

### 死区输入下未知严格反馈非线性系统自适应约束控制

宫赤坤, 汝青杨, 袁立鹏

#### Adaptive Constrained Control of Unknown Strict Feedback Nonlinear Systems With Dead Zone Input

GONG Chikun, RU Qingyang, and YUAN Lipeng

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.430081>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 基于观测器的非严格反馈时滞非线性系统的神经网络自适应控制

Observer-Based Adaptive Neural Network Control for Nonstrict-Feedback Nonlinear Systems With Time Delays

应用数学和力学. 2021, 42(6): 586-594 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410325>

#### 基于准ARX多层学习网络模型的非线性系统自适应控制

Adaptive Control of Nonlinear Systems Based on Quasi-ARX Multilayer Learning Network Models

应用数学和力学. 2019, 40(11): 1214-1223 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400212>

#### 主动约束阻尼开口柱壳的NLMS反馈减振控制

NLMS Feedback Vibration Control of Open Cylindrical Shells With Active Constrained Layer Damping

应用数学和力学. 2021, 42(7): 686-695 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410312>

#### 具概率延迟反馈金融系统的脉冲控制

Impulse Control of Financial Systems With Probabilistic Delay Feedback

应用数学和力学. 2019, 40(12): 1409-1416 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400059>

#### 具有Holling IV型功能反应捕食系统的状态反馈控制

State Feedback Control of Predator-Prey Systems With Holling IV Functional Responses

应用数学和力学. 2020, 41(12): 1369-1380 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.400314>

#### 电液位置伺服系统的鲁棒自适应控制

A Robust Adaptive Backstepping Control Method for ElectroHydraulic Position Servo Systems

应用数学和力学. 2017, 38(6): 676-684 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370272>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

# 死区输入下未知严格反馈非线性系统 自适应约束控制\*

官赤坤<sup>1</sup>, 汝青杨<sup>1</sup>, 袁立鹏<sup>2</sup>

(1. 上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093;  
2. 哈尔滨工业大学 机电工程学院, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 研究了具有死区输入的预设约束未知高阶严格反馈非线性系统的控制问题, 提出了一种基于免疫函数的自抗扰预设漏斗约束自适应控制策略. 首先, 针对系统内部的未知问题, 采用免疫函数与扩张状态观测器结合对系统内部未知项进行观测; 其次, 通过 Lyapunov 方法与漏斗控制相结合设计控制器, 使得跟踪误差能够维持在预先设定的漏斗约束范围内; 同时, 利用双曲正切函数速率变化快这一特性设计自适应控制律, 引入指令滤波器避免反步法中重复求导问题, 分析证明了闭环系统所有信号的有界性. 仿真实例表明了控制方法的有效性.

**关键词:** 死区输入; 严格反馈系统; 免疫函数; 漏斗控制; 双曲正切函数

**中图分类号:** O175.13 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.430081

## Adaptive Constrained Control of Unknown Strict Feedback Nonlinear Systems With Dead Zone Input

GONG Chikun<sup>1</sup>, RU Qingyang<sup>1</sup>, YUAN Lipeng<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology,  
Shanghai 200093, P.R.China;

2. School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, P.R.China)

**Abstract:** To tackle the problem of unknown strict feedback nonlinear control systems with dead zone input and pre-assigned tracking control, a novel adaptive tracking control strategy was proposed based on the immune function, the active disturbance rejection control and the pre-assigned funnel constraint. The immune function and the extended state observer were utilized to estimate the unknown information of the control system. Through combination with the Lyapunov function, the funnel control was introduced to design the controller, and guarantee the tracking error within the pre-assigned funnel boundary. The adaptive control law was designed based on the rapid changing rate of the hyperbolic tangent function, and the command wave filter was introduced to avoid repeated differentiation problem in the backstepping method. The stability analysis demonstrates the boundedness of all the closed-loop signals. A simulation example shows the effectiveness of the proposed control strategy.

**Key words:** dead zone input; strict feedback system; immune function; funnel control; hyperbolic tangent function

\* 收稿日期: 2022-03-14; 修订日期: 2022-04-25

基金项目: 国家重点研发计划(2018YFB2000700)

作者简介: 官赤坤(1968—), 男, 副教授, 博士(通讯作者. E-mail: [gongchikun@126.com](mailto:gongchikun@126.com));

汝青杨(1997—), 男, 硕士生(E-mail: [2842325992@qq.com](mailto:2842325992@qq.com)).

引用格式: 官赤坤, 汝青杨, 袁立鹏. 死区输入下未知严格反馈非线性系统自适应约束控制[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(12): 1402-1411.

## 引 言

现实世界中存在着很多未知系统, 这些未知系统给控制器的设计带来了极大的困难. 围绕这类系统, 国内外众多学者研究出自适应<sup>[1-2]</sup>、神经网络<sup>[3-4]</sup>、模糊控制<sup>[5-7]</sup>等理论, 并应用到了此类系统中. 同时, 工业系统中也广泛存在着非线性系统, 非线性系统可划分为严格反馈、纯反馈、非严格反馈三种类型. 其中, 严格反馈系统是非常常见的系统, 工业生产中存在着许多严格反馈系统的模型, 如液压伺服系统<sup>[8]</sup>、导弹系统<sup>[9]</sup>等.

实际生产过程中, 由于执行机构物理结构的限制, 存在控制输入的死区动态问题, 如液压执行器、机械连接和交流电机驱动等系统<sup>[10]</sup>. 死区特性是一种典型的非线性现象, 许多学者对此展开了研究. 如文献 [11] 利用反步法与固定时间收敛解决了高阶非线性系统死区输入的控制问题, 但反步法中存在微分爆炸问题. 针对这一问题, 文献 [12] 提出指令滤波反步自适应控制, 解决了这一问题.

对于非线性系统中的不确定性和复杂的外界干扰, 通常利用扩张状态观测器 (extended state observer, ESO) 观测其中无法直接获得的内部动态<sup>[13]</sup>. ESO 是自抗扰控制技术 (active disturbance rejection control, ADRC) 中最关键的部分<sup>[14]</sup>. 目前, 对于 ESO 技术涌现出大量的研究成果. 如文献 [15] 利用 ESO 对伺服电动缸在外界干扰下进行补偿控制. 文献 [16] 利用 ESO 与有限时间控制方法相结合, 使得严格反馈非线性系统跟踪误差收敛到平衡点的小区域内. 上述研究成果因其使用的观测函数都是非光滑的, 可能出现高频抖振的问题. 文献 [17] 对 ESO 中的非线性函数进行改进, 保证了原点处不会发生过冲的现象, 但其控制参数增多, 造成了控制器设计的复杂性.

预设性能约束控制近些年已成为控制理论研究的热点问题, 这种控制方法可以避免过大的超调对系统的损害, 而且可以约束系统的收敛速度. 具有预设约束的跟踪控制是采用规定的性能函数将原系统的跟踪误差转化为新的误差系统, 并结合到控制器的设计中<sup>[18]</sup>. 现有的文献主要有两类方法, 即漏斗控制和预设性能控制. 漏斗控制是高增益的时变控制方法. 目前为止, 这种方法已被应用到了许多实际问题中. 如文献 [19] 利用改进的漏斗函数与自适应神经网络对存在扰动的伺服机构进行补偿. 文献 [20] 设计了漏斗快速非奇异终端滑模面控制器, 解决了机械臂在外部干扰下的高精度跟踪控制问题.

基于以上讨论, 针对文献 [8-9] 中需要对虚拟控制律的偏导数解析计算, 文献 [15-16] 使用 ESO 过程中出现的抖振问题, 同时没有考虑到实际系统输出误差可能需要约束在一定范围内, 文献 [19-20] 没有考虑到实际系统中可能存在死区输入造成控制系统性能恶化的问题, 本文提出了基于免疫函数的自抗扰预设漏斗约束自适应控制策略. 本文主要贡献如下: 针对传统 ESO 观测过程中出现的抖振问题, 引入光滑的免疫函数设计观测器, 从设计原理上消除了观测过程中出现的抖振现象; 解决了实际系统中可能存在死区输入的问题, 同时利用漏斗控制技术将输出误差约束在预设的范围内; 使用双曲正切函数变化速率快这一特性设计了自适应控制律; 控制器设计过程中使用指令滤波器, 解决了反步法中微分爆炸的问题.

## 1 预备知识及问题描述

### 1.1 系统描述

考虑死区高阶严格反馈非线性系统的跟踪控制问题, 这里给出其系统的一般模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1}, \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$  为系统内部的状态变量;  $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ; 系统初始状态  $\mathbf{x}(0) = [x_1(0), x_2(0), \dots, x_n(0)]^T$ ;  $y$  为系统的输出;  $f_i(\cdot)$  为系统内部未知动态,  $g_i(\cdot)$  为已知的连续光滑函数, 同时有  $0 < g_i(\cdot) \leq \bar{g}$ ,  $\bar{g}$  为正实数, 为简化书写, 在后文中, 将  $f_i(\bar{x}_i)$ ,  $g_i(\bar{x}_i)$  分别用  $f_i$ ,  $g_i$  代替,  $u$  为死区输入信号, 其定义为

$$u = H(w(t)) = \begin{cases} d_r(w(t) - q_r), & w(t) \geq q_r, \\ 0, & -q_l < w(t) < q_r, \\ d_l(w(t) + q_l), & w(t) \leq -q_l, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $w(t) \in \mathbf{R}$  为系统的输入, 系数  $d_r$ ,  $d_l$ ,  $q_r$ ,  $q_l$  都是未知的正常数, 且  $d_l \neq d_r$ .

对于被控系统 (1), 给出如下引理和假设条件.

**引理 1**<sup>[21]</sup> 对于任意的实变量  $\zeta_1, \zeta_2$  以及正常数  $m, n$  与  $k$ , 有如下不等式成立:

$$|\zeta_1|^m |\zeta_2|^n \leq \frac{m}{m+n} k |\zeta_1|^{m+n} + \frac{n}{m+n} k^{\frac{-m}{n}} |\zeta_2|^{m+n}.$$

**假设 1** 预设跟踪信号  $x_r(t)$  及其各阶导数连续有界.

**假设 2** 存在一个常数  $M$ , 使得  $|w(t)| \leq M$ .

**假设 3** 存在  $\mathcal{E}_d \subset R^n$ , 且  $x_r(t), \mathbf{x}(0) \in \mathcal{E}_d$ . 对于系统 (1),  $f_i^{(j)}(\cdot), g_i^{(j)}(\cdot)$  在  $\mathcal{E}_d$  上是有界的, 其中  $j = 1, 2, \dots, n-i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\mathcal{E}_d = \{\mathbf{x} \in R^n \mid \|\mathbf{x}\| < d\}$ ,  $\bar{\mathcal{E}}_d = \{\mathbf{x} \in R^n \mid \|\mathbf{x}\| \leq d\}$ ,  $d$  为任意正常数.

式 (2) 可简化为

$$u = d(t)w(t) + \lambda(t), \quad (3)$$

其中

$$d(t) = \begin{cases} d_l, & w(t) \leq 0, \\ d_r, & w(t) > 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$\lambda(t) = \begin{cases} -d_r q_r, & w(t) \geq q_r, \\ -d(t)w(t), & -q_l < w(t) < q_r, \\ d_l q_l, & w(t) \leq -q_l. \end{cases} \quad (5)$$

通过式 (5) 可以进一步得到

$$\lambda(t) \leq \bar{\lambda}, \quad \bar{\lambda} = \max\{d_l q_l, d_r q_r\}. \quad (6)$$

定义  $\bar{\chi} = \max\{d_l, d_r\}$ ,  $\underline{\chi} = \min\{d_l, d_r\}$ , 可得

$$\frac{d(t)}{\underline{\chi}} = 1 + \rho(t), \quad (7)$$

其中  $\rho(t)$  是分段连续的有界函数, 同时  $\rho(t) > 0$ . 通过式 (4) 和 (7), 可得

$$\rho(t) \leq \frac{\bar{\chi}}{\underline{\chi}} - 1. \quad (8)$$

将式 (8) 代入式 (3), 可以得到

$$u = \underline{\chi}(1 + \rho(t))w(t) + \lambda(t). \quad (9)$$

为解决反步法中的微分爆炸问题, 引入文献 [22] 中的指令滤波器, 其形式如下:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = \tau_1 v_2, \\ \dot{v}_2 = -2\tau_1 \tau_2 v_2 - \tau_1 (v_1 - \alpha), \end{cases} \quad (10)$$

其中  $v_1$  和  $v_2$  都为状态变量,  $\alpha$  为后文需要微分的变量,  $\tau_1$  和  $\tau_2$  都为自定参数,  $v_1(0) = 0, v_2(0) = 0$ . 如果  $t \geq 0$  时, 存在正常数  $k_1$  和  $k_2$ , 并且  $|\dot{\alpha}| \leq k_1, |\ddot{\alpha}| \leq k_2$ , 则可得出对于任意  $\mu > 0$ , 存在  $\tau_1 > 0, \tau_2 \in (0, 1]$ , 使得  $|v_1 - \alpha| \leq \mu$ .

**注 1** 后文中虚拟控制量  $\alpha_i$  包含  $g_i(\cdot), f_i(\cdot)$  以及由它们组成的相关项, 同时再结合假设 3 可得,  $\alpha_i, \dot{\alpha}_i, \ddot{\alpha}_i$  都是有界的, 因此满足使用指令滤波器的条件.

## 1.2 免疫函数

免疫函数定义如下<sup>[23]</sup>:

$$r(x, \gamma) = \frac{x}{\gamma^2} (\exp(-x^2/2\gamma^2)), \quad (11)$$

其中  $\gamma > 0, x$  为输入变量. 传统观测器中  $f_{\text{fal}}(x, \rho, \gamma)$  函数<sup>[17]</sup> 由于符号函数切换作用产生高频抖振, 免疫函数有效克服了这一缺点, 同时由式 (11) 可得  $r(0, \gamma) = 0, r(\pm\infty, \gamma) = 0$ . 当  $x = \gamma$  时, 此函数得到极大值  $1/(\gamma\sqrt{e})$ ; 当  $x = -\gamma$  时, 此函数得到极小值  $-1/(\gamma\sqrt{e})$ . 可以看出其对较大误差具有免疫作用, 一定程度上可以避免由于瞬时急剧增大误差超出最大物理允许输出量, 但免疫函数对正常情况下的较大误差不具有较快的收敛速度, 可通过合理调节参数  $\gamma$  使得大误差在其快速变化的区间内, 同时与传统观测器中  $f_{\text{fal}}(x, \rho, \gamma)$  函数相比, 采用免疫函数加入观测器的设计过程中, 简化了参数的设计. 后文为书写方便, 将函数  $f_{\text{fal}}(x, \rho, \gamma)$  简化书写为  $f_{\text{fal}}$ .

### 1.3 漏斗约束函数

漏斗控制不仅将误差维持在约束的范围内, 同时也消除了超调这一现象. 漏斗约束表达式如下:

$$\Gamma(t) = N(p(t), l(t), \|e(t)\|)e(t), \quad (12)$$

其中  $N(\cdot)$  是时变增益,  $p(t)$  是尺寸曲线,  $l(t)$  是约束曲线,  $\|e(t)\|$  是变量  $e(t)$  的欧氏范数. 本文中采用的漏斗函数<sup>[24]</sup> 如下所示:

$$z(t) = \frac{e(t)}{h(t) - |e(t)|}, \quad h(t) = \beta_0 \exp(-ct) + \beta_\infty, \quad (13)$$

其中  $\beta_0$ ,  $\beta_\infty$  和  $c$  为正常数, 满足条件  $\beta_0 \geq \beta_\infty > 0$ . 通过使用漏斗约束的控制方法, 系统的输出误差可被约束在呈指数衰减的曲线范围内.

## 2 漏斗约束控制器的设计

本节采用虚拟递推的方法, 给出系统 (1) 的指令滤波漏斗约束自适应控制器的设计.

定义误差:

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - x_r, \\ e_i = x_i - \alpha_{i-1}, \quad i = 2, 3, \dots, n, \end{cases} \quad (14)$$

式中  $\alpha_{i-1}$  为虚拟控制量.

第 1 步 由于系统 (1) 中  $f_1$  未知, 为此引入免疫函数形成观测器  $ESO_1$  对其进行估计, 其形式如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_{z1} = z_{11} - x_1, \\ \dot{z}_{11} = z_{12} + g_1 x_2 - \beta_{11} e_{z1}, \\ \dot{z}_{12} = -\beta_{12} r(e_{z1}, \gamma), \end{cases} \quad (15)$$

式中  $e_{z1}$  为状态  $z_{11}$  对  $x_1$  的逼近误差,  $z_{12}$  是对  $f_1$  的估计,  $\beta_{11}$ ,  $\beta_{12}$  为设计参数. 这里, 定义式 (15) 的逼近误差为  $\varepsilon_1 = f_1 - z_{12}$ .

注 2 当式 (15) 中  $e_{z1}$  比较大时,  $z_{12}$  变化率可能降低, 可根据实际需要达到的跟踪效果调节  $\gamma$  这一参数, 使得误差处于免疫函数快速变化的区间内, 从而继续实现快速观测.

针对系统 (1), 设计第 1 步虚拟控制量:

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1} (-c_1 e_1 - z_{12} - \hat{\theta}_1 \tanh(e_1/\varphi) + z_1 \dot{d}_{v1} + \dot{x}_r), \quad (16)$$

式中  $c_1$  和  $\varphi$  均为正定常数,  $\hat{\theta}_1$  为设计的自适应控制律,  $d_{v1} = h_1 - |e_1|$ , 同时定义  $T_1 = 1/d_{v1}$ .

式 (16) 中, 自适应控制律  $\hat{\theta}_1$  的微分为

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = T_1^2 (e_1 \tanh(e_1/\varphi) - \sigma_1 \hat{\theta}_1), \quad (17)$$

式中  $\sigma_1$  为正常数,  $\hat{\theta}_1$  是  $\theta_1$  的估计值, 这里记自适应估计误差  $\tilde{\theta}_1 = \hat{\theta}_1 - \theta_1$ .

结合式 (16)、(17) 以及式 (13) 可以得到

$$\dot{z}_1 = T_1^2 (-c_1 e_1 + g_1 e_2 + f_1 - z_{12} - \hat{\theta}_1 \tanh(e_1/\varphi)). \quad (18)$$

选取如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_1^2. \quad (19)$$

对式 (19) 求导可得

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 + \tilde{\theta}_1 \dot{\tilde{\theta}}_1 = z_1 T_1^2 (-c_1 e_1 + g_1 e_2 + f_1 - z_{12} - \hat{\theta}_1 \tanh(e_1/\varphi)) + T_1^2 \tilde{\theta}_1 (e_1 \tanh(e_1/\varphi) - \sigma_1 \tilde{\theta}_1). \quad (20)$$

这里, 令  $\varepsilon_1 = \theta_1$ , 同时根据引理 1 以及不等式  $|e_1| - e_1 \tanh\left(\frac{e_1}{\varphi}\right) \leq 0.2785\varphi$ , 对式 (20) 进一步化简:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq T_1^2 (-c_1 e_1^2 + g_1 e_1 e_2 - e_1 \hat{\theta}_1 \tanh(e_1/\varphi) + e_1 \varepsilon_1 + \tilde{\theta}_1 e_1 \tanh(e_1/\varphi) - \sigma_1 \tilde{\theta}_1^2) \leq \\ &T_1^2 \left( -c_1 e_1^2 + g_1 \left( \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \right) - e_1 \theta_1 \tanh(e_1/\varphi) + |e_1| \theta_1 - \frac{1}{2} \sigma_1 \tilde{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \sigma_1 \theta_1^2 \right) \leq \\ &T_1^2 \left( -\left( c_1 - \frac{g_1}{2} \right) e_1^2 + 0.2785\varphi \theta_1 + \frac{1}{2} \sigma_1 \theta_1^2 - \frac{1}{2} \sigma_1 \tilde{\theta}_1^2 + \frac{g_1}{2} e_2^2 \right). \end{aligned} \quad (21)$$

第*i*步 建立如下观测器ESO<sub>*i*</sub>对未知项*f<sub>i</sub>*进行估计:

$$\begin{cases} \dot{e}_{zi} = z_{i1} - x_i, \\ \dot{z}_{i1} = z_{i2} + g_i x_{i+1} - \beta_{i1} e_{zi}, \\ \dot{z}_{i2} = -\beta_{i2} r(e_{zi}, \gamma), \end{cases} \quad (22)$$

式中*e<sub>zi</sub>*为状态*z<sub>i1</sub>*对*x<sub>i</sub>*的逼近误差, *z<sub>i2</sub>*是对*f<sub>i</sub>*的估计,  $\beta_{i1}, \beta_{i2}$ 为设计参数. 这里, 定义式 (22) 的逼近误差为  $\varepsilon_i = f_i - z_{i2}$ .

针对系统 (1), 设计第*i*步虚拟控制量:

$$\alpha_i = \frac{1}{g_i} (-c_i e_i - z_{i2} - \hat{\theta}_i \tanh(e_i/\varphi) + z_i \dot{d}_{vi} + v_{2,i-1}), \quad (23)$$

式中*c<sub>i</sub>*和 $\varphi$ 均为正定常数,  $\hat{\theta}_i$ 为设计的自适应控制律,  $v_{2,i-1}$ 为对 $\dot{\alpha}_{i-1}$ 的估计值,  $d_{vi} = h_i - |e_i|$ , 同时定义  $T_i = 1/d_{vi}$ .

式 (23) 中, 自适应控制律 $\hat{\theta}_i$ 的微分为

$$\dot{\hat{\theta}}_i = T_i^2 (e_i \tanh(e_i/\varphi) - \sigma_i \hat{\theta}_i), \quad (24)$$

式中 $\sigma_i$ 为正常数,  $\hat{\theta}_i$ 是 $\theta_i$ 的估计值, 这里记自适应估计误差 $\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta_i$ .

将式 (23)、(24) 代入式 (13) 可以得到

$$\dot{z}_i = T_i (-c_i e_i + g_i e_{i+1} - \hat{\theta}_i \tanh(e_i/\varphi) + f_i - z_{i2} + v_{2,i-1} - \dot{\alpha}_{i-1}). \quad (25)$$

选取 Lyapunov 函数:

$$V_i = \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_i^2. \quad (26)$$

对式 (26) 求导可得

$$\dot{V}_i = T_i^2 (-c_i e_i^2 + g_i e_i e_{i+1} - \hat{\theta}_i e_i \tanh(e_i/\varphi) + e_i (f_i - z_{i2}) + e_i (v_{2,i-1} - \dot{\alpha}_{i-1}) + \tilde{\theta}_i e_i \tanh(e_i/\varphi) - \sigma_i \tilde{\theta}_i \hat{\theta}_i). \quad (27)$$

根据引理 1 以及不等式  $|e_i| - e_i \tanh\left(\frac{e_i}{\varphi}\right) \leq 0.2785\varphi$ , 对式 (27) 进一步化简:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq T_i^2 \left( -c_i e_i^2 + g_i e_i e_{i+1} - \hat{\theta}_i e_i \tanh\frac{e_i}{\varphi} + e_i \varepsilon_i + e_i \mu_i + \tilde{\theta}_i e_i \tanh\frac{e_i}{\varphi} - \sigma_i \tilde{\theta}_i \hat{\theta}_i \right) \leq \\ &T_i^2 \left( -c_i e_i^2 + g_i \left( \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} e_{i+1}^2 \right) - \theta_i e_i \tanh\frac{e_i}{\varphi} + |e_i| \theta_i - \frac{1}{2} \sigma_i \tilde{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \sigma_i \theta_i^2 \right) \leq \\ &T_i^2 \left( -\left( c_i - \frac{g_i}{2} \right) e_i^2 + 0.2785\varphi \theta_i + \frac{1}{2} \sigma_i \theta_i^2 - \frac{1}{2} \sigma_i \tilde{\theta}_i^2 + \frac{g_i}{2} e_{i+1}^2 \right), \end{aligned} \quad (28)$$

式中 $\theta_i = \varepsilon_i + \mu_i$ ,  $\varepsilon_i$ 为未知项*f<sub>i</sub>*的逼近误差,  $\mu_i$ 为 $\alpha_{i-1}$ 微分的逼近误差.

第*n*步 对于系统 (1) 中*f<sub>n</sub>*这一未知项, 建立如下免疫观测器ESO<sub>*n*</sub>, 其形式如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_{zn} = z_{n1} - x_n, \\ \dot{z}_{n1} = z_{n2} + g_n u - \beta_{n1} e_{zn}, \\ \dot{z}_{n2} = -\beta_{n2} r(e_{zn}, \gamma), \end{cases} \quad (29)$$

式中*e<sub>zn</sub>*为状态*z<sub>n1</sub>*对*x<sub>n</sub>*的逼近误差, *z<sub>n2</sub>*是对*f<sub>n</sub>*的估计,  $\beta_{n1}, \beta_{n2}$ 为设计参数. 这里, 定义式 (29) 的逼近误差为  $\varepsilon_n = f_n - z_{n2}$ .

针对系统 (1) 设计最终的系统输入信号:

$$w(t) = \frac{1}{g_n \underline{\chi}} (-c_n e_n - \hat{\theta}_n \tanh(e_n/\varphi) - z_{n2} + v_{2,n} + z_n \dot{d}_{vn}) - \frac{1}{\underline{\chi}} (\bar{\chi} - \underline{\chi}) M - \frac{1}{\underline{\chi}} \bar{\lambda}, \quad (30)$$

式中*c<sub>n</sub>*和 $\varphi$ 均为正定常数,  $\hat{\theta}_n$ 为设计的自适应控制律,  $v_{2,n}$ 为对 $\dot{\alpha}_{n-1}$ 的估计值,  $d_{vn} = h_n - |e_n|$ , 同时定义  $T_n = 1/d_{vn}$ .

式 (30) 中, 自适应控制律 $\hat{\theta}_n$ 的微分为

$$\dot{\hat{\theta}}_n = T_n^2 (e_n \tanh(e_n/\varphi) - \sigma_n \hat{\theta}_n), \quad (31)$$

式中 $\sigma_n$ 为正常数,  $\hat{\theta}_n$ 是 $\theta_n$ 的估计值, 这里记自适应估计误差 $\tilde{\theta}_n = \hat{\theta}_n - \theta_n$ .

将式 (30)、(31) 代入式 (13) 可以得到

$$\dot{z}_n = T_n (-c_n e_n + f_n - z_{n2} - \hat{\theta}_n \tanh(e_n/\varphi) + v_{2,n} - \dot{\alpha}_{n-1} - g_n (\bar{\chi} - \underline{\chi}) M - g_n \bar{\lambda} + g_n (\underline{\chi} \rho(t) w(t) + \lambda(t))). \quad (32)$$

选取 Lyapunov 函数:

$$V_n = \frac{1}{2} z_n^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_n^2. \tag{33}$$

对式 (33) 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n = z_n \dot{z}_n + \tilde{\theta}_n \dot{\tilde{\theta}}_n = T_n^2 &(-c_n e_n^2 - \hat{\theta}_n e_n \tanh(e_n/\varphi) + e_n(f_n - z_{n2}) + \tilde{\theta}_n e_n \tanh(e_n/\varphi) - \sigma_n \tilde{\theta}_n \hat{\theta}_n + \\ &e_n(v_{2,n} - \dot{\alpha}_{n-1}) + e_n(g_n(\underline{\chi} - \bar{\chi})M + g_n \bar{\lambda} - g_n(\underline{\chi}\rho(t)w(t) + \lambda(t)))) \end{aligned} \tag{34}$$

通过式 (6) 和 (8) 以及假设 2 可得

$$\underline{\chi}\rho(t)w(t) + \lambda(t) \leq (\bar{\chi} - \underline{\chi})M + \bar{\lambda}. \tag{35}$$

根据引理 1、式 (35) 以及不等式  $|e_n| - e_n \tanh\left(\frac{e_n}{\varphi}\right) \leq 0.2785\varphi$  可对式 (34) 进一步化简:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq T_n^2 &(-c_n e_n^2 + |e_n| |(f_n - z_{n2})| - \theta_n e_n \tanh(e_n/\varphi) - \sigma_n \tilde{\theta}_n \hat{\theta}_n + \\ &|e_n| (v_{2,n} - \dot{\alpha}_{n-1}) + |e_n| (g_n(\underline{\chi} - \bar{\chi})M + g_n \bar{\lambda} - g_n(\underline{\chi}\rho(t)w(t) + \lambda(t))) \leq \\ T_n^2 &(-c_n e_n^2 + |e_n| \epsilon_n + |e_n| \mu_n - \theta_n |e_n| \tanh(e_n/\varphi) - \sigma_n \hat{\theta}_n \tilde{\theta}_n + 2|e_n| |(g_n(\underline{\chi} - \bar{\chi})M + g_n \bar{\lambda})|) \leq \\ T_n^2 &\left(-c_n e_n^2 + 0.2785\varphi\theta_n + \frac{1}{2}\sigma_n \tilde{\theta}_n^2 - \frac{1}{2}\sigma_n \tilde{\theta}_n^2\right), \end{aligned} \tag{36}$$

式中  $\theta_n = \epsilon_n + \mu_n + s_n$ ,  $\epsilon_n$  为未知项  $f_n$  的逼近误差,  $\mu_n$  为  $\alpha_{n-1}$  微分的逼近误差,  $s_n = 2|(g(\underline{\chi} - \bar{\chi})M + \bar{g}\bar{\lambda})|$ .

### 3 稳定性分析

我们在前文给出控制器设计的基础上, 对整个系统的收敛性进行整体分析.

选取系统的 Lyapunov 函数如下:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i. \tag{37}$$

结合式 (21)、(28) 和 (36) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq T_1^2 &\left(-\left(c_1 - \frac{g_1}{2}\right)e_1^2 - \frac{1}{2}\sigma_1 \tilde{\theta}_1^2 + 0.2785\varphi\theta_1 + \frac{1}{2}\sigma_1 \theta_1^2 + \frac{g_1}{2}e_2^2\right) + \\ T_i^2 &\left(-\sum_{i=2}^{n-1} \left(c_i - \frac{g_i}{2}\right)e_i^2 - \frac{1}{2}\sigma_i \tilde{\theta}_i^2 + 0.2785\varphi\theta_i + \frac{1}{2}\sigma_i \theta_i^2 + \frac{g_i}{2}e_{i+1}^2\right) + \\ T_n^2 &\left(-c_n e_n^2 - \frac{1}{2}\sigma_n \tilde{\theta}_n^2 + 0.2785\varphi\theta_n + \frac{1}{2}\sigma_n \theta_n^2\right) \leq \\ &-(c_1 - \bar{g})z_1^2 - \sum_{i=2}^{n-1} (c_i - \bar{g})z_i^2 - (c_n - \bar{g})z_n^2 - \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i T_i^2}{2} \tilde{\theta}_i^2 + T_{\max}^2 \sum_{i=1}^n \left(0.2785\varphi\theta_i + \frac{1}{2}\sigma_i \theta_i^2\right), \end{aligned} \tag{38}$$

式中  $T_{\max} = \max\{T_i\}$ . 由于前文的观测器的逼近误差  $\epsilon_i$  和微分器的逼近误差  $\mu_i$  都是有界的, 因此可以进一步得到  $\theta_i$  是有界的, 从而进一步简化式 (38) 可得

$$\dot{V} \leq -2\Lambda V + \Delta, \tag{39}$$

式中  $\Lambda = \min_{i \leq 1 \leq n} \left\{c_i - \bar{g}, c_i - \bar{g}, c_n - \bar{g}, \sigma_i T_i^2\right\}$ ,  $\Delta = T_{\max}^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i \theta_i^2}{2} + 0.2785\varphi\theta_i\right)$ .

根据式 (39) 可知, 选取合适的参数  $\Lambda > \left(\frac{\Delta}{2V}\right)$ , 并且  $\forall \Lambda > 0$ , 则有  $\dot{V} \leq 0$ . 对式 (39) 两边同时积分, 可得

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\Delta}{2\Lambda} + \left(V(0) - \frac{\Delta}{2\Lambda}\right)e^{-2\Lambda t}. \tag{40}$$

由式 (40) 可得闭环系统所有信号是最终有界的.

### 4 仿真算例

为了验证上述所提出控制方法的有效性, 将本文的控制方法应用在液压伺服系统<sup>[25]</sup>中, 同时与线性滑膜面 (LSMC) 做对比, 阀控液压缸系统如图 1 所示. 其中  $x, A$  分别为输出位移、活塞的有效作用面积, 负载压力  $C_L = C_1 - C_2$ , 驱动力  $F = AC_L$ ,  $m$  为负载质量, 进油流量为  $N_L = \frac{1}{2}(N_1 - N_2)$ .

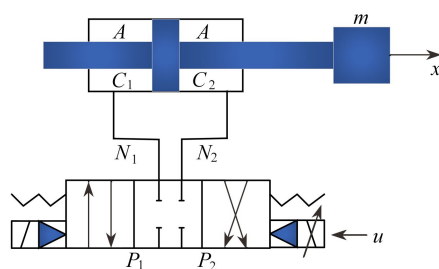


图1 阀控液压缸系统

Fig. 1 The schematic diagram of the hydraulic servo system

选取状态变量  $x = [x_1, x_2, x_3]^T = [x, \dot{x}, F/m]^T$ , 可得其状态方程模型为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{k_s}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -\frac{\varpi A^2}{m}x_2 - \varpi C_t x_3 + \frac{\varpi A \psi}{m}u, \\ y = x_1, \end{cases} \tag{41}$$

其中负载质量  $m = 40 \text{ kg}$ , 弹簧系数  $k_s = 15\,000 \text{ N/m}$ , 阻尼系数  $c = 1\,500 \text{ N/(m/s)}$ , 液压缸总容积  $V_t = 6.5312 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ , 活塞的有效作用面积  $A = 3.2656 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ , 泄露系数  $C_t = 4 \times 10^{-13} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$ , 液压油的弹性模数  $\beta_e = 700 \text{ MPa}$ , 伺服阀输入与输出的有效转化比率  $\psi = 0.01 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ , 系统参数  $\varpi = 4\beta_e/V_t$ .

依据本文第2节, 设计的虚拟控制律以及最终的控制信号如下:

$$\begin{cases} \alpha_1 = -c_1 e_1 - \hat{\theta}_1 \tanh\left(\frac{e_1}{\varphi}\right) + z_1 \dot{d}_{v1} + \dot{x}_r, \\ \alpha_2 = -c_2 e_2 - z_{22} - \hat{\theta}_2 \tanh\left(\frac{e_2}{\varphi}\right) + z_2 \dot{d}_{v2} + v_{2,1}, \\ w(t) = \frac{m}{\varpi A \psi} \left( -c_3 e_3 - z_{32} - \hat{\theta}_3 \tanh\left(\frac{e_3}{\varphi}\right) + z_3 \dot{d}_{v3} + v_{2,3} \right) - \frac{1}{\underline{\chi}} (\bar{\chi} - \underline{\chi}) M - \frac{1}{\underline{\chi}} \bar{\lambda}. \end{cases} \tag{42}$$

LSMC 控制律为

$$\begin{aligned} s &= \ddot{e}_1 + \dot{e}_1 + \ell_1 e_1, \tag{43} \\ u &= \frac{m}{\varpi A \psi} \left( x_r + \ddot{x}_r + c_1 \dot{x}_r - \left( \frac{k_s c}{m^2} - \frac{k_s}{m} \right) x_1 - \left( -\frac{k_s}{m} - \frac{c}{m} + \frac{c^2}{m^2} - \frac{\varpi A^2}{m} + \ell_1 \right) x_2 - \right. \\ &\quad \left. \left( -\frac{c}{m} + 1 - \varpi C_t \right) x_3 - D \text{sign}(s) \right). \tag{44} \end{aligned}$$

系统的初始状态  $[x_1(0), x_2(0), x_3(0)] = [0.1, 0, 0]$ ; 本文控制器的相关参数为  $c_1 = 22, c_2 = 24, c_3 = 22$ ; 观测器相关参数为  $\gamma = 1, \beta_{21} = 40, \beta_{22} = -600, \beta_{31} = 40, \beta_{32} = -600$ ; 自适应控制律的相关参数为  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0.001$ ; 漏斗函数相关参数为  $\beta_0 = 2, \beta_\infty = 0.01, c = 2$ ; 预设跟踪信号为  $x_r = 0.1 \sin(t)$ ; 指令滤波器的相关参数为  $\tau_1 = 5, \tau_2 = 0.5$ ; 死区输入参数为  $d_1 = 0.2, d_r = 0.3, q_1 = 0.5, q_r = 0.5, M = 1\,000$ ; LSMC 的相关参数为  $\ell_1 = 2, D = 0.001$ . 按照以上所设计的控制器, 对系统 (41) 在 MATLAB/Simulink 进行仿真研究, 仿真结果如图 2~5 所示.

这里, 定义跟踪误差极差的绝对值  $e_c = |e_{1\max} - e_{1\min}|$ , 以及跟踪误差的均方根值  $e_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_1^2(i)}$ , 其中  $e_{1\max}$  为  $e_1$  的最大值,  $e_{1\min}$  为  $e_1$  的最小值,  $N$  为采集  $e_1$  数据的总数. 使用上述定义来量化评价本文控制器与 LSMC, 量化结果如表 1 所示.

表1 两种不同控制器的误差分析

Table 1 Error analysis for the control effects of 2 different controllers

controller	index	
	$e_c$	$e_{\text{RMS}}$
LSMC	0.140 10	0.052 97
proposed method	0.117 80	0.016 75



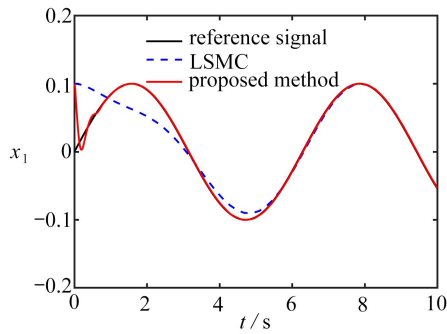


图 2 跟踪曲线图

Fig. 2 The tracking curve

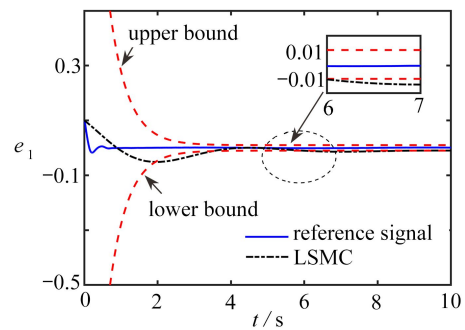


图 3 输出误差曲线图

Fig. 3 The error curve

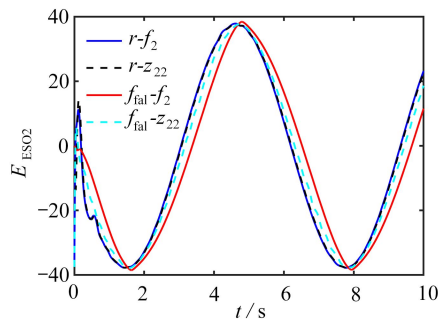


图 4  $f_2$ 和 $z_{22}$ 的曲线

Fig. 4 Curves of  $f_2$  and  $z_{22}$

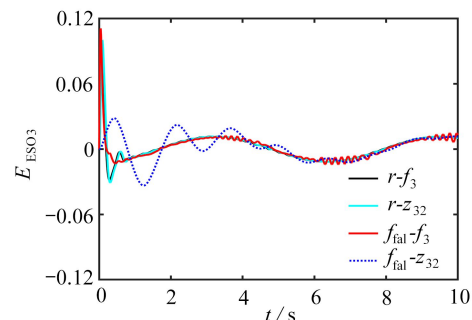


图 5  $f_3$ 和 $z_{32}$ 的曲线

Fig. 5 Curves of  $f_3$  and  $z_{32}$

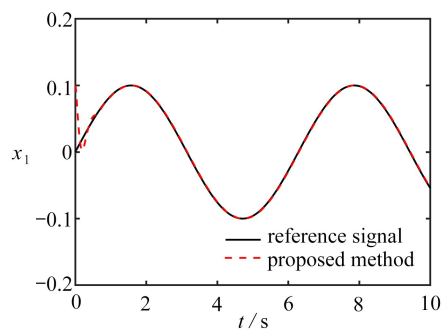


图 6 加入噪声扰动跟踪曲线图

Fig. 6 The tracking curve with noise

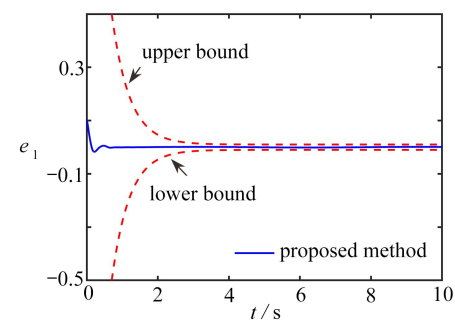


图 7 加入噪声扰动输出误差曲线图

Fig. 7 The error curve with noise

注 为了解释图中的颜色, 读者可以参考本文的电子网页版本.

图 2、3 表明, 在系统 (41) 输出存在初始误差时, 线性滑膜控制方法以及本文使用的免疫函数设计的控制器都能达到跟踪的效果. 但通过比较可以看出, 本文所设计的控制器能够在 1 s 内实现系统输出稳定跟踪预设信号, 并且最终输出跟踪误差可以收敛在设定的小区间  $(-0.01, 0.01)$  内. 从表 1 中可以看出, 本文控制方法误差波动区间范围更小, 可以获得更小的稳态误差. 图 4、5 展示出基于免疫函数的观测器与基于  $f_{fal}$  函数的观测器各自的观测效果. 从图 4、5 可以看出, 基于免疫函数的观测器收敛速度更快, 观测效果更好, 并且基于免疫函数的观测器在瞬态阶段出现超调是由于此观测器瞬态收敛所导致, 可以通过调节参数进行改进.

为进一步体现本文所设计控制器的抗干扰性, 在本文设计的输入信号中加入扰动  $0.2 \text{rand } n(1, 1)$ , 从而对本文控制系统的抗扰性能进行仿真研究, 仿真结果如图 6、7 所示. 图 6、7 中加入噪声作为扰动信号的控制效果与图 2、3 中不加入噪声的控制效果基本上是相同的, 表明本文的控制器设计具有良好的抗外界干扰的能力, 具有较强的鲁棒性.

## 5 结 论

本文研究了一类具有死区输入的预设约束未知高阶严格反馈非线性系统的控制问题,利用光滑免疫函数设计观测器,解决了系统中未知项无法直接获取的问题,同时解决了观测过程中的抖振问题,通过将漏斗控制技术、双曲正切函数和自适应控制相结合,提出了一种新颖的自适应状态反馈控制策略;引入指令滤波器处理反步法中微分爆炸问题.本文所提出的控制策略可以有效地跟踪期望轨迹,而且误差维持在预设的漏斗约束内,最后将本文的控制方法应用到液压伺服驱动系统中,通过仿真结果证明了所设计控制器的有效性.但本文设计的控制器理论上达到最终的控制效果没有时间约束要求,可进一步改进控制器使得其在固定时间内达到控制要求.

### 参考文献(References):

- [1] SHE X, LIU J, ALCAIDE A M, et al. Adaptive second-order sliding mode control for grid-connected NPC converters with enhanced disturbance rejection[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2022, **37**(1): 206-220.
- [2] ZHOU Q, DU P, LI H, et al. Adaptive fixed-time control of error-constrained pure-feedback interconnected nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Systems Man Cybernetics-Systems*, 2021, **51**(10): 6369-6380.
- [3] 刘祥, 童东兵, 陈巧玉. 基于观测器的非严格反馈时滞非线性系统的神经网络自适应控制[J]. *应用数学和力学*, 2021, **42**(6): 586-594. (LIU Xiang, TONG Dongbing, CHEN Qiaoyu. Observer-based adaptive neural network control for nonstrict-feedback nonlinear systems with time delays[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(6): 586-594.(in Chinese))
- [4] WANG T, GAO H, QIU J. A combined adaptive neural network and nonlinear model predictive control for multirate networked industrial process control[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, **27**(2): 416-425.
- [5] TRUONG N, PHAM D H, VAN ANH H, et al. Fuzzy-based distributed behavioral control with wall-following strategy for swarm navigation in arbitrary-shaped environments[J]. *IEEE Access*, 2021, **9**: 139176-139185.
- [6] AYMEN F, MOHAMED N, CHAYMA S, et al. An improved direct torque control topology of a double stator machine using the fuzzy logic controller[J]. *IEEE Access*, 2021, **9**: 126400-126413.
- [7] WANG Z, ZOU L, SU X, et al. Hybrid force/position control in workspace of robotic manipulator in uncertain environments based on adaptive fuzzy control[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2021, **145**: 103870.
- [8] GUAN C, PAN S. Nonlinear adaptive robust control of single-rod electro-hydraulic actuator with unknown nonlinear parameters[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, **16**(3): 434-445.
- [9] LI Z, ZHANG R. Time-varying sliding mode control of missile based on suboptimal method[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2021, **32**(3): 700-710.
- [10] YU J, SHI P, DONG W, et al. Adaptive fuzzy control of nonlinear systems with unknown dead zones based on command filtering[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, **26**(1): 46-55.
- [11] LI H, HUA C, LI K. Fixed-time stabilization for interconnected high-order nonlinear systems with dead-zone input and output constraint[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2021, **358**(14): 6923-6940.
- [12] DONG W, FARRELL J A, POLYCARPOU M M, et al. Command filtered adaptive backstepping[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, **20**(3): 566-580.
- [13] XIA Y, ZHU Z, FU M. Back-stepping sliding mode control for missile systems based on an extended state observer[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2011, **5**(1): 93-102.
- [14] TALOLE S E, KOLHE J P, PHADKE S B. Extended-state-observer-based control of flexible-joint system with experimental validation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2010, **57**(4): 1411-1419.
- [15] 郑怀航, 王军政, 刘冬琛, 等. 融合前馈与姿态预测的并联稳定平台自抗扰控制策略[J]. *机械工程学报*, 2021, **57**(9): 19-27. (ZHENG Huaihang, WANG Junzheng, LIU Dongchen, et al. Active disturbance rejection control strategy of parallel stable platform based on feedforward and attitude prediction[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, **57**(9): 19-27.(in Chinese))

- [16] 张立鹏, 李小花, 何志江. 严格反馈非线性系统基于事件触发的自抗扰预设有限时间跟踪控制[J]. 信息与控制, 2021, **50**(4): 441-448, 458. (ZHENG Lipeng, LI Xiaohua, HE Zhijiang. Event-triggered preassigned finite-time tracking control with active disturbance rejection for a class of strict feedback nonlinear systems[J]. *Information and Control*, 2021, **50**(4): 441-448, 458.(in Chinese))
- [17] 蒲明, 刘鹏, 熊皓. Fal函数的改进及3种新型非线性扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 2021, **36**(7): 1655-1662. (PU Ming, LIU Peng, XIONG Ai. Advanced Fal function and three novel nonlinear extended state observers[J]. *Control and Decision*, 2021, **36**(7): 1655-1662.(in Chinese))
- [18] CHENG Y, REN X, ZHENG D, et al. Non-linear bandwidth extended-state-observer based non-smooth funnel control for motor-drive servo systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, **69**(6): 6215-6224.
- [19] WANG S, YU H, YU J, et al. Adaptive neural funnel control for nonlinear two-inertia servo mechanisms with backlash[J]. *IEEE Access*, 2019, **7**: 33338-33345.
- [20] WANG H, FANG L, HU M, et al. Adaptive funnel fast nonsingular terminal sliding mode control for robotic manipulators with dynamic uncertainties[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2021, **235**(18): 3678-3693.
- [21] LI H, ZHAO S, HE W, et al. Adaptive finite-time tracking control of full state constrained nonlinear systems with dead-zone[J]. *Automatica*, 2019, **100**: 99-107.
- [22] MA M, WANG T, GUO R, et al. Neural network-based tracking control of autonomous marine vehicles with unknown actuator dead-zone[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2022, **32**(5): 2969-2982.
- [23] 曾喆昭, 吴亮东, 陈韦名. 基于ESO的一类线性时变系统自学习滑模控制方法[J]. 控制与决策, 2016, **31**(11): 2101-2105. (ZENG Zhezhaohao, WU Liangdong, CHEN Weiming. Self-learning sliding mode control method of a class of linear time-varying systems based on ESO[J]. *Control and Decision*, 2016, **31**(11): 2101-2105.(in Chinese))
- [24] ZHANG J, YANG G. Prescribed performance fault-tolerant control of uncertain nonlinear systems with unknown control directions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(12): 6529-6535.
- [25] NA J, LI Y P, HUANG Y B, et al. Output feedback control of uncertain hydraulic servo systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, **67**(1): 490-500.