

X构型张力非线性系统共振激励下的拍振现象

齐子涵, 吴志强, 焦云雷, 贾文文

Beat Vibration of X-Configuration Tension Nonlinear Systems Under Resonance Excitation

QI Zihan, WU Zhiqiang, JIAO Yunlei, and JIA Wenwen

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.420326>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于非线性能量阱的双频激励非线性系统减振

Vibration Suppression of Nonlinear Systems Under Dual-Frequency Excitations With Nonlinear Energy Sink

应用数学和力学. 2017, 38(11): 1240-1250 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370379>

一类含五次非线性恢复力的Duffing系统共振与分岔特性分析

Analysis of Resonance and Bifurcation Characteristics of Some Duffing Systems With Quintic Nonlinear Restoring Forces

应用数学和力学. 2019, 40(10): 1122-1134 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390234>

非线性阻尼非线性刚度隔振系统随机动力学特性研究

An Investigation on Nonlinear-Damping and Nonlinear-Stiffness Vibration Isolation Systems Under Random Excitations

应用数学和力学. 2017, 38(6): 613-621 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370277>

超临界输流管道3:1内共振下参激振动响应

Parametric Vibration Responses of Supercritical Fluid-Conveying Pipes in 3:1 Internal Resonance

应用数学和力学. 2018, 39(11): 1227-1235 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390121>

移动载荷作用下轴向运动载流梁的参强联合共振

Combined Parametric and Forced Resonance of Axially Moving and Current-Carrying Beams Under Moving Loads

应用数学和力学. 2018, 39(3): 266-277 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380128>

附加非线性振子的双稳态电磁式振动能量捕获器动力学特性研究

Dynamics Research of Bistable Electromagnetic Energy Harvesters With Auxiliary Nonlinear Oscillators

应用数学和力学. 2017, 38(4): 432-446 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370167>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

X 构型张力非线性系统共振激励下的拍振现象*

齐子涵¹, 吴志强¹, 焦云雷², 贾文文³

(1. 天津大学 力学系, 天津 300350;

2. 天津航天机电设备研究所, 天津 300458;

3. 中国空间技术研究院 总体部, 北京 100094)

摘要: 圆形太阳翼因收纳比高、供电能力强等特点受到人们的广泛重视. 作为大尺寸薄膜结构, 为了调节薄膜张力, 通常会引入由绳和弹簧组成的张力调节装置, 其力学特性具有强非线性特征, 但目前还未有研究讨论其影响. 该文提出了一种研究张力影响的机理模型, 并利用 Lagrange 能量法建立了系统二自由度非线性动力学方程, 以某工程样机为例, 研究了张力机构出现肋板不对称时系统在共振激励下的响应. 研究表明, 激励幅值变化对系统拍振响应特点有重要影响, 使其出现了混沌、概周期以及多倍周期等现象. 这些结果对张力机构参数设计有重要参考作用.

关键词: 张力调节单元; 非线性; 共振; 拍振

中图分类号: O322 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.420326

Beat Vibration of X-Configuration Tension Nonlinear Systems Under Resonance Excitation

QI Zihan¹, WU Zhiqiang¹, JIAO Yunlei², JIA Wenwen³

(1. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300350, P.R.China;

2. Tianjin Institute of Aerospace Mechanical and Electrical Equipment, Tianjin 300458, P.R.China;

3. Institute of Space System Engineering, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, P.R.China)

Abstract: The circular membrane solar array has attracted extensive attention due to its high storage ratio and strong power supply capability. In order to adjust the tension of large film structures, a tension adjusting device composed of ropes and springs is usually introduced, and its mechanical characteristics are highly nonlinear, with the effects rarely studied yet. Aimed at the tension adjustment, a mechanism model was proposed. The nonlinear dynamics equation for the 2DOF system was established with the Lagrangian energy method. With an engineering prototype as the example, the responses of the tension mechanism with unsymmetrical ribs under resonance excitation were studied. The results show that, the change of the excitation amplitude has an important influence on the characteristics of the beat response of the system. Consequently, the responses of the system exhibit chaotic, almost periodic and multifold periodic phenomena. The research makes an important reference to the parameter design of tension mechanisms.

Key words: tension adjusting unit; nonlinearity; resonance; beat vibration

* 收稿日期: 2021-10-28; 修订日期: 2021-11-16

作者简介: 齐子涵(1993—), 男, 硕士(E-mail: qizihan@tju.edu.cn);

吴志强(1968—), 男, 教授, 博士, 博士生导师(通讯作者. E-mail: zhiqwu@tju.edu.cn);

焦云雷(1982—), 男, 高级工程师;

贾文文(1991—), 女, 工程师.

引用格式: 齐子涵, 吴志强, 焦云雷, 贾文文. X 构型张力非线性系统共振激励下的拍振现象[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(6): 597-607.

引言

随着我国航天事业的发展,圆形太阳翼因高功率质量比、结构紧凑等特点逐渐替代矩形太阳翼,引起了人们的重视^[1].张力机构是圆形太阳翼能够保持太阳毯张紧的关键机构,通常由两侧的绳和弹簧组成接近X形的构型,其力学特性具有明显的非线性特征.由于制造及安装误差等原因,张力机构连接的太阳翼两部分可能不是严格对称的.因而,分析张力非线性对系统动力学的影响时,需要考虑这种结构不对称的影响.但是由于此机构存在张力非线性因素,当两肋板出现不对称情况时,在张力非线性的作用下将会出现拍振.因此,研究其不同激励条件下的拍振对于实施拍振控制有重要作用.

拍振现象可见于各类工程实例中,因而得到人们的重视.温登哲等^[2]总结了航空发动机双转子系统动力学发展,并强调了拍振对双转子系统的影响;陈茉莉等^[3]指出多维图形法在多源拍振中的小频差识别应用;廖明夫等^[4]在研究双转子系统时发现,转子转差率很小时拍振现象十分明显;韩军等^[5]分析了拍振周期性和信号强度及反向转子的基本特性,对产生拍振的双转子系统的特征进行了较好的阐述;Zeng等^[6]通过解拍的方法对双转子不平衡振动进行信号提取;高天^[7]对双转子系统阵发性冲击振动采用了 Hilbert 包络谱的分析方法,清晰地提取了系统中的周期损伤频率及其倍频.在桥梁方面, Caetano 等^[8]通过对 Guadiana 桥进行现场测试,观测到不同模态间的内共振及斜拉索拍振.在此基础上,孙测世等^[9]分析了单频激励能激发斜拉索拍振的原因. Park 等^[10]对怠速拍振与车辆振动的关系进行了探究,为车辆设计提供了指导.朱剑涛等^[11]采用 Fourier 变换、冲击响应谱和小波分析方法分析了星箭组合体的拍振特点,为后续卫星状态的确定提供了参考依据;练继建等^[12]对泄洪激励下二滩拱坝拍振现象的机理进行研究,分析了拱坝拍振的主要原因; Zhang 等^[13]分析了电介质弹性体膜电压诱发拍振的机理; Endo 等^[14]对大型浮式结构的拍振现象进行分析,指导了海洋平台的设计; Kim 等^[15-16]利用脉冲响应研究了不对称环、钟的拍频分布特征;高辉等^[17]通过研究主动磁悬浮轴承系统拍振现象,提出控制磁悬浮轴承广义动刚度的方法以降低拍振的影响.在工程实例中,拍振多是以时域和频谱进行分析,并且更多地是对拍振出现的原因进行探究,未阐述系统非线性响应与拍振的关系.

本文基于张力机构特点,使用 Lagrange 能量法进行两肋板结构尺寸非对称情况建模,对激励幅值改变的对称激励下系统非线性动力学响应进行求解,分析了结构拍振的原因,通过计算系统典型响应并结合时域、Poincaré 截面、频谱以及 Hilbert 包络谱等手段,探究了系统不同非线性响应状态与拍振具体形式的关系.

1 带有张力非线性系统的动力学模型

1.1 系统结构

如图 1 所示,系统由两个静平衡状态间距为 L 的悬臂型肋板组成,两个板间通过张力调节单元连接,外侧均与接地弹簧 k_1 相连.固定端有位移激励 $U_i(t) = Y_i \cos(\omega t)$, $w_i(x, t)$ 表示第 i 个肋板固定端所受位移激励及板振动变形.

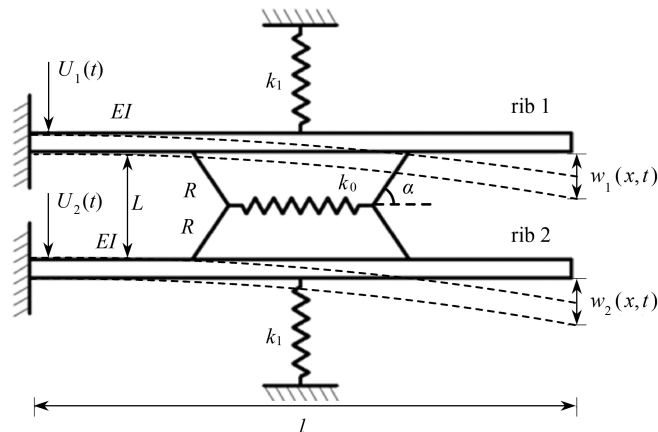


图 1 张力非线性结构模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the tension nonlinear symmetric model

张力调节单元由张力弹簧 k_0 和凯夫拉绳 R 构成, 静平衡位置时张力弹簧长度为原长, 且绳间夹角 $\alpha = 30^\circ$. 为清晰表示张力单元结构, 在图 1 中将其放大, 实际结构中张力单元长度远小于肋板长度, 可假设两侧凯夫拉绳端点距离变化量与张力单元中点位置处肋板间距相同, 则张力机构的拉力为

$$F_T(\Delta) = 2Lk_0 \left\{ \cos \alpha_0 - \cos \left[\arcsin \left(\sin \alpha_0 + \frac{\Delta}{2L} \right) \right] \right\} \cdot \tan \left[\arcsin \left(\sin \alpha_0 + \frac{\Delta}{2L} \right) \right] =$$

$$-2Lk_0 \sin \alpha_0 - k_0 \Delta + \frac{Lk_0 \cos \alpha_0 \left(2 \sin \alpha_0 - \frac{\Delta}{L} \right)}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_0 - \left(\sin \alpha_0 \frac{\Delta}{L} - \left(\frac{\Delta}{2L} \right)^2}}, \quad (1)$$

式中, Δ 表示某一时刻两肋板的间距, 即 $\Delta = [w_1(x, t) - w_2(x, t)]|_{x=l/2}$.

1.2 系统动力学方程推导

结构的肋板采用各向同性、等截面并且长度为 l 的 Euler-Bernoulli 梁, 密度为 ρ , 肋板 1 和肋板 2 的截面积分别为 A_1 和 A_2 , 两个肋板的截面宽度都为 e , 截面高度分别为 h_1 和 h_2 , 截面二次矩分别为 I_1 和 I_2 , 材料的弹性模量为 E . 系统的动能和势能表示为

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A_1 [\dot{w}_1(x, t) + \dot{U}_1(t)]^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l \rho A_2 [\dot{w}_2(x, t) + \dot{U}_2(t)]^2 dx, \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l EI_1 w_1''^2(x, t) dx + \frac{1}{2} \int_0^l EI_2 w_2''^2(x, t) dx + \frac{1}{2} k_1 w_1^2\left(\frac{l}{2}, t\right) + \frac{1}{2} k_1 w_2^2\left(\frac{l}{2}, t\right) + \int_0^\Delta F_T(s) ds. \quad (3)$$

由于肋板变形小, 且以一阶为主, 故可假设肋板 i ($i = 1, 2$) 的振动位移为

$$w_i(x, t) = \Phi(x) q_i(t), \quad (4)$$

其中 $\Phi(x)$ 为悬臂梁一阶模态函数. 将以上方程代入到非保守系统的 Lagrange 方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = -C \dot{q}_i, \quad (5)$$

可得两自由度非线性方程:

$$\begin{cases} M_1 \ddot{q}_1 + C \dot{q}_1 + K_1 q_1 + K_T(q_1, q_2) = a_1 Y_1 \omega_1^2 \cos(\omega_1 t), \\ M_2 \ddot{q}_2 + C \dot{q}_2 + K_2 q_2 - K_T(q_1, q_2) = a_2 Y_2 \omega_2^2 \cos(\omega_2 t), \end{cases} \quad (6)$$

其中 C 为悬臂梁的结构阻尼, 并且有

$$M_i = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A_i \Phi^2 dx, \quad (7)$$

$$K_i = \int_0^l EI_i \Phi''^2 dx + k_1 \Phi^2\left(\frac{l}{2}\right), \quad (8)$$

$$a_i = \frac{1}{2} \int_0^l 2\rho A_i \Phi dx, \quad (9)$$

$$K_T(q_1, q_2) = \Phi\left(\frac{l}{2}\right) F_T|_{\Delta=(q_1-q_2)\Phi(l/2)}. \quad (10)$$

1.3 方程无量纲化

为归并参数简化分析, 通过引入变量 $\tau = \omega_0 t$, $Q_i = \frac{q_i}{L}$ 将运动方程无量纲化, 其中 ω_0 为系统的振动频率, 可得

$$\begin{cases} \tilde{M}_1 \ddot{Q}_1 + \tilde{C} \dot{Q}_1 + \tilde{K}_1 Q_1 + \tilde{K}_T(Q_1, Q_2) = a_1 Y_1 \omega_1^2 \cos\left(\omega_1 \frac{\tau}{\omega_0}\right), \\ \tilde{M}_2 \ddot{Q}_2 + \tilde{C} \dot{Q}_2 + \tilde{K}_2 Q_2 - \tilde{K}_T(Q_1, Q_2) = a_2 Y_2 \omega_2^2 \cos\left(\omega_2 \frac{\tau}{\omega_0}\right), \end{cases} \quad (11)$$

式中 $\tilde{M}_i = \omega_0^2 L M_i$, $\tilde{C} = \omega_0 C$, $\tilde{K}_T = K_T|_{L=L(Q_1-Q_2)\phi(l/2)}$, $\tilde{K}_i = L K_i$.

本文所选参数(见表1)主要以某工程案例为背景并略有微调,考虑了两肋板截面尺寸不同的情况,并且针对共振激励这种最危险的工况.因此,下文研究属于不对称结构在对称激励下的共振响应分析,即位移激励 $U_1(t) = U_2(t) = Y \cos(\omega t)$.

表1 模型参数取值

Table 1 Values of model parameters

parameter	value
rib plate length l/m	2.9
elastic modulus E/Pa	7.2×10^{10}
rib plate width e/m	0.005
rib plate 1 height h_1/m	0.04
rib plate 2 height h_2/m	0.05
material density $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	435
tension spring stiffness $k_\theta/(\text{N}/\text{m})$	5.59
grounding spring stiffness $k_1/(\text{N}/\text{m})$	2900
structural damping $C/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	0.366

2 拍振现象原因分析

以激励幅值 0.3, 激励频率 1 时的强迫共振响应为例, 通过比较线性、非线性响应, 分析拍振产生的原因. 图2为线性系统响应, 图3为非线性系统响应.

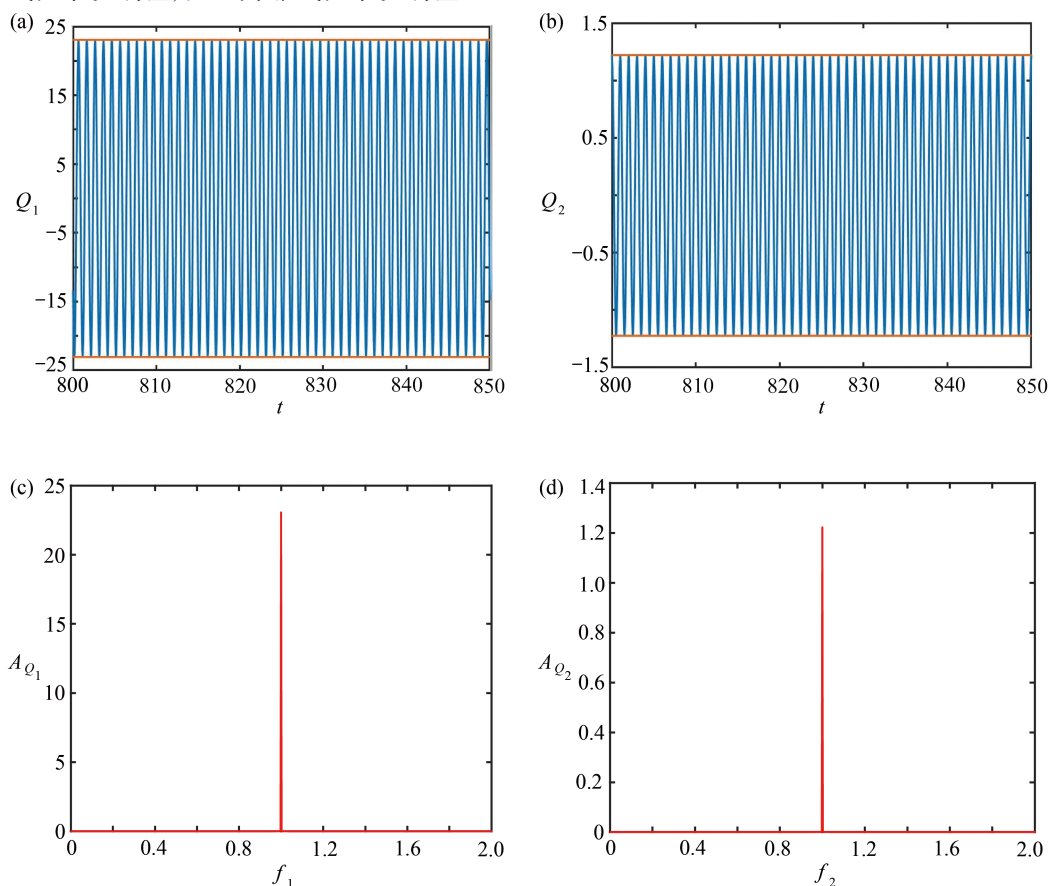


图2 激励幅值为 0.3 线性系统的响应: (a) 肋板 1 时间历程图; (b) 肋板 2 时间历程图; (c) 肋板 1 频谱图; (d) 肋板 2 频谱图

Fig. 2 With an excitation amplitude of 0.3, the linear system responses: (a) the time history diagram of rib 1; (b) the time history diagram of rib 2;

(c) the spectrum diagram of rib 1; (d) the spectrum diagram of rib 2

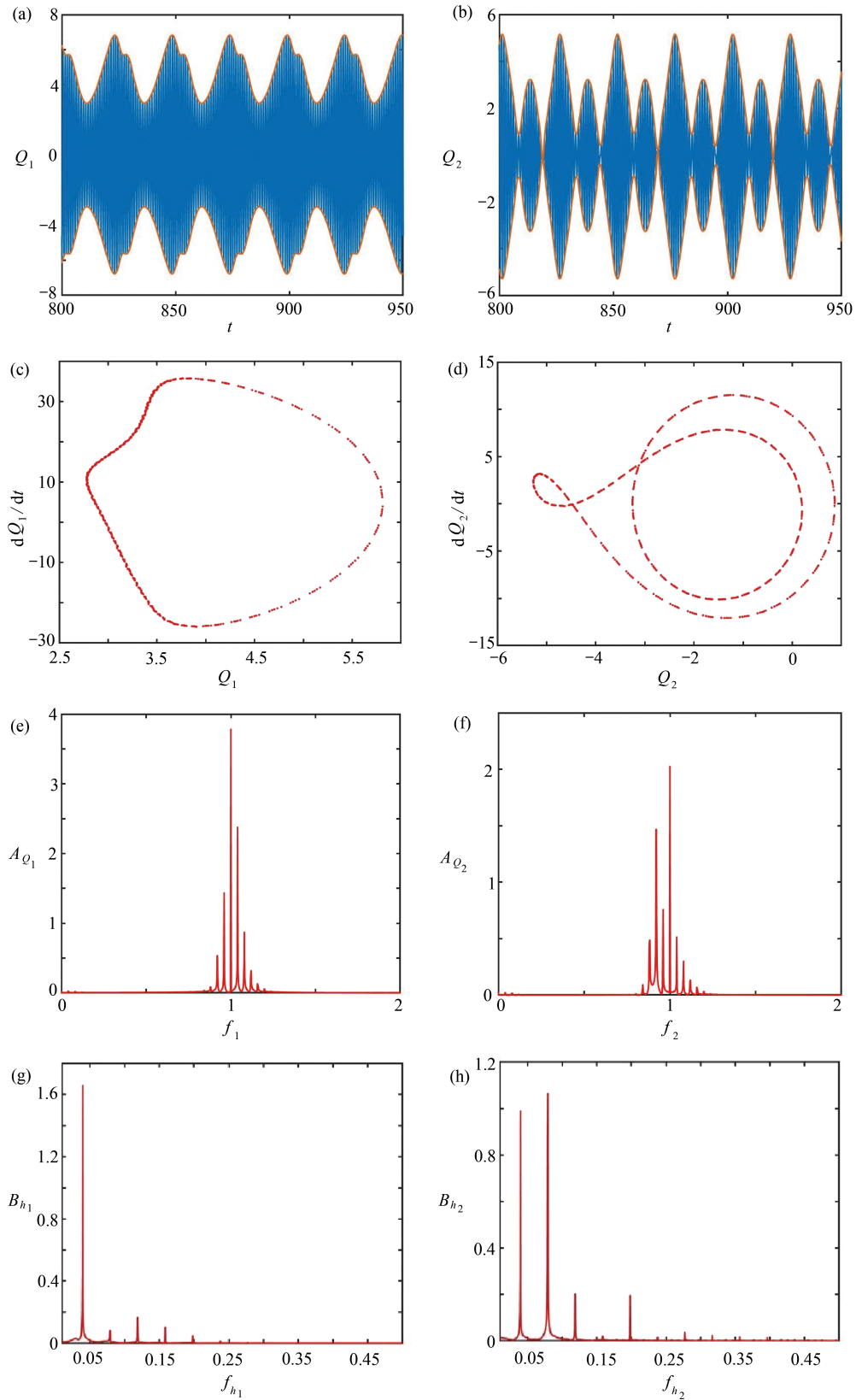


图 3 激励幅值为 0.3 非线性系统的响应: (a) 肋板 1 时间历程图; (b) 肋板 2 时间历程图; (c) 肋板 1 Poincaré 截面图; (d) 肋板 2 Poincaré 截面图; (e) 肋板 1 频谱图; (f) 肋板 2 频谱图; (g) 肋板 1 Hilbert 包络谱; (h) 肋板 2 Hilbert 包络谱

Fig. 3 With an excitation amplitude of 0.3, the nonlinear system responses: (a) the time history diagram of rib 1; (b) the time history diagram of rib 2; (c) the Poincaré section diagram of rib 1; (d) the Poincaré section diagram of rib 2; (e) the spectrum diagram of rib 1; (f) the spectrum diagram of rib 2; (g) the Hilbert envelope spectrum diagram of rib 1; (h) the Hilbert envelope spectrum diagram of rib 2

线性系统响应中,由于两肋板截面尺寸不同,导致肋板 1 固有频率为 1,肋板 2 固有频率略低于 1,因此图 2 线性系统由于共振使肋板 1 位移极值远大于肋板 2,但在时域图像中都未出现拍振现象,说明带有张力非线性的非对称系统在对称激励下的拍振现象并非是由结构固有频率的差异引起的。

张力非线性系统在相同激励条件下的响应如图 3 所示.因所讨论的系统受周期激励作用,其 Poincaré 截面图由稳态响应时间历程间隔激励周期取点后绘制的相图得到.与线性情况不同的是,两肋板位移极值相近且出现拍振现象.综合图 2 分析可知,此结构拍振是由具有张力非线性的张力调节单元耦合作用引起的。

3 非对称系统分岔分析

本节通过计算 Poincaré 映射分岔,获得激励幅值较大范围变化时响应的变化情况,之后选择典型参数分析拍振现象。

激励幅值从 0 到 3 变化时系统分岔见图 4.激励幅值在 $0 \sim 0.28$, $1.67 \sim 1.74$, $1.99 \sim 2.03$, $2.15 \sim 2.5$ 以及 $2.67 \sim 3$ 五个范围时响应属于简单周期运动,暂不讨论.而激励幅值处于其他范围时系统响应会出现概周期运动乃至混沌运动.具体运动形式判定,下文将从时间历程、Poincaré 截面图、频谱和 Hilbert 包络谱的角度进行分析.限于篇幅,这里给出激励幅值 Y 为 0.3, 0.67, 0.72 和 2.66 时的结果。

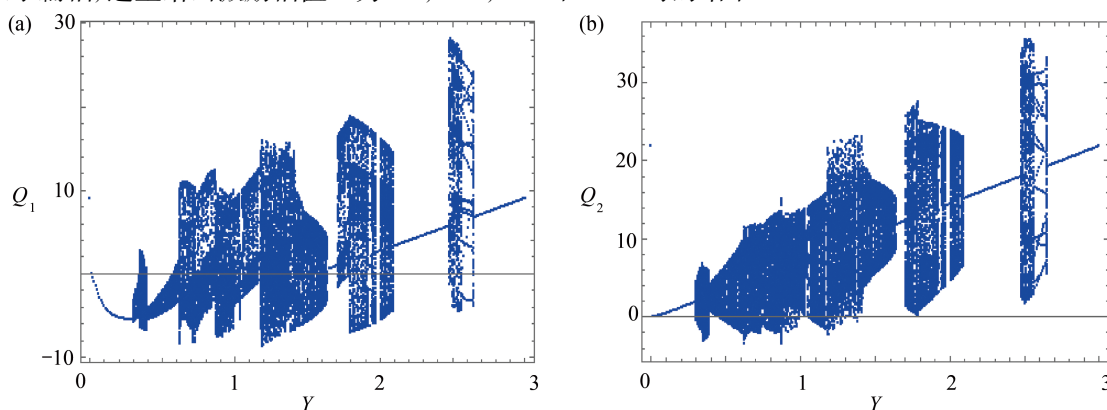


图 4 激励幅值改变下肋板分岔图: (a) 肋板 1 分岔图; (b) 肋板 2 分岔图

Fig. 4 With a changing excitation amplitude, the bifurcation diagrams of the lower ribs: (a) the bifurcation diagram of rib 1; (b) the bifurcation diagram of rib 2

图 3 为激励幅值为 0.3 时的系统响应,此处不再重复.从时间历程来看,虽然两个肋板的最大振幅均为 6 左右,但其拍振波形有明显不同,肋板 2 存在大小拍现象. Poincaré 截面图说明运动是概周期的,但肋板 1、2 分别为单环和三环.频谱图显示,在主振动频率 1 附近出现多个频率,这些很接近的频率正是导致结构拍振的主要原因.通过图 3(g)、(h) 的 Hilbert 包络谱,可以清晰地得到拍振特点:两个肋板都是由两小拍组成一大拍,小拍频率为 0.08,对应拍振周期为 12.5,大拍频率为 0.04,对应拍振周期为 25,这两个频率分别对应 Hilbert 包络谱中的第一、第二两个频率.两个肋板拍振具体形式略有差别,主要体现在 Hilbert 包络谱中频率为 0.08 的幅值不同:肋板 1 两小拍不明显,几乎合为一拍,因此 0.08 频率幅值很小;肋板 2 两小拍清晰,因此 0.08 频率幅值与 0.04 幅值相近。

图 5 为激励幅值为 0.67 时的系统响应.时间历程图中的振动幅值都有所增加,两个肋板大小拍更加明显.系统的 Poincaré 截面显示运动仍是概周期的,但是出现了更高程度的折叠.频谱图中,频率数量增加使拍振现象更为复杂.而通过图 5(g)、(h) 的 Hilbert 包络谱可以清晰地看出,拍振的频率呈倍频形式出现,表明此拍振现象是以多个周期相同的拍振周期组成,而其中最小拍振频率 0.0235,对应拍振最大周期 42.对肋板 1 来说,最大拍振周期内存在 7 个小周期,因此幅值最大的频率为对应最大周期的频率 0.0235 和 0.0235 的 7 倍频;对肋板 2 来说,最大拍振周期内存在 3 个小周期,因此幅值最大的频率是 0.0235 和 0.0235 的 3 倍频.同时,由于肋板 2 一个大周期内的三个小周期幅值比较接近,使其包络线周期明显,因此 0.0235 的三倍频幅值最大. Hilbert 包络谱中,还存在一些更高倍数的频率,这些频率的出现主要是因为每一小拍中并非均匀严格的拍振形式,其最大振幅的波动使 Hilbert 包络谱中出现更小的周期.这些倍频说明,拍振最大周期 42 同样是幅值波动周期的整数倍。

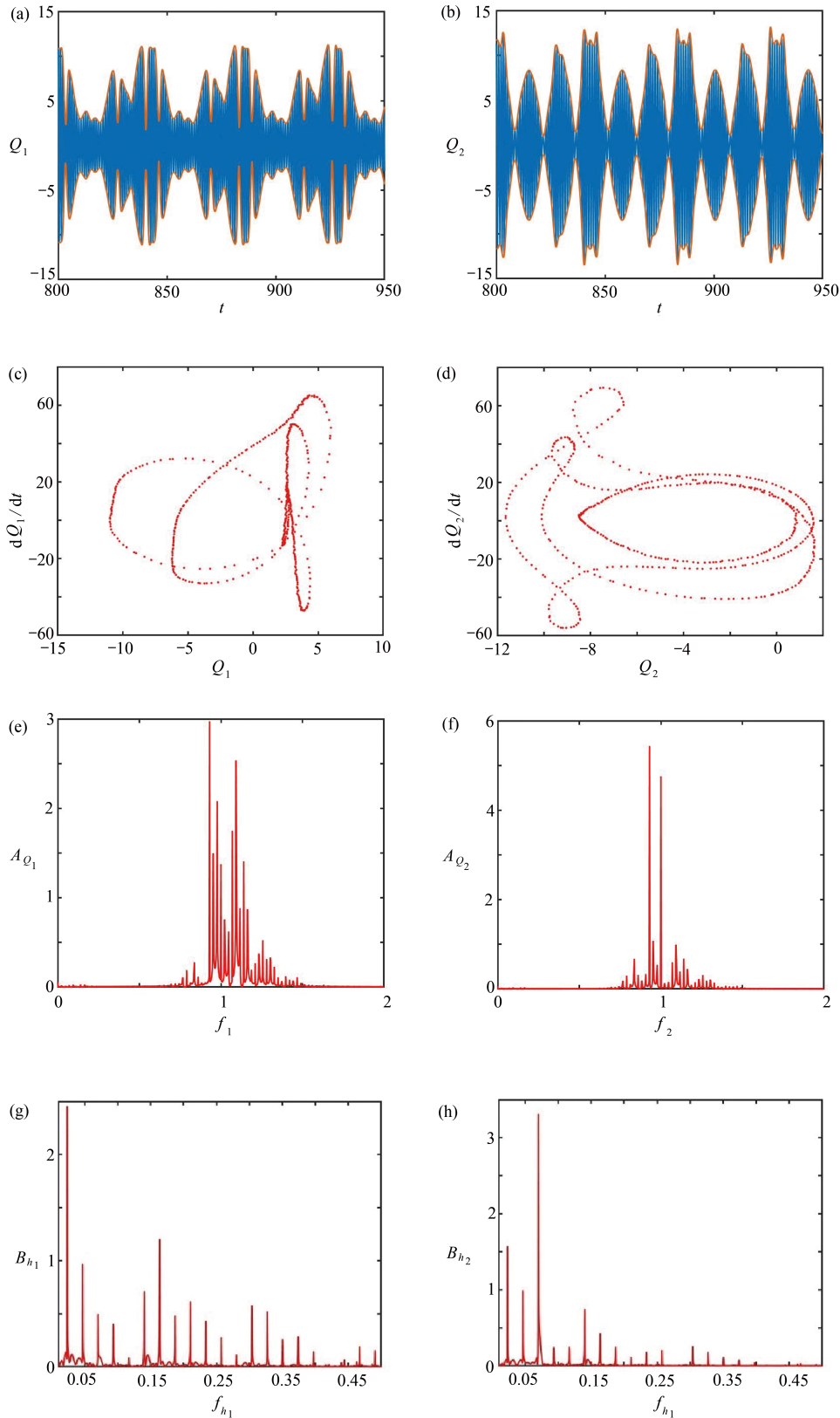


图 5 激励幅值为 0.67 结构非对称系统的响应: (a) 肋板 1 时间历程图; (b) 肋板 2 时间历程图; (c) 肋板 1 Poincaré 截面图; (d) 肋板 2 Poincaré 截面图; (e) 肋板 1 频谱图; (f) 肋板 2 频谱图; (g) 肋板 1 Hilbert 包络谱; (h) 肋板 2 Hilbert 包络谱

Fig. 5 With an excitation amplitude of 0.67, the asymmetric-structure system responses: (a) the time history diagram of rib 1; (b) the time history diagram of rib 2; (c) the Poincaré section diagram of rib 1; (d) the Poincaré section diagram of rib 2; (e) the spectrum diagram of rib 1; (f) the spectrum diagram of rib 2; (g) the Hilbert envelope spectrum diagram of rib 1; (h) the Hilbert envelope spectrum diagram of rib 2

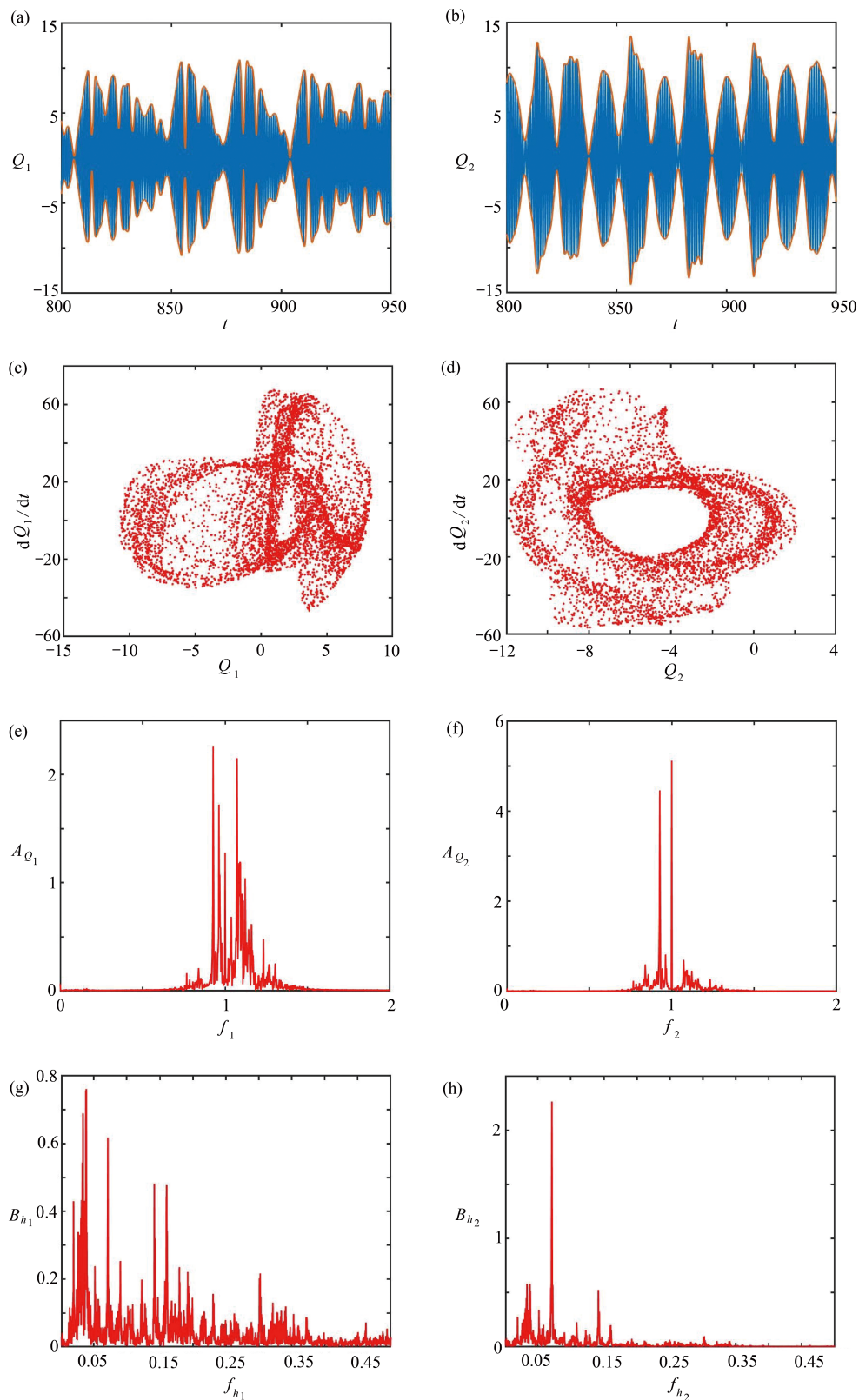
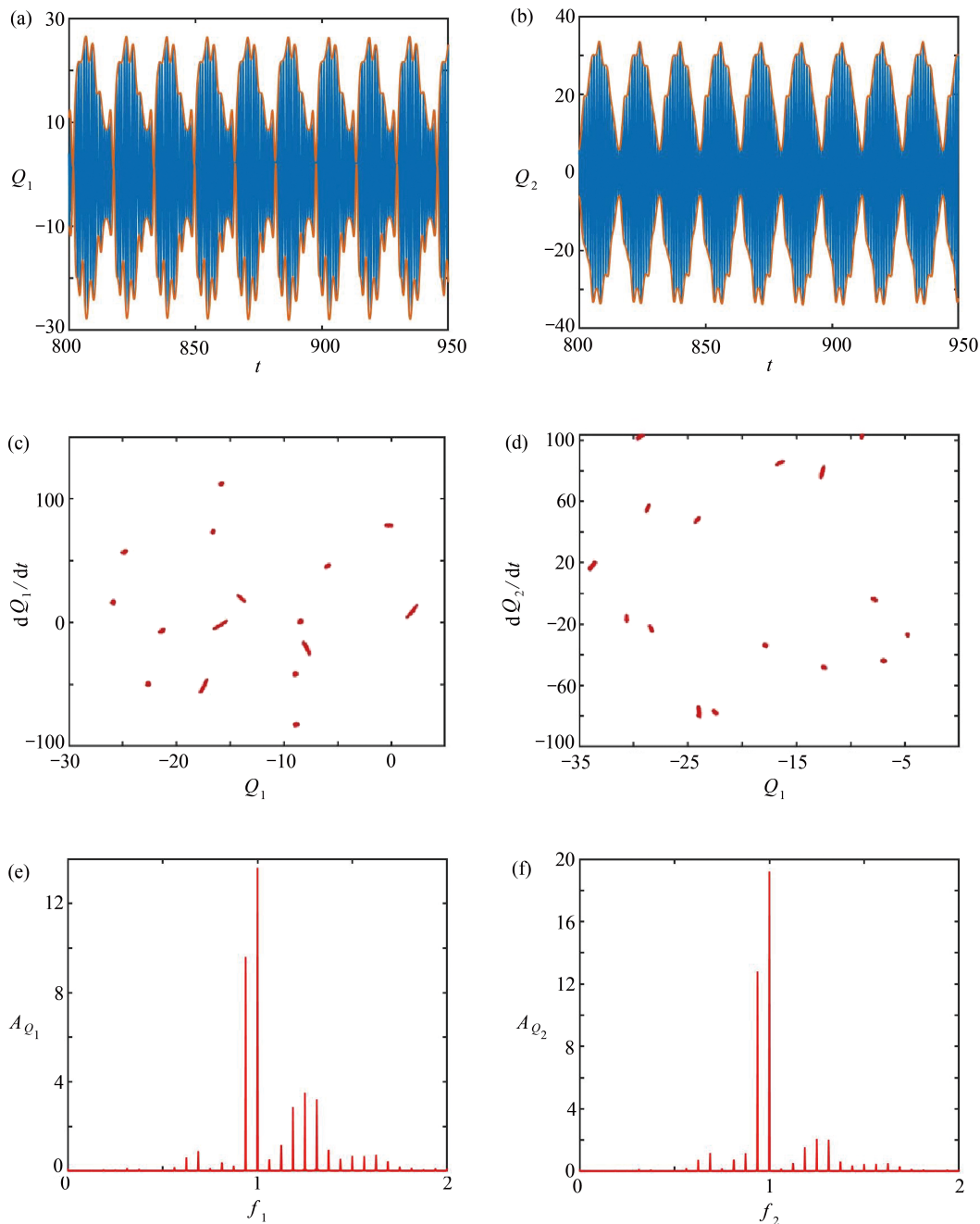


图6 激励幅值为0.72结构非对称系统的响应:(a)肋板1时间历程图;(b)肋板2时间历程图;(c)肋板1 Poincaré截面图;(d)肋板2 Poincaré截面图;(e)肋板1频谱图;(f)肋板2频谱图;(g)肋板1 Hilbert包络谱;(h)肋板2 Hilbert包络谱

Fig. 6 With an excitation amplitude of 0.72, the asymmetric-structure system responses: (a) the time history diagram of rib 1; (b) the time history diagram of rib 2; (c) the Poincaré section diagram of rib 1; (d) the Poincaré section diagram of rib 2; (e) the spectrum diagram of rib 1; (f) the spectrum diagram of rib 2; (g) the Hilbert envelope spectrum diagram of rib 1; (h) the Hilbert envelope spectrum diagram of rib 2

当系统的激励幅值增加到 0.72 时, 系统响应如图 6 所示. 从时间历程来看, 响应仍具有拍的特征, 但拍已不具备周期性. 由图 6(c)、(d) 可以看出, 系统已处于混沌状态, Poincaré 截面中成片的点状区域是在图 5(c)、(d) Poincaré 截面闭合曲线形状基础上形成的. 由此, 可初步推断该混沌行为是激励幅值 $Y=0.67$ 时的概周期解经过环面分岔而形成. 从 Hilbert 包络谱上看到存在 0.035 和 0.07, 对应周期为 14.28 和 28.57 的拍振现象, 而肋板 1 的响应中存在很多小拍, 是因其 Hilbert 包络谱中还有更高频的主要成分.

激励幅值继续增加, 系统响应经历从混沌到概周期, 再到周期的多次转换, 特别是在激励幅值 Y 为 2.59 到 2.68 时, 呈现复杂周期现象. 图 7 给出了 $Y=2.66$ 时的计算结果. 时间历程拍振现象明显, 周期性较强. Poincaré 截面出现了接近点状的多点分布图形, 说明拍振基频与主振频率之间接近倍数关系. 由图 7(g) 可知拍振基频为 0.0625, 与主振频率的比值为 16, 与 Poincaré 截面图中的点数相同. 与其他响应情况相比, 复杂周期响应的拍振频率略高, 说明拍振周期更小, 以五个小拍为一个大打周期.



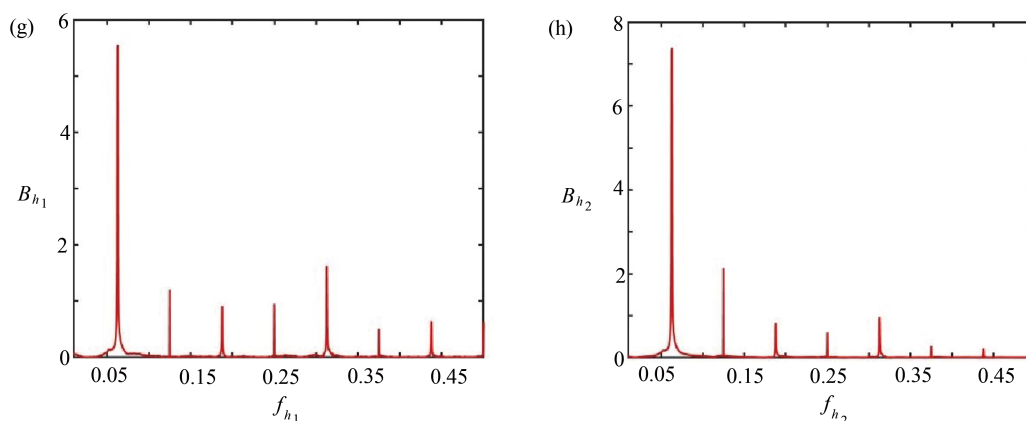


图7 激励幅值为2.66结构非对称系统的响应: (a) 肋板1时间历程图; (b) 肋板2时间历程图; (c) 肋板1 Poincaré截面图; (d) 肋板2 Poincaré截面图; (e) 肋板1 频谱图; (f) 肋板2 频谱图; (g) 肋板1 Hilbert 包络谱; (h) 肋板2 Hilbert 包络谱
 Fig. 7 With an excitation amplitude of 2.66, the asymmetric-structure system responses: (a) the time history diagram of rib 1; (b) the time history diagram of rib 2; (c) the Poincaré section diagram of rib 1; (d) the Poincaré section diagram of rib 2; (e) the spectrum diagram of rib 1; (f) the spectrum diagram of rib 2; (g) the Hilbert envelope spectrum diagram of rib 1; (h) the Hilbert envelope spectrum diagram of rib 2

4 结 论

圆形太阳翼中包含了一种特殊的张力单元以调节其内部张力,该单元由绳和弹簧组合成为X形构型,其力学特性具有强非线性特征.为研究此类张力单元的影响,本文给出了包含张力单元的双悬臂梁力学机理模型,导出了其动力学方程,通过频谱、Hilbert 包络谱和 Poincaré截面等手段重点分析了系统中存在的拍振现象.

1) 拍振现象是由张力非线性引起,在位移激励和张力弹簧的作用下肋板的频谱图出现多个间隔相等的频率,而两肋板固有频率的区别使其出现特点不同的拍振现象.

2) 虽然两肋板受到激励相同,因其截面积不同导致其拍振行为有较大差别.拍振过程中肋板1的幅值会有较大变化但不会变为零,而肋板2的幅值通常会变小到零.

3) 激励幅值变化时,系统存在不同拍振行为,可能是概周期、多倍周期或混沌三种类型之一,并且都有大拍中套小拍的现象.

4) 对拍振行为,Hilbert 包络谱比频谱更直观,对概周期以及多倍周期的拍振现象,可由 Hilbert 包络谱的基频得到响应波形变化的频率和周期,而基频与倍频成分对应谱线的相对高低,则与大拍中包含的小拍特征是否明显有关.

参考文献(References):

- [1] 周志清, 吴跃民, 王举, 等. 圆形太阳翼发展现状及趋势[J]. *航天器工程*, 2015, **24**(6): 116-122. (ZHOU Zhiqing, WU Yuemin, WANG Ju, et al. Development and trend of circular solar array[J]. *Spacecraft Engineering*, 2015, **24**(6): 116-122.(in Chinese))
- [2] 温登哲, 陈予恕. 机动飞行时航空发动机的双转子动力学研究综述[C]//中国振动工程学会, 中国力学学会. 第十三届全国非线性振动暨第十届全国非线性动力学和运动稳定性学术会议摘要集. 2011: 6. (WEN Dengzhe, CHEN Yushu. A review of the research on two-rotor dynamics of aeroengines in maneuvering flight[C]//Chinese Society of Vibration Engineering, The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics. *Proceedings of the 10th International Conference on Nonlinear Dynamics and Motion Stability*. 2011: 6. (in Chinese))
- [3] 陈茉莉, 李舜酩, 温卫东, 等. 多源拍振分析方法与试验[J]. *振动、测试与诊断*, 2011, **31**(2): 202-206, 267. (CHEN Moli, LI Shunming, WEN Weidong, et al. Analysis and experiment on multi-source beat vibration[J]. *Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis*, 2011, **31**(2): 202-206, 267.(in Chinese))
- [4] 廖明夫, 于潇, 王四季, 等. 双转子系统的振动[J]. *机械科学与技术*, 2013, **32**(4): 475-480. (LIAO Mingfu, YU Xiao, WANG Siji, et al. The vibration features of a twin spool rotor system[J]. *Mechanical Science and Technology for*

- Aerospace Engineering*, 2013, **32**(4): 475-480.(in Chinese))
- [5] 韩军, 高德平, 胡绚, 等. 航空发动机双转子系统的拍振分析[J]. *航空学报*, 2007, **28**(6): 1369-1373. (HAN Jun, GAO Deping, HU Xuan, et al. Research on beat vibration of dual-rotor for aero-engine[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2007, **28**(6): 1369-1373.(in Chinese))
- [6] ZENG S, WANG X X. Unbalance identification and field balancing of dual rotors system with slightly different rotating speeds[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, **220**(2): 343-351.
- [7] 高天. 机动飞行环境下航空发动机转子系统瞬态动力学特性研究[D]. 博士学位论文. 天津: 天津大学, 2021. (GAO Tian. Research on transient dynamic characteristics of aeroengine rotor systems under maneuvering flight environment[D]. PhD Thesis. Tianjin: Tianjin University, 2021. (in Chinese))
- [8] CAETANO E, CUNHA A, GATTULLI V, et al. Cable-deck dynamic interactions at the International Guadiana Bridge: onsite measurements and finite element modelling[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2008, **15**(3): 237-264.
- [9] 孙测世, 赵珧冰, 康厚军, 等. 斜拉桥的多重内共振及其耦合过程研究[J]. *振动与冲击*, 2018, **37**(10): 87-93. (SUN Ceshi, ZHAO Yaobing, KANG Houjun, et al. Multiple internal resonances and coupling process of cable-stayed bridge[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, **37**(10): 87-93.(in Chinese))
- [10] PARK J, LEE J, AHN S, et al. Reduced ride comfort caused by beating idle vibrations in passenger vehicles[J]. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 2017, **57**: 74-79.
- [11] 朱剑涛, 刘晨, 朱位, 等. 星箭组合体主动段飞行中拍频振动分析[C]//中国振动工程学会, 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室. 第十二届全国振动理论及应用学术会议论文集. 2017: 9. (ZHU Jiantao, LIU Chen, ZHU Wei, et al. Analysis of beat frequency vibration characteristics of active flight section of satellite-rocket combination[C]//Chinese Society of Vibration Engineering, State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. *Proceedings of the 12th National Conference on Vibration Theory and Application*. 2017: 9. (in Chinese))
- [12] 练继建, 李成业, 刘昉, 等. 环境激励下二滩拱坝拍振机理的研究[J]. *振动与冲击*, 2012, **31**(3): 1-7. (LIAN Jijian, LI Chengye, LIU Fang, et al. Beat vibration of ertan arch dam under ambient excitation[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, **31**(3): 1-7. (in Chinese))
- [13] ZHANG Junshi, CHEN Hualing. Voltage-induced beating vibration of a dielectric elastomer membrane[J]. *Non-linear Dynamics*, 2020, **100**: 2225-2239.
- [14] ENDO H, SUZUKI H. Beating vibration phenomenon of a very large floating structure[J]. *Journal of Marine Science and Technology*, 2018, **23**(3): 662-677.
- [15] KIM S H, LEE C W, LEE J M. Beat characteristics and beat maps of the King Seong-Deok Divine Bell[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, **281**(1/2): 21-44.
- [16] KIM S H, SOETEL W, LEE J M. Analysis of the beating response of bell type structures[J]. *Journal of Environmental Research*, 1994, **173**(4): 517-536.
- [17] 高辉, 徐龙祥. 主动磁悬浮轴承系统拍振现象分析[J]. *机械工程学报*, 2011, **47**(13): 104-112. (GAO Hui, XU Longxiang. Analysis of beat vibration for active magnetic bearing system[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, **47**(13): 104-112.(in Chinese))