

### 碳纤维/树脂基复合材料曲壁蜂窝夹芯结构的三点弯曲性能

刘鑫, 吴倩倩, 于国财, 吴林志

### Three-Point Bending Properties of Carbon Fiber Reinforced Polymer Composite Honeycomb Sandwich Structures With Curved Wall

LIU Xin, WU Qianqian, YU Guocai, and WU Linzhi

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.430061>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 新型轻质复合材料夹芯结构振动阻尼性能研究进展

Progresses in the Study on Vibration Damping Properties of Novel Lightweight Composite Sandwich Structures

应用数学和力学. 2017, 38(4): 369–398 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370328>

#### 基于20节点辛元的复合材料层合板应力分析

20-Node Hexahedron Symplectic Elements for Stress Analysis of Composite Laminates

应用数学和力学. 2020, 41(5): 509–516 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400283>

#### 非均匀温度影响下格栅夹芯结构微极梁等效方法

An Equivalent Micropolar Beam Method for Grid Sandwich Structures Under Inhomogeneous Temperature Conditions

应用数学和力学. 2018, 39(6): 672–680 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390086>

#### 碳纤维汽车底盘后纵臂CAE设计的优化算法

An Optimization Algorithm for CAE Design of Carbon Fiber Reinforced Composite Chassis Longitudinal Arms

应用数学和力学. 2018, 39(8): 925–934 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390001>

#### 弹性约束边界条件下矩形蜂窝夹芯板的自由振动分析

Free Vibration Analysis of Rectangular Honeycomb-Cored Plates Under Elastically Constrained Boundary Conditions

应用数学和力学. 2019, 40(6): 583–594 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390348>

#### 横观各向同性基体复合材料的等效弹性常数

Effective Elastic Properties of Transversely Isotropic Matrix Based Composites

应用数学和力学. 2018, 39(7): 750–765 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380267>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

# 碳纤维/树脂基复合材料曲壁蜂窝夹芯结构的 三点弯曲性能\*

刘 鑫<sup>1</sup>, 吴倩倩<sup>1</sup>, 于国财<sup>2</sup>, 吴林志<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 特种环境复合材料技术国家级重点实验室, 哈尔滨 150006;  
2. 哈尔滨工程大学 先进船舶材料与力学工信部重点实验室, 哈尔滨 150006)

**摘要:** 为研究碳纤维复合材料 (CFRP) 曲壁蜂窝结构在三点弯曲载荷作用下的承载特性与失效模式, 对不同芯层高度、面板厚度的结构进行了理论预报、数值模拟及试验. 首先, 根据夹芯结构的主要失效模式, 提出了相应的理论预报公式, 并绘制了失效机制图; 其次, 建立了 CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构的有限元仿真模型, 对其在三点弯曲载荷作用下的典型失效行为进行模拟; 最后, 通过模压成型工艺制备了不同尺寸的 CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构, 并将试验结果与理论、模拟结果进行比较. 结果表明, 蜂窝夹芯结构承载能力与芯层高度、面板厚度密切相关, 结构芯层及面板刚度随其尺寸的减小而下降, 导致结构失效模式由面芯脱黏失效变为面板压溃失效.

**关键词:** 复合材料; 蜂窝; 夹芯结构; 三点弯曲

**中图分类号:** V214.6; V258+.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.430061

## Three-Point Bending Properties of Carbon Fiber Reinforced Polymer Composite Honeycomb Sandwich Structures With Curved Wall

LIU Xin<sup>1</sup>, WU Qianqian<sup>1</sup>, YU Guocai<sup>2</sup>, WU Linzhi<sup>2</sup>

(1. *National Key Laboratory of Science and Technology on Advanced Composites in Special Environments, Harbin Institute of Technology, Harbin 150006, P.R.China;*

*2. Key Laboratory of Advanced Ship Materials and Mechanics, Harbin Engineering University, Harbin 150006, P.R.China*)

**Abstract:** In order to analyze the load-bearing capacities and failure modes of carbon fiber reinforced polymer composite honeycomb sandwich structures with curved wall under 3-point bending loads, theoretical prediction, numerical simulation and tests were carried out for structures with different core heights and facesheet thicknesses. According to the main failure modes of sandwich structures, different theoretical prediction formulas and failure mechanism diagrams were firstly made. Then, the numerical simulation model for the CFRP sandwich structure with a honeycomb core was established to simulate its failure behavior under the 3-point bending load. Finally, different-size CFRP sandwich structures were fabricated by a molding process, and the experimental results were compared with theoretical and simulation results. The results show that, the bearing capacity of the sandwich structure is positively correlated with the core height and the facesheet thickness, and

\* 收稿日期: 2022-02-28; 修订日期: 2022-03-21

基金项目: 国家自然科学基金(12002107); 中国博士后科学基金(2019M661268)

作者简介: 刘鑫(1997—), 男, 博士(E-mail: [liuxinhit07@163.com](mailto:liuxinhit07@163.com));

吴倩倩(1989—), 女, 副教授, 博士生导师(通讯作者, E-mail: [qqwu@hit.edu.cn](mailto:qqwu@hit.edu.cn)).

引用格式: 刘鑫, 吴倩倩, 于国财, 吴林志. 碳纤维/树脂基复合材料曲壁蜂窝夹芯结构的三点弯曲性能[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(5): 490-498.

the core and facesheet stiffness decrease with the structure size, which results in the structural failure modes changing from core-facesheet debonding to face crushing.

**Key words:** composite; honeycomb; sandwich structure; 3-point bending

## 引 言

蜂窝夹芯结构由于其夹芯层具有高比强、高比刚等优异力学特性,在航空航天、军事设备防护等领域得到了广泛应用<sup>[1-3]</sup>.常用于制备芯层的材料包括铝合金、芳纶复合材料、碳纤维增强树脂基复合材料等<sup>[4-6]</sup>.与由金属、芳纶复合材料制备而成的蜂窝结构相比,碳纤维复合材料(CFRP)蜂窝结构的比强度、比刚度方面的优势更为显著<sup>[7-8]</sup>.

现阶段四边形的成型工艺多为嵌锁组工艺,应用较为广泛的六边形蜂窝制备工艺以拉挤成型法、胶接拉伸法为主.Russell等<sup>[9]</sup>采用嵌锁组工艺制备了编织复合材料方形蜂窝夹芯结构,其中芯子制备方法与Côté等<sup>[10]</sup>的制备金属蜂窝相似,即使用铣刀切割制备芯子所用编织复合材料板,嵌锁槽宽度与嵌锁条厚度相等,将多个嵌锁条组装成完整芯子.同时,为保证结构稳定性,使用低黏度环氧树脂通过粘接的方式固定嵌锁槽.

蜂窝结构常见的几何拓扑构型包括:三角形结构、四边形结构、六边形结构、kagome型结构等<sup>[11-14]</sup>.在研究初期阶段,Chen和Tsai<sup>[15]</sup>首次提出了三角形结构、四边形结构以及kagome型结构的性能优化设计策略,并对试验结果进行了分析研究.Russell等<sup>[9,16]</sup>首次提出了新型CFRP四边形蜂窝制备工艺,即嵌锁工艺,同时对结构的性能进行了理论预报与试验验证,发现在夹芯结构相对密度较低的区域,CFRP蜂窝结构平压强度较低,易发生屈曲失效.范华林等<sup>[17]</sup>对复合材料格栅夹层结构的三点弯曲进行了理论预报与试验验证,对其弯曲性能、失效模式进行了分析.发现结构失效主要包括弹性变形、脱黏失稳、芯子剪切破坏等多个阶段,将理论与试验对比分析,发现脱黏破坏是影响复合材料格栅夹层结构弯曲性能的主导破坏模式.此外,通过格栅夹层结构的三点弯曲试验,验证了复合材料格栅夹层结构具有良好的单向性能,能够有效分配载荷.

目前,现有的蜂窝结构承受载荷时,屈曲失效极易发生<sup>[2,6]</sup>.根据蜂窝结构常出现的多种失效模式,可发现提高蜂窝构型的主惯性矩是提升蜂窝结构屈曲强度的关键.因此,本文结合复合材料的成型特点以及对应模具的加工精度,设计了一种两段弧线相切的曲线蜂窝构型,以此提高蜂窝壁的抗弯刚度.同时,采用碳纤维增强树脂基复合材料制备了曲壁蜂窝夹芯结构,并通过理论预报、数值模拟及试验对夹芯结构的三点弯曲性能进行了研究.

## 1 CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构在弯曲载荷作用下的理论预报

### 1.1 失效模式及理论预报模型

图1为复合材料蜂窝夹芯结构的三点弯曲试验示意图.图中 $P$ 为三点弯曲试验对夹芯结构所施加载荷,左右 $P/2$ 的位置为简支支座, $t_f$ 为复合材料层合板厚度, $H$ 为芯子高度, $S$ 为三点弯曲试验时的有效跨距.

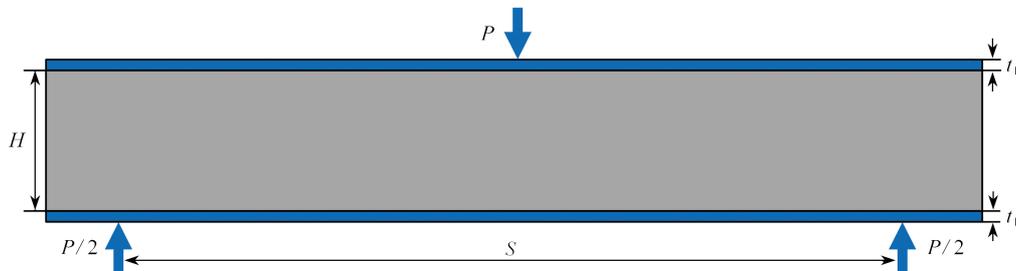


图 1 复合材料蜂窝夹芯结构三点弯曲试验示意图

Fig. 1 The test schematic diagram of the composite honeycomb sandwich structure under 3-point bending load

在Allen<sup>[18]</sup>给出的中心挠度计算公式中,其挠度为夹芯结构弯曲产生的挠度与芯子发生剪切产生的挠度

之和:

$$\delta = \frac{PS^3}{48(EI)_{\text{eq}}} + \frac{PS}{4(AG)_{\text{eq}}}, \quad (1)$$

式中,  $(EI)_{\text{eq}}$  为夹芯结构的等效抗弯刚度,  $(AG)_{\text{eq}}$  为夹芯结构的芯子剪切模量.

等效抗弯刚度为

$$(EI)_{\text{eq}} = \frac{E_f b t_f d^2}{2} + \frac{E_f b t_f^3}{6} + \frac{E_c b H^3}{12}, \quad (2)$$

式中,  $E_f$  为制备面板所用单向碳纤维等效弹性模量,  $E_c$  为制备芯子所用单向碳纤维等效弹性模量,  $b$  为面板宽度,  $d$  为芯子高度  $H$  与面板厚度  $t_f$  之和.

芯子等效抗剪刚度为

$$(AG)_{\text{eq}} = \frac{b d^2 G_c}{H} \approx b d G_c, \quad (3)$$

式中,  $G_c$  为芯子剪切模量.

根据 Allen<sup>[18]</sup> 对夹芯结构的中心挠度、等效抗弯刚度及抗剪刚度的推导, 本节对 CFRP 蜂窝夹芯结构的三点弯曲失效模式展开进一步研究. 五种失效模式包括: 面板压溃、面板局部屈曲、芯子压溃、芯子剪切屈曲、面芯脱黏.

面板压溃, 即面板拉伸或压缩强度达到极限. 应用纯弯曲梁的应力计算公式, 距中性轴  $d/2$  处应力极限值, 即面板极限应力, 故蜂窝夹芯结构面板压溃失效的理论预报公式为

$$P = \frac{4 b d t_f \sigma_f}{L}, \quad (4)$$

式中,  $\sigma_f$  为面板的压缩强度极限, 在本文中铺层为  $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ , 面板压缩强度为 519 MPa; 铺层为  $[0^\circ/90^\circ/\pm 45^\circ]_2$ , 面板压缩强度为 490.5 MPa.

面板局部屈曲. 根据板壳力学中单向受压四边简支薄板的分析, 运用薄板稳定性理论对面板局部屈曲问题进行了理论推导. 以单胞为单元的局部面板,  $a/l$  在  $[\sqrt{2}, \sqrt{6}]$  这一区间中, 半波数  $m$  为 1. 蜂窝夹芯结构面板局部屈曲失效的理论预报公式为

$$P = \frac{2\pi^2 E_f b^2 t_f d^2}{H L a^2} \left( 2 + \frac{a^2}{2l^2} \right)^2, \quad (5)$$

式中,  $a$  为单胞长度,  $l$  为单胞厚度.

芯子压溃失效. 蜂窝夹芯结构在发生弯曲变形的过程中, 芯子压溃是由于剪应力产生应变引起的, 根据截面剪力与剪应力关系可推导出极限载荷, 蜂窝夹芯结构芯子压溃失效的理论预报公式为

$$P = 2b\tau_c(2nt_c H + 2t_f), \quad (6)$$

式中,  $n$  为面板宽度方向单胞数,  $t_c$  为芯子单胞壁厚,  $\tau_c$  为制备芯子所用单向碳纤维等效剪切强度, 本文中为 73 MPa.

芯子剪切屈曲失效. 运用纯弯曲工字梁剪应力公式, 可得蜂窝夹芯结构芯子剪切屈曲失效<sup>[16]</sup> 的理论预报公式为

$$P = \frac{4k_s \pi^2 b t_f d^2}{t_c (t_f + 2H t_f) a^2} \sqrt{D_1 D_3}, \quad (7)$$

式中,  $k_s$  为屈曲系数, 本文中为 8.98,  $D_1$  为单胞长度方向等效抗弯刚度,  $D_3$  为单胞厚度方向等效抗弯刚度.  $D_1$  和  $D_3$  的表达式分别为

$$D_1 = \frac{E_1 t_c^3}{12(1 - \mu_{13}\mu_{31})}, \quad D_3 = \frac{E_3 t_c^3}{12(1 - \mu_{31}\mu_{13})}, \quad (8)$$

式中,  $E_1, E_3$  及  $\mu_{13}, \mu_{31}$  为制备芯子所用单向 CFRP 弹性模量和 Poisson 比.

面芯脱黏失效. 通过分析蜂窝夹芯结构任意截面剪力与面芯粘接界面处剪应力关系, 可得蜂窝夹芯结构

面芯脱黏理论预报公式为

$$P = 2\tau_s (8nt_c H + 2bt_f), \tag{9}$$

式中,  $\tau_s$  为胶层剪切强度, 本文中为 10 MPa.

### 1.2 失效机制图

图 2 为三点弯曲载荷作用下复合材料蜂窝夹芯结构的失效机制图. 图中横坐标为芯子高度与夹芯结构长度之比, 纵坐标为面板厚度与芯子高度之比, 均为无量纲坐标.

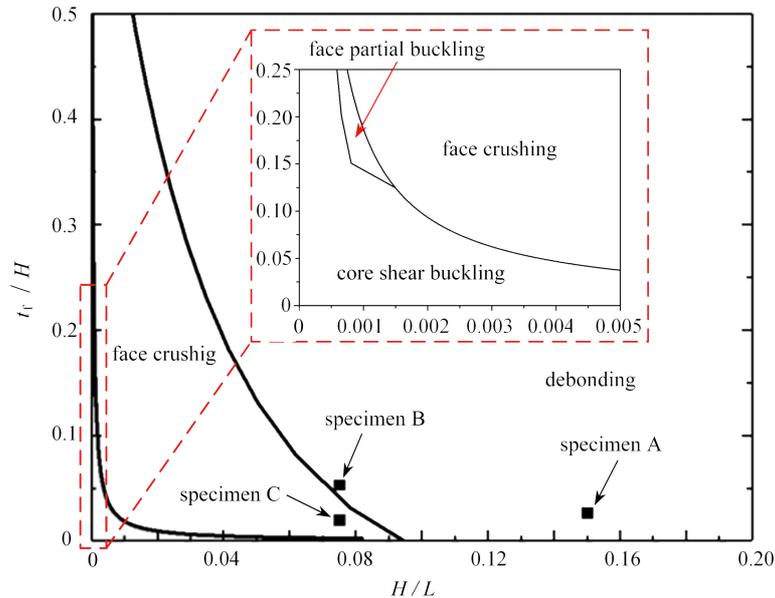


图 2 蜂窝夹芯结构失效机制图

Fig. 2 Failure mechanism map of the honeycomb sandwich structures

## 2 CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构的三点弯曲数值模拟

### 2.1 有限元模型

曲壁蜂窝夹芯结构的三点弯曲模型包括蜂窝芯子结构、面板及弯曲夹具. 蜂窝芯子及面板均由碳纤维增强环氧树脂基复合材料制备而成, 具体材料参数如表 1 所示,  $\sigma_{lay}$  为层间应力. 同时, 忽略弯曲夹具对模拟结果的影响, 夹具设为刚体. 模型设置缩减积分、沙漏控制, 且所有单元均采用 C3D8R 单元.

表 1 碳纤维/树脂基复合材料力学性能

Table 1 Mechanical properties of carbon fiber reinforced polymer composites

parameter	value	parameter	value	parameter	value
$E_1$ /GPa	149.6	$G_{12}$ /MPa	4 000	$\sigma_3^T$ /MPa	28
$E_2$ /GPa	8.7	$G_{13}$ /MPa	4 000	$\sigma_3^C$ /MPa	191
$E_3$ /GPa	8.7	$G_{23}$ /MPa	3 000	$\tau_{12}$ /MPa	73
$\mu_{12}$	0.3	$\sigma_1^T$ /MPa	2 444	$\tau_{13}$ /MPa	73
$\mu_{13}$	0.3	$\sigma_1^C$ /MPa	1 000	$\tau_{23}$ /MPa	73
$\mu_{23}$	0.3	$\sigma_2^T$ /MPa	28	$\sigma_{lay}$ /MPa	25
		$\sigma_2^C$ /MPa	191		

### 2.2 边界条件

对下端支座 6 个方向自由度控制、压头施加竖直向下位移载荷, 并对整个模型进行约束. 为避免各部件间在加载过程中出现模型穿透的现象, 对整个模型设置 “general contact” 接触. 在显式计算中, 为实现三点弯曲准静态加载的可能, 对压头位移载荷设置为 5 mm, 时间步为 0.05 s.

### 3 CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构的制备

#### 3.1 原材料

CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构的面板为热压成型工艺制备成的复合材料层合板, 曲壁蜂窝芯子由模压成型工艺制备的波纹板经切割、打磨、粘接而成型。面板与蜂窝芯子的材料均为力硕公司所提供的纤维体积分数为 70% 的 T700 单向碳纤维预浸料, 单层厚度为 0.2 mm。面板和芯层通过黑龙江石化所生产的结构胶膜进行粘接固化, 胶膜密度为  $300 \text{ g/m}^2$ , 厚度为 0.2~0.25 mm。

#### 3.2 试件制备

CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构制备流程如图 3 所示, 制备可简要分为四个阶段。首先, 按铺层设计通过模压成型工艺制备波纹板; 然后, 将两块波纹板粘接并按芯子尺寸进行切割、打磨; 接着, 完成切割的芯子长条通过胶膜粘接组装成型; 最后, 通过胶膜对面板及芯子进行粘接, 并在 1~2 MPa、130 °C 的条件下通过热压机对试件进行 90 min 的加温、加压固化。

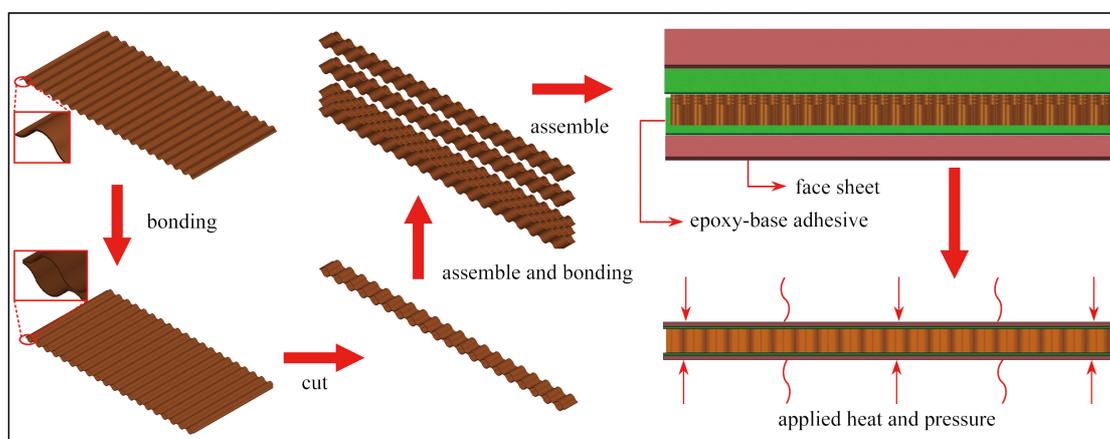


图 3 曲壁蜂窝夹芯结构制备流程

Fig. 3 The preparation process of the honeycomb sandwich structure with curved wall

为分析 CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构的几何尺寸对三点弯曲失效模式及极限载荷的影响, 设计并制备了 3 个不同尺寸的试件, 试件几何尺寸、铺层情况、质量如表 2、3 所示。

表 2 试件几何尺寸

Table 2 The geometry of specimens

specimen	core length $l/\text{mm}$	core width $b/\text{mm}$	core height $H/\text{mm}$	facesheet thickness $t_f/\text{mm}$
A	196	74.5	30.4	0.76
B	196	74.1	15.3	0.76
C	196	74.2	15.5	0.26

表 3 试件的其他参数

Table 3 Other parameters of specimens

specimen	number of layers (core)	angle of each layer (core)	number of layers (face)	angle of each layer (face)	quality $M/\text{g}$
A	3	$[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	8	$[0^\circ/90^\circ/\pm 45^\circ]_{2s}$	122.8
B	3	$[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	8	$[0^\circ/90^\circ/\pm 45^\circ]_{2s}$	85
C	3	$[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	3	$[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	62.7

### 4 CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构的三点弯曲性能

#### 4.1 试验方法

CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构的三点弯曲性能测试参照 ASTM 标准, 试件跨距为 150 mm, 加载压头宽为 15 mm、高度为 10 mm, 支座为直径 25 mm 的圆柱体。试件通过 Instron 电子万能试验机进行试验, 试件中心挠度

通过激光位移引伸计采集, 考虑激光引伸计采集数据及测量精度需求, 加载速度设为 0.5 mm/min. 试验实物图如图 4 所示.



图 4 试验实物图

Fig. 4 The test photo

#### 4.2 试验结果与讨论

如图 5 所示, 试件 A、B 由于面板与芯子之间粘接强度较低导致均出现面芯脱黏的现象; 试件 C 由于在载荷持续增加的过程中面板中心区域附近纤维断裂, 导致出现面板压溃的现象.

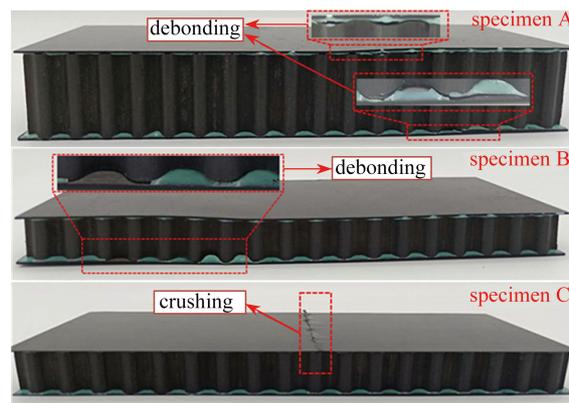


图 5 试件 A、B 及 C 的试验结果

Fig. 5 Test results of specimens A, B and C

试件 A、B、C 实验结果中的失效模式与数值模拟结果一致, 数值模拟中各试件失效模式如图 6 所示. 数值模拟结果发现, 试件 A、B 面芯脱黏发生在上面板与压头接触的中心区域附近. 由于数值模拟中芯子与面板之间直接采用“Tie”连接, 而在试件制备过程中存在手工打磨粘接界面、芯子加工存在轻微偏差等因素, 从而会导致面芯脱黏出现位置和仿真位置不一致, 但出现失效的位置主要存在于有应力集中的压头、支座区域.

图 7 为试件 A、B 及 C 试验、数值模拟的载荷-挠度曲线. 试件 A 试验极限载荷为 20 103.9 N, 数值模拟极限载荷为 21 755 N. 试件 A 在加载初期, 曲线呈直线上升, 随载荷增加, 曲线斜率逐渐降低. 在此阶段后, 由于试件在载荷达到峰值时发生面芯脱黏而未完全失去承载能力, 导致曲线出现到达峰值后短暂下降而后小幅上升直至结构失去承载能力载荷骤降的现象. 试件 B 载荷-挠度曲线趋势与试件 A 类似, 在加载初期后, 由于出现面芯脱黏失效导致曲线出现类平台阶段后才大幅下降. 试件 B 由于芯子高度仅约为试件 A 的 1/2, 导致芯层刚度降低, 结构整体承载能力大幅降低, 其试验极限载荷为 8 237.5 N, 数值模拟极限载荷为 9 324.4 N, 数值模拟结果较试验结果高约 12%. 试件 C 与 B 相比, 面板由 8 层 $[0^\circ/90^\circ/\pm 45^\circ]_{2s}$ 变化为 3 层 $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ , 面板刚度降低, 导致其结构承载能力在芯层几何尺寸不变的条件下有所下降. 由于试件 C 失效模式为面板压溃, 在经历过加载初期的线性阶段后曲线由于结构完全失去承载能力而迅速下降. 试件 C 试验极限载荷为 6 814.5 N, 由于存在数值模拟中面芯之间设为“Tie”连接、试验中面板与芯子由胶膜粘接等因素, 导致数值模拟结果低

于试验结果约 11%，数值模拟极限载荷为 6 119.6 N.

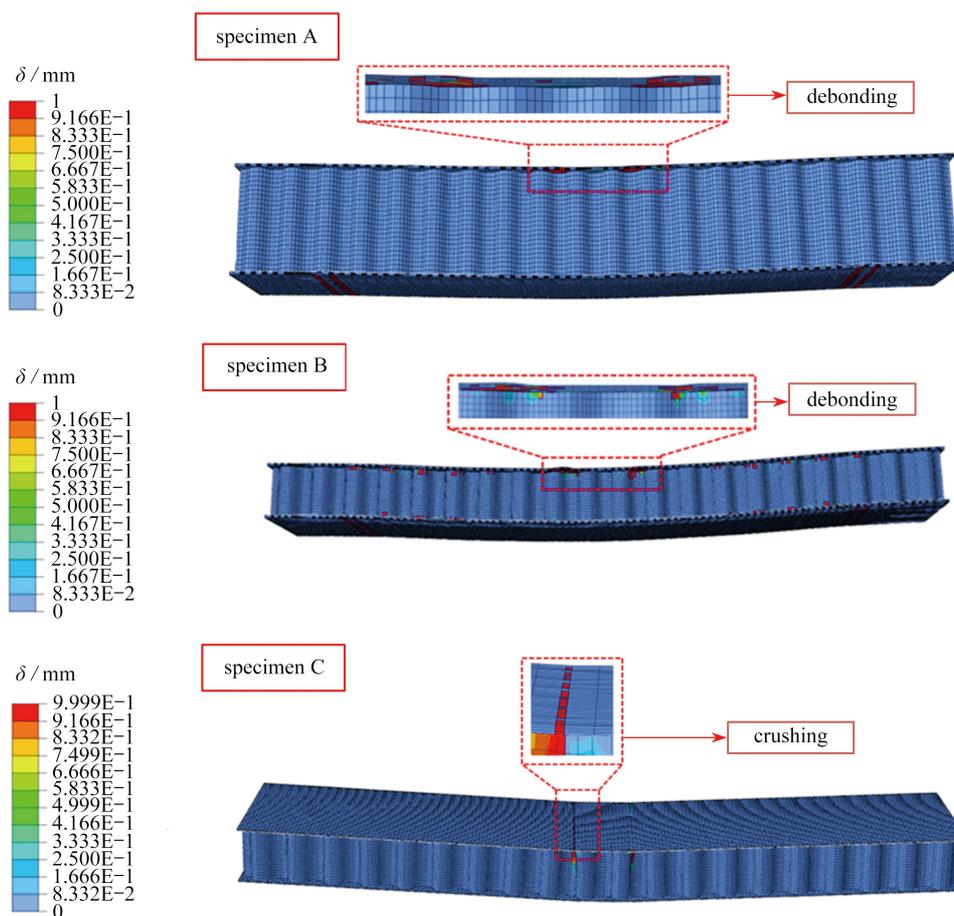


图 6 试件 A、B 及 C 的数值模拟结果  
Fig. 6 Simulation results of specimens A, B and C

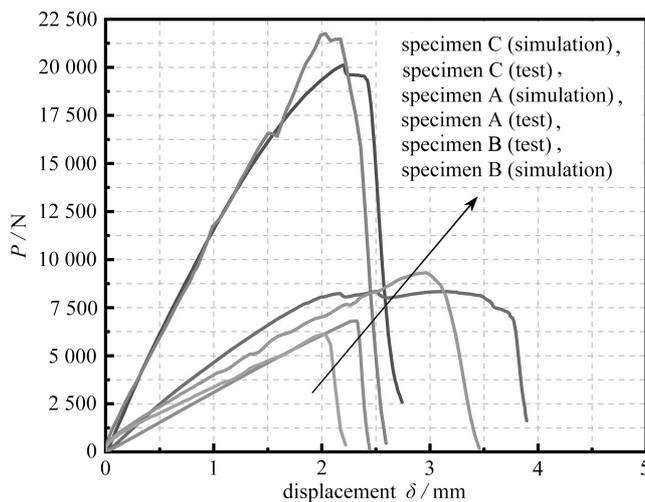


图 7 试验与数值模拟载荷-位移曲线  
Fig. 7 Load-displacement curves of test and simulation

注 为了解释图中的颜色, 读者可以参考本文的电子网页版本.

根据理论失效机制图及极限载荷计算公式, 试件 A、B、C 理论失效模式与极限载荷如表 4 所示. 通过理论预报结果可发现, 试件 A、B、C 理论失效模式与试验完全一致. 试件 A 极限载荷试验结果高于理论结果约 10%, 试件 B 极限载荷试验结果低于理论结果约 23%, 试件 C 极限载荷试验结果低于理论结果约 6.8%. 由于

试件制备过程中存在加工误差、打磨不均匀、面芯间粘接面积小等因素,导致不同试件试验结果与理论值出现偏差。

表 4 试件 A、B 及 C 理论预测、模拟及试验结果

Table 4 Results of specimens A, B and C obtained through theory, simulation and experiment

specimen	theoretical failure mode	numerical failure mode	experimental failure mode	$P_t/N$	$P_n/N$	$P_e/N$	$(P_e-P_t)/P_e$	$(P_n-P_e)/P_n$
A	debonding	debonding	debonding	17 952	21 755	20 103.9	0.107	0.076
B	debonding	debonding	debonding	10 176	9 324.4	8 237.5	-0.235	0.116
C	face crushing	face crushing	face crushing	7 286.7	6 119.6	6 814.5	-0.068	-0.114

## 5 结 论

1) 本文设计了一种 CFRP 曲壁蜂窝夹芯结构,并通过模压成型制备工艺制备出实际样件,对其准静态三点弯曲性能进行了测试。

2) 本文根据几种可能出现的失效模式推导出了相应的极限载荷公式,并绘制出失效机制图.基于失效机制图确定三种试件的几何尺寸.通过试验验证,试验与理论预报的失效模式一致,理论载荷峰值略高于试验值,从而验证了理论预报的准确性。

3) 数值模拟结果表明,不同芯子高度、面板厚度对应试件的失效模式不同,试件 A、B 发生面芯脱黏失效,试件 C 出现面板压溃失效,且与理论预报结果一致.载荷峰值随试件芯子高度、面板厚度的增加而增大,且变化幅度较大。

### 参考文献(References):

- [1] 王永福,漆文凯,沈承. 弹性约束边界条件下矩形蜂窝夹芯板的自由振动分析[J]. 应用数学和力学, 2019, **40**(6): 583-594. (WANG Yongfu, QI Wenkai, SHEN Cheng. Free vibration analysis of rectangular honeycomb-cored plates under elastically constrained boundary conditions[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, **40**(6): 583-594. (in Chinese))
- [2] THOMAS T, TIWARI G. Crushing behavior of honeycomb structure: a review[J]. *International Journal of Crashworthiness*, 2019, **24**(5): 555-579.
- [3] LIANG H, SONG B, PENG P, et al. Preparation of three-dimensional honeycomb carbon materials and their adsorption of Cr (VI)[J]. *Chemical Engineering Journal*, 2019, **367**: 9-16.
- [4] IVANEZ I, FERNANDEZ-CAÑADAS L M, SANCHEZ-SAEZ S. Compressive deformation and energy-absorption capability of aluminium honeycomb core[J]. *Composite Structures*, 2017, **174**: 123-133.
- [5] YANG W, ZHANG X, YANG K, et al. Shear property characterization of aramid paper and its application to the prediction of honeycomb behaviors[J]. *Composite Structures*, 2020, **254**: 112800.
- [6] UDDIN M, GANDY H T, RAHMAN M M, et al. Adhesiveless honeycomb sandwich structures of prepreg carbon fiber composites for primary structural applications[J]. *Advanced Composites and Hybrid Materials*, 2019, **2**(2): 339-350.
- [7] 杨志韬,于国财,刘鑫,等. 多级复合材料蜂窝结构的力学性能[J]. 复合材料学报, 2019, **36**(9): 2110-2118. (YANG Zhitao, YU Guocai, LIU Xin, et al. Mechanical properties of hierarchical composite honeycomb structures[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2019, **36**(9): 2110-2118. (in Chinese))
- [8] WANG J, SHI C, YANG N, et al. Strength, stiffness, and panel peeling strength of carbon fiber-reinforced composite sandwich structures with aluminum honeycomb cores for vehicle body[J]. *Composite Structures*, 2018, **184**: 1189-1196.
- [9] RUSSELL B, DESHPANDE V, WADLEY H. Quasistatic deformation and failure modes of composite square honeycombs[J]. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 2008, **3**(7): 1315-1340.
- [10] CÔTÉ F, FLECK N, DESHPANDE V. Fatigue performance of sandwich beams with a pyramidal core[J]. *International Journal of Fatigue*, 2007, **29**(8): 1402-1412.

- [11] 孟卫华, 王建军, 米栋, 等. 航空发动机用蜂窝材料应变率相关本构模型及应用研究[J]. 应用数学和力学, 2018, **39**(6): 665-671. (MENG Weihua, WANG Jianjun, MI Dong, et al. Application of strain-rate-dependent material models to aero-engine honeycomb casing analysis[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, **39**(6): 665-671.(in Chinese))
- [12] QIU K, WANG Z, ZHANG W. The effective elastic properties of flexible hexagonal honeycomb cores with consideration for geometric nonlinearity[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2016, **58**: 258-266.
- [13] KESHAVANARAYANA S R, SHAHVERDI H, KOTHARE A, et al. The effect of node bond adhesive fillet on uniaxial in-plane responses of hexagonal honeycomb core[J]. *Composite Structures*, 2017, **175**: 111-122.
- [14] LU J L, LUO W, LI X Y, et al. Two-dimensional node-line semimetals in a honeycomb-kagome lattice[J]. *Chinese Physics Letters*, 2017, **34**(5): 057302.
- [15] CHEN H J, TSAI S W. Analysis and optimum design of composite grid structures[J]. *Journal of Composite Materials*, 1996, **30**(4): 503-534.
- [16] RUSSELL B, LIU T, FLECK N, et al. Quasi-static three-point bending of carbon fiber sandwich beams with square honeycomb cores[J]. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME*, 2011, **78**(3): 031008.
- [17] 范华林, 金丰年, 方岱宁. 格栅结构力学性能研究进展[J]. 力学进展, 2008, **38**(1): 35-52. (FAN Hualin, JIN Fengnian, FANG Daining. Structural mechanics of lattice grids[J]. *Advances in Mechanics*, 2008, **38**(1): 35-52.(in Chinese))
- [18] ALLEN H G. *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels*[M]. Elsevier, 2013.