

高 Re 数层流管道中颗粒聚集特性的数值研究

刘唐京, 王企鲲, 邹赫

Numerical Investigation of Particle Focusing Patterns in Laminar Pipe Flow With High Reynolds Numbers

LIU Tangjing, WANG Qikun, and ZOU He

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.430075>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于三维CFD-DEM的多孔介质流场数值模拟

Numerical Simulation of Flow Fields in Porous Media Based on the 3D CFD-DEM

应用数学和力学. 2017, 38(10): 1093-1102 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370326>

脉动气流对竖直平板降膜蒸发影响的数值模拟研究

Numerical Simulation Research of Effects of Pulsating Air Flow on Liquid Film Evaporation Over Vertical Plates

应用数学和力学. 2020, 41(5): 491-498 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400386>

基于Euler-Lagrange模型的电弧风洞喷管两相流模拟

Simulation of 2-Phase Flow in the Nozzle of the ArcHeated Wind Tunnel Based on the Eulerian-Lagrangian Model

应用数学和力学. 2020, 41(1): 16-26 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400214>

基于FEMLIP的全风化边坡失稳破坏全过程的数值模拟研究

Numerical Simulation of the Whole Instability and Destruction Process for Fully Weathered Slopes Based on the FEMLIP

应用数学和力学. 2019, 40(3): 269-281 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390206>

基于Schwarz-Christoffel变换的非圆截面血管流场分布研究

Research on the Flow Field Distribution of Non-Circular Cross-Section Vessels Based on the Schwarz-Christoffel Transformation

应用数学和力学. 2021, 42(5): 470-480 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410267>

过渡Reynolds数下Stokes层的间歇湍流特性

Intermittent Turbulence Characteristics in the Stokes Layer for a Transitional Reynolds Number

应用数学和力学. 2020, 41(10): 1171-1182 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400382>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

高 Re 数层流管道中颗粒聚集特性的数值研究*

刘唐京, 王企鲲, 邹赫

(上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093)

摘要: 该文基于“相对运动模型”对高 Re 数层流管道中颗粒的惯性聚集特性进行了数值模拟. 为了解决高 Re 数流长管道问题, 对管道进、出口施加了周期性边界条件. 研究表明, 采用周期性边界条件可以有效地减小计算域, 选用 $L=4D$ 的管道便可计算出高 Re 数管流中颗粒的受力特性. 与低 Re 数不同的是: 随着 Re 数的不断增大, 颗粒在径向上的升力不再呈类抛物线分布, 升力曲线在 $r^+=0.5 \sim 0.7$ 之间出现一个下凹的区域, 在这个区域内有出现新聚集点的趋势, 并且用 $a^+=1/17$ 的颗粒在 $Re>1\,000$ 时得到了这个新聚集点的位置. 此外, 通过对流场进行分析, 发现颗粒的周围有二次流产生, 其强度随着 Re 数的增大以及颗粒向壁面靠近逐渐增强, 而二次流的产生影响了颗粒升力空间分布.

关键词: 周期性边界条件; 惯性聚集; 高 Re 数; 管道层流; 数值模拟

中图分类号: O359 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.430075

Numerical Investigation of Particle Focusing Patterns in Laminar Pipe Flow With High Reynolds Numbers

LIU Tangjing, WANG Qikun, ZOU He

(School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, P.R.China)

Abstract: The inertial focusing characteristics of particles in laminar flow pipes with high Re numbers were studied based on the “relative motion model”. In order to solve the problem of long pipes with high Re number flow, periodic boundary conditions were imposed on the inlet and outlet of the pipe. The research results show that the use of periodic boundary conditions can effectively reduce the computational, and the mechanical properties of particles in high Re flow can be calculated by using $L=4D$ pipe. The difference from the low Re number is that as the Re number continues to increase, the lift force of the particles in the radial direction is no longer distributed as a parabola. The lift curve has a concave area between $r^+=0.5 \sim 0.7$, and there is a tendency for a new inertial focus point to appear in this section. By means of particles of $a^+=1/17$ for $Re > 1\,000$, this new focus point position is solvable. In addition, in the analysis of the flow field, a secondary flow occurs around the particle, and its intensity gradually increases with the Re number and the closeness of the particle to the wall. The generation of the secondary flow affects the spatial distribution of the particle lift.

Key words: periodic boundary conditions; inertial focusing; high Reynolds number; laminar pipe flow; numerical simulation

* 收稿日期: 2022-03-08; 修订日期: 2022-07-11

基金项目: 国家自然科学基金 (51776128)

作者简介: 刘唐京(1997—), 男, 硕士生(E-mail: 848691545@qq.com);

王企鲲(1978—), 男, 副教授, 博士(通讯作者. E-mail: wangqk@usst.edu.cn).

引用格式: 刘唐京, 王企鲲, 邹赫. 高 Re 数层流管道中颗粒聚集特性的数值研究[J]. 应用数学和力学, 2023, 44(1): 70-79.

引 言

均匀的稀释悬浮液以层流方式通过直圆管时, 流体中的刚性球形颗粒最终会迁移到半径约为 $0.6R$ (R 为管道半径) 的圆环上, 这个环也被称为 Segre-Silberberg 环^[1]. 这表明颗粒在随流体运动时, 除受到主流方向的驱动力外, 在径向上还受到一个升力使得颗粒发生迁移. 这个径向上的升力是由于运动流体的惯性引起的, 因此又被称为“惯性升力”, 由其“惯性升力”而引发的颗粒聚集现象称为“惯性聚集”^[2-3].

这种现象是在低 Re 数 (Re 为 Reynolds 数) 下管道流中发现的, 之后有学者在高 Re 数流中也发现了颗粒的惯性聚集现象. Matas 等^[4] 对高 Re 数下悬浮粒子在 Poiseuille 流中的“惯性聚集”进行实验研究, 得到了不同 Re 数下管道直径与颗粒直径比在 $8 \sim 42$ 范围内颗粒的聚集位置. Morita 等^[5] 通过实验发现, Re 数在 $1\ 000$ 范围内的稀释悬浮液通过直圆管时, 只有一个稳定的聚集点. 由于实验很难获取流场中的各项力学参数, 随着数值模拟 (CFD) 在流体力学中的广泛运用^[6-8], 一些学者为了揭示颗粒所受惯性升力的形成特性, 通过数值计算方法对颗粒的“惯性聚集”进行了研究^[9-10]. 但由于流动是非定常的, 计算模型的数学描述比较困难, Carlo 等^[11] 首次提出“相对运动模型”, 将原本的非定常问题转化为准定常问题. 基于相对运动模型, 王企鲲^[12-13] 对方管中颗粒的受力特性进行了数值研究, 揭示了颗粒聚集的力学成因并归纳出颗粒稳定聚集点的水动力学判据.

相对运动模型的提出, 极大地简化了计算模型. 但采用相对运动模型进行数值模拟时, 为了使流动达到充分发展状态, 一般需要预留 $L=0.058Re \cdot D$ (D 为管径)^[14] 的管长以消除入口段的影响. 这在计算高 Re 数工况时就需要非常长的管道, 造成网格数量大, 使得数值计算变得困难. 考虑到管内流动属于周期性流动, 因此本文对管道进、出口设置周期性边界条件, 解决了高 Re 数工况下管道较长的问题, 同时计算高 Re 数管流中颗粒惯性聚集的受力特性.

1 计算模型与计算方法

1.1 计算模型

本文考虑单个刚性球形颗粒在直圆管 Poiseuille 流中运动, 管道直径为 D , 长度为 L , 小球直径为 d , 如图 1 所示. 目前比较常用的模型是 6 自由度模型, 然而这种计算模型是非定常的, 模型的数学描述比较复杂, 并且计算过程繁琐也很耗时, 此外 6 自由度模型虽然能获得颗粒的运动轨迹, 但无法获取颗粒升力在通道内的空间分布规律. 本文采用的相对运动模型是在 6 自由度模型的基础上进行简化, 它虽然无法获得颗粒的运动轨迹, 但能计算出颗粒在通道内的受力特性. 通过分析受力特性来确定颗粒的聚集点, 这在文献 [11-13] 中给出了比较详细的讨论.

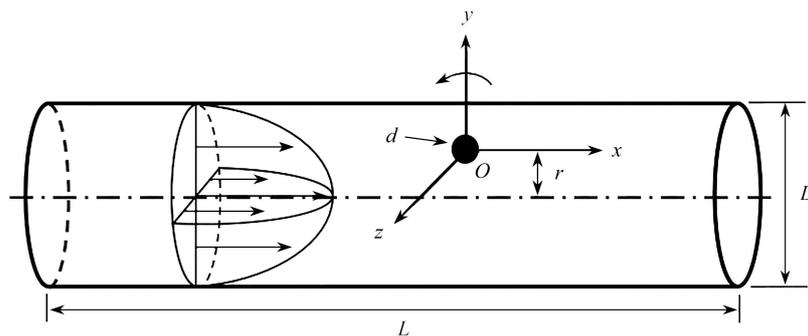


图 1 计算模型示意图

Fig. 1 The sketch for the numerical model

相对运动模型是通过创建一个惯性坐标系将颗粒的平移速度转移给管壁, 使得计算时的流场为准定常, 从而简化计算. 即将计算坐标系设置在颗粒的中心 (如图 1 所示) 并随颗粒一同平移, 则在此惯性坐标系下, 颗粒的平移速度为零, 仅存在以原点为中心的旋转速度, 管壁则以颗粒的速率反向移动.

1.2 计算方法

本文基于有限体积法进行三维数值模拟, 求解稳态 Navier-Stokes 方程, 其控制方程如式 (1) 所示. 流动介质为常温常压液态水, 考虑到颗粒是悬浮颗粒, 取其密度与水相同, 为 $\rho=1\ 000\text{ kg/m}^3$. 在 CFD 计算中, 采用双

精度来进行计算,压力与速度的耦合采用 coupled 算法,压力方程的离散采用二阶格式,动量方程的离散采用三阶精度的 QUICK 格式^[14-15]:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \\ (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \end{cases} \quad (1)$$

式中, \mathbf{u} 为平移坐标系 $Oxyz$ 中流体的相对速度, p 为压强, ρ 和 ν 分别为流体的密度和运动黏度.

在 CFD 计算中,颗粒的平移速度 U_p 被转化为管壁运动的边界条件,这里需要通过试凑的方式来获得颗粒在该位置的最终恒定运动速度.首先假定一个速度 U_{p0} 进行试算,输出颗粒在沿流动方向(x 方向)上的合力 F_{x0} ,在一定精度内,判断合力是否为零(零指的是零量阶,不是数值上为零);若不为零则需不断地迭代更新壁面速度,直到颗粒在流动方向上合力为零.同时,颗粒的旋转速度也用同样的方式进行试凑,直到颗粒在所有方向上转矩为零.此时,颗粒在 y 方向上所受的力便为径向升力.

为了提高计算效率,平移速度的初始参考值为 $U_p = 2U[1 - (r^+)^2]$,旋转速度的初始参考值为 $\omega = \frac{2U}{R} \cdot r^+ \cdot 0.9$.对于 U_p 和 ω 的更新,本文利用具有超线性收敛性的“割线法”更新下一步迭代数据,分别由式(2)、(3)计算,采用这种方法通常试凑 3 至 4 次就能得到结果,而试凑一次也只需迭代 150 次左右:

$$U_{p2} = U_{p1} - \frac{F_{x1} \times (U_{p1} - U_{p0})}{F_{x1} - F_{x0}}, \quad (2)$$

$$\omega_{p2} = \omega_{p1} - \frac{M_{p1} \times (\omega_{p1} - \omega_{p0})}{M_{p1} - M_{p0}}, \quad (3)$$

式中, U_{pn} 和 ω_{pn} 分别为平移速度和旋转速度, F_{xn} 和 M_{pn} 分别为阻力和转矩, $n=0,1,2$.

颗粒的升力 F_y 和阻力 F_x 分别按式(4)、(5)计算:

$$F_y = \mathbf{j} \cdot \oint_{\Sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{P} dS, \quad (4)$$

$$F_x = \mathbf{i} \cdot \oint_{\Sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{P} dS, \quad (5)$$

式中, \mathbf{i} 和 \mathbf{j} 分别为 x 方向和 y 方向的单位向量, \mathbf{P} 为应力张量, \mathbf{n} 为颗粒表面外法线单位向量, dS 为面积微元, Σ 为颗粒表面.

颗粒的转矩按式(6)计算:

$$\mathbf{M} = \oint_{\Sigma} \mathbf{r} \times (\mathbf{n} \cdot \mathbf{P}) dS, \quad (6)$$

式中, \mathbf{r} 为由颗粒中心指向颗粒表面的矢径.

在 CFD 计算中,当对管道进、出口采用周期性边界条件时,计算区域内的每一处压力分为周期性压力和线性压力,而在 CFD 实际的计算过程中只显现出周期性压力少了线性压力,因此真实的压力应为: $p_{\text{real}} = p + \beta \Delta x$ (p 为周期性压力, β 为一个周期内的平均压力梯度, $\Delta x = x_1 - x_2$)^[14].那么,式(4)~(6)在计算颗粒的升力、阻力以及转矩时未包含线性压力提供的那部分力.线性压力对颗粒贡献的升力、阻力及转矩由式(7)、(8)计算,从中可以发现,线性压力对颗粒提供的力只在流动方向上,并且对转矩的贡献为零,也就是说线性压力只对颗粒的阻力有影响:

$$\mathbf{F}' = \oint_{\Sigma} \beta \Delta x \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} dS = \mathbf{i} \cdot \beta \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3, \quad (7)$$

$$\mathbf{M}' = \oint_{\Sigma} \mathbf{r} \times (\beta \Delta x \mathbf{I} \cdot \mathbf{n}) dS = \mathbf{0}, \quad (8)$$

式中, \mathbf{I} 为单位二阶张量.因此颗粒在流向上的实际阻力为

$$\mathbf{F}_x'' = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_x', \quad (9)$$

为了方便下文的讨论与分析,本文定义如下无量纲参数:

升力系数 C_{FL} 为

$$C_{FL} = \frac{F_y}{\rho U^2 d^4 / D^2}, \quad (10)$$

式中, d 为颗粒直径, D 为管道直径. 颗粒的无量纲直径为

$$a^+ = \frac{d}{D}. \quad (11)$$

颗粒无量纲径向位置为

$$r^+ = \frac{r}{R}, \quad (12)$$

式中, r 为管中心与颗粒球心的距离, R 为管道半径. Re 数为

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu}, \quad (13)$$

式中 U 为管内流体的平均速度, μ 为流体的动力黏度. 扰动强度为

$$S_v = \frac{\sqrt{v^2 + w^2}}{U}, \quad (14)$$

式中, v 和 w 分别为 y 方向和 z 方向的流速分量.

2 结果与讨论

2.1 网格无关性验证

本文采用结构化网格对计算域进行网格划分, 如图 2(a) 所示. 为了提高计算的稳定性和精度, 在流体与颗粒间的边界层网格进行了加密处理, 如图 2(b) 所示. 为了保证计算的准确性和经济性, 以及获得颗粒的真实受力, 本文先对网格无关性进行了验证. 本次验证的计算工况为: $a^+ = 1/9$, 颗粒的径向位置 $r^+ = 0.1$, 管长 $L = 4D$.

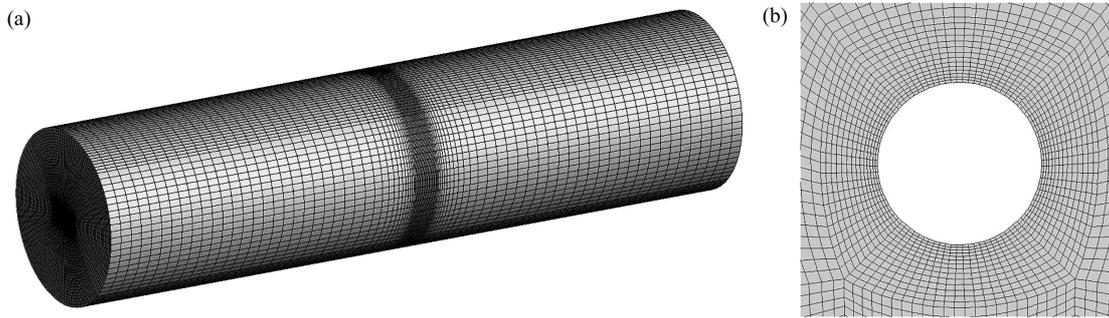


图 2 网格示意图: (a) 管道网格; (b) 颗粒周围网格

Fig. 2 Schematic diagrams of the grids: (a) pipeline grid; (b) grids around particle

从图 3 中可看出, 当网格数量达到 50 万左右时, 颗粒的升力系数基本保持不变, 考虑到在满足计算精度的同时尽可能节约计算时间, 本文最终确定计算域的网格数量控制在 60 万左右. 对于下文采用不同管长计算的工况, 网格划分将以本次验证的管道网格为基准, 网格尺寸保持一致.

2.2 周期性边界的可行性分析

在低 Re 数下, 文献 [2-13] 基于相对运动模型, 边界条件为进口给定均匀的相对速度, 出口为压力出口. 而在高 Re 数下, 这种边界条件通常需要很长的管道才能计算出可靠的结果, 因此考虑采用周期性边界条件来减小管长. 为了验证周期性边界条件的可行性, 本文对 $Re = 350$, $a^+ = 1/9$ 的工况进行了数值模拟. 本次模拟分别选取管长 $L = 4D$ 和 $L = 50D$ 的管道, $L = 4D$ 的管道对进、出口采用周期性边界条件, $L = 50D$ 的管道则与文献 [13] 采用相同的边界条件, 模拟结果如图 4 所示.

由图 4 可知, 两种边界条件得到的升力系数曲线完全重合, 升力系数为零且该点一阶导数小于零的点即为颗粒的稳定聚集点, 因此 $Re = 350$ 时 $a^+ = 1/9$ 的颗粒主要聚集在 $r^+ \approx 0.76$ 处. 而文献 [4] 的实验结果为 $r^+ \approx 0.77$, 两者比较吻合, 这说明周期性边界条件是可行的. 当 $Re = 350$ 时, 对进、出口采用周期性边界条件只需 4 倍管径长度的管道便可计算出结果, 而用文献 [13] 中的边界条件却需要 50 倍管径长度. 因此在求解高

Re 数流中颗粒的惯性聚集时,采用周期性边界条件可以有效地减小管长,降低计算量。

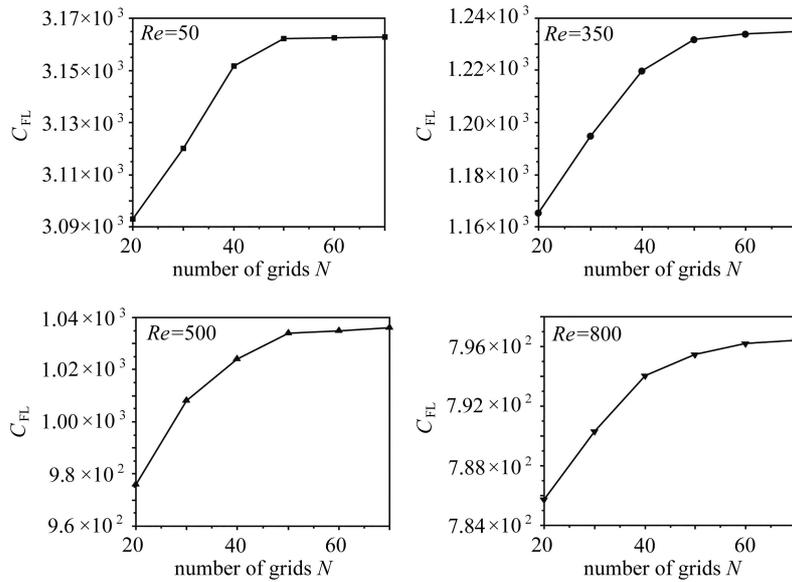


图3 网格无关性验证

Fig. 3 Grid independence verifications

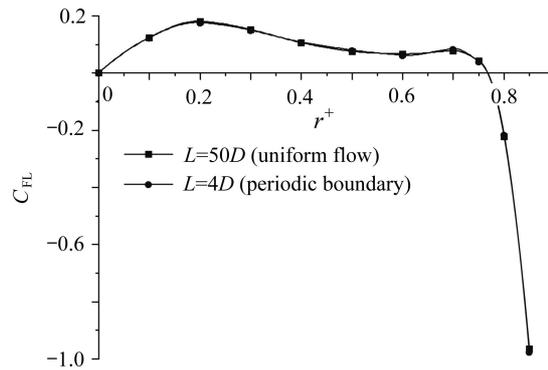


图4 不同边界条件的模拟结果

Fig. 4 Simulation results under different boundary conditions

2.3 周期长度的确定

当计算高 Re 数工况采用周期性边界条件时,需知道管长 L (周期长度) 为多少时,获得的计算结果才真实可靠.针对这个问题,本文采用不同周期长度的管道对无量纲直径 $a^+=1/9$ 的颗粒进行了模拟分析, $Re=350$.

从图5中可看出,当 $L \geq 3D$ 时,随着周期长度的增加,计算结果将保持不变,并且与实验结果是吻合的(2.2小节中已做对比),这从力的角度来看 $L=3D$ 的管道便可以得到稳定的计算结果.在相对运动模型中,颗粒是相对静止的,这会对管中的流体产生扰动,而较短的周期长度有可能会使这种扰动延伸到边界上,影响计算结果.而且这有可能会出现不同周期长度得到相同的升力分布,但流场却不一定是相同的情况.为了确保计算结果的可靠性,本文对不同周期长度颗粒附近以及靠近进、出口处的扰动强度进行了对比,如图6所示.考虑到越靠近壁面,颗粒对流体造成的扰动越强,因此本文选取颗粒靠近壁面($r^+=0.8$)的工况进行对比.

从图6中可以发现,随着周期长度的增加,靠近管道进、出口处的扰动强度是不断减小的,当 $L \geq 4D$ 时,靠近进、出口处的扰动基本可以忽略不计.这说明当周期长度大于 $4D$ 时,流场将不会在发生变化,结合上文升力分布结果,对于 $Re=350$ 的工况, $L=4D$ 是可行的计算周期.而对更高的 Re 数,本文也进行了验证,结果如图7所示.当 Re 数达到 800 时,计算结果也符合:1)靠近管道进、出口处扰动强度为零;2)颗粒的聚集点与文献[4]的实验结果相符.因此,对于 $Re < 1000$ 、 $a^+ \leq 1/9$ 的工况,本文确定 $4D$ 为计算周期。

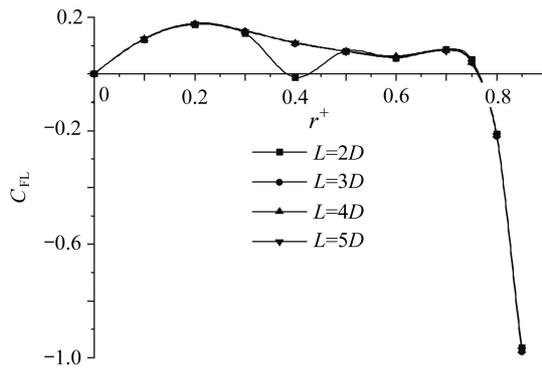


图 5 不同周期长度下的升力分布
Fig. 5 The lift distribution under different period lengths

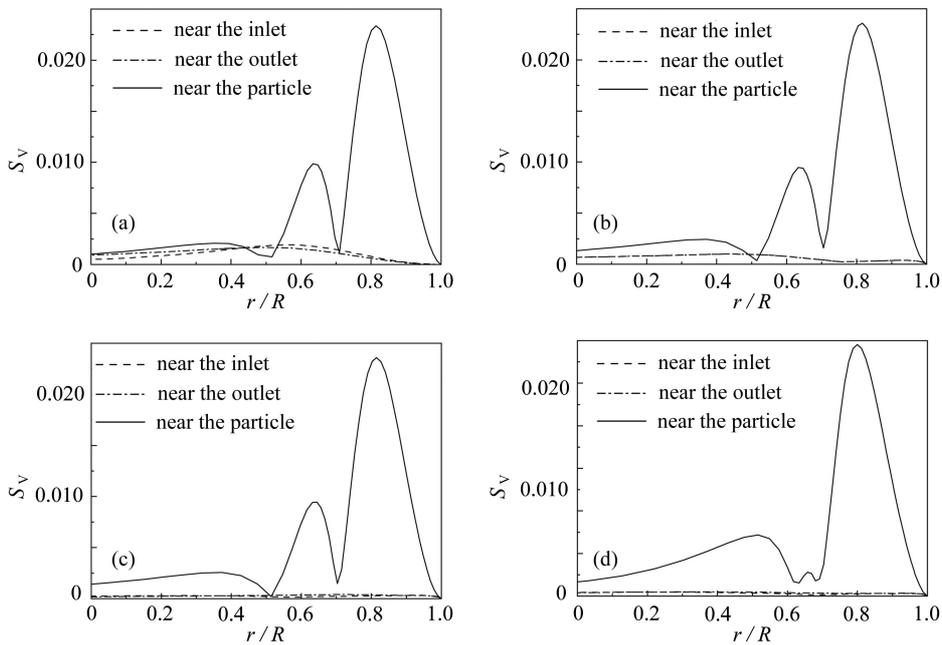


图 6 不同周期长度下的扰动强度对比: (a) $L=2D$; (b) $L=3D$; (c) $L=4D$; (d) $L=5D$
Fig. 6 Comparisons of disturbance intensities under different period lengths: (a) $L=2D$; (b) $L=3D$; (c) $L=4D$; (d) $L=5D$

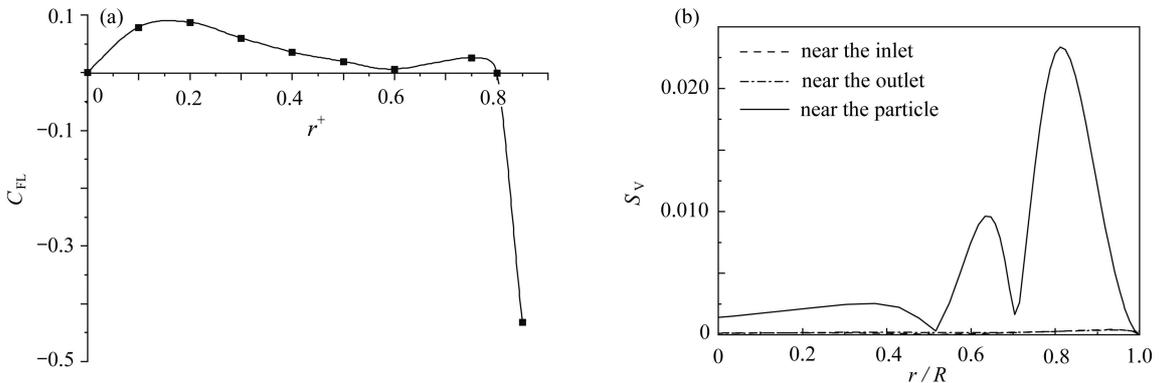


图 7 $Re=800$ 的计算结果: (a) 升力分布; (b) 扰动强度
Fig. 7 Calculation results for $Re=800$: (a) lift distribution; (b) disturbance intensity

2.4 周期性边条的应用

2.4.1 $Re < 1000$

前文对周期性边条的可行性进行了验证, 并对 $Re < 1000$ 工况给出了一个可行的计算周期为 $L=4D$. 在此

基础上,本文在这里对不同粒径的颗粒进行了数值模拟,研究不同 Re 数下颗粒的受力特性以及对颗粒聚集点的影响。

如图 8 所示,在低 Re 数下,颗粒在径向上升力分布是类抛物线,不同大小的颗粒主要聚集在 $r^+=0.6 \sim 0.7$ 之间,与管壁有一定的距离.而随着 Re 数的增大,颗粒的升力分布以及聚集点都出现了明显的变化.主要表现为:高 Re 数下颗粒的升力不再呈类抛物线分布,颗粒受到的升力具有一定的波动,在 $r^+=0.5 \sim 0.7$ 之间出现一段升力相对较小区域,而在这个区域内有出现第二个聚集点(内环)的趋势.此外,随着 Re 数的增大,颗粒主要聚集在 $r^+=0.75 \sim 0.85$ 之间(外环),向着壁面靠近,即 Re 数越大,颗粒的聚集位置越靠近壁面;而与颗粒粒径的关系则与之相反,粒径越大,聚集位置越向着管中心迁移。

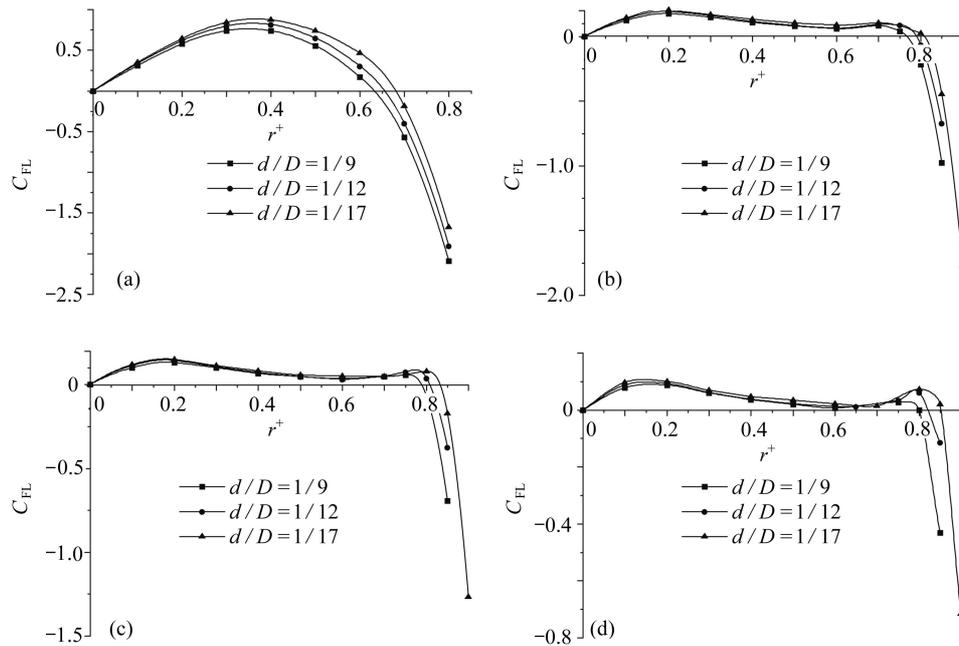


图 8 不同 Re 下颗粒的升力分布: (a) $Re=50$; (b) $Re=350$; (c) $Re=500$; (d) $Re=800$

Fig. 8 The lift distribution of particles under different values of Re : (a) $Re=50$; (b) $Re=350$; (c) $Re=500$; (d) $Re=800$

在本次的计算结果中,只发现了一个稳定聚集点,这与 Morita 等^[5]的实验结果是一致的,当 $Re < 1000$ 时,如果管道足够长,内环将消失,所有的粒子都将聚集在外环上.而在 Matas 等^[4]的实验中,他们在管道的上游区域发现了内环的存在,但在下游区域观察到内环上的颗粒有向外环迁移的趋势.本文认为这可能是 Matas 等^[4]实验的管道不够长,颗粒的迁移未完全发展,颗粒要脱离 $r^+=0.5 \sim 0.7$ 这个升力相对较小的区域需要较长的时间。

2.4.2 $Re \geq 1000$

从图 8 的升力分布来看,在更高 Re 数下有可能出现第二个稳定聚集点.为了探究 $Re \geq 1000$ 时是否有第二个稳定聚集点的出现,本文选用了 $a^+=1/17$ 的颗粒进行模拟。

本次模拟仍是用 $L=4D$ 的管道进行计算,首先对周期长度的可靠性进行验证,结果如图 9(a)所示.从其扰动强度来看,4 倍管径周期长度符合计算精度,且颗粒的升力分布与上文中高 Re 数的分布特征一样.因此本文认为对于 $Re \leq 1600$, $a^+=1/17$ 的工况, $L=4D$ 的管道依然是可行的。

从图 9(b)颗粒的升力分布可以发现,当 Re 数达到 1200 时, $a^+=1/17$ 的颗粒在径向上有三个聚集点,其中有两个是稳定聚集点,分别在 $r^+ \approx 0.63, 0.87$ 处.这说明当 $Re > 1000$ 时,对于小粒径的颗粒是有可能存在两个稳定聚集点的.由于大粒径的颗粒在 Re 数达到 1000 时计算不稳定,所以对于更大粒径的颗粒本文没有继续深入研究。

2.5 流场分析

为了探究低 Re 数和高 Re 数下管内颗粒惯性升力分布不同的原因,本文对颗粒所在横截面(即 $x=0$ 截面)的流场进行了分析,以 $a^+=1/9$ 的颗粒为例,如图 10~12 所示.图 10~12 分别为 $r^+=0.4, 0.6, 0.8$ 时不同 Re 数

下 z 方向的速度云图和该截面上的速度矢量图, 对 z 方向的速度无量纲化为 $w^* = w/U$.

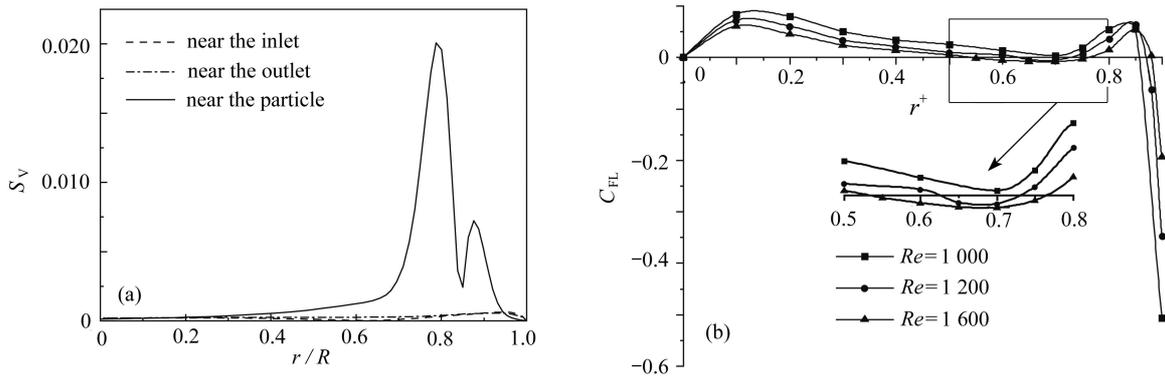


图 9 $a^+=1/17, Re \geq 1000$ 的计算结果: (a) $Re=1600$ 时的扰动强度; (b) 升力分布
Fig. 9 The calculation results of $a^+=1/17, Re \geq 1000$: (a) the disturbance intensity at $Re=1600$; (b) the lift distribution

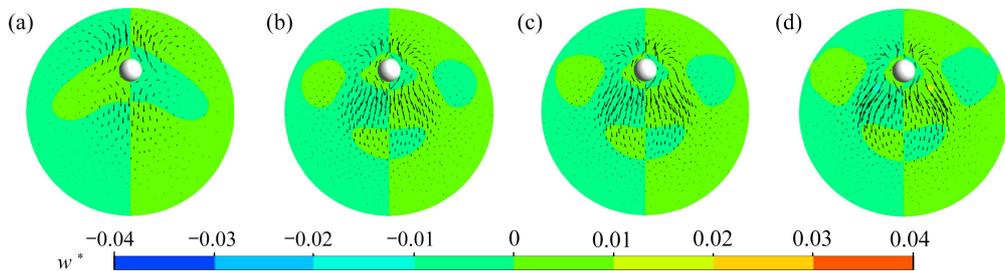


图 10 $x=0$ 截面的速度云图和矢量图($r^+=0.4$): (a) $Re=50$; (b) $Re=350$; (c) $Re=500$; (d) $Re=800$
Fig. 10 Velocity contours and velocity vectors of section $x=0$ ($r^+=0.4$): (a) $Re=50$; (b) $Re=350$; (c) $Re=500$; (d) $Re=800$

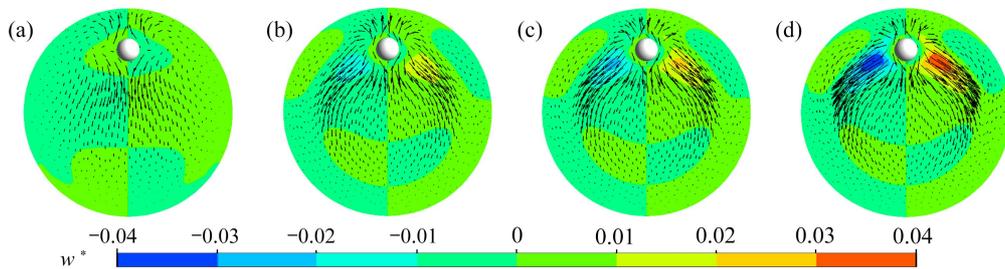


图 11 $x=0$ 截面的速度云图和矢量图($r^+=0.6$): (a) $Re=50$; (b) $Re=350$; (c) $Re=500$; (d) $Re=800$
Fig. 11 Velocity contours and velocity vectors of section $x=0$ ($r^+=0.6$): (a) $Re=50$; (b) $Re=350$; (c) $Re=500$; (d) $Re=800$

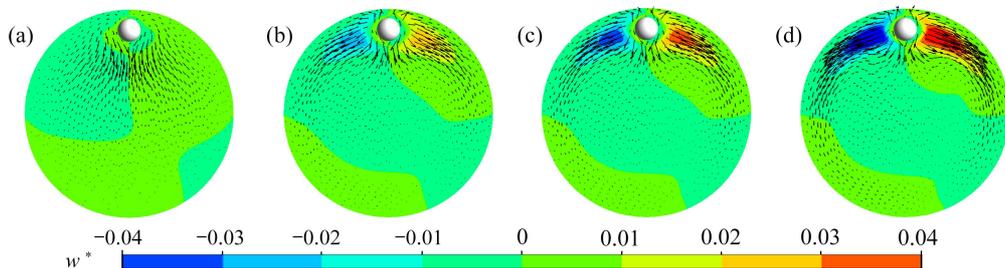


图 12 $x=0$ 截面的速度云图和矢量图($r^+=0.8$): (a) $Re=50$; (b) $Re=350$; (c) $Re=500$; (d) $Re=800$
Fig. 12 Velocity contours and velocity vectors of section $x=0$ ($r^+=0.8$): (a) $Re=50$; (b) $Re=350$; (c) $Re=500$; (d) $Re=800$

注 为了解释图中的颜色, 读者可以参考本文的电子网页版本.

从图 11、12 可以明显地看出, 在颗粒的周围有二次流产生, 而二次流可能会对颗粒的升力造成影响. 从速度云图及矢量图来看, 当 $Re=50$ 时, 颗粒周围并没有明显的二次流动, 尤其是颗粒更靠近通道中心时, 但随着颗粒向壁面靠近, 可以发现微弱的二次流产生. 然而当 $Re \geq 350$ 时, 即使颗粒更靠近通道中心也会有微弱的

二次流产生,且随着 Re 数的增大以及颗粒向壁面靠近,二次流变得越来越强烈.此外从速度矢量图可以发现:在低 Re 数时,二次流主要向着颗粒的下方流动;而在高 Re 数时,二次流在颗粒靠近通道中心时先是向颗粒下方流动,而后随着颗粒向壁面靠近以及 Re 数的增大,其逐渐向颗粒左右两侧流动.

对此本文认为,由于颗粒周围二次流的影响,颗粒在径向上的升力分布才出现图 8 所示的变化.在低 Re 数时,二次流主要向颗粒下方流动且其强度随着颗粒靠近壁面而增大,这会给颗粒一个向下的力,而在图 8 中也能明显地看到在靠近壁面时升力下降得更快,这说明二次流对颗粒的升力是有影响的.在高 Re 数时,颗粒所受升力在 $r^+=0.4 \sim 0.7$ 之间相对平缓且升力系数较小,这与前文所说的二次流强度随颗粒径向位置变化相对应.而在 $Re \geq 500$, $r^+=0.75$ 时升力出现回升,本文认为这是由于二次流流向变化所引起的,在 $r^+=0.8$ 时,二次流主要向颗粒两侧成对称流动,这使得其对升力的影响减弱.

3 结 论

Carlo^[2] 提出的相对运动模型在求解低 Re 数下颗粒的惯性聚集是比较成熟的.但在高 Re 数下,如果仍对进口给定均匀流,为了消除入口段的影响需要很长的管道,造成网格数量大,计算成本高,因此本文尝试对管道进、出口采用周期性边界条件以减小计算域管长.本文主要对周期性边界条件的可行性进行了验证并求解了高 Re 数下颗粒受力特性,得到了以下结论:

1) 在求解高 Re 数流的惯性聚集,周期性边界条件的使用可以有效地减小管长,这很大程度上提高了数值计算的效率以及经济性.当 $Re < 1\ 000$ 时, $a^+ \leq 1/9$ 的颗粒用 $4D$ 周期就可以计算出可靠的结果.对于粒径细小的颗粒,如文中 $a^+=1/17$ 的颗粒, $4D$ 周期可计算的 Re 数高达 $1\ 600$.

2) 在低 Re 数下,颗粒在径向上的升力呈抛物线分布,且颗粒主要聚集在离壁面较远的区域.随着 Re 数的不断增大,颗粒的聚集位置向着壁面靠近,且其升力分布出现了较大的波动,它将不再呈类抛物线分布,在 $r^+=0.5 \sim 0.7$ 之间出现了一段升力相对较小的区域,而在这个区域内有出现新聚集点的趋势.

3) 当 $Re \leq 1\ 000$ 时,本文只发现了一个聚集点,新的聚集点并没有出现.但当 $Re > 1\ 000$ 时,本文用 $a^+=1/17$ 的颗粒进行计算得到了两个稳定的聚集点,这说明在高 Re 数流中小粒径的颗粒有可能出现两个稳定的聚集点.

4) 颗粒周围有二次流的产生,其强度随着 Re 数的增大而增大,且随着颗粒越靠近壁面,二次流的强度也会增加.在低 Re 数时,二次流主要向着颗粒的下方流动;而在高 Re 数时,二次流在颗粒靠近通道中心时先是向颗粒下方流动,而后随着颗粒向壁面靠近以及 Re 数的增大,其逐渐向颗粒左右两侧流动.而受二次流的影响,颗粒所受升力在高 Re 数和低 Re 数呈现不同的空间分布规律.

参考文献(References):

- [1] SEGRE G, SILBERBERG A. Radial particle displacements in poiseuille flow of suspension[J]. *Nature*, 1961, **189**(4760): 209-210.
- [2] DI CARLO D. Inertial microfluidics[J]. *Lab on a Chip*, 2009, **9**(21): 3038-3046.
- [3] 王企鲲, 李海军, 孙仁, 等. 颗粒惯性聚集中心惯性升力的特性研究[J]. 水动力学研究与进展, 2014, **29**(5): 530-535. (WANG Qikun, LI Haijun, SUN Ren, et al. Investigation on the behaviors of inertial lift inducing inertial focus of particles[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2014, **29**(5): 530-535.(in Chinese))
- [4] MATAS J P, MORRIS J F, GUAZZELLI É. Inertial migration of rigid spherical particles in Poiseuille flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, **515**: 171-195.
- [5] MORITA Y, ITANO T, SUGIHARA-SEKI M. Equilibrium radial positions of neutrally buoyant spherical particles over the circular cross-section in Poiseuille flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, **813**: 750-767.
- [6] 陈亚飞, 郑云英. 不可压缩黏性流体的二维Navier-Stokes方程的间断有限元模拟[J]. 应用数学和力学, 2020, **41**(8): 844-852. (CHEN Yafei, ZHENG Yunying. A discontinuous Galerkin FEM for 2D Navier-Stokes equations of incompressible viscous fluids[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, **41**(8): 844-852.(in Chinese))
- [7] 王金城, 齐进, 吴锤结. 不可压缩Navier-Stokes方程最优动力系统建模和分析[J]. 应用数学和力学, 2020, **41**(1): 1-

15. (WANG Jincheng, QI Jin, WU Chuijie. Analysis and modelling of optimal dynamical systems of incompressible Navier-Stokes equations[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, **41**(1): 1-15.(in Chinese))
- [8] 熊英, 关晖, 吴锤结. 基于有限体积法的非结构网格大涡模拟离散方法研究[J]. *应用数学和力学*, 2016, **37**(11): 1129-1144. (XIONG Ying, GUAN Hui, WU Chuijie. LES discretization methods for unstructured meshes based on the finite volume method[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, **37**(11): 1129-1144.(in Chinese))
- [9] SHAO Xueming, ZHAO Shengyu, SUN Bo. Inertial migration of spherical particles in circular Poiseuille flow at moderately high Reynolds numbers[J]. *Physics of Fluids*, 2008, **20**(10): 103307.
- [10] NAKAGAWA N, YABU T, OTOMO R. Inertial migration of a spherical particle in laminar square channel flows from low to high Reynolds numbers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, **779**: 776-793.
- [11] CARLO D D, EDD J F, HUMPHRY K J, et al. Particle segregation and dynamics in confined flows[J]. *Physical Review Letters*, 2009, **102**(9): 094503.
- [12] 王企鲲. 微通道中颗粒所受惯性升力特性的数值研究[J]. *机械工程学报*, 2014, **50**(2): 165-170. (WANG Qikun. Numerical investigation on mechanism for inertial lift on particles in micro-channel[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, **50**(2): 165-170.(in Chinese))
- [13] WANG Qikun, YUAN Dan, LI Weihua. Analysis of hydrodynamic mechanism on particles focusing in micro-channel flows[J]. *Micromachines*, 2017, **8**(7): 197.
- [14] 陶文铨. 数值传热学[M]. 2版. 西安: 西安交通大学出版社, 2001: 489. (TAO Wenquan. *Numerical Heat Transfer*[M]. 2nd ed. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2001: 489. (in Chinese))
- [15] ZOU He, WANG Qikun, XUE Zhuangzhuang. Characteristics of lift and resistance of spherical wall in semi-unbounded flow field[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2022, **14**(3): 1-13.