ⓒ 应用数学和力学编委会, ISSN 1000-0887

http://www.applmathmech.cn

气液耦合系统中固有频率的实验研究

卫志军1, 翟钢军1, 吴锤结2

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;2. 大连理工大学 航空航天学院, 辽宁 大连 116024)

(我刊编委吴锤结来稿)

摘要: 流体砰击现象广泛存在于海洋环境、航空航天等自然界与工程中.流体砰击大尺度结构过程中,自由液面破碎时会包裹气体进入流场,气液混合易导致局部砰击荷载增大,引起结构破坏的危险.砰击过程中,气室压力对自由液面固有模态的影响尚未有系统的研究报道.该文采用物理模型实验方法在二维储舱内设计并开展一系列实验,系统研究了两种不同的气室压力对耦合系统的固有频率和阻尼的影响.实验中采用高速摄影机记录了自由液面振荡过程,通过自主研制的图像处理软件提取自由液面波高.结果表明:在低气室压力下,晃荡能量主要集中于一阶固有频率;在高气室压力下,晃荡能量主要集中于二阶固有频率.随着气室压强的增大,影响液体晃荡的主要固有频率提高,而对应的阻尼比却随之降低.因此,气体可压缩性是研究流体晃荡的一个重要因素.

关键词:模型实验;气室压力;自由液面波高;固有频率;阻尼
 中图分类号:U663.85;U661
 文献标志码: A
 DOI: 10.21656/1000-0887.410207

Experimental Investigation of Natural Frequencies of Gas-Liquid Coupled Systems in Tanks

WEI Zhijun¹, ZHAI Gangjun¹, WU Chuijie²

 (1. State Key Laboratory of Costal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, P.R.China;
 2.School of Aeronautics and Astronautics, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, P.R.China)
 (Contributed by WU Chuijie, M. AMM Editorial Board)

Abstract: The wave impact phenomenon widely exists in nature, ocean and aerospace engineering. When the wave impacts on the large-scale structure, the violent free surface may break and the wave tip entraps the air. As a consequence, wave impact with gas-entrapment may cause localized and large load, which may lead to structural failure. During the slamming process, the influence of gas on the natural modes of the free surface has not been systematically reported. A series of experiments were designed and conducted to study the influ-

作者简介:卫志军(1985—),女,讲师,博士(E-mail: wzjdlut@dlut.edu.cn); 吴锤结(1955—),男,教授(通讯作者. E-mail: cjwudut@dlut.edu.cn).

引用格式: 卫志军, 翟钢军, 吴锤结. 气液耦合系统中固有频率的实验研究[J]. 应用数学和力学, 2021, **42**(2): 133-141.

收稿日期: 2020-07-10;修订日期: 2021-01-04

基金项目: 国家自然科学基金(11602051;51779040);中国博士后科学基金(2016M591433);辽宁省自然基金 (20170540151);中央高校基本科研业务费(DUT19RC(3)023)

ences of 2 different ullage space pressures on the natural frequencies and damping ratios of gas-liquid coupled systems. High-speed cameras were employed to record the free-surface vibration. Furthermore, the surface wave height was extracted with a self-made image-processing software. The results show that, the sloshing energy mainly concentrates on the lowest natural frequency of the free surface under a low ullage space pressure; while the sloshing energy mainly concentrates on the 2nd natural frequency of the free surface under a high ullage space pressure. As the ullage space pressure of the sloshing tank increases, the dominant natural frequency of the free surface will increase, while the corresponding damping ratio will decrease. Therefore, the gas compressibility is an important factor for the sloshing issue in the tank.

Key words: model test; ullage space pressure; free-surface elevation; natural frequency; damping

引 言

流体的砰击是液体的晃荡对液舱内部结构的一种撞击现象.液舱的晃荡易产生剧烈的冲击荷载,会导致 液舱内部结构承受巨大的压力,容易造成液舱结构的失效及船体失稳.当结构的运动频率与自由液面固有频 率相接近时,将引起液体发生剧烈的晃荡现象.流体晃荡问题的研究,主要关注在固有频率附近砰击荷载随 频率变化的规律^[14].因此,自由液面固有频率是液体晃荡分析的重要因素^[1,5].

目前,液体晃动模态参数(频率、振型、阻尼系数)的研究,分为实验和理论两个方面.Dodge^[6] 阐述了液体晃动模态的一般理论及其工程应用.吕敬等^[7]采用 Galerkin 法离散,将动力学模型转化为常微分方程组,得到了刚-液-弹耦合系统各阶固有频率的变化规律.在二维液舱固有频率研究中,Li 等^[8]提出了一种以 Ritz 方法为基础的简单解析方法,可用于任何截面的晃荡研究,与其他解析解的误差在 5%范围内,但无法获得可靠的振型.李遇春等^[9]利用统一的 Ritz 计算方法识别晃动模态,但结果仍需实验验证.蒋梅荣等^[10]通过图像采集系统,记录自由液面变化过程,选取固定位置的两点作为波高采集点,分析了固有频率的实验值与理论值之间的差别以及对液体晃荡的影响.王鹏翔等^[11]利用激光采集仪,测量定点的波高变化,分析了最低阶固有频率的理论值与实验值,但该研究并未深入分析其他频率与理论值之间的相关性.王立时等^[5]利用参数激振的方法测量了晃荡的频率和对应的阻尼比参数.流体晃荡是复杂的气-液-固耦合问题,上述研究中没有考虑液舱内气室压力对自由液面模态的影响.

本文通过实验方法分析了不同气室压力对液体晃荡模态的影响,通过自制软件提取自由衰减的波高数据,分别了分析不同气室压力对固有频率和阻尼比的影响.

1 晃荡模态的求解原理与过程

求解振动阻尼比的时域识别方法,有自由振动衰减率法和 Hilbert 变换-包络线法两种方法.经验模态分解(EMD)法是由 Huang 等^[12]在 1998 年提出的一种信号分析方法,对信号参数进行 EMD,得到多个固有模态函数(IMF)的模态分量,对不同的 IMF 分量应用时域对数衰减法,获得阻尼比,求解结构自身的固有频率和带有阻尼的固有频率^[13].

1.1 EMD 原理

EMD 法将原始信号分解成不同模式的信号,对于线性和非线性的信号都适用^[14-15].在做 EMD 信号分解 时,需假设三点:

1) 原始信号中,至少有一个极大值和一个极小值;

2) 原始信号的局部特征时域是由极值点的间隔决定的;

3)如果原始信号中没有极值点但有拐点,可以通过对信号进行一阶求导,再求积分获得原始信号的特征模态函数.

EMD 的过程如下:

1) 对于一个信号 *X*(*t*), 对信号求导, 来确定 *X*(*t*) 的极值点, 通过三次样条插值利用极值点来拟合上下包络线, 上包络线为 *E*₁, 下包络线为 *E*₂, 则可得上下包络线的平均值:

$$m_1 = (E_1 + E_2)/2. \tag{1}$$

令信号 X(t) 与包络线均值 m_1 的差为 h_1 ,则

(2)

核查 h₁ 能否满足 IMF 条件:① h₁ 的极值点个数和零点个数相等或二者相差一个;② 通过 h₁ 分解出来的上下包络线均值为零.如果不满足,则将 h₁ 看作原始信号,重复以上步骤,直到满意为止,测得 h¹ 为第一个 IMF 分量,则

$$C_1 = h_1^i, \tag{3}$$

式中*i*为经过筛选步骤的次数.

 $h_1 = X(t) - m_1$

$$r_{1} = A(t) - C_{1},$$

$$r_{2} = r_{2,1} - C_{2},$$
(5)

式中 r_1 为减去高频分量的残余信号, r_n 为减去n个 IMF 分量的残余信号.

3) 通过上述步骤,信号 X(t) 被分解为 n 个 IMF 分量和一个残余分量,直到 r_n 为单调函数.

$$X(t) = \sum_{i=1}^{n} C_{i}(t) + r_{n}.$$
(6)

图1为EMD流程图.



图1 经验模态分解流程图

Fig. 1 The flow chart of empirical mode decomposition

1.2 Hilbert 变换求解阻尼和固有频率

自由衰减的原始信号 X(t) 可以表示为

 $X(t) = A_0 e^{-\xi \omega_0 t} \sin(\omega_d t + \theta_0) .$

通过 EMD 得到一系列本征模函数 IMF,首先,采用 Chebyshev 滤波器对各个 IMF (C_i)分量进行滤波,去 除主频率以外的残余频率,得到新的 IMF (C_i)函数,对其进行 Hilbert 变换,得到

$$A(t) = A_0 \mathrm{e}^{-\xi \omega_0 t},\tag{8}$$

$$\theta(t) = \omega_{\rm d} t + \phi_0, \tag{9}$$

式中A(t)为 Hilbert 变换后的幅值, $\theta(t)$ 为 Hilbert 变换后的相位, ξ 为自由衰减的阻尼比, ω_0 为系统的固有 圆频率, ω_d 为带有阻尼的圆频率.对幅值A(t)取对数,得到直线函数:

$$\ln A(t) = -\xi \omega_0 t + \ln A_0.$$
(10)

由式(9)、(10)可知 $k = -\xi \omega_0, \omega_d = \omega_0 \sqrt{1-\xi^2}$,可计算出阻尼比为

$$\xi = \frac{-k}{\sqrt{\omega_{\rm d}^2 + k^2}}.\tag{11}$$

进而可得系统固有频率 fo 和带有阻尼的固有频率 fd 为

$$f_0 = \omega_0 / (2\pi),$$
 (12)

$$f_{\rm d} = \omega_{\rm d}/(2\pi) \,. \tag{13}$$

理论值求解固有频率得

$$f_i = \frac{\sqrt{gi\pi \tanh(\pi i h/L)}/L}{2\pi},\tag{14}$$

式中 h 为液体水深,L 为激励方向的液舱宽度.

2 实验内容和结果分析

2.1 实验工况

本次实验中,模型尺寸如图2所示,液舱内水深为288 mm,在0.1 MPa(标准大气压)和0.01 MPa两种压强下进行实验研究.试验采用相同激励加速度(如图3所示),激励振幅为5°.



2.2 实验结果与分析

对记录的液面数据,通过自制软件捕捉自由液面,本文可以精确捕捉每一时刻自由液面的升降变化,如 活塞式升降、局部爬升等自由液面的捕捉,可以同时获取自由液面上多点的波高值(图4).

根据提取的自由水面波高值,选取自左端开始向右第三个点的波高值作为液体晃动模态参数的研究数

(7)

据.在 0.01 MPa 压强条件下,进行一组实验测量液体晃荡,以左舱室作为研究对象,根据原始波高时程曲线和 FFT 变换的时域频率曲线(图 5),分析不同相关性的 IMF 分量所对应的固有频率、阻尼比与实验值和理论值的低阶固有频率的相互关系(表 1).

表1 左侧舱室各组实验的 IMF 分量所对应相关性、固有频率、阻尼比以及 FFT 频率

Table 1 Correlations, natural frequencies, damping ratios and FFT frequencies of IMF components

of each group of experiments in the left cabin

	IMF 1	IMF 2	IMF 3	IMF 4	IMF 5
correlation ρ	-0.108 8	0.038 8	0.992 5	0.159 5	0.124 6
f_0 /Hz	0.636 7	1.678 1	0.638 9	0.267 8	0.125 5
$f_{\rm d}$ /Hz	0.636 0	1.670 0	0.638 6	0.267 7	0.124 9
damping ratio ξ	0.046 4	0.098 1	0.029 3	0.032 5	0.094 6





通过原始信号的 EMD 得到不同的 IMF 分量,由图 6 和表 1 可以看出,IMF 3 分量与原始曲线相关性最大,IMF 曲线的变化规律最符合原始曲线的变化特点,故随着 IMF 分量相关性的增大,其含有的模态参数对原始曲线的变化规律影响越大.

由图 5,对实验中测量的波高进行频域分析可知,一阶固有频率为 0.651 9 Hz,二阶固有频率为 1.825 Hz •理论值的一阶固有频率为 0.775 7 Hz,二阶固有频率为 1.248 5 Hz •因此,可知实验值和理论值的一阶固有频率相差比率(|实验值-理论值|/理论值×100%)约为 16%,二阶固有频率相差比率约为 46%,实验值和理论值差别较大•由表 1 截断的原始信号经 EMD 得到不同 IMF 分量,及 IMF 分量与原始信号的相关性可

知,相关性最大的 IMF 分量,意味着液体晃荡主要以此作为主要的影响因素.对相关性最大的 IMF 分量做 Hilbert 变换得到对应的阻尼比和固有频率,分别为 0.029 3 和 0.638 6 Hz,与实验值一阶固有频率 0.651 9 Hz 相比,两者相差比率小于 3%,可知一阶固有频率是液体最主要的晃动频率.通常认为相关系数小于 0.1 为不 相关.由表 1 可知,阻尼比随着 IMF 相关性系数的降低呈逐渐增大趋势.



在 0.1 MPa(标准大气压)压强条件下,进行三组实验测量液体晃荡,分析验证了实验数据的可靠性,以 左舱室作为研究对象,根据原始波高时程曲线和 FFT 变换的时域频率曲线(图 7~9),分析不同相关性的 IMF 分量所对应的固有频率、阻尼比与实验值和理论值的低阶频率相互关系(表 2~4). 由图 7~9,对三组实验中测量到的波高值进行 FFT 变换后的时域频率曲线进行分析得:第一组实验中一阶固有频率为 0.680 3 Hz,二阶固有频率为 1.769 Hz;第二组实验中获得的一阶固有频率为 0.623 4 Hz,二 阶固有频率为 1.746 Hz;第三组实验中获得的一阶固有频率为 0.672 9 Hz,二阶固有频率为 1.75 Hz.由此可 见,各组实验的一阶固有频率最大差值比率约为 8%,均值为 0.658 8 Hz,二阶固有频率最大差值比率约为 1%,均值为 1.755 Hz;理论值的一阶固有频率为 0.775 7 Hz,二阶固有频率为 1.248 5 Hz,实验值和理论值的 一阶固有频率最大相差比率约为 20%,二阶固有频率最大相差比率约为 42%.



图 9 左图为原始波高曲线,右图为 FFT 变换后的时域频率曲线(test 3)



表2 左侧舱室各组实验的 IMF 分量所对应相关性、固有频率、阻尼比以及 FFT 频率(test 1)

Table 2 Correlations, natural frequencies, damping ratios and FFT frequencies of

IMF components of eac	h group of experiments	in the left c	abin(test 1)
-----------------------	------------------------	---------------	--------------

	IMF 1	IMF 2	IMF 3	IMF 4	IMF 5
correlation $ ho$	0.822 3	0.537 7	0.067 3	0.069 5	0.096 76
f_0 /Hz	1.772 8	0.645 9	0.372 7	0.238 6	0.183 0
$f_{\rm d}$ /Hz	1.772 7	0.645 1	0.371 7	0.233 1	0.182 8
damping ratio ξ	0.013	0.049 3	0.074 6	0.213 4	0.055 6

表3 左侧舱室各组实验的 IMF 分量所对应相关性、固有频率、阻尼比以及 FFT 频率(test 2)

Table 3 Correlations, natural frequencies, damping ratios and FFT frequencies of

IMF	components	of	each	group	of	experiments	in	the	left	cabin(test	2))
-----	------------	----	------	-------	----	-------------	----	-----	------	--------	------	----	---

	IMF 1	IMF 2	IMF 3	IMF 4	IMF 5	
correlation $ ho$	0.037 1	0.867 0	0.500 3	0.022 1	0.027 3	
f_0 /Hz	0.248 4	1.753 7	0.646 9	0.163 8	0.147 6	
$f_{\rm d}$ /Hz	0.248 4	1.753 6	0.645 2	0.159 4	0.147 6	
damping ratio ξ	0.006 1	0.013 7	0.073 7	0.229 9	0.024 9	

4 左侧舱室各组实验的 IMF 分量所对应相关性、固有频率、阻尼比以及 FFT 频率(test 3)

Table 4 Correlations, natural frequencies, damping ratios and FFT frequencies of

IMF components of each group of experiments in the left cabin(test 3)

	IMF 1	IMF 2	IMF 3	IMF 4	IMF 5
correlation $ ho$	0.006 6	0.731 0	0.651 4	0.150 0	0.011 4
f_0 /Hz	0.908 0	1.753 8	0.679 3	0.562 2	0.207 7
$f_{\rm d}$ /Hz	0.907 2	1.753 6	0.678 3	0.561 7	0.204 7
damping ratio ξ	0.042 3	0.012 3	0.057 5	0.043 8	0.170 9

由表 2~4 知, 原始信号经 EMD 变换得到不同的 IMF 分量,由不同 IMF 分量与原始信号的相关性分析可知,相关性最大的 IMF 分量是原始信号最重要的影响因素.相关性最大的 IMF 分量经 Hilbert 变换得到对应的固有频率和阻尼比是液面晃动的主要模态参数,其均值分别为 1.760 Hz 和 0.013, 与 FFT 变换后的实验平均二阶固有频率(1.755 Hz)差值比率小于 1%.即在标准大气压工况下,二阶固有频率是导致液体晃荡的主导频率.次相关性的 IMF 分量对原始信号也有一定的影响,各组实验的固有频率差值比率小于 5%,阻尼比差

别略大,均值分别为 0.656 2 Hz 和 0.060 2,与 FFT 变换后的实验平均一阶固有频率差值比率小于 1%,由此 可见,在标准大气压工况下,液体的一阶固有频率对液体晃荡也有一定的影响.由上述分析可知,各组实验的 固有频率之间的差值小于 1%,验证了实验测量与分析的可靠性.由表 2~4 可知,阻尼比随着相关的 IMF 相 关性系数(相关系数大于 0.2)的降低呈逐渐增大趋势.

3 结 论

本文分别针对两种不同气室压力对液体晃荡特性的影响开展系统实验研究.结果表明:在低气室压力下,晃荡能量主要集中于一阶固有频率;在高气室压力下,晃荡能量主要集中于二阶固有频率.随着气室压强的增大,影响液体晃荡的主要固有频率提高,而对应的阻尼比却随之降低.由此可见,气体可压缩性是研究流体晃荡的一个重要因素.

参考文献(References):

- [1] 卫志军,岳前进,阮诗伦,等.矩形液舱晃荡冲击荷载的试验机理研究[J].船舶力学,2012,16(8):885-892.
 (WEI Zhijun, YUE Qianjin, RUAN Shilun, et al. Experimental study on sloshing impact load of rectangular liquid tank[J]. *Ship Mechanics*, 2012, 16(8):885-892.(in Chinese))
- [2] 卫志军,岳前进,张文首,等.大尺度储舱液体晃荡砰击压力测量方法研究[J].中国科学:物理学力学天文学,2014,44(7):746-758.(WEI Zhijun, YUE Qianjin, ZHANG Wenshou, et al. Study on the measurement method of liquid sloshing slamming pressure in large scale cabin[J]. *Scientia Sinica: Physica, Mechanica & Astronomica*, 2014, 44(7):746-758.(in Chinese))
- [3] WEI Z J, YUE Q J. Experimental investigation of non-similarity slamming phenomena in geometrically similar tanks[J]. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 2015, **25**(4): 288-298.
- [4] 卫志军,陈晓东,董玉山,等.两种平台下晃荡冲击荷载的实验研究[J]. 船舶力学, 2015, 19(7): 841-849.
 (WEI Zhijun, CHEN Xiaodong, DONG Yushan, et al. Experimental study on sloshing impact loads on two platforms[J]. *Ship Mechanics*, 2015, 19(7): 841-849.(in Chinese))
- [5] 王立时,李遇春,张皓. 二维晃动自然频率与阻尼比系数的试验识别[J]. 振动与冲击,2016,35(8):173-176.
 (WANG Lishi, LI Yuchun, ZHANG Hao. Experimental identification of two-dimensional sloshing natural frequency and damping ratio coefficient[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(8): 173-176.(in Chinese))
- [6] DODGE F T. The new dynamic behavior of liquids in moving containers[R]. San Antonio, TX: Southwest Research Institute, 2000.
- [7] 吕敬,李俊峰,王天舒.带弹性附件充液矩形贮箱俯仰运动动态响应[J].应用数学和力学,2007,28(3):317-327.(LÜ Jing, LI Junfeng, WANG Tianshu. Dynamic response of pitching motion of liquid-filled rectangular tank with elastic attachment[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2007, 28(3): 317-327.(in Chinese))
- [8] LI Y C, WANG Z. An approximate analytical solution of sloshing frequencies for a liquid in various shape aqueducts[J]. *Shock and Vibration*, 2014, **11**: 672648.
- [9] 李遇春,张皓. 二维晃动模态的统一 Ritz 计算格式[J]. 振动与冲击,2014,33(19):81-85.(LI Yuchun, ZHANG Hao. Unified Ritz calculation scheme for two-dimensional sloshing mode[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014,33(19):81-85.(in Chinese))
- [10] 蒋梅荣,任冰,温鸿杰,等.弹性液舱内液体晃荡实验研究[J].海洋工程,2013,31(5):1-10.(JIANG Meirong, REN Bing, WEN Hongjie, et al. Experimental study on liquid sloshing in elastic liquid tank[J]. *The Ocean Engineering*, 2013, 31(5):1-10.(in Chinese))
- [11] 王鹏翔,李遇春,王立时. 矩形容器内液体一阶晃动模态试验识别[C]//第26届全国结构工程学术会议论文集: 第Ⅱ册. 2017.(WANG Pengxiang, LI Yuchun, WANG Lishi. Experimental identification of 1st-order sloshing mode of liquid in rectangular container[C]//Proceedings of the 26th National Conference on Structural Engi-

neering: Vol II. 2017.(in Chinese))

- [12] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non stationary time series analysis [J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1998, 455 (1971): 903-995.
- [13] 王慧,刘正士.一种识别结构模态阻尼比的方法[J]. 农业机器学报, 2008, 39(6): 201-202.(WANG Hui, LIU Zhengshi. Method for identifying structural modal damping ratio[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2008, 39(6): 201-202.(in Chinese))
- [14] 黄时春.水下爆炸荷载作用下舰船阻尼特性的试验研究[D].硕士学位论文.哈尔滨:哈尔滨工程大学,2016.
 (HUANG Shichun. Experimental study on the damping characteristics of warship under the action of underwater explosion load[D]. Master Thesis. Harbin: Harbin Engineering University, 2016.(in Chinese))
- [15] 付晓波. 经验模态分解法理论研究与应用[D]. 硕士学位论文. 太原:太原理工大学, 2013.(FU Xiaobo. Theoretical study and application of empirical mode decomposition[D]. Master Thesis. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2013.(in Chinese))