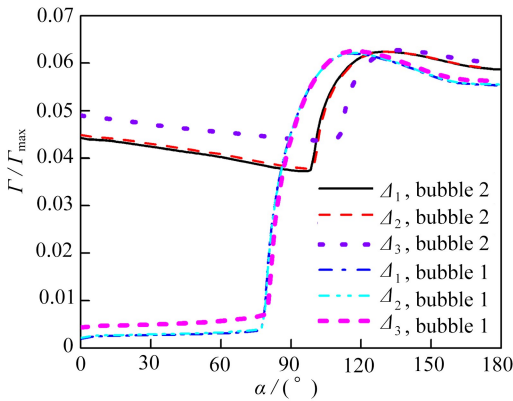


图 3 网格尺寸对界面浓度的影响

Fig. 3 Influences of grid sizes on the interface concentration

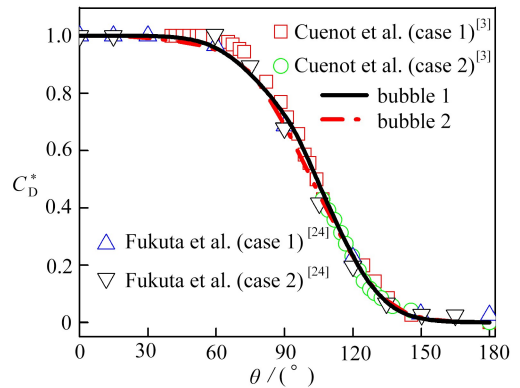


图 4 气泡阻力系数对比

Fig. 4 Comparison of bubble drag coefficients

## 2.5 结果准确性验证

为了验证计算结果的可靠性,在气泡 Reynolds 数  $Re = 100$  和气泡间距  $h = 6d_b$  时,将不同“帽角” $\theta$  下受污染气泡阻力系数的计算结果与文献的结果进行了比较,如图 4 所示.从图 4 可知,几组结果吻合良好,说明计算结果是可信的.相对阻力系数计算式如下:

$$C_D^* = \frac{C_D - C_{D,\text{clean}}}{C_{D,\text{rigid}} - C_{D,\text{clean}}}, \quad (19)$$

式中,  $C_{D,\text{clean}}$  是界面干净气泡的阻力系数,  $C_{D,\text{rigid}}$  是界面完全污染气泡的阻力系数,  $C_D$  是不同界面污染程度气泡的阻力系数.

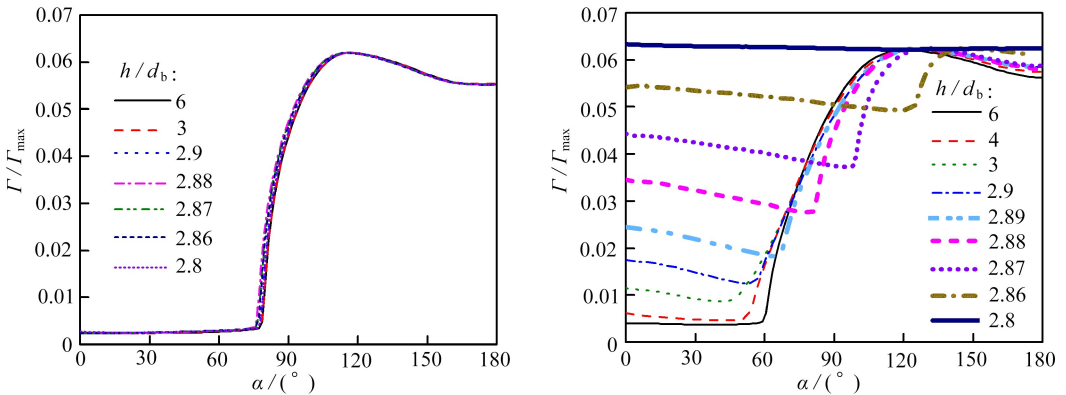
## 3 结果与讨论

### 3.1 界面浓度

单个受污染气泡界面参量的变化已经被进行了深入研究.结果表明,吸附于气泡表面的表面活性剂在对流作用影响下,流向气泡尾部,形成界面浓度梯度.而受界面浓度梯度产生的 Marangoni 应力的影响下,气泡尾部区域的表面活性剂又会向气泡前部扩散.于是气泡前部是相对干净的界面,气泡尾部则是相对污染严重的界面,中间是界面浓度逐渐升高的过渡区

域<sup>[11-12,16]</sup>.图5给出了 $h/d_b$ 对气泡界面浓度的影响.图5(a)为 $h/d_b$ 对气泡1界面浓度的影响.从图中可以看出, $h/d_b$ 对气泡1界面浓度的影响轻微,即各间距下,其界面浓度分布趋势相似.与单个受污染气泡的结果相似,即相同 $Re$ 下,当流域中表面活性剂浓度为定值时,气泡受污染程度不变,“帽角” $\theta$ 为定值.图5(b)为 $h/d_b$ 对气泡2界面浓度的影响.从图中可以看出, $h/d_b$ 对气泡2界面浓度的影响非常明显.随着 $h/d_b$ 的减小,“帽角”停滞点前相对干净界面上的界面浓度逐渐升高,而“帽角”则是先略微逐渐减小再逐渐增大至 $180^\circ$ .

为了分析气泡2界面浓度分布的原因,额外计算了 $h/d_b = 2.87$ 时,气泡1有无吸附时对尾流和气泡2界面浓度分布的影响,计算结果见图6和图7.图6(a)为 $h/d_b = 2.87$ 时,气泡1无吸附而气泡2有吸附时的流场分布;图6(b)为 $h/d_b = 2.87$ 时,两气泡同时吸附时的流场分布.从图6中可以看出,气泡1有吸附时,其尾部会有涡形成.该尾涡对气泡2界面上污染物分布的影响不同于对流作用的影响,而是把流向气泡尾部的污染物重新带回到气泡上游界面,增加气泡2上游界面的浓度,导致气泡1有吸附时,气泡2上游界面浓度大大增加,而“帽角”前后部分的浓度差降低,如图7所示.文献[3,11-12,18]研究表明,当气泡界面未完全受污染时,随着气泡尾部受污染界面浓度与上游干净界面浓度差值的升高,气泡界面的流动性降低.因此,与气泡1不考虑吸附时相比,当气泡1考虑吸附时,气泡2前后部分界面浓度差的降低导致界面流动性增强,于是中间过渡区域的界面浓度更多地流向尾部界面,“帽角”随之增大.



(a) 气泡间距对气泡1界面浓度的影响

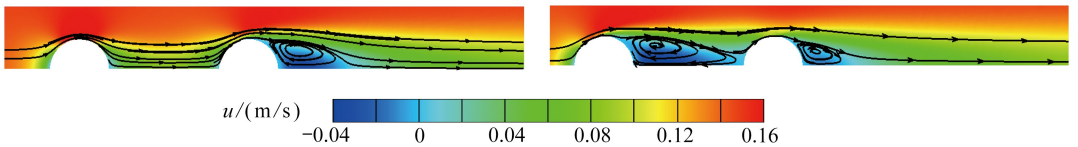
(b) 气泡间距对气泡2界面浓度的影响

(a) Effects of  $h/d_b$  on  $\Gamma/\Gamma_{\max}$  of the 1st bubble interface

(b) Effects of  $h/d_b$  on  $\Gamma/\Gamma_{\max}$  of the 2nd bubble interface

图5 气泡间距对气泡界面浓度的影响

Fig. 5 Effects of  $h/d_b$  on  $\Gamma/\Gamma_{\max}$  of bubbles



(a) 气泡1无吸附

(b) 气泡1有吸附

(a) The 1st bubble without adsorption

(b) The 1st bubble with adsorption

图6  $h/d_b = 2.87$ 时气泡1有无吸附对尾流的影响

Fig. 6 Influences of the 1st bubble with or without adsorption on the wake for  $h/d_b = 2.87$

对照图5(b)可以看出,当 $h/d_b$ 在3~6范围内时,气泡1尾流对降低气泡2上游界面的对

流作用较弱,仅导致气泡 2 相对于干净界面上的界面浓度略微升高,气泡相对于干净界面范围略微逐渐减小(即“帽角”减小);因逐渐降低的界面流动性,导致中间过渡区域浓度的变化率逐渐减小;尾部区域的界面浓度未受到较大的影响.当  $2.8 < h/d_b < 3$  时,随着  $h/d_b$  的减小,气泡 1 尾流对气泡 2 上游界面对流作用的影响增强,气泡 2 尾部受污染界面浓度与前部相对于干净界面上浓度差值明显减小,气泡界面的流动性随之增强,导致中间过渡区域界面上的污染物更多地流向尾部,所以“帽角”不断增大.当  $h/d_b = 2.8$  时,“帽角”增大到  $180^\circ$ .因此,再减小  $h/d_b$  “帽角”不再变化.

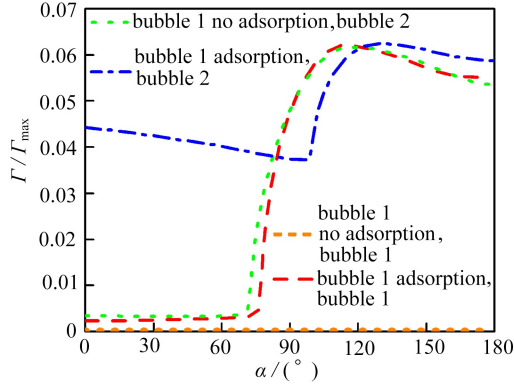
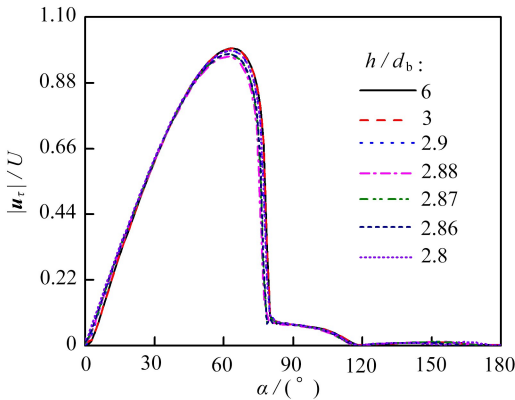


图 7  $h/d_b = 2.87$  时气泡 1 有无吸附对气泡 2 界面浓度分布的影响

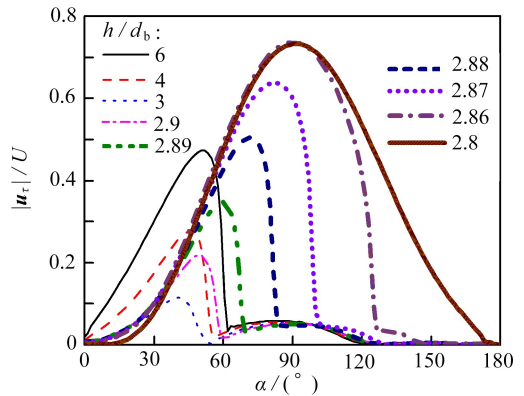
Fig. 7 Influences of the 1st bubble with or without adsorption on the interface concentration of the 2nd bubble for  $h/d_b = 2.87$

### 3.2 界面速度

吸附于气泡表面的表面活性剂会降低气泡界面的流动性,因此气泡界面浓度分布的变化势必将会影响气泡的界面速度分布.图 8 给出了  $h/d_b$  对气泡 1 界面速度的影响.图 8(a) 为  $h/d_b$  对气泡 1 界面速度的影响,类似于气泡界面浓度分布,气泡 1 的界面速度分布趋势基本相同,即不受气泡间距  $h/d_b$  的影响.



(a) 气泡间距对气泡 1 界面速度的影响



(b) 气泡间距对气泡 2 界面速度的影响

(a) Effects of  $h/d_b$  on  $|u_t|/U$  of the 1st bubble interface

(b) Effects of  $h/d_b$  on  $|u_t|/U$  of the 2nd bubble interface

图 8 气泡间距对气泡界面速度的影响

Fig. 8 Effects of  $h/d_b$  on  $|u_t|/U$  of bubbles

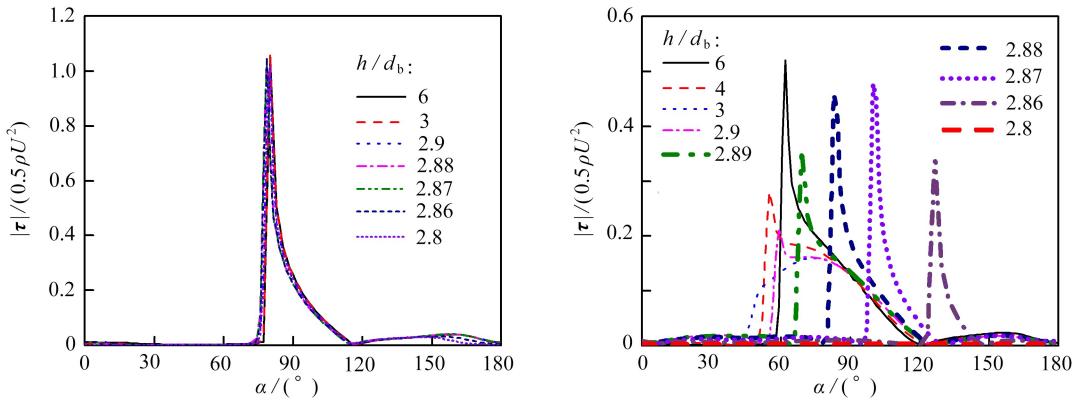


图 8(b) 为  $h/d_b$  对气泡 2 界面速度的影响, 从图中可以看出, 当  $h/d_b$  在 3~6 范围内时, 气泡界面速度呈现出相似分布趋势, 随着  $h/d_b$  的减小, 仅是速度峰值在减小. 当  $2.8 < h/d_b < 3$  时, 气泡界面速度呈现出另外一个相似分布趋势, 随着  $h/d_b$  的减小, 非零界面速度范围增宽, 速度峰值增大. 当  $h/d_b = 2.8$  时, 气泡尾部几乎不存在零界面速度区. 这可能是归因于气泡 1 的尾流对气泡 2 界面浓度分布的影响.

当  $h/d_b$  在 3~6 范围内时, 随着  $h/d_b$  的减小, 受气泡 1 尾流的影响, 气泡 2 界面的流动性逐渐减弱. 当  $h/d_b = 2.8$  时 (即“帽角”为  $180^\circ$ ), 气泡 2 的界面速度分布与干净气泡的界面速度分布相似, 仅是上游部分界面的界面速度因受到气泡 1 尾流的影响而较低. 这可能是因不断减小的界面浓度差 (如图 5(b) 所示,  $h/d_b < 3$ ) 导致 Marangoni 切应力减小引起的.

### 3.3 界面切应力

受表面活性剂污染的气泡界面, 其界面性质会发生不同程度的变化, 从而会引起界面切向应力的阶跃现象. 图 9 给出了  $h/d_b$  对气泡界面切向应力的影响. 图 9(a) 为  $h/d_b$  对气泡 1 界面切应力的影响. 可以看出, 类似于气泡界面浓度和速度分布, 气泡 1 界面切向应力分布也不受气泡间距  $h/d_b$  的影响. 气泡界面切应力在相对干净和相对完全污染界面的过渡位置处出现一次阶跃现象, 且阶跃幅度相同. 这与单气泡受污染情况相似.



(a) 气泡间距对气泡 1 界面切应力的影响

(a) Effects of  $h/d_b$  on  $|\tau|/(0.5\rho U^2)$  of the 1st bubble interface

(b) 气泡间距对气泡 2 界面切应力的影响

(b) Effects of  $h/d_b$  on  $|\tau|/(0.5\rho U^2)$  of the 2nd bubble interface

图 9 气泡间距对气泡界面切向应力的影响

Fig. 9 Effects of  $h/d_b$  on  $|\tau|/(0.5\rho U^2)$  of bubbles

图 9(b) 给出了  $h/d_b$  对气泡 2 界面切应力的影响. 根据式 (15) 可以看出, 切应力分布与界面浓度在界面上的梯度和界面浓度差相关. 气泡前部和尾部界面因较低的界面浓度梯度和界面浓度差, 因此仅存在很小的切应力. 而中间过渡区域界面上因较大的界面浓度梯度和界面浓度差, 气泡界面切应力会出现一次阶跃现象. 从图 5(b) 可以看出, 当  $h/d_b$  在 3~6 范围内时, 随着  $h/d_b$  的减小, 中间过渡区域界面上的界面浓度梯度与界面浓度差值逐渐减小, 而且气泡“帽角”逐渐减小; 因而在图 9(b) 中表现为, 气泡界面切应力阶跃幅度逐渐降低, 阶跃位置逐渐向气泡上游轻微地移动. 当  $2.8 < h/d_b < 3$  时, 气泡 2 中间过渡区域界面上的界面浓度梯度先逐渐增大后减小, 相应的气泡界面切应力的阶跃幅度也表现为先逐渐增大后减小的趋势 (如图 9(b) 所示). 但中间过渡区域界面上界面浓度差的逐渐减小, 导致气泡 2 界面切应力的阶跃幅

度都小于  $h/d_b = 6$  时的阶跃幅度. 当  $h/d_b = 2.8$  时, “帽角”为  $180^\circ$ , 界面浓度分布均导致气泡 2 界面上的切应力都为零.

### 3.4 尾涡分析

如前所述, 随着  $h/d_b$  的减小, 气泡 1 的尾涡对气泡 2 界面参量分布的影响程度逐渐增强. 因此有必要对不同  $h/d_b$  下两气泡的尾涡变化给予深入分析. 图 10 给出了不同  $h/d_b$  下两气泡的流场分布. 从图中可以看出, 随着  $h/d_b$  的减小, 气泡 1 的尾涡逐渐靠近气泡 2 上游界面, 且强度逐渐增大. 或许正是该尾涡的变化导致气泡 2 界面上的污染物分布不同, 进一步导致气泡 2 其他的界面参量也不同. 当  $h/d_b$  在 3~6 范围内时, 随着  $h/d_b$  的减小, 气泡 1 的尾涡面积逐渐增大, 而气泡 2 的尾涡面积逐渐减小. 当  $2.8 \leq h/d_b < 3$  时, 气泡 1 的尾涡直接作用于气泡 2 的上游界面, 其尾涡面积未再发生明显的改变; 然而气泡 2 的尾涡面积却逐渐减小直至消失. 且当  $h/d_b = 2.8$  时 (即“帽角”为  $180^\circ$ ), 气泡 2 的流场分布与干净气泡的流场分布相似, 都没有尾涡的出现.

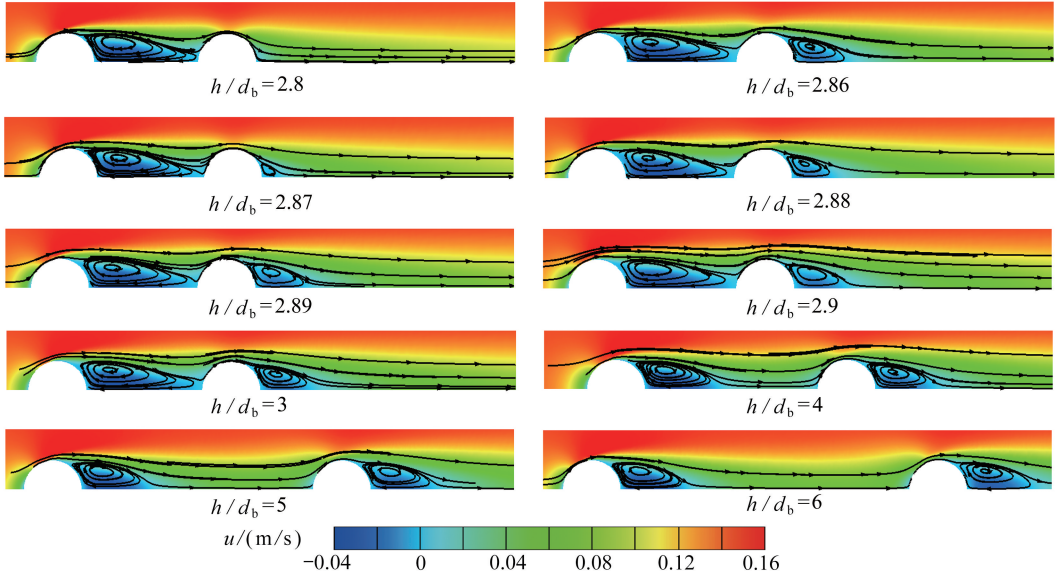


图 10 不同气泡间距下两气泡的流场分布

Fig. 10 Flow field distributions of 2 bubbles with different  $h/d_b$  values

为了定量分析尾涡的变化, 文献[26]定义了描述尾涡变化的参数, 即尾涡长度  $e$ 、涡中心水平位置  $f$ 、涡中心垂直位置  $q$  和分离角  $\varphi$ , 如图 11 所示.

图 12 给出了不同  $h/d_b$  下两气泡尾涡参数的分布. 如图所示, 气泡 1 的涡中心垂直位置  $q/d_b$  和分离角  $\varphi$  的值基本上不受  $h/d_b$  的影响, 而尾涡长度  $e/d_b$  和涡中心水平位置  $f/d_b$  的值却随着  $h/d_b$  的减小, 呈现出先增加后减小的趋势. 这是因为该气泡界面污染程度基本上不受  $h/d_b$  的影响, 所以其涡中心垂直位置  $q/d_b$  和分离角  $\varphi$  分布未发生明显变化. 而气泡尾涡长度  $e/d_b$  和涡水平垂直位置  $f/d_b$  的值先随着气泡 2 上游界面上界面浓度的升高而增加 ( $3 \leq h/d_b \leq 6$ ), 又因气泡间距的减小而随之减小 ( $h/d_b < 3$ ).

气泡 2 尾涡各参数随  $h/d_b$  的变化呈现出相似的趋势. 该气泡的尾涡长度  $e/d_b$ 、涡中心水平位置  $f/d_b$ 、涡中心垂直位置  $q/d_b$  和分离角  $\varphi$  的值随上游界面上界面浓度的增加而减小直至为零.

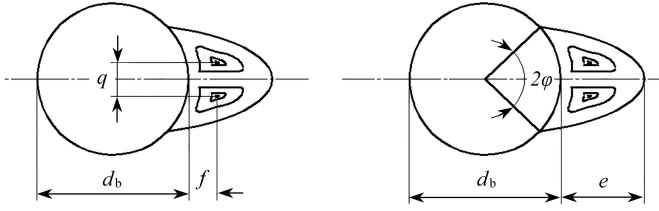
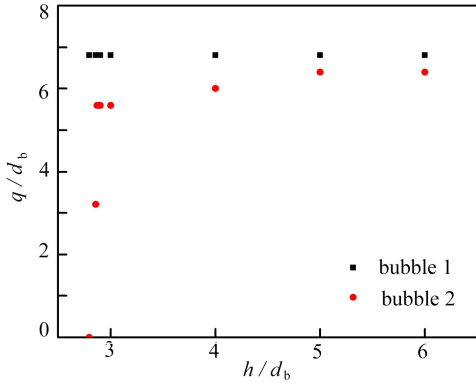
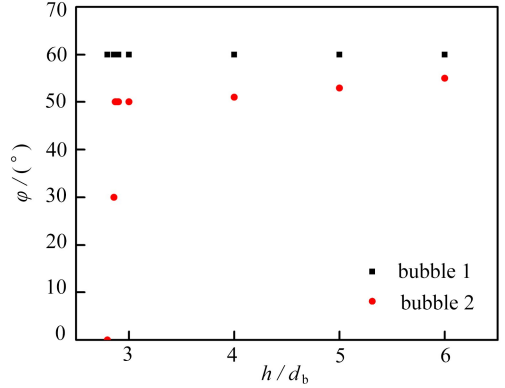


图 11 气泡尾涡各参数的定义

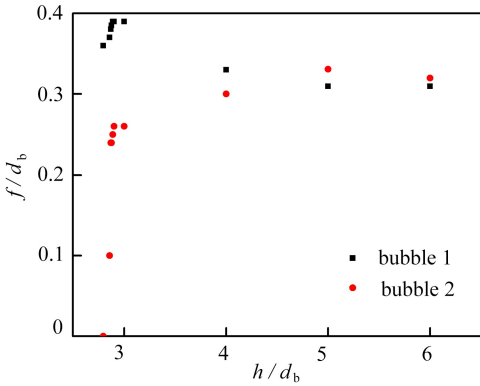
Fig. 11 Definition of parameters for the vortex



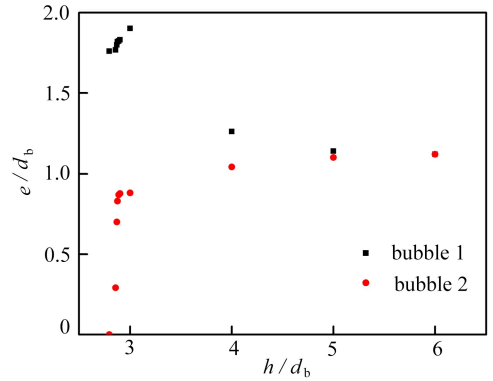
(a) 不同气泡间距下气泡的涡垂直中心分布  
(a) Variations of  $q/d_b$  with different  $h/d_b$  values



(b) 不同气泡间距下气泡的涡分离角分布  
(b) Variations of  $\phi$  with different  $h/d_b$  values



(c) 不同气泡间距下气泡的涡中心水平位置分布  
(c) Variations of  $f/d_b$  with different  $h/d_b$  values



(d) 不同气泡间距下气泡的尾涡长度分布  
(d) Variations of  $e/d_b$  with different  $h/d_b$  values

图 12 不同气泡间距下气泡尾涡参数分布

Fig. 12 Variations of vortex parameter distributions with different  $h/d_b$  values

## 4 结 论

采用改进的停滞帽模型对不同间距下两气泡的界面参数分布、尾涡和周围流场特征进行了数值研究,目前的分析对于今后开展多个受污染气泡水动力学特性的数值研究具有一定的借鉴作用.研究发现,当气泡间距小到一定程度时,气泡 2 出现界面完全均匀污染(“帽角”为  $180^\circ$ )、界面切应力和流场分布与干净气泡类似的情况.在该情况下,停滞帽模型或许不再成

立.具体结论如下:

1)  $h/d_b$  的减小不会对气泡 1 的界面参数产生明显的改变,而会显著影响气泡 2 的界面参数分布。

2) 气泡 1 尾涡向气泡 2 上游界面的逼近是气泡 2 界面参数改变的主要原因.该尾涡对气泡 2 界面上表面活性剂分布的影响不同于对流作用,而是把流向气泡尾部的表面活性剂重新拖回到气泡上游界面,从而影响气泡 2 的界面参数分布,并出现了低影响与高影响阶段。

3) 气泡 1 的尾涡长度  $e/d_b$  和涡水平位置  $f/d_b$  的值受气泡 2 上游界面上界面浓度和气泡间距的共同影响,而气泡 2 各尾涡参数值随其界面浓度差的减小而减小直至为零。

参考文献(References):

- [1] TAKAGI S, MATSUMOTO Y. Surfactant effects on bubble motion and bubbly flows[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2011, **43**(1): 615-636.
- [2] PALAPARTHI R, PAPAGEORGIOU D T, MALDARELLI C. Theory and experiments on the stagnant cap regime in the motion of spherical surfactant-laden bubbles[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, **559**: 1-44.
- [3] CUENOT B, MAGNAUDET J, SPENNATO B. The effects of slightly soluble surfactants on the flow around a spherical bubble[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1997, **339**: 25-53.
- [4] JAREK E, WARSZYNSKI P, KRZAN M. Influence of different electrolytes on bubble motion in ionic surfactants solutions[J]. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 2016, **505**: 171-178.
- [5] SABONI A, ALEXANDROVA S, KARSHEVA M. Effects of interface contamination on mass transfer into a spherical bubble[J]. *Journal of Chemical Technology & Metallurgy*, 2015, **50**(5): 589-596.
- [6] KISHORE N, NALAJALA V S, CHHABRA R P. Effects of contamination and shear-thinning fluid viscosity on drag behavior of spherical bubbles[J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2013, **52**(17): 6049-6056.
- [7] NALAJALA V S, KISHORE N. Drag of contaminated bubbles in power-law fluids[J]. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 2014, **443**: 240-248.
- [8] NALAJALA V S, KISHORE N. Motion of partially contaminated bubbles in power-law liquids: effect of wall retardation[J]. *International Journal of Mineral Processing*, 2015, **140**: 8-18.
- [9] PESCI C, WEINER A, MARSCHALL H, et al. Computational analysis of single rising bubbles influenced by soluble surfactant[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, **856**: 709-763.
- [10] FEI Y, PANG M J. A treatment for contaminated interfaces and its application to study the hydrodynamics of a spherical bubble contaminated by surfactants[J]. *Chemical Engineering Science*, 2019, **200**: 87-102.
- [11] HOSOKAWA S, MASUKURA Y, HAYASHI K, et al. Experimental evaluation of Marangoni stress and surfactant concentration at interface of contaminated single spherical drop using spatiotemporal filter velocimetry[J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2017, **97**: 157-167.
- [12] HOSOKAWA S, HAYASHI K, TOMIYAMA A. Evaluation of adsorption of surfactant at a moving interface of a single spherical drop[J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2018, **96**: 397-405.

- [13] CLIFT R, GRACE J R, WEBER M E. *Bubbles, Drops, and Particles* [M]. New York: Academic Press, 1978.
- [14] SABONI A, ALEXANDROVA S, MORY M. Flow around a contaminated fluid sphere [J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2010, **36**(6): 503-512.
- [15] DANI A, COCKX A, GUIRAUD P. Direct numerical simulation of mass transfer from spherical bubbles: the effect of interface contamination at low Reynolds numbers [J]. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, 2006, **4**. DOI: 10.2202/1542-6580.1304.
- [16] 庞明军, 牛瑞鹏, 陆敏杰. 壁面效应对剪切稀化流体内气泡上浮特性的影响 [J]. *应用数学和力学*, 2020, **41**(2): 143-155. (PANG Mingjun, NIU Ruipeng, LU Minjie. Wall effects on floating characteristics of bubbles in shear-thinning fluids [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, **41**(2): 143-155. (in Chinese))
- [17] DUKHIN S S, LOTFI M, KOVALCHUK V I, et al. Dynamics of rear stagnant cap formation at the surface of rising bubbles in surfactant solutions at large Reynolds and Marangoni numbers and for slow sorption kinetics [J]. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 2016, **492**: 127-137.
- [18] 李少白, 徐双, 范俊赓, 等. 非牛顿流体中在线双气泡相互作用的数值模拟 [J]. *沈阳航空航天大学学报*, 2017, **34**(4): 63-68. (LI Shaobai, XU Shuang, FAN Jungeng, et al. Numerical simulation of interaction between in-line two bubbles in non-Newtonian fluids [J]. *Journal of Shenyang Aerospace University*, 2017, **34**(4): 63-68. (in Chinese))
- [19] 孟辉, 张兴伟, 牛小东, 等. 格子 Boltzmann 方法分析气泡的运动及其相互作用 [J]. *应用力学学报*, 2014, **31**(4): 518-524. (MENG Hui, ZHANG Xingwei, NIU Xiaodong, et al. Lattice Boltzmann analysis of bubble motion and interaction [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2014, **31**(4): 518-524. (in Chinese))
- [20] 张磊. 气泡间相互作用机理的数值模拟 [D]. 硕士学位论文. 重庆: 重庆大学, 2015. (ZHANG Lei. Numerical simulation of interaction mechanism between bubbles [D]. Master Thesis. Chongqing: Chongqing University, 2015. (in Chinese))
- [21] 雷杰, 王昱, 马明, 等. 基于 FTM 方法的双气泡融合特性模拟 [J]. *过程工程学报*, 2019, **19**(2): 263-270. (LEI Jie, WANG Yu, MA Ming, et al. Numerical simulation of coalescence of double bubbles using FTM [J]. *The Chinese Journal of Process Engineering*, 2019, **19**(2): 263-270. (in Chinese))
- [22] MURADOGLU M, TRYGGVASON G. Simulations of soluble surfactants in 3D multiphase flow [J]. *Journal of Computational Physics*, 2014, **274**: 737-757.
- [23] LEVICH V G. *Physicochemical Hydrodynamics* [M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1962.
- [24] FUKUTA M, TAKAGI S, MATSUMOTO Y. The effect of surface velocity on lift force for a spherical bubble in a linear shear flow [J]. *Theoretical & Applied Mechanics Japan*, 2005, **54**: 227-234.
- [25] TASOGLU S, DEMIRCI U, MURADOGLU M. The effect of soluble surfactant on the transient motion of a buoyancy-driven bubble [J]. *Physics of Fluids*, 2008, **20**(4): 040805-040819.
- [26] PALAPARTHI R, PAPAGEORGIOU D T, MALDARELLI C. Theory and experiments on the stagnant cap regime in the motion of spherical surfactant-laden bubbles [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, **559**: 1-44.
- [27] FUKUTA M, TAKAGI S, MATSUMOTO Y. Numerical study on the shear-induced lift force acting on a spherical bubble in aqueous surfactant solutions [J]. *Physics of Fluids*, 2008, **20**(4):

040704-040712.

- [28] HAYASHI K, TOMIYAMA A. Effects of surfactant on terminal velocity of a Taylor bubble in a vertical pipe[J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2012, **39**: 78-87.

## Effects of Bubble Spacings on Interface Properties and Wake Flow for 2 Contaminated Spherical Bubbles

SUN Tao, PANG Mingjun, FEI Yang

(*School of Mechanical Engineering and Rail Transit;  
Jiangsu Key Laboratory of Green Process Equipment,*

*Changzhou University, Changzhou, Jiangsu 213164, P.R.China*)

**Abstract:** To understand the influence of the interaction between contaminated bubbles on the hydrodynamic characteristics, with a surfactant as the contamination medium, the interface parameters, the flow field and the wake characteristics of bubbles with different spacings were investigated with the improved stagnation cap model. A stably contaminated interface was formed through solution of the adsorption and desorption equations between the bubble interface and the fluid zone, and in view of the influence of the local flow and the Marangoni effect. The Langmuir equation was used to correlate the shear stress with the surfactant concentration of the interface to evaluate the bubble interface shear stress. The results indicate that, the change of the bubble spacing cannot significantly influence the interface parameters of bubble 1, but has great effects on those of bubble 2. The wake vortex of bubble 1 approaches the upstream interface of bubble 2, which changes the interface parameters of bubble 2. The influence of the wake vortex on the surfactant distribution on the interface of bubble 2 is different from that of the convection, which can drag the surfactant on the downstream interface of bubble 2 back to the upstream one, thus changing the distribution trend of the interface parameters of bubble 2, and there appear low- and high-influence stages. The vortex length and the vertical position of the vortex center of bubble 1 depend on the interface concentration on the upstream interface of bubble 2 and the bubble spacing. The vortex parameters of bubble 2 decrease with its interface concentration on the upstream interface till zero.

**Key words:** interfacial contaminated bubble; bubble spacing; interface parameter; local flow field

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China(51376026)