

### 基于XFEM和GA-BP神经网络的裂纹智能识别研究

毛晓敏, 张慧华, 纪晓磊, 韩尚宇

### Intelligent Crack Recognition Based on XFEM and GA-BP Neural Networks

MAO Xiaomin, ZHANG Huihua, JI Xiaolei, and HAN Shangyu

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420250>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 求解双材料裂纹结构全域应力场的扩展边界元法

Computation of Total Stress Fields for Cracked Bi-Material Structures With the Extended Boundary Element Method

应用数学和力学. 2019, 40(8): 926–937 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400013>

#### 基于比例边界有限元法和灰狼优化算法的裂纹尖端位置识别

Identification of Crack Tip Positions Based on the Scaled Boundary Finite Element Method and the Grey Wolf Optimization Algorithm

应用数学和力学. 2021, 42(11): 1177–1189 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410381>

#### 基于时间序列的混合神经网络数据融合算法

A Hybrid Neural Network Data Fusion Algorithm Based on Time Series

应用数学和力学. 2021, 42(1): 82–91 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410056>

#### 基于门控递归单元神经网络的高速公路行程时间预测

Expressway Travel Time Prediction Based on Gated Recurrent Unit Neural Networks

应用数学和力学. 2019, 40(11): 1289–1298 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400187>

#### 构成单材料裂纹和双材料界面裂纹有限应力集中的一般解析函数

Construction of General Analytic Functions With Finite Stress Concentration for Mono-Material Cracks and Bi-Material Interface Cracks

应用数学和力学. 2018, 39(12): 1364–1376 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390030>

#### 碳排放限制下的冷藏集装箱多式联运路径优化

Optimization of Multimodal Transport Paths for Refrigerated Containers Under Carbon Emission Restriction

应用数学和力学. 2020, 41(2): 204–215 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400159>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

# 基于 XFEM 和 GA-BP 神经网络的 裂纹智能识别研究\*

毛晓敏, 张慧华, 纪晓磊, 韩尚宇

(南昌航空大学 土木建筑学院, 南昌 330063)

**摘要:** 基于扩展有限元法 (XFEM) 和经遗传算法 (GA) 优化的误差反向传播多层前馈 (BP) 神经网络 (GA-BP) 算法, 建立了识别结构中裂纹的反演分析模型. 模型通过 XFEM 正向分析获得的测点位移数据训练 GA-BP 神经网络, 并在此基础上利用该网络进行裂纹反向识别. 通过两个典型算例对模型的可行性和精度进行了验证, 并探讨了网格密度、测点布置、输入数据噪声等对网络识别精度的影响. 结果表明, 该方法可反演线弹性断裂力学重点关注的直线裂纹的几何信息且具有较好的容噪性能. 此外, GA-BP 神经网络的预测精度较传统 BP 神经网络普遍更高.

**关键词:** 扩展有限元法; 遗传算法; BP 神经网络; 反演分析; 裂纹

**中图分类号:** O241.82; TP183 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.420250

## Intelligent Crack Recognition Based on XFEM and GA-BP Neural Networks

MAO Xiaomin, ZHANG Huihua, JI Xiaolei, HAN Shangyu

(School of Civil Engineering and Architecture, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, P.R.China)

**Abstract:** Based on the extended finite element method (XFEM) and the error back propagation (BP) multilayer feedforward neural network algorithm optimized by the genetic algorithm (GA), an inverse analysis model for identifying cracks in structures was established. The GA-BP neural network was trained by the displacement data of measuring points obtained by the XFEM forward analysis, and the network was used for crack inverse identification. The feasibility and accuracy of the model were verified with 2 typical examples, and the effects of the mesh density, the measuring point layout and the input data noise on the accuracy of network recognition were discussed. The results show that, the proposed method can invert the geometric information of straight cracks, which is the major focus of linear elastic fracture mechanics, and has good noise tolerance. Besides, the GA-BP neural network has higher accuracy than the traditional BP neural network in general.

**Key words:** extended finite element method; genetic algorithm; BP neural network; inverse analysis; crack

## 引 言

随着建造水平及民众安全意识的不断提高, 人们对实际工程结构的安全问题愈发重视. 受不同因素的影

\* 收稿日期: 2021-08-25; 修订日期: 2021-12-20

基金项目: 国家自然科学基金(12062015; 52068054); 江西省自然科学基金(20192BAB202001; 20212BAB211016)

作者简介: 毛晓敏(1996—), 女, 硕士生(E-mail: [3194197173@qq.com](mailto:3194197173@qq.com));

张慧华(1982—), 男, 教授, 博士(通讯作者. E-mail: [hhzhang@nchu.edu.cn](mailto:hhzhang@nchu.edu.cn)).

引用格式: 毛晓敏, 张慧华, 纪晓磊, 韩尚宇. 基于 XFEM 和 GA-BP 神经网络的裂纹智能识别研究[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(11): 1268-1280.

响, 在建造和使用过程中, 结构中难免会产生各类缺陷(如裂纹、孔洞等), 裂纹这类代表性缺陷的存在会影响结构的承载力、适用性和耐久性, 甚至可能会造成结构物的垮塌等严重事故. 因此, 及时发现结构中的裂纹是确保结构安全的关键措施之一. 目前, 较为常见的裂纹检测和识别方法主要包括人工检测、图像识别法和无损检测技术等, 但这些方法存在着一些固有的局限, 比如, 人工检测费时费力、图像识别法易受环境影响、无损检测技术费用较为昂贵等. 近年来, 数值技术与人工智能算法的有机结合凭借其高效率、高精度、低成本和适用性强等特点在裂纹识别等反分析问题中得到了广泛的应用.

基于数值技术和人工智能算法建立的裂纹反演分析模型一般包括正向分析和目标极小化两个部分. 正向分析通过各类数值方法获取含裂纹结构中测点的响应值(如位移); 目标极小化则利用相关智能优化算法对正向分析中的一系列输入和响应数据进行处理, 据此进一步预测裂纹信息. 早期, 有限元法<sup>[1]</sup>和边界元法<sup>[2]</sup>被广泛地用于裂纹问题的正向分析, 这两种数值方法均要求单元边与裂纹几何一致, 这导致需要不断进行网格重构以获取不同裂纹形态下的测点响应, 大大降低了计算效率. 而扩展有限元法(XFEM)<sup>[3]</sup>正好可以弥补上述不足, XFEM通过引入非连续位移模式, 可在网格固定的情况下改变水平集函数模拟域内不同构型(如不同的缺陷类型、位置、尺寸和数量等)的缺陷, 大大降低了正向分析的成本. 至今, XFEM已被应用于求解诸多裂纹问题<sup>[4-5]</sup>. 在智能优化算法方面, 人工蜂群(ABC)算法<sup>[6]</sup>、遗传算法(GA)<sup>[7]</sup>和各类人工神经网络算法(如误差反向传播多层前馈(BP)神经网络<sup>[8]</sup>)等是其中的典型代表.

国内外已有不少学者结合 XFEM 与智能优化算法进行了缺陷反演. 文献 [9] 基于 XFEM 和改进 ABC 算法对结构内部单个圆形、椭圆形缺陷和两个不规则缺陷进行了反演分析. 文献 [10] 提出了一种基于动态 XFEM 和改进 ABC 的多缺陷检测法. 为准确检测和识别结构中的裂纹, 文献 [11] 发展了一种基于 XFEM 和 GA 的计算工具, 文献 [12] 阐述了 XFEM 和 GA 在结构缺陷检测中的实验应用与改进, 文献 [13] 建立了 XFEM 与 GA 相结合的缺陷反演分析模型.

GA 是一种全局性概率搜索方法<sup>[14]</sup>, 该算法独立于求解域且具有较强的鲁棒性, 但其存在收敛速度慢和局部搜索能力差等问题. 作为当前应用最为广泛的神经网络模型之一, BP 神经网络具有较强的局部搜索能力, 可有效弥补 GA 的缺点. 与此同时, GA 的全局随机搜索能力也可防止 BP 神经网络陷入局部最优, 即 GA 和 BP 可以实现互补. 基于 GA-BP 开展的研究已有不少<sup>[15-16]</sup>, 但利用 XFEM 和 GA-BP 神经网络进行缺陷识别的相关研究工作尚未见报道. 为此, 本文将 XFEM 与 GA-BP 神经网络算法进行有机结合, 采用 XFEM 获得 GA-BP 神经网络的训练数据, 利用 GA 对 BP 神经网络的初始权值和阈值进行优化, 围绕线弹性断裂力学中的理想化直线裂纹进行反演分析. 通过典型算例验证模型的可行性和精度, 并进一步探讨输入数据噪声对网络预测结果的影响, 为结构中裂纹的快速准确识别提供初步的理论和技術支撑.

## 1 裂纹反演模型简介

进行裂纹识别时, 一般先通过计算模拟或实验器材检测获得结构中某些关键点(即测点)的位移等响应量, 在此基础上运用相关方法来反演结构中裂纹的几何信息. 以图 1 给出的双直线裂纹识别问题为例, 待反演的参数向量为

$$\boldsymbol{\alpha} = \{\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2\}, \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_i = \{X_{i1}, Y_{i1}, X_{i2}, Y_{i2}\}, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

式中,  $\boldsymbol{\alpha}_i$  为裂纹  $i$  待反演的参数向量;  $(X_{i1}, Y_{i1})$  和  $(X_{i2}, Y_{i2})$  分别为裂纹  $i$  的起点和终点坐标, 裂纹  $i$  的两个裂尖均需位于结构体范围内.

相应的目标函数为<sup>[17]</sup>

$$O(\boldsymbol{\alpha}) = \sum \frac{\|u^c(\boldsymbol{\alpha}) - u^f\|}{\|u^f\|}, \quad (3)$$

式中,  $u^c$  为由反演算法得到的测点(参见图 1)响应量的估计值,  $u^f$  为响应量的真实值.

因此, 裂纹反演分析的主要目的是通过相关方法, 在给定的结构体范围内, 获取最优的参数向量

$$\tilde{\alpha}_i = \{\tilde{X}_{i1}, \tilde{Y}_{i1}, \tilde{X}_{i2}, \tilde{Y}_{i2}\}, \text{使得} \quad O(\tilde{\alpha}_i) \rightarrow \min O(\tilde{\alpha}_i). \quad (4)$$

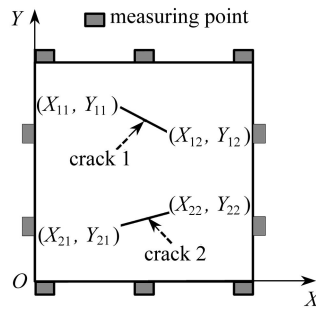


图1 含裂纹结构及测点示意图  
Fig. 1 Schematic diagram of the structure with cracks and the measuring points

## 2 XFEM 简介

### 2.1 裂纹问题的XFEM 位移近似函数

XFEM 是在单位分解法<sup>[18]</sup> 和标准有限元法的基础上发展起来的新型数值方法. 通过在标准有限元逼近函数中引入裂面改进函数和裂尖改进函数, XFEM 可在与裂纹几何不一致的稀疏网格上获得高精度的解答. 以各向同性材料中的裂纹问题为例, XFEM 的位移近似函数可表示为<sup>[18]</sup>

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^N N_i(\mathbf{X})\mathbf{u}_i + \sum_{j=1}^S N_j(\mathbf{X})\mathbf{H}_j(\mathbf{X})\mathbf{a}_j + \sum_{k=1}^T N_k(\mathbf{X}) \sum_{q=1}^4 \Phi_k^l(\mathbf{X})\mathbf{b}_k^q, \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{X}=(X, Y)$ ;  $N, S$  和  $T$  分别表示单元内的常规结点、裂面改进结点和裂尖改进结点的数目;  $N_i(\mathbf{X}), \mathbf{H}_j(\mathbf{X})$  和  $\Phi_k^l(\mathbf{X})(l=1 \sim 4)$  分别为与结点  $i, j, k$  有关的有限元形函数、裂面改进函数和裂尖改进函数<sup>[18]</sup>;  $\mathbf{u}$  表示结点的常规自由度,  $\mathbf{a}$  为裂面改进结点的附加自由度,  $[\mathbf{b}^1, \mathbf{b}^2, \mathbf{b}^3, \mathbf{b}^4] = \mathbf{b}$  代表裂尖改进结点的附加自由度.

### 2.2 XFEM 离散方程

基于已构造的位移近似 (式 (5)), 进一步根据变分原理可导出 XFEM 求解裂纹问题的总体离散方程为<sup>[19]</sup>

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}, \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{U}$  为结点未知量矩阵;  $\mathbf{K}$  和  $\mathbf{F}$  分别为整体刚度矩阵和等效结点荷载列阵, 均通过逐单元计算后组装得到, 对应的单元刚度矩阵  $\mathbf{K}^e$  和单元等效结点荷载  $\mathbf{F}^e$  可表示为

$$\mathbf{K}_{ij}^e = \begin{pmatrix} k_{ij}^{uu} & k_{ij}^{ua} & k_{ij}^{ub} \\ k_{ij}^{au} & k_{ij}^{aa} & k_{ij}^{ab} \\ k_{ij}^{bu} & k_{ij}^{ba} & k_{ij}^{bb} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{F}^e = \{f_i^u, f_i^a, f_i^{b1}, f_i^{b2}, f_i^{b3}, f_i^{b4}\}^T, \quad (8)$$

式中

$$k_{ij}^{rs} = \int_{\Omega} (\mathbf{B}_i^r)^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j^s d\Omega, \quad r, s = u, a, b, \quad (9)$$

$$f_i^u = \int_{\Gamma_i} N_i \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} N_i \mathbf{Q} d\Omega, \quad (10)$$

$$f_i^a = \int_{\Gamma_i} N_i \mathbf{H}_i \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} N_i \mathbf{H}_i \mathbf{Q} d\Omega, \quad (11)$$

$$f_i^{bl} = \int_{\Gamma_i} N_i \Phi_i^l \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} N_i \Phi_i^l \mathbf{Q} d\Omega, \quad l = 1, 2, 3, 4, \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{D}$  为弹性矩阵;  $\Omega, \Gamma_i$  分别表示单元  $e$  对应的离散域和外力边界;  $\bar{t}$  和  $\mathbf{Q}$  分别为面力和体力;  $\mathbf{B}_i^r (r = u, a, b)$  的具体形式见文献 [18].

### 3 GA-BP 神经网络算法

BP 神经网络是一种信号前向传播、误差反向传递的多层前馈网络<sup>[8]</sup>。它主要由一个输入层、一个或多个隐藏层以及一个输出层构成。BP 神经网络是目前应用最广泛的神经网络模型之一、具有较强的非线性映射能力、自学习和自适应能力、泛化能力以及容错能力, 主要缺点则包括易陷入局部极小化、收敛速度较慢以及网络结构选择不一等<sup>[20]</sup>。GA 是一种全局随机搜索优化计算技术<sup>[21]</sup>, 其基本原理可以总结为“优胜劣汰”四个字, 主要优点有: ①适用于复杂的优化问题且可获取优化问题的全局最优解; ②算法独立于求解域; ③具有较强的鲁棒性; 其不足之处主要表现在收敛速度慢、局部搜索能力差和需要控制的变量多。

为了提高 BP 网络的收敛速度和降低陷入局部最优的可能性, 本文采用 GA 对 BP 神经网络的初始权值和阈值进行优化, 算法的总体实现框架见图 2。

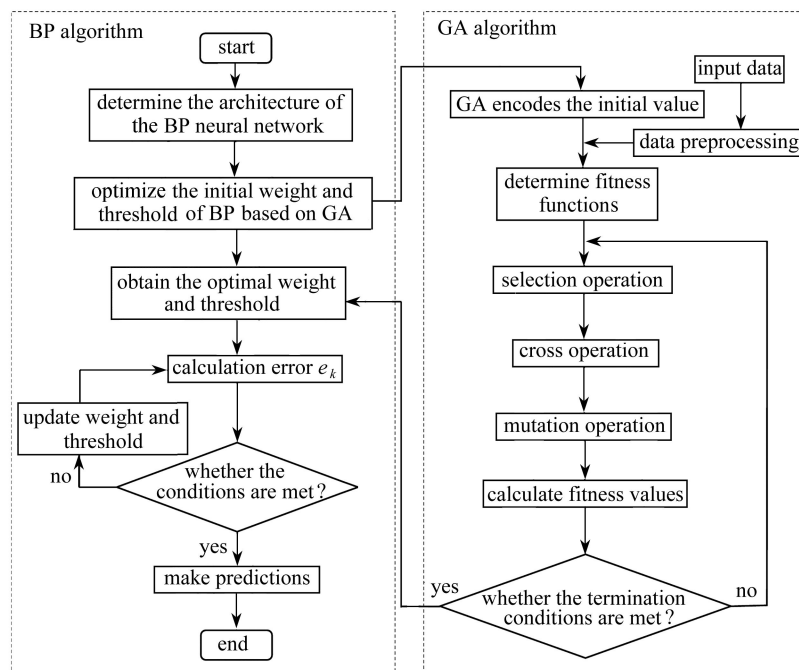


图 2 GA 优化 BP 神经网络的流程图  
Fig. 2 The flow chart of the BP neural network optimized by GA

#### 3.1 确定 BP 神经网络的结构

为建立裂纹检测识别模型, 首先需要确定 BP 神经网络的结构。图 3 给出了一个 3 层 BP 神经网络的结构模型, 其中  $x_1, x_2, \dots, x_m$  为 BP 神经网络的输入层节点,  $h_1, h_2, \dots, h_p$  为隐藏层节点,  $y_1, y_2, \dots, y_n$  为输出层节点;  $w_{ij}, w_{jk}$  分别为输入层与隐藏层、隐藏层与输出层之间的连接权值;  $\theta_j, \theta_k$  分别为隐藏层和输出层的阈值。将 XFEM 得到的测点位移响应量作为输入变量, 输入层为  $m$  个神经元; 裂尖坐标值作为输出变量, 输出层为  $n$  个神经元; 隐藏层神经元个数  $p$  由经验公式  $p = \sqrt{m+n} + C$  ( $C$  为 1~10 的常数) 确定<sup>[22]</sup>, 据此最终确定 BP 神经网络的结构为  $m-p-n$ 。

#### 3.2 基于 GA 对 BP 神经网络的初始权值和阈值进行优化

基于 GA 优化 BP 神经网络的具体计算过程为<sup>[20]</sup>:

① 初始值编码。首先采用实数编码法对 BP 神经网络的初始权值和阈值进行编码, 个体编码的长度计算公式为

$$L = mp + p + pn + n. \tag{13}$$

② 确定适应度函数。采用 BP 神经网络的训练输出值与期望输出值误差平方和的倒数作为个体  $i$  的适应度函数  $F_i$ , 即

$$F_i = 1 / \sum_{i=1}^M (y_i - o_i)^2, \quad (14)$$

式中,  $M$  为训练集中的样本数,  $y_i$  为训练输出值,  $o_i$  为期望输出值.

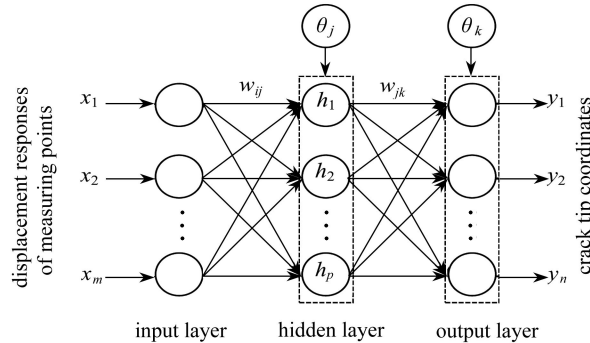


图3 BP神经网络的结构模型

Fig. 3 The structure of the BP neural network

③ 选择运算. 采用轮盘赌法进行选择运算, 个体  $i$  被选中的概率  $P_i$  为

$$P_i = \frac{F_i}{\sum_{i=1}^T F_i}. \quad (15)$$

④ 交叉运算. 采用实数交叉法进行交叉运算, 其计算公式为

$$\begin{cases} g_1 = af_1 + (1-a)f_2, \\ g_2 = af_2 + (1-a)f_1, \end{cases} \quad (16)$$

式中,  $f_1, f_2$  分别为父代的两个个体,  $g_1, g_2$  分别为子代的两个个体,  $a$  为  $[0, 1]$  之间的随机数.

⑤ 变异运算. 对基因  $g_{ij}$  进行变异操作的计算公式为

$$g_{ij} = \begin{cases} g_{ij} + (g_{ij} - g_{\max})r_1(1 - s/s_{\max}), & r_2 \geq 0.5, \\ g_{ij} + (g_{\min} - g_{ij})r_1(1 - s/s_{\max}), & r_2 < 0.5, \end{cases} \quad (17)$$

式中,  $g_{\max}, g_{\min}$  分别为基因  $g_{i,j}$  的上界和下界,  $s$  为当前迭代次数,  $s_{\max}$  为最大迭代次数,  $r_1, r_2$  为  $[0, 1]$  间的随机数.

按照所选择的适应度函数并通过遗传中的选择、交叉和变异对个体进行筛选, 使适应度好的个体保留下来. 通过反复循环, 将种群中最终得到的最优个体作为 BP 神经网络的最优权值和阈值.

### 3.3 计算BP网络的训练误差

将 GA 算法得到的最优个体赋值为 BP 神经网络的初始权值和阈值, 利用训练样本对网络进行训练, 其中隐藏层和输出层的输出计算分别为

$$h_j = f\left(\sum_{i=1}^m w_{ij}x_i - \theta_j\right), \quad (18)$$

$$y_k = f\left(\sum_{j=1}^p w_{jk}h_j - \theta_k\right), \quad (19)$$

式中,  $h_j$  为第  $j$  个隐藏层神经元的输出;  $y_k$  为第  $k$  个输出层神经元的输出;  $f$  是激活函数, 本文取单极性 sigmoid 函数.

据此可得 BP 网络输出与期望输出之间的误差  $e_k$ :

$$e_k = (y_k - o_k)/o_k, \quad (20)$$

式中,  $o_k$  为第  $k$  个输出层神经元的期望输出.

### 3.4 判断迭代是否结束

判断式 (20) 得到的误差是否满足精度要求. 若满足, 则网络迭代结束, 据此可开展裂纹识别; 若不满足, 可参

考文献 [20] 对权值和阈值进行更新, 并通过式 (18) ~ (20) 重新计算网络的训练误差, 如此循环直至满足精度要求.

### 4 XFEM 与 GA-BP 神经网络的实现

本文运用 XFEM 与 GA-BP 神经网络算法进行裂纹反演分析. 该方法主要包括两部分: 一部分是运用 XFEM 进行正向分析以获取测点的位移响应量, 另一部分则是利用测点位移数据对 GA-BP 神经网络进行训练并据此识别裂纹几何参数. 方法的主要实现流程如图 4 所示.

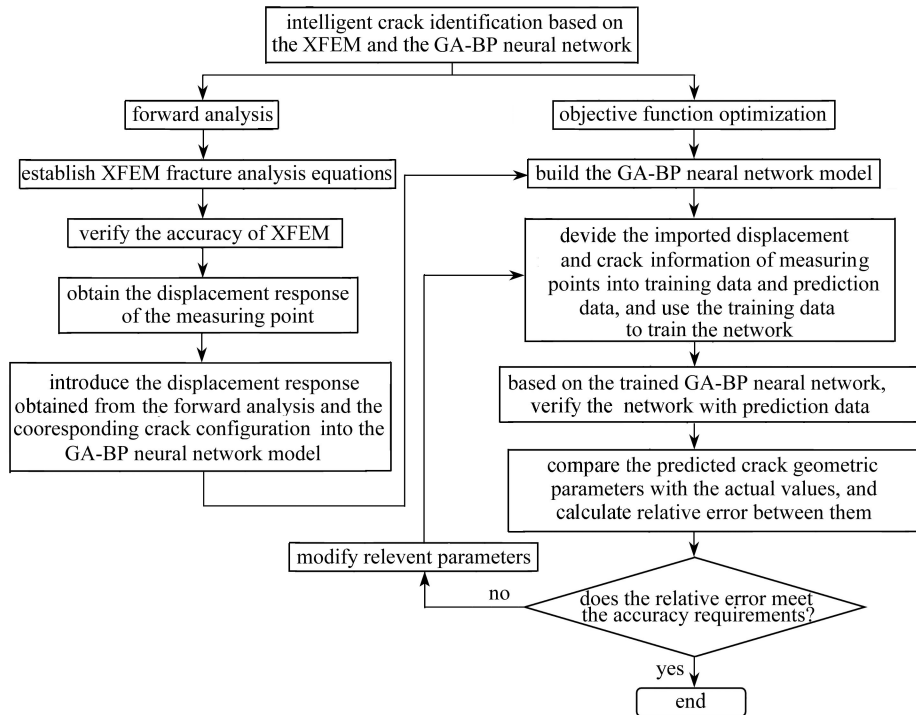


图 4 XFEM 与 GA-BP 神经网络算法开展裂纹识别的流程图

Fig. 4 The flow chart of crack identification based on the XFEM and the GA-BP neural network algorithm

## 5 算例分析

### 5.1 矩形板内的单边水平裂纹识别

如图 5 所示, 矩形板高  $H = 6\text{ m}$ , 宽  $W = 2\text{ m}$ , 板左侧在距板上边缘  $H/2$  处有一长度为  $a$  的单边水平裂纹. 板顶部受到  $\sigma = 1\text{ MPa}$  的拉应力作用, 板底边的竖向位移和底边左端的水平位移均为零. 弹性模量  $E = 2.1 \times 10^{11}\text{ Pa}$ , Poisson 比  $\nu = 0.3$ , 按平面应变进行分析. 式 (20) 中的误差  $e_k$  取为  $10^{-7}$ .

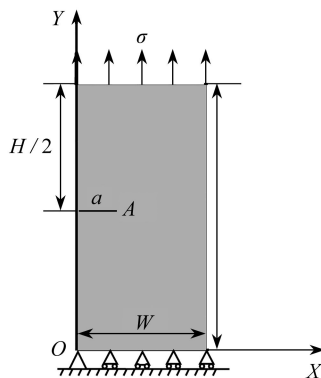


图 5 单向拉伸作用下含单边裂纹的矩形板

Fig. 5 A rectangular plate with an edge crack under uniaxial tension

### 5.1.1 XFEM 精度验证

通过校核应力强度因子的求解精度来测试 XFEM 的正向分析精度. 分别基于 4 种由四结点矩形单元组成的网格对  $a=0.7\text{ m}$  的裂纹进行模拟(单元数量分别为 120, 435, 780 和 1540, 相应的离散域见图 6). 表 1 给出了裂尖 A 的 XFEM 仿真结果及相应的参考解<sup>[23]</sup>, 括号内是相对误差, 可以看出随着网格的加密, XFEM 解逐渐趋于参考解, 很好地展示了该方法的收敛性.

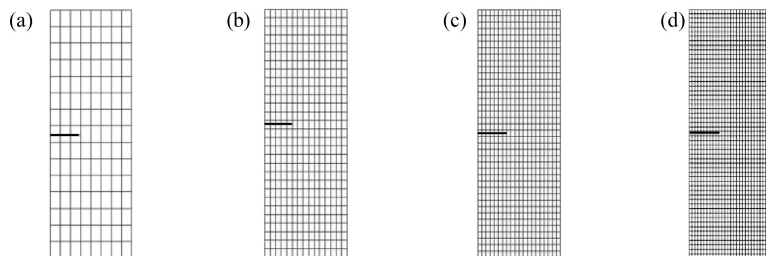


图 6 XFEM 网格: (a) 120 个单元; (b) 435 个单元; (c) 780 个单元; (d) 1540 个单元  
Fig. 6 XFEM meshes: (a) 120 elements; (b) 435 elements; (c) 780 elements; (d) 1540 elements

表 1 不同网格下的  $K_I$ (单位:  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ )  
Table 1  $K_I$  for different meshes (unit:  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ )

XFEM solution				reference solution
120 elements	435 elements	780 elements	1540 elements	
2.5743 (6.86%)	2.6801 (3.03%)	2.7209 (1.55%)	2.7224 (1.50%)	2.7639

### 5.1.2 GA-BP 神经网络的训练和预测结果

#### 1) 网络的训练

网络的输入数据为 XFEM 模拟得到的测点位移值, 输出数据为裂尖 A 的  $X$  坐标(即  $X_A$ ). XFEM 仿真时采用图 6(c) 的网格对裂纹长度取 0.5 m, 0.6 m, 0.7 m, ..., 1.4 m 等 10 种情况进行模拟. 首先按图 7(a) 的方式布置 14 个测点, 各测点的坐标值列于表 2. 据此, BP 神经网络的输入层、隐藏层和输出层的神经元个数分别取为 14, 4 和 1; 此外, GA 中种群的最大迭代次数为 50, 种群规模为 20, 种群的交叉概率为 0.5, 变异概率为 0.1. 为验证 GA-BP 神经网络的可靠性, 采用训练数据进行裂尖坐标预测, 相关结果见表 3, 可以看出, 对给定的 10 种裂纹构型, 该网络的预测精度都很高.

#### 2) 网络的预测精度

裂纹长度先后取 0.5 m, 0.6 m, 0.7 m, ..., 1.4 m, 1.5 m 等 11 种情况, 对每种情形, 分别基于 XFEM 并按图 7 所示的 6 种测点布置方案获取对应的位移值. 网络搭建时, 采用  $a=0.5\text{ m}, 0.6\text{ m}, 0.7\text{ m}, \dots, 1.4\text{ m}$  等 10 种情形对应的结果作为训练数据, 并分别基于搭建好的 GA-BP 神经网络和传统 BP 神经网络模型(神经网络的结构相同)预测裂尖的坐标值, 即将  $a=1.5\text{ m}$  时的测点位移值作为网络的输入数据以预测  $X_A$ . 相关结果列于表 4. 可以看出, GA-BP 神经网络预测的最大相对误差为 2.16%, 而传统 BP 神经网络预测的最大相对误差为 6.51%, 且同等情况下 GA-BP 神经网络模型的预测精度大体上高于传统 BP 神经网络, 很好地展示了本文方法的优越性. 此外, 从表 4 还可以看出, 在 6 个测点布置方案中, 传统 BP 神经网络预测时方案 2 的效果最佳, 而 GA-BP 神经网络预测时方案 3 和方案 5 的效果最佳. 在 GA-BP 神经网络预测的情况下, 可发现方案 1 胜于方案 2, 方案 3 胜于方案 4, 方案 5 胜于方案 6, 由此可见, 矩形板上边缘的测点有利于结构内部裂纹的检测识别, 这主要是因为板顶部距有位移约束的板底较远, 其上各点的变形对裂纹构型变化的敏感度更大.

为了测试 GA-BP 神经网络的稳定性, 进一步对由 XFEM 模拟获得的输入数据添加噪声, 即

$$\mathbf{u}_{\text{input}} = \mathbf{u}_{\text{XFEM}}(1 + \delta), \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{u}_{\text{input}}$  为 GA-BP 神经网络的输入数据(即输入的测点位移值),  $\mathbf{u}_{\text{XFEM}}$  为 XFEM 正向分析获得的测点位移值,  $\delta$  为噪声的大小(百分比).



图 8 给出了  $\delta$  分别取 1%, 2%, 5% 和 10% 时  $X_A$  预测的相对误差绝对值随噪声值的变化情况(测点按图 7 方案 5 布置, 隐藏层神经元数量取 3). 可以看出, 随着噪声值的增加, 裂尖位置预测的相对误差逐渐增大. 此外, 还可发现当噪声强度等级不超过 10% 时,  $X_A$  预测的相对误差均小于 1%, 表明搭建的 GA-BP 神经网络具有较好的容噪性和鲁棒性.

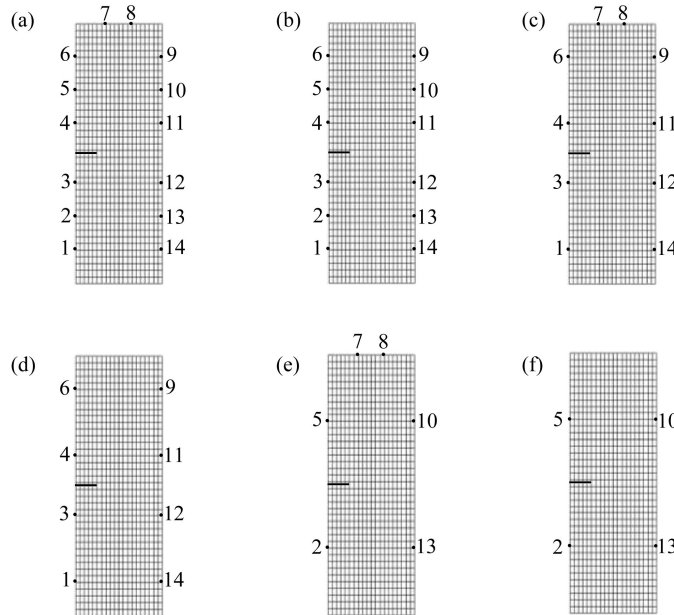


图 7 测点布置方案: (a) 方案 1, 14 个测点; (b) 方案 2, 12 个测点; (c) 方案 3, 10 个测点; (d) 方案 4, 8 个测点; (e) 方案 5, 6 个测点; (f) 方案 6, 4 个测点

Fig. 7 Layouts of measuring points: (a) scheme 1, 14 points; (b) scheme 2, 12 points; (c) scheme 3, 10 points; (d) scheme 4, 8 points; (e) scheme 5, 6 points; (f) scheme 6, 4 points

表 2 测点坐标

Table 2 Coordinates of measuring points

number	$X$	$Y$	number	$X$	$Y$
1	0.0000	0.7692	8	1.3000	6.0000
2	0.0000	1.5385	9	2.0000	5.2308
3	0.0000	2.3077	10	2.0000	4.4615
4	0.0000	3.6923	11	2.0000	3.6923
5	0.0000	4.4615	12	2.0000	2.3077
6	0.0000	5.2308	13	2.0000	1.5385
7	0.7000	6.0000	14	2.0000	0.7692

表 3 GA-BP 神经网络对  $X_A$  的训练输出结果

Table 3 Training results of the GA-BP neural network for  $X_A$

crack length $a/m$	true $X_A$	training $X_A$	relative error $e_k/\%$
0.5	0.5000	0.5057	1.14
0.6	0.6000	0.6004	0.07
0.7	0.7000	0.6991	-0.13
0.8	0.8000	0.7996	-0.05
0.9	0.9000	0.9003	0.03
1.0	1.0000	1.0004	0.04
1.1	1.1000	1.0999	-0.01
1.2	1.2000	1.1994	-0.05
1.3	1.3000	1.2999	-0.01
1.4	1.4000	1.4010	0.07

表4 BP与GA-BP神经网络预测的 $X_A$ 值  
Table 4 Prediction of  $X_A$  by BP and GA-BP neural networks

layout scheme of measuring points	number of measuring points	number of hidden layer neurons	true $X_A$	BP prediction $X_A$	relative error $e_k/\%$	GA-BP prediction $X_A$	relative error $e_k/\%$
1	14	4	1.5000	1.4756	1.63	1.4958	0.28
2	12	4		1.4968	0.21	1.4862	0.92
3	10	8		1.5977	6.51	1.4979	0.14
4	8	4		1.4911	0.59	1.4837	1.08
5	6	3		1.5210	1.40	1.4979	0.14
6	4	3		1.5518	3.45	1.4676	2.16

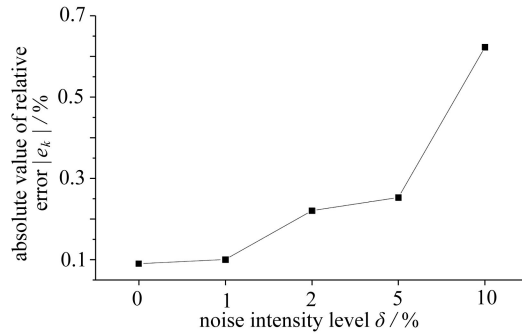


图8 不同噪声下 $X_A$ 预测的相对误差绝对值  
Fig. 8 Absolute values of relative errors of predicted  $X_A$  under various noises

5.2 方板中的内嵌双斜裂纹识别

如图9所示,方板边长 $L=2\text{ m}$ ,两条裂纹的长度均为 $a$ (单位m),裂纹与水平方向夹角均为 $\beta=45^\circ$ ,裂纹中心点至板左右两侧的距离 $b=0.7\text{ m}$ ,其他条件与5.1小节相同.

5.2.1 GA-BP神经网络的训练和预测结果

1) 网络的训练

网络的输入数据仍采用XFEM模拟得到的测点位移值,输出数据为裂尖A、B、C、D的坐标,即 $(X_A, Y_A)$ 、 $(X_B, Y_B)$ 、 $(X_C, Y_C)$ 和 $(X_D, Y_D)$ .XFEM仿真时采用图10的网格,裂纹长度先后取0.500 m, 0.528 m, 0.556 m, 0.585 m, 0.613 m, 0.641 m, 0.670 m和0.698 m, 12个测点的布置如图10所示.据此,BP神经网络的输入层、隐藏层和输出层的神经元个数分别取为12, 4和4;GA中种群的最大迭代次数为50,种群规模为20,种群的交叉概率为0.5,变异概率为0.1.为验证网络的可靠性,采用训练数据进行裂尖坐标预测,相关结果见表5~8.可以看出,对给定的8种裂纹尺寸,该网络的预测精度都很高.

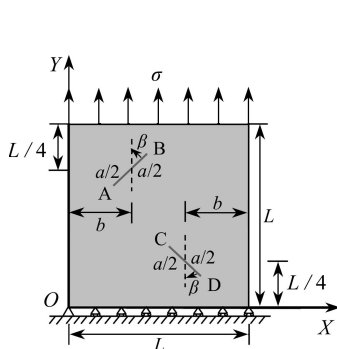


图9 单向拉伸荷载作用下含双斜裂纹的方板  
Fig. 9 A square plate with two inclined cracks under uniaxial tension

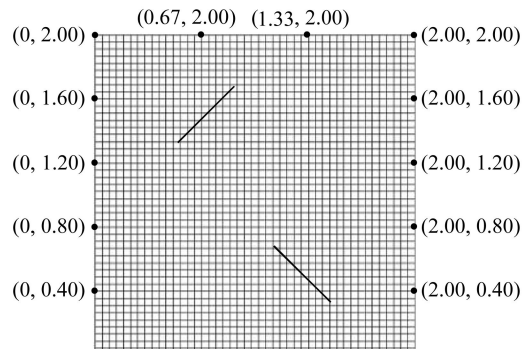


图10 XFEM网格和测点布置( $a=0.5\text{ m}$ )  
Fig. 10 The XFEM mesh and measuring points ( $a=0.5\text{ m}$ )

2) 网络的预测精度

基于已经搭建好的GA-BP神经网络和传统BP神经网络,将 $a=0.726\text{ m}$ ,  $0.755\text{ m}$ 和 $0.783\text{ m}$ 时由XFEM

得到的测点位移作为输入数据, 分别预测各裂尖的坐标值, 相应的结果见表 9 和 10. 可以看出, 除个别情况 ( $a=0.783\text{ m}$  时的  $Y_C$ ) 传统 BP 神经网络的预测精度稍高外, GA-BP 神经网络的预测结果与实际值均更吻合, 可见本文搭建的 GA-BP 神经网络较传统的 BP 神经网络总体上拟合度更高、误差更小、更有利于结构内部裂纹的定位识别.

表 5 GA-BP 神经网络对裂尖 A 坐标的训练值

Table 5 Training coordinates of crack tip A by the GA-BP neural network

crack length $a/\text{m}$	true $X_A$	training $X_A$	true $Y_A$	training $Y_A$
0.500	0.5232	0.5238	1.3232	1.3194
0.528	0.5132	0.5127	1.3132	1.3088
0.556	0.5032	0.5044	1.3032	1.3031
0.585	0.4932	0.4906	1.2932	1.2893
0.613	0.4832	0.4823	1.2832	1.2783
0.641	0.4732	0.4738	1.2732	1.2703
0.670	0.4632	0.4622	1.2632	1.2594
0.698	0.4532	0.4549	1.2532	1.2556

表 6 GA-BP 神经网络对裂尖 B 坐标的训练值

Table 6 Training coordinates of crack tip B by the GA-BP neural network

crack length $a/\text{m}$	true $X_B$	training $X_B$	true $Y_B$	training $Y_B$
0.500	0.8768	0.8769	1.6768	1.6806
0.528	0.8868	0.8873	1.6868	1.6913
0.556	0.8968	0.8953	1.6968	1.6974
0.585	0.9068	0.9084	1.7068	1.7109
0.613	0.9168	0.9170	1.7168	1.7218
0.641	0.9268	0.9257	1.7268	1.7299
0.670	0.9368	0.9380	1.7368	1.7406
0.698	0.9468	0.9462	1.7468	1.7449

表 7 GA-BP 神经网络对裂尖 C 坐标的训练值

Table 7 Training coordinates of crack tip C by the GA-BP neural network

crack length $a/\text{m}$	true $X_C$	training $X_C$	true $Y_C$	training $Y_C$
0.500	1.1232	1.1236	0.6768	0.6744
0.528	1.1132	1.1128	0.6868	0.6841
0.556	1.1032	1.1046	0.6968	0.6941
0.585	1.0932	1.0910	0.7068	0.7027
0.613	1.0832	1.0826	0.7168	0.7121
0.641	1.0732	1.0739	0.7268	0.7225
0.670	1.0632	1.0620	0.7368	0.7329
0.698	1.0532	1.0543	0.7468	0.7438

表 8 GA-BP 神经网络对裂尖 D 坐标的训练值

Table 8 Training coordinates of crack tip D by the GA-BP neural network

crack length $a/\text{m}$	true $X_D$	training $X_D$	true $Y_D$	training $Y_D$
0.500	1.4768	1.4748	0.3232	0.3258
0.528	1.4868	1.4872	0.3132	0.3160
0.556	1.4968	1.4962	0.3032	0.3049
0.585	1.5068	1.5113	0.2932	0.2971
0.613	1.5168	1.5192	0.2832	0.2879
0.641	1.5268	1.5272	0.2732	0.2772
0.670	1.5368	1.5377	0.2632	0.2671
0.698	1.5468	1.5433	0.2532	0.2553

表9 BP与GA-BP神经网络对裂尖A、B的预测值

Table 9 Prediction of crack tips A and B by BP and GA-BP neural networks

crack length $a/m$		$X_A$	relative error $e_k/\%$	$Y_A$	relative error $e_k/\%$	$X_B$	relative error $e_k/\%$	$Y_B$	relative error $e_k/\%$
0.726	true value	0.4432	—	1.2432	—	0.9568	—	1.7568	—
	BP	0.4465	0.74	1.2491	0.47	0.9558	0.11	1.7515	0.30
	GA-BP	0.4435	0.07	1.2433	0.01	0.9564	0.04	1.7566	0.01
0.755	true value	0.4332	—	1.2332	—	0.9668	—	1.7668	—
	BP	0.4411	1.82	1.2534	1.64	0.9637	0.32	1.7482	1.05
	GA-BP	0.4345	0.29	1.2336	0.03	0.9658	0.10	1.7663	0.03
0.783	true value	0.4232	—	1.2232	—	0.9768	—	1.7768	—
	BP	0.4350	2.79	1.2529	2.43	0.9729	0.40	1.7492	1.55
	GA-BP	0.4264	0.77	1.2248	0.13	0.9739	0.30	1.7750	0.10

表10 BP与GA-BP神经网络对裂尖C、D的预测值

Table 10 Prediction of crack tips C and D by BP and GA-BP neural networks

crack length $a/m$		$X_C$	relative error $e_k/\%$	$Y_C$	relative error $e_k/\%$	$X_D$	relative error $e_k/\%$	$Y_D$	relative error $e_k/\%$
0.726	true value	1.0432	—	0.7568	—	1.5568	—	0.2432	—
	BP	1.0454	0.22	0.7541	0.36	1.5492	0.49	0.2446	0.56
	GA-BP	1.0436	0.04	0.7567	0.02	1.5563	0.03	0.2433	0.05
0.755	true value	1.0332	—	0.7668	—	1.5668	—	0.2332	—
	BP	1.0390	0.56	0.7656	0.16	1.5495	1.11	0.2306	1.10
	GA-BP	1.0342	0.10	0.7664	0.05	1.5658	0.06	0.2336	0.17
0.783	true value	1.0232	—	0.7768	—	1.5768	—	0.2232	—
	BP	1.0318	0.84	0.7753	0.19	1.5492	1.75	0.2196	1.59
	GA-BP	1.0262	0.29	0.7752	0.21	1.5739	0.19	0.2248	0.72

为进一步测试网络的鲁棒性,仍然对输入数据添加噪声.真实裂纹长度依次取 0.726 m, 0.755 m 和 0.783 m, 图 11 和 12 给出了噪声值依次取 1%, 2%, 5% 和 10% 时 4 个裂尖坐标相对误差的绝对值.可以看出,随着噪声强度等级的增加网络预测的相对误差也逐渐增大.此外,在同一裂纹长度和同一噪声值下,裂尖 A 的误差大都大于裂尖 B,  $X_C$  的误差也基本大于  $X_D$ , 而  $Y_C$  的误差则小于  $Y_D$ . 当噪声强度不超过 5% 时,预测结果的误差均在 10% 以内且绝大部分小于 5%, 当噪声强度为 10% 时,绝大部分误差在 8% 以内,表明搭建的网络具有较好的鲁棒性.此外,由图 12 可以看出,对于三种裂纹长度,  $Y_D$  的预测误差均明显大于其他情况,这主要与裂尖 D 的位置和测点分布有关,由于该裂尖靠近板底部,而板底部所有点的  $Y$  向位移均为零,致使该裂尖附近区域点(含部分测点)的纵向位移对外载和裂纹长度变化的响应不明显,从而导致预测精度的退化.此外,还可以看出 4 个裂尖的  $X$  坐标的预测精度总体较  $Y$  坐标的更高,这主要与整块板仅左下角点处存在水平位移约束有关;而对裂尖 D, 由于其距水平约束点最远,相较于其他裂尖, D 点附近区域点的水平位移受该约束的影响最小,进而使得相关的响应对裂纹构型的变化更敏感,因而  $X_D$  的预测精度整体来说较其他裂尖的对值更高.

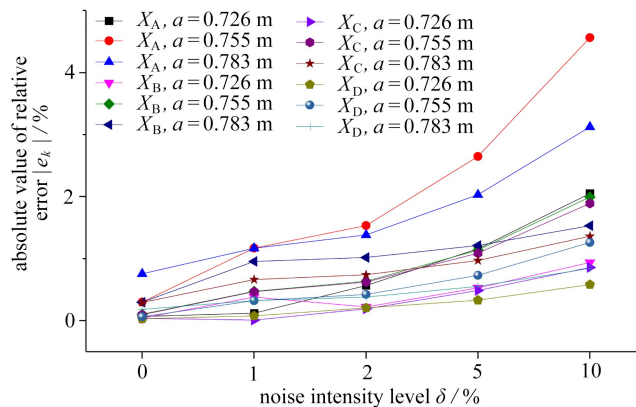
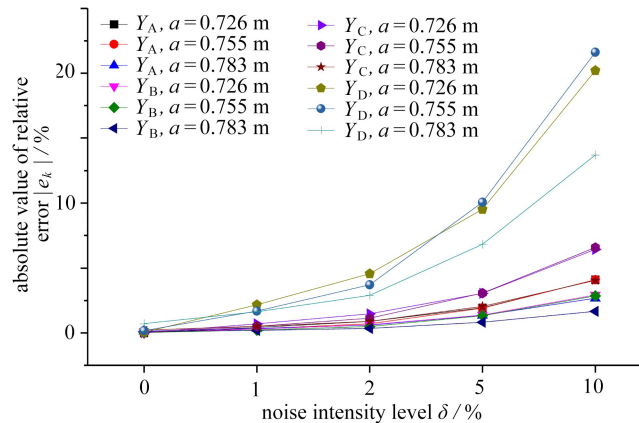


图 11 不同噪声下,  $X_A$ ,  $X_B$ ,  $X_C$  和  $X_D$  预测值的相对误差绝对值

Fig. 11 Absolute values of relative errors of predicted  $X_A$ ,  $X_B$ ,  $X_C$  and  $X_D$  under different noises

图 12 不同噪声下,  $Y_A$ ,  $Y_B$ ,  $Y_C$  和  $Y_D$  预测值的相对误差绝对值Fig. 12 Absolute values of relative errors of predicted  $Y_A$ ,  $Y_B$ ,  $Y_C$  and  $Y_D$  under different noises

## 6 结 论

通过在标准有限元的框架内引入裂面和裂尖改进函数, XFEM 可使用固定网格对不断变化的裂纹构型进行高精度模拟. GA 是一种独立于求解域且具有较强鲁棒性的全局性概率搜索方法, BP 神经网络优化算法则具有较强的非线性映射能力和局部搜索能力. 本文结合了三者的优点, 基于 XFEM 获取网络训练数据, 利用 GA 对 BP 神经网络的初始权值和阈值进行优化, 建立了用于结构内部直线裂纹反演分析的 XFEM 与 GA-BP 神经网络方法. 在给出 XFEM、GA 和 BP 神经网络基本原理的基础上, 重点阐述了 GA 优化 BP 的结合策略和计算过程, 最后通过两个典型算例对其精度和鲁棒性等进行了验证, 并探讨了网格密度、测点布置和输入数据噪声等因素对精度的影响. 结果表明, XFEM 正向分析的精度、GA-BP 神经网络的裂纹识别精度及鲁棒性均较好. 另外, 与传统的 BP 神经网络对比, 本文搭建的 GA-BP 神经网络的预测精度普遍更高.

需要说明的是, 本文基于经典的线弹性断裂力学模型开展分析, 选用了较简单的裂纹构型(如单直线和双直线裂纹等)进行反演分析. 但就方法本身而言, 本文的工作可以推广至更复杂的如多裂纹、分支、交叉和曲线裂纹等的预测工作中. 在现有工作的基础上, 后期我们将进一步围绕更复杂更贴合实际的裂纹开展更深入的研究工作.

### 参考文献(References):

- [1] KWAN A K H, MA F J. Crack width analysis of reinforced concrete under direct tension by finite element method and crack queuing algorithm[J]. *Engineering Structures*, 2016, **126**(1): 618-627.
- [2] XIE G Z, ZHOU F L, LI H, et al. A family of non-conforming crack front elements of quadrilateral and triangular types for 3D crack problems using the boundary element method[J]. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 2019, **14**(3): 332-341.
- [3] 李录贤, 王铁军. 扩展有限元法(XFEM)及其应用[J]. *力学进展*, 2005, **35**(1): 5-20. (LI Luxian, WANG Tiejun. The extended finite element method and its application: a review[J]. *Advances in Mechanics*, 2005, **35**(1): 5-20. (in Chinese))
- [4] 王振, 余天堂. 模拟三维裂纹问题的自适应多尺度扩展有限元法[J]. *工程力学*, 2016, **33**(1): 32-38. (WANG Zhen, YU Tiantang. Adaptive multiscale extended finite element method for simulating three-dimensional crack problems[J]. *Engineering Mechanics*, 2016, **33**(1): 32-38. (in Chinese))
- [5] XIAO G Z, WEN L F, TIAN R. Arbitrary 3D crack propagation with improved XFEM: accurate and efficient crack geometries[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, **377**: 113659.
- [6] LI Y M, XIA Y D, XIE D L, et al. Application of artificial bee colony algorithm for particle size distribution measurement of suspended sediment based on focused ultrasonic sensor[J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2021, **43**(7): 1680-1690.

- [7] ALHADDAD W, HALABI Y, MEREE H, et al. Optimum design method for simplified model of outrigger and ladder systems in tall buildings using genetic algorithm[J]. *Structures*, 2020, **28**: 2467-2487.
- [8] MOLDOVANU S, OBREJA C-D, BISWAS K C, et al. Towards accurate diagnosis of skin lesions using feedforward back propagation neural networks[J]. *Diagnostics (Basel)*, 2021, **11**(6): 936.
- [9] 王佳萍, 杜成斌, 王翔, 等. 基于XFEM和改进人工蜂群算法的结构内部缺陷反演[J]. 工程力学, 2019, **36**(9): 25-31. (WANG Jiaping, DU Chengbin, WANG Xiang, et al. Inverse analysis of internal defects in structures using extended finite element method and improved artificial bee colony algorithm[J]. *Engineering Mechanics*, 2019, **36**(9): 25-31.(in Chinese))
- [10] DU C, ZHAO W, JIANG S, et al. Dynamic XFEM-based detection of multiple flaws using an improved artificial bee colony algorithm[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2020, **365**: 112995.
- [11] RABINOVICH D, GIVOLI D, VIGDERGAUZ S. XFEM-based crack detection scheme using a genetic algorithm[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2007, **71**(9): 1051-1080.
- [12] CHATZI E N, HIRIYUR B, WAISMAN H, et al. Experimental application and enhancement of the XFEM-GA algorithm for the detection of flaws in structures[J]. *Computers and Structures*, 2010, **89**(7): 556-570.
- [13] 王佳萍, 杜成斌, 江守燕. 扩展有限元与遗传算法相结合的结构缺陷反演分析[J]. 力学与实践, 2017, **39**(6): 591-596. (WANG Jiaping, DU Chengbin, JIANG Shouyan. Analysis of structural defect inversion based on extended finite element and genetic algorithm[J]. *Mechanics in Engineering*, 2017, **39**(6): 591-596.(in Chinese))
- [14] 孟建军, 孟高阳, 李德仓. 基于SA-GA混合算法的动车组车辆轮重分配优化[J]. 应用数学和力学, 2021, **42**(4): 363-372. (MENG Jianjun, MENG Gaoyang, LI Decang. Optimization of wheel weight distribution for EMU vehicles based on the SA-GA hybrid algorithm[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(4): 363-372.(in Chinese))
- [15] WANG H Y, ZHANG Z X, LIU L M. Prediction and fitting of weld morphology of Al alloy-CFRP welding-rivet hybrid bonding joint based on GA-BP neural network[J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2021, **63**: 109-120.
- [16] WANG Z W, FEI Y, YE P X, et al. Crack characterization in ferromagnetic steels by pulsed eddy current technique based on GA-BP neural network model[J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2020, **500**: 166412.
- [17] 江守燕, 杜成斌. 基于扩展有限元的结构内部缺陷(夹杂)的反演分析模型[J]. 力学学报, 2015, **47**(6): 1037-1045. (JIANG Shouyan, DU Chengbin. Numerical model for identification of internal defect or inclusion based on extended finite element methods[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, **47**(6): 1037-1045.(in Chinese))
- [18] 张慧华. 典型不连续固体力学问题的数值求解[D]. 博士学位论文. 西安: 西安交通大学, 2009. (ZHANG Huihua. Numerical solutions to typical discontinuous problems in solid mechanics[D]. PhD Thesis. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2009. (in Chinese))
- [19] 茹忠亮, 朱传锐, 张友良, 等. 断裂问题的扩展有限元法研究[J]. 岩土力学, 2011, **32**(7): 2171-2176. (RU Zhongliang, ZHU Chuanrui, ZHANG Youliang, et al. Study of fracture problem with extended finite element method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, **32**(7): 2171-2176.(in Chinese))
- [20] 冉雨晴, 吴玮, 狄鑫. 基于遗传算法优化BP神经网络的管网漏失定位模型研究[J]. 水电能源科学, 2021, **39**(5): 123-126. (RAN Yuqing, WU Wei, DI Xin. Study on leakage location model of water supply network based on bp neural network optimized by genetic algorithm[J]. *Water Resources and Power*, 2021, **39**(5): 123-126.(in Chinese))
- [21] HOLLAND J H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: an Introductory Analysis With Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*[M]. Cambridge: The MIT Press, 1992.
- [22] WANG X, AN S, XU Y Q, et al. A back propagation neural network model optimized by mind evolutionary algorithm for estimating Cd, Cr, and Pb concentrations in soils using vis-NIR diffuse reflectance spectroscopy[J]. *Applied Sciences*, 2020, **10**(1): 51.
- [23] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[M]. 增订版. 北京: 科学出版社, 1993. (Chinese Aeronautical Establishment. *Stress Intensity Factor Manual*[M]. revised and enlarged ed. Beijing: Science Press, 1993. (in Chinese))