

基于 POD-RBF 方法的管道内壁几何识别*

余波^{1,2}, 陶盈盈¹

(1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院 工程力学系, 合肥 230009;
2. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 针对天然气、石油等管道内部被腐蚀问题, 基于本征正交分解-径向基函数 (POD-RBF) 提出了一种管道内壁几何识别方法. 考虑静磁场并建立管道的简化有限元模型, 构建变几何样本库, 实现了 POD-RBF 对任意形状的响应预测. 该方法在降阶分析的同时避免了迭代过程中因几何的改变需反复求解刚度矩阵, 在很大程度上提高了计算效率. 采用灰狼优化 (GWO) 算法对目标函数实施优化, 避免了在变几何过程中灵敏度的求解. 算例结果显示, 该方法可高效准确地反演管道内壁的几何形状, 即使在引入噪声后 GWO 算法仍具有较好的稳定性.

关键词: 管道内壁几何形状识别; 降阶代理模型; 本征正交分解; 径向基函数; 灰狼优化算法
中图分类号: O302 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.430168

Identification of Pipeline Inner Wall Geometry Based on the POD-RBF Method

YU Bo^{1,2}, TAO Yingying¹

(1. *Department of Engineering Mechanics, School of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, P.R.China;*
2. *State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, P.R.China*)

Abstract: Based on the proper orthogonal decomposition-radial basis function (POD-RBF), a geometric identification method for pipeline inner wall was proposed to solve the internal corrosion detection problem of natural gas and oil pipelines. In view of the static magnetic field, the simplified finite element model for the pipelines was established, and the variable-geometry sample library was constructed, to realize the response prediction of arbitrary geometry by the POD-RBF. The proposed method achieves reduced-order analysis and avoids repeated solution of the stiffness matrix due to the geometrical change during the identification process. Hence, it can significantly improve the computation efficiency. Finally, the grey wolf optimization (GWO) algorithm was used to optimize the objective function and avoid the calculation of the sensitivity in the process of geometry change. The numerical examples show that, the proposed method has high efficiency and accuracy in the geometric identification of the pipeline inner wall, with good stability even under introduced noises.

Key words: identification of pipeline inner wall geometry; reduced-order surrogate model; proper orthogonal decomposition; radial basis function; grey wolf optimization algorithm

* 收稿日期: 2022-05-18; 修订日期: 2022-10-04

基金项目: 国家自然科学基金(面上项目)(11872166)

作者简介: 余波(1983—), 男, 教授, 博士生导师(通讯作者. E-mail: yubochina@hfut.edu.cn).

引用格式: 余波, 陶盈盈. 基于 POD-RBF 方法的管道内壁几何识别[J]. 应用数学和力学, 2023, 44(4): 406-418.

0 引言

天然气和石油是当今世界上重要的化石能源,管道运输是其主要的运输方式.由于长时间的运输,管道内部很容易发生腐蚀老化,进而导致管壁破裂和油气泄漏等灾难性事件的发生^[1].因此,管道缺陷检测对保证其运输安全尤为重要,识别管道内壁被腐蚀的几何形状对精准评估管道的腐蚀程度具有深刻的指导意义.

几何形状识别^[2-4]主要通过系统外表面响应数据进行内部几何形状估算,属于反几何问题.近年来,多种无损检测技术^[5-6]已被广泛应用于管道状况的评估,其中漏磁检测法^[7]由于检测范围广、灵敏度高、适应性强以及零污染等优势备受关注.显然,准确快速地求解磁场正问题是确保几何形状高效识别的前提.在众多正问题数值求解方法中,有限元法因其强大的适应性和稳定性,迄今为止已被广泛地应用于求解磁场问题^[8-10],并获得了准确的结果.因此,本文采用有限元法求解磁场的相关响应量,并以此为基础进行管道内壁几何形状的识别.

选用合适的优化方法是反几何问题成功的另一关键点,优化方法可分为局部搜索的梯度类优化算法和全局搜索的演化类优化算法.由于在几何形状识别过程中其形状会随迭代过程不断更新,从而对目标函数灵敏度的求解带来一定的困难,且灵敏度的求解在一定程度上会增加反演计算的成本.为避免灵敏度的计算并实现全局搜索的目标,本文选用非梯度类算法进行目标函数的优化.具有代表性的方法包括遗传算法^[11]、布谷鸟搜索算法^[12]、蚁群算法^[13-14]、粒子群算法^[15-16]和灰狼优化算法(grey wolf optimization, GWO)^[17-18]等,其中GWO算法因其具有简单高效的优势而广受学者的关注.Mirjalili等^[17]提出了GWO算法并将其应用于解决工程设计问题.Kohli等^[19]将混沌理论引入到GWO算法中,以加快其全局收敛速度.文献[20]对目前GWO算法的相关改进及应用进行了总结,验证了该方法的可行性和有效性.基于此,本文选取GWO算法来实现管道内壁的几何形状识别.

在反迭代过程中需多次实施正问题分析,尤其对于全局类演化搜索算法,调用正问题分析的次数或许可达成千上万次.此外,对于大型复杂模型,因其高维数和复杂性,直接进行分析相对困难且数值模拟耗时过长^[21].为此,对数值模型的规模或阶数进行有效的降阶处理就显得尤为重要.Hellström等^[22]利用本征正交分解法(proper orthogonal decomposition, POD)进行了管道流动中结构的识别.Eftekhar Azam等^[23]结合该方法和人工神经网络,提出了一种监督学习方法,并用于检测、定位和量化结构损伤强度.POD是预测响应最受欢迎的模型降阶方法之一,该方法以有限的捕获计算过程中的主要成分,可显著降低自由度,提升计算效率.但该方法的精度受样本数量与样本间相关性等因素的影响,样本的选择至关重要.利用本文建立的变几何样本库可有效处理这一难题.

常规POD的预测模型随着几何形状的改变需要反复更新有限元刚度矩阵,这在一定程度上严重增加了POD模型的计算成本.因此,探索一种代理模型以避免在计算过程中因几何改变反复求解有限元刚度矩阵是非常有必要的.常见的代理模型有多项式回归(polynomial regression, PR)^[24-25]、Kriging(KRG)^[26-27]、径向基函数(radial basis function, RBF)^[28-30]和人工神经网络(artificial neural network, ANN)^[31-32]等.其中,PR模型是通过样本数据基于最小二乘原理来拟合近似多项式.由于PR的模型简单、计算量小,且多项式的平滑能力能使带有噪声的函数快速收敛,因而成为最常用的代理模型之一.然而,PR在处理高度非线性问题时,由于高次多项式的使用会出现不稳定现象.KRG是对区域变量求无偏内插估计值的一种插值方法,预测精度主要依赖于初始采样,可能会导致模型过早停止或过于局部收敛.ANN是一种模拟人脑分析和处理信息方式的人工智能算法.该方法从复杂的数据中学习,确定输入和输出变量之间的关系,从而进行预测分析.RBF模型以关于Euclidean距离或者其他类似度量的函数为基函数^[33-34],通过线性加权来插值拟合数据.Jin等^[35]利用多种性能评价标准和14个标准测试函数系统地比较研究了PR、RBF和KRG等代理模型的性能,得出在处理不同阶数的非线性和问题规模时,RBF模型在准确性和稳定性等方面的表现最好.Jing等^[36]提出了一种基于自适应RBF与遗传算法相结合的可靠性评估方法,以降低结构可靠性分析的计算成本.Liu等^[37]针对多目标优化计算量大的问题,利用RBF提出一种基于自适应逼近模型的高效多目标优化方法,并通过算例验证了该方法的有效性和实用性.综上,若将POD和RBF的优势耦合,即可实现在降阶分析正问题的同时避免刚度矩阵的重复计算.例如,Khatir等^[38]基于扩展等几何分析,将断裂力学试验与数值模型相结合,利用POD-RBF识别了板结构的单、多裂纹.Henneron等^[39]应用该方法能够在合理的计算时间和良好的

精度下得到有限元的近似解,从而模拟非线性静磁器件.Wang等^[40]基于仿真结果,采用 POD-RBF 的降阶方法,预测了不同滑移幅值和不同微动磨损循环次数下试样的磨损特性.研究表明,POD-RBF 可高效准确地预测相关响应量,显著地降低计算成本.截至目前,已出版的研究工作基本上是基于固定几何样本库采用 POD-RBF 进行响应量的预测.为此,本文基于构建的变几何样本库建立了 POD-RBF 降阶代理模型.该方法可期望在识别过程中避免因管道内壁几何形状的改变而需反复求解刚度矩阵,在满足拟合精度要求的前提下降低计算成本.

1 管道内部几何反演理论

1.1 静磁场二维有限元基本理论

本文在静磁场环境中进行管道内壁几何形状的识别,将其简化为平面问题,对应的平衡方程为^[41]

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_r}\frac{\partial A_z(\mathbf{x})}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_r}\frac{\partial A_z(\mathbf{x})}{\partial y}\right) = \mu_0 J_z, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x} = (x, y)$, μ_r 为相对磁导率, μ_0 为空气磁导率, A_z 为磁势, J_z 为电流密度.

考虑两类边界条件:

$$\begin{cases} A_z(\mathbf{x}) = p, & \mathbf{x} \in \Gamma_1, \\ \frac{\partial A_z(\mathbf{x})}{\partial m} = -B_t z, & \mathbf{x} \in \Gamma_2. \end{cases} \quad (2)$$

如图 1 所示, $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ 表示域 Ω 的边界, m, n 分别是 Γ_2 和 Γ_d 的法向单位矢量, B_t 为切向磁通密度.

在磁导率不同的两种媒质界面 Γ_d 上,磁势应满足连续性条件:

$$A_z^+ = A_z^-, \quad \frac{1}{\mu_r^+} \frac{\partial A_z^+}{\partial n} = \frac{1}{\mu_r^-} \frac{\partial A_z^-}{\partial n}. \quad (3)$$

对式(1)应用 Galerkin 有限元法可得

$$R_i^e = \iint_{\Omega^e} N_i^e \left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_r}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_r}\frac{\partial A_z}{\partial y}\right) - \mu_0 J_z \right] dx dy, \quad (4)$$

通过有限元离散可得

$$\mathbf{K}\mathbf{A}_z = \mathbf{J}_z, \quad (5)$$

其中 \mathbf{K} 为总体刚度矩阵, \mathbf{A}_z 为结点磁势向量, \mathbf{J}_z 为电流载荷向量.

不同管道内壁几何对应模型不同的表面磁势信息,其中管道内壁几何由若干个几何参数表示.在管道内壁识别过程中,通过有限元计算获得不同管道内壁几何相应的磁势信息,进而生成样本,并建立磁势数据与几何参数的关系.另外,利用管道内壁真实几何模型的磁势信息,对管道内壁几何形状进行预测.

1.2 本征正交分解-径向基函数

在采用 POD-RBF 求解之前,建立有效的样本库关系到问题的求解精度,因此选取合适的样本点至至关重要.拉丁超立方抽样(Latin hypercube sampling, LHS)方法是目前使用较为广泛的抽样方法之一,该抽样方法利用分层的思想,保证样本点是从给定的设计空间内均匀随机抽取的.基于 LHS 生成 POD-RBF 降阶代理模型所需样本库的参数,有效避免了计算过程中因管道内壁几何形状改变反复更新刚度矩阵,能在保证计算精度的同时提高计算效率.

绝大部分工作均选用某个方向上的磁感应强度进行研究,我们期望从数值上建立全面反应有关磁感应强度信息的数据与模型几何的关系,故选用有限元分析中的磁势作为响应量.在相同边界条件下,通过 LHS 生成对应的不同管道内壁几何参数,进而利用有限元计算得到磁势样本矩阵:

$$\boldsymbol{\psi} = [\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{\alpha}_1), \boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{\alpha}_2), \boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{\alpha}_3), \dots, \boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{\alpha}_N)], \quad (6)$$

式中 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 为控制管道内壁几何的参数, $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{\alpha}_i)$ 为 n 维磁势列向量, N 表示样本个数.

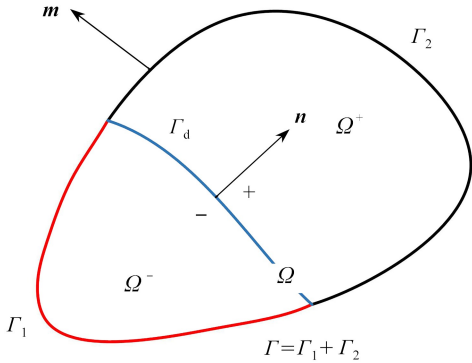


图 1 求解域示意图

Fig. 1 The diagram of the solution domain

对样本矩阵 $\boldsymbol{\psi}$ 进行奇异值分解:

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{C}\mathbf{S}\mathbf{V}^T, \quad (7)$$

式中 $\mathbf{C} \in R^{n \times n}$ 为 $\boldsymbol{\psi}$ 的左奇异向量组成的矩阵; $\mathbf{V} \in R^{N \times N}$ 为 $\boldsymbol{\psi}$ 的右奇异向量组成的矩阵; $\mathbf{S} \in R^{n \times N}$ 仅在主对角线上有值,称为 $\boldsymbol{\psi}$ 的奇异值,可表示为 $s_i (i = 1, 2, \dots, \min(n, N))$ 。所有奇异值按降序排列,通过以下规则

$$\sum_{i=1}^k s_i / \sum_{i=1}^{\min(n, N)} s_i \geq \chi \quad (8)$$

实现 k 个奇异值和对应奇异向量的自适应截断进而可近似描述矩阵 $\boldsymbol{\psi}$, 即

$$\boldsymbol{\psi}_{n \times N} = \mathbf{C}_{n \times n} \mathbf{S}_{n \times N} \mathbf{V}_{N \times N}^T \approx \hat{\mathbf{C}}_{n \times k} \hat{\mathbf{S}}_{k \times k} \hat{\mathbf{V}}_{k \times N}^T, \quad (9)$$

本文 χ 取 99.999%。

通过定义 $\boldsymbol{\sigma} = (\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{V}}^T)_{k \times N} = [\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2, \dots, \boldsymbol{\sigma}_N]$, 其中 $\boldsymbol{\sigma}_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 为 k 维列向量,式(10)中磁势响应量可近似表示为

$$\boldsymbol{\psi} = \hat{\mathbf{C}}\boldsymbol{\sigma}, \quad (10)$$

式中 $\boldsymbol{\sigma}$ 表示 $\boldsymbol{\psi}$ 在截断后,左奇异向量组成的矩阵 $\hat{\mathbf{C}}$ 上的系数矩阵。为了实现任意响应量的预测,使用 RBF 对 $\boldsymbol{\sigma}_i$ 进行展开:

$$\sigma_{qi} = \sum_{j=1}^N w_{qj} \phi_j(\boldsymbol{\alpha}_i), \quad (11)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, N; q = 1, 2, \dots, k$ 。

写成矩阵形式为

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{W}\boldsymbol{\Phi}, \quad (12)$$

其中 \mathbf{W} 为 w_{qj} 组成的矩阵, $\boldsymbol{\Phi}$ 可表示为

$$\begin{bmatrix} \phi_1(\boldsymbol{\alpha}_1) & \phi_1(\boldsymbol{\alpha}_2) & \cdots & \phi_1(\boldsymbol{\alpha}_N) \\ \phi_2(\boldsymbol{\alpha}_1) & \phi_2(\boldsymbol{\alpha}_2) & \cdots & \phi_2(\boldsymbol{\alpha}_N) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_N(\boldsymbol{\alpha}_1) & \phi_N(\boldsymbol{\alpha}_2) & \cdots & \phi_N(\boldsymbol{\alpha}_N) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

为了提升计算效率这里选用 inverse multiquadric (InvM) 核函数对 $\boldsymbol{\Phi}$ 进行近似展开,则 $\boldsymbol{\Phi}$ 中任一元素 $\phi_j(\boldsymbol{\alpha}_i)$ 可表示为

$$\phi_j(\boldsymbol{\alpha}_i) = (r_{ji}^2 + c^2)^{-1/2}, \quad (14)$$

式中, c 是取值大于零的平滑系数, r_{ji} 表达式如下:

$$r_{ji} = \|\boldsymbol{\alpha}_i - \boldsymbol{\alpha}_j\|_2, \quad (15)$$

$\|\boldsymbol{\alpha}_i\|_2$ 为 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 的 2 范数。由式(12)可得

$$\mathbf{W} = \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\Phi}^{-1}. \quad (16)$$

通过式(10)、(12)、(16)可得任意参数 $\boldsymbol{\alpha}_p$ 对应的磁势响应量:

$$\tilde{\boldsymbol{\psi}}(\boldsymbol{\alpha}_p) = \hat{\mathbf{C}}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\alpha}_p). \quad (17)$$

由式(17)可以看出,通过变几何样本库的构建,在求解不同管道内壁几何对应磁势响应量时,只需更新几何对应的基函数向量 $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\alpha}_p)$, 这将在很大程度上节省计算成本。

1.3 目标函数的优化

通过确定管道内壁几何参数 $\boldsymbol{\alpha}_p$ 即可确定管壁的几何形状,建立与 $\boldsymbol{\alpha}_p$ 有关的目标函数

$$J = \|\tilde{\boldsymbol{\psi}}(\boldsymbol{\alpha}_p) - \boldsymbol{\psi}_0\|_2^2, \quad (18)$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{\psi}}(\boldsymbol{\alpha}_p)$ 是 POD-RBF 预测的磁势结果, $\boldsymbol{\psi}_0$ 为磁势测量信息,本文基于假定的真实几何形状借助有限元法模拟获得。通过优化目标函数 J , 即可实现管道内壁几何的识别。本文拟采用 GWO 算法更新优化 $\boldsymbol{\alpha}_p$, 直到满足 $J < \varepsilon$ 或达到最大迭代步数 t_{\max} , 输出 $\boldsymbol{\alpha}_p$, 最终可确定管道内壁几何形状。

受灰狼群体捕食行为的启发, GWO 算法被提出。灰狼被认为是食物链顶端的捕食者,大部分喜欢群居,一个群体平均有 5~12 只狼。在群体中,他们有着严格的等级制度,如图 2 所示,从高到底依次是首领狼 a , 副

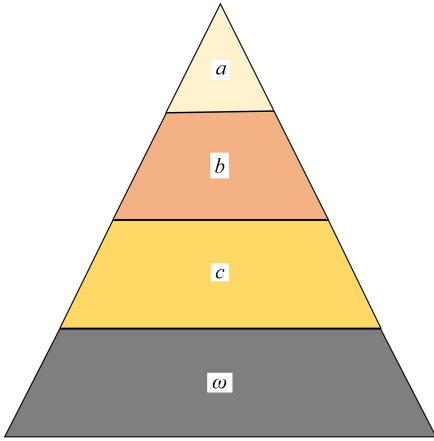


图2 灰狼的等级制度

Fig. 2 The hierarchy of gray wolves

首领狼 b , 普通狼 c 和底层狼 ω 。

灰狼的狩猎是在首领狼 a 的带领下, 进行围攻捕食。捕食过程分为三个阶段:

- 1) 通过气味跟踪、追逐、接近猎物;
- 2) 锁定猎物位置后, 进行包围;
- 3) 快速地攻击猎物。

在狼群捕食过程中, 围剿猎物公式为

$$C = |CX_p(t) - X(t)|, \tag{19}$$

$$C = 2\vartheta_1, \tag{20}$$

式中 $X_p(t)$ 为猎物的位置, t 是迭代步数, $X(t)$ 为灰狼的位置, ϑ_1 从 $[0, 1]$ 范围内随机取值。灰狼的位置更新如下:

$$X(t + 1) = X_p(t) - BD, \tag{21}$$

其中 $B = 2\varpi\vartheta_2 - \varpi, \vartheta_2$ 从 $[0, 1]$ 内随机取值, $\varpi = 2 - 2/t_{\max}$, t_{\max} 为最大迭代步数。

在更新过程中, 保留当前结果最好的前三组解, 依次为 a, b 和 c 狼的位置。狼群中其他狼的位置根据 a, b 和 c 狼的位置进行更新:

$$\begin{cases} X_1 = X_a - B_1 |CX_a(t) - X(t)|, \\ X_2 = X_b - B_2 |CX_b(t) - X(t)|, \\ X_3 = X_c - B_3 |CX_c(t) - X(t)|, \end{cases} \tag{22}$$

$$X(t + 1) = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}. \tag{23}$$

通过式 (22)、(23) 不断更新前三个最优灰狼的位置, 直到满足优化标准条件。

2 数值算例

2.1 基于 POD-RBF 对响应量的预测

取管道任一横截面的附近区域进行分析, 假定待识别的管道内壁几何分别为圆、椭圆和不规则形状。图 3 是该问题的简化模型, 几何尺寸如图所示, 其中方块被选为参考点 (即后续算例中的测点), 区域 I、II 和 III 分别为石油 (或天然气)、管道壁和空气。在正方形上边界 ($y = 1$) 处施加磁势 $A_z = 0.5 \text{ Wb/m}$, 下边界 ($y = -1$) 处施加 $A_z = 0 \text{ Wb/m}$ 。天然气和石油由于抗磁性它们的相对磁导率和空气相近, 即相对磁导率 μ_r 均取为 1。管道材料选用常用的 X52 钢, 对应的 B-H 取值参考文献 [42]。

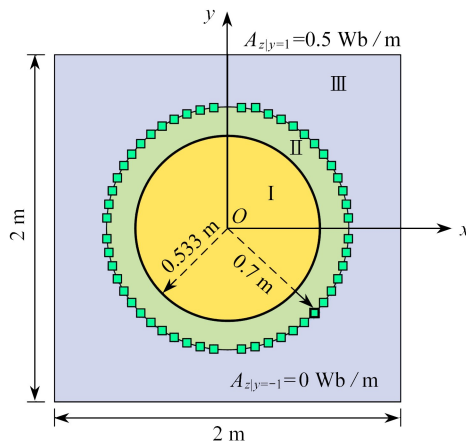


图3 圆型管道内壁

Fig. 3 The inner wall of the circular pipeline

首先对 POD-RBF 模型的正确性进行验证,假定管道内壁形状为圆,该几何对应的参数 α_p 里仅有一个元素,其值为 0.533 m.样本对应的参数 α 通过 LHS 在 0.5~0.6 m 生成 10 组.用 POD-RBF 模型预测被对比点的磁势.有限元计算采用 9 856 个四节点四边形单元,10 037 个节点,单元划分如图 4 所示,图 5 展示了相应磁场强度的大小.两种方法计算结果误差如图 6 所示.

图 6(b) 显示 POD-RBF 计算预测的响应量与有限元计算结果的最大相对误差不超过 0.06%,即该算法对求解管道内部内壁几何正问题有效.

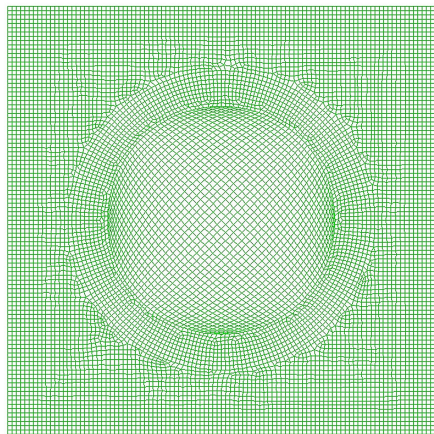


图 4 有限元网格
Fig. 4 The FEM mesh

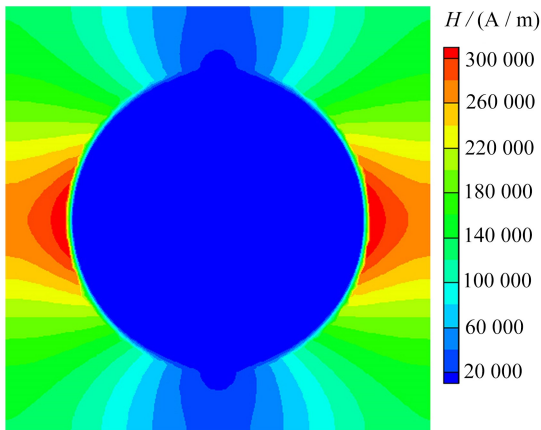
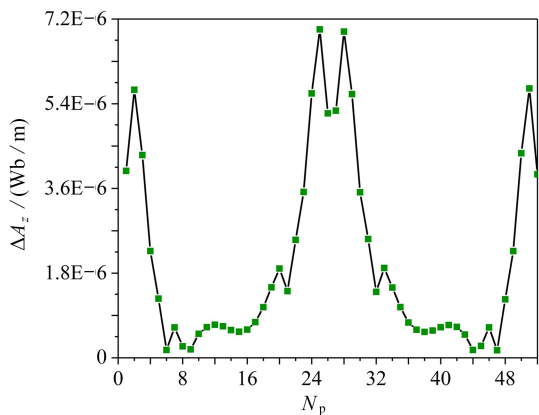
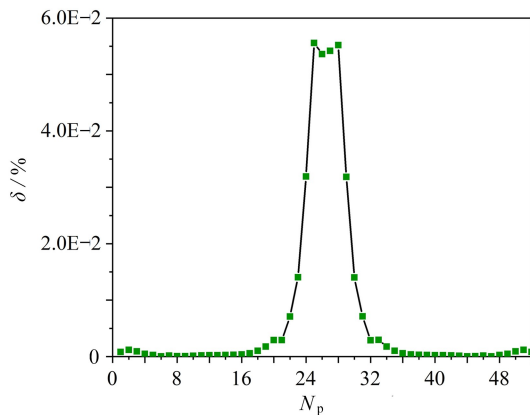


图 5 磁场强度大小
Fig. 5 The magnetic field intensity



(a) 参考点磁势的绝对误差



(b) 参考点磁势的相对误差

(a) Absolute errors of the magnetic potential at the reference points (b) Relative errors of the magnetic potential at the reference points

图 6 参考点磁势的误差

Fig. 6 The magnetic potential errors at the reference points

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同.

2.2 不同样本数量对识别结果的影响

本小节对如图 3 所示管道内壁几何为圆的问题进行反演.利用 LHS 在 0.5~0.6 m 分别生成 10 组、20 组和 40 组相应的几何参数 α , 再通过有限元分别建立 $N = 10, 20, 40$ 的样本库,进一步探究不同样本数量对反演结果的影响.

ε 和 t_{\max} 分别设定为 10^{-10} 和 100.从表 1 对比分析的三组样本方案结果显示,不同数量的样本均能达到较高的识别精度.如图 7 和图 8 所示,当管道内壁形状为圆时,采用不同数量的样本,识别结果均在 16 步内收敛.使用 40 组样本时,经过 6 次迭代即可获得更准确的识别结果,但计算成本可能会随着样本数量的增加而增大.因此在复杂模型识别中,选择合适数量的样本至关重要.

为了确定后续算例的样本,采用继承 LHS^[43] 生成样本,期望在保证精度的同时尽可能降低计算成本.经

测试,后续分别拟采用 50 组和 40 组样本进行椭圆形和不规则形内壁几何的识别。

表 1 识别结果

Table 1 The identified results

sample feature	$N = 10$	$N = 20$	$N = 40$
α_p / m	0.532 89	0.532 98	0.533 01
absolute error $\Delta\alpha_p / m$	1.1×10^{-4}	2.0×10^{-5}	1.0×10^{-5}
relative error $\delta / \%$	0.020 6	0.003 8	0.001 9

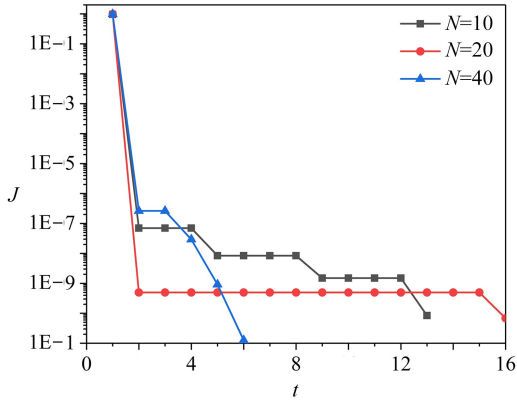


图 7 不同样本数量对应的目标函数值

Fig. 7 Objective function values with different sample sizes

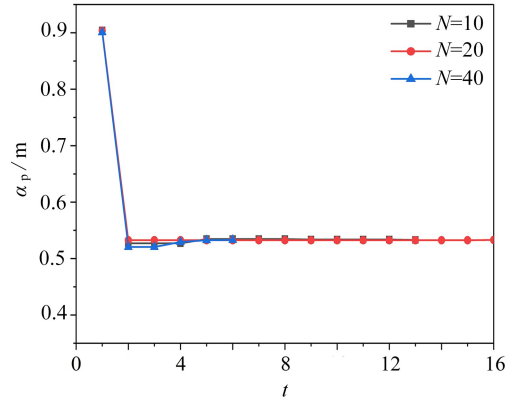


图 8 不同样本数量对应的几何参数

Fig. 8 Geometric parameters with different sample sizes

同时样本中对应的几何参数范围也会影响识别结果,接下来我们讨论在当前样本 $N = 10$ 下管壁几何的识别情况.待识别的真实管壁几何半径在 $0.45 \sim 0.69$ m 内,识别结果如表 2 所示。

表 2 不同方案下的识别结果

Table 2 Identification results with different schemes

scheme	real radius R_r / m	identified radius R_i / m	relative error $\delta / \%$
1	0.45	0.499 02	10.892 1
2	0.46	0.499 14	8.508 5
3	0.47	0.499 48	6.271 8
4	0.48	0.499 90	4.145 9
5	0.49	0.500 57	2.156 1
6	0.50	0.501 22	0.244 6
7	0.51	0.514 09	0.800 9
8	0.53	0.529 95	0.009 9
9	0.55	0.549 94	0.011 0
10	0.57	0.569 93	0.013 0
11	0.59	0.590 20	0.034 6
12	0.60	0.599 99	0.001 6
13	0.61	0.605 79	0.689 8
14	0.62	0.609 70	1.660 9
15	0.63	0.612 84	2.723 5
16	0.64	0.615 56	3.818 5
17	0.65	0.617 77	4.957 9
18	0.66	0.619 81	6.089 3
19	0.67	0.621 66	7.214 4
20	0.68	0.623 50	8.309 2
21	0.69	0.625 25	9.384 0

从表中可知,真实内壁几何在 0.50~0.61 m 间识别结果的相对误差均在 1% 内,在这范围外的相对误差随着半径的增大(或减小)而增加,当半径减小到 0.45 m 时,识别结果的相对误差达到了 10.892 1%。综上,在有限的样本下,待识别的几何参数在所建立样本库相应的几何参数范围内识别结果更准确。但当样本库足够大时,理论上可以识别出任意管壁的几何。

2.3 基函数对反演结果的影响

如图 9 所示,本小节假定管道内壁形状为椭圆,真实几何对应的参数 $\alpha_p = [0.625, 0.42]^T$ m。通过 InvM 核函数和紧支撑的四阶样条函数^[44]讨论不同基函数对识别结果的影响,其中紧支撑的四阶样条函数可以表示为

$$\phi_j(\alpha_i) = \begin{cases} 1 - 6r_{ji}^2 + 8r_{ji}^3 - 3r_{ji}^4, & 0 \leq r_{ji} \leq 1, \\ 0, & r_{ji} > 1. \end{cases} \quad (24)$$

样本对应的参数 α 由 LHS 在 0.40~0.65 m 生成 50 组。 ε 和 t_{\max} 分别设定为 10^{-8} 和 300,两种方法的迭代初始值均设置在 0.9~1.0 m 之间。

如图 10 所示,使用紧支撑的四阶样条函数迭代总次数少于 InvM 核函数,且两种方法均能得到比较准确的几何。但在同样的步数下,InvM 核函数耗时更短。同时为兼顾反演成本,在后续算例中选用 InvM 核函数。

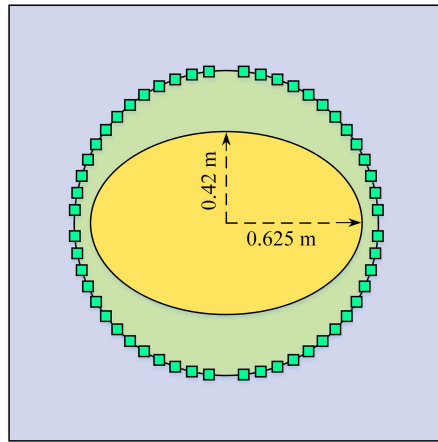
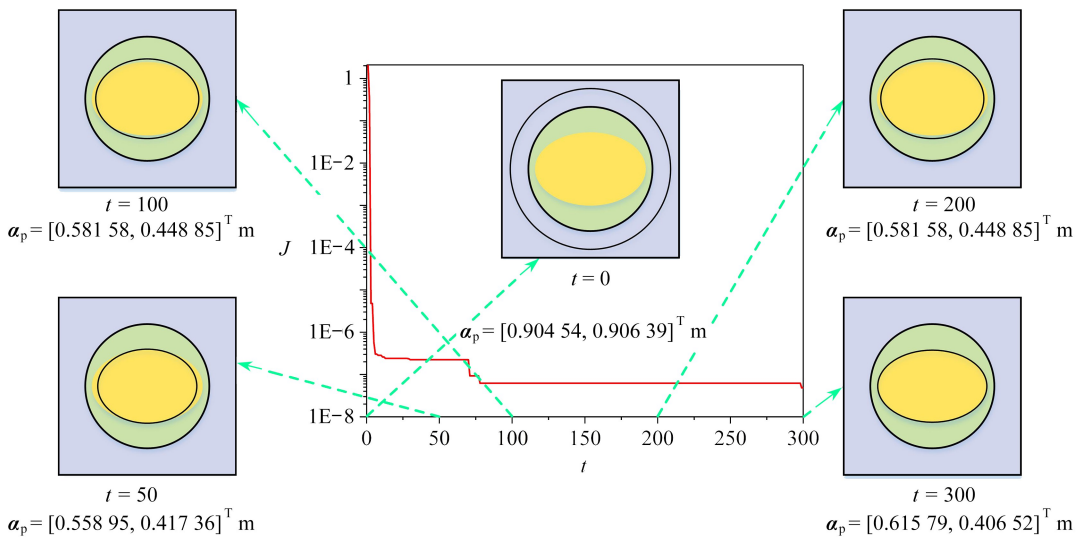


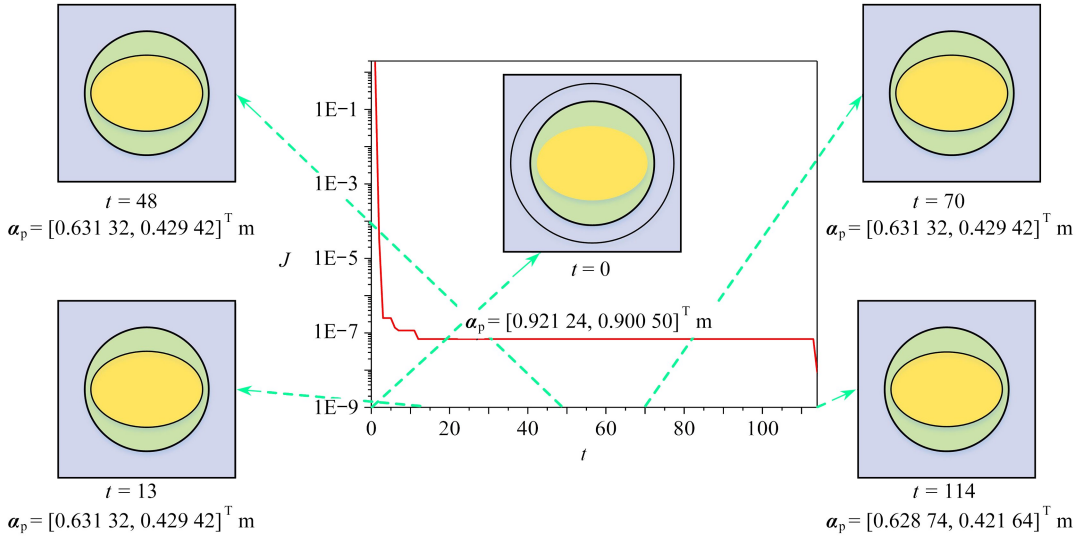
图 9 椭圆型管道内壁

Fig. 9 The inner wall of the elliptical pipeline



(a) Inverse multiquadric 核函数

(a) Inverse multiquadric kernel functions



(b) 紧支撑的四阶样条函数

(b) Compactly supported 4th-order spline functions

图 10 不同基函数的识别过程

Fig. 10 The identification processes with different basis functions

2.4 不同误差对反演结果的影响

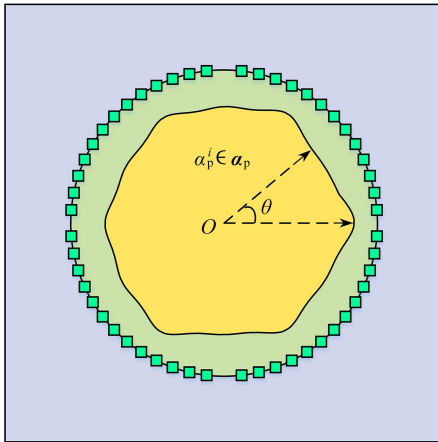


图 11 不规则几何形状的管道内壁

Fig. 11 The inner wall of the pipeline with irregular geometry

为验证本文方法的抗噪性,本小节在测点响应上添加随机误差.算例采用如图 11 所示的模型,管道内壁的几何形状由 12 个参数控制,该组参数在平面内均匀分布,从 $0^\circ \sim 360^\circ$ 每隔 $\theta = 30^\circ$ 选取,最后通过样条曲线拟合成封闭图形.样本对应的参数 α 由 LHS 在 0.5~0.6 m 内生成 40 组,真实几何对应的参数 $\alpha_p = [0.526, 0.578, 0.533, 0.556, 0.518, 0.544, 0.538, 0.575, 0.510, 0.565, 0.530, 0.594]^T$ m.

考虑 1%, 2% 和 3% 的随机误差,添加误差后的测点磁势可表示为

$$\psi_0 = \hat{\psi}_0 + \delta \times \hat{\psi}_0 \times \text{unifrnd}(-1, 1, \text{size}(\hat{\psi}_0, 2), 1), \quad (25)$$

其中 $\hat{\psi}_0$ 是没加测量误差的测点磁势, δ 为添加的误差大小, $\text{unifrnd}(-1, 1, \text{size}(\hat{\psi}_0, 2), 1)$ 是属于 $[-1, 1]$ 连续均匀分布的随机数.

本算例假定 ε 和 t_{\max} 分别为 10^{-7} 和 8 000.需要说明的是,有限元模型与 POD-RBF 降阶代理模型的计算结果是存在一定偏差的.

表 3 列出了在不同误差水平下的参数识别结果.

表 3 识别结果

Table 3 The identified results

error level $\delta / \%$	the corresponding parameter α_p / m
0	$[0.525 41, 0.576 20, 0.524 89, 0.544 12, 0.514 53, 0.529 19, 0.529 58, 0.565 94, 0.486 45, 0.548 11, 0.530 33, 0.578 42]^T$
1	$[0.546 53, 0.562 76, 0.541 14, 0.556 05, 0.541 27, 0.572 85, 0.537 73, 0.565 71, 0.520 06, 0.556 62, 0.545 09, 0.564 27]^T$
2	$[0.534 33, 0.564 35, 0.542 28, 0.538 52, 0.550 63, 0.535 66, 0.548 13, 0.564 59, 0.509 82, 0.551 63, 0.532 63, 0.576 50]^T$
3	$[0.530 88, 0.504 95, 0.513 75, 0.539 59, 0.534 85, 0.536 71, 0.550 55, 0.534 37, 0.550 73, 0.573 37, 0.563 28, 0.564 12]^T$

图 12 直接展现了本文方法识别带有 12 个几何参数问题的性能.值得注意的是,在 $\delta = 0$ 时,识别出的几何参数与真实参数存在微小差异,但拟合出的边界与真实边界几乎完全重合.从图 13 和图 14 可以看到,在误差水平分别为 1% 和 2% 时,识别结果与真实几何仍吻合较好.甚至 $\delta = 3\%$ 时,图 15 显示本文方法仍能识别出几何的基本轮廓.另外,从图 16 更能直观地观察到,在不同的误差水平下,本文方法可获得较为理想的磁势响应场和识别结果.

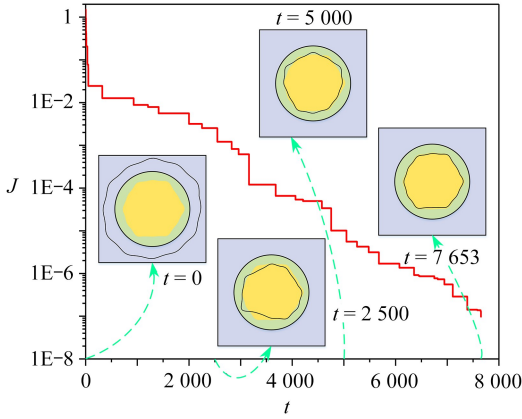


图 12 $\delta = 0$ 时的识别结果

Fig. 12 The identified results with $\delta = 0$

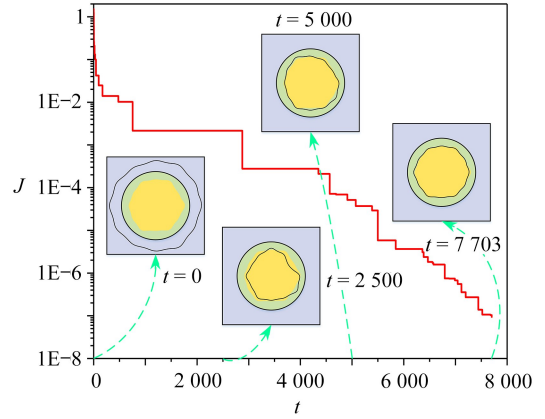


图 13 $\delta = 1\%$ 时的识别结果

Fig. 13 The identified results with $\delta = 1\%$

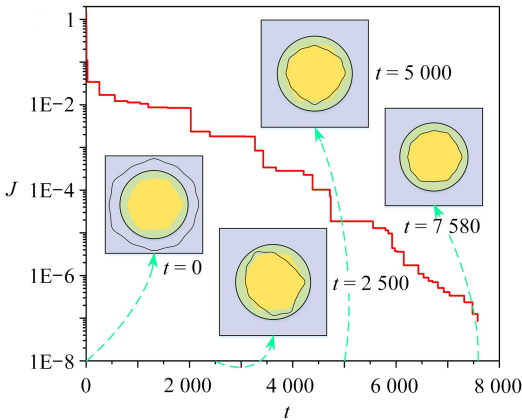


图 14 $\delta = 2\%$ 时的识别结果

Fig. 14 The identified results with $\delta = 2\%$

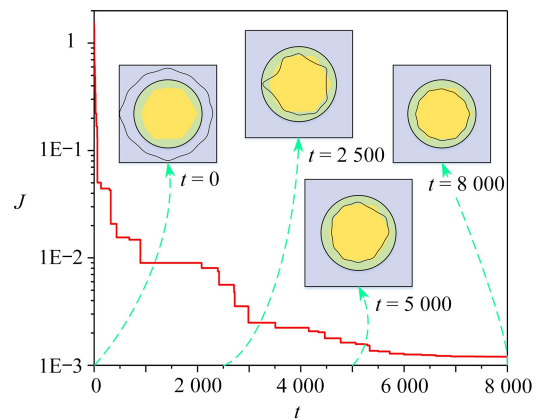
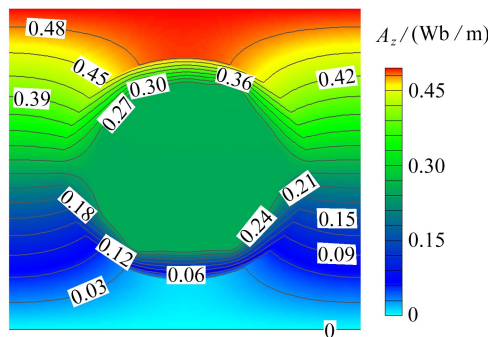


图 15 $\delta = 3\%$ 时的识别结果

Fig. 15 The identified results with $\delta = 3\%$



(a) 真实几何

(a) The true geometry

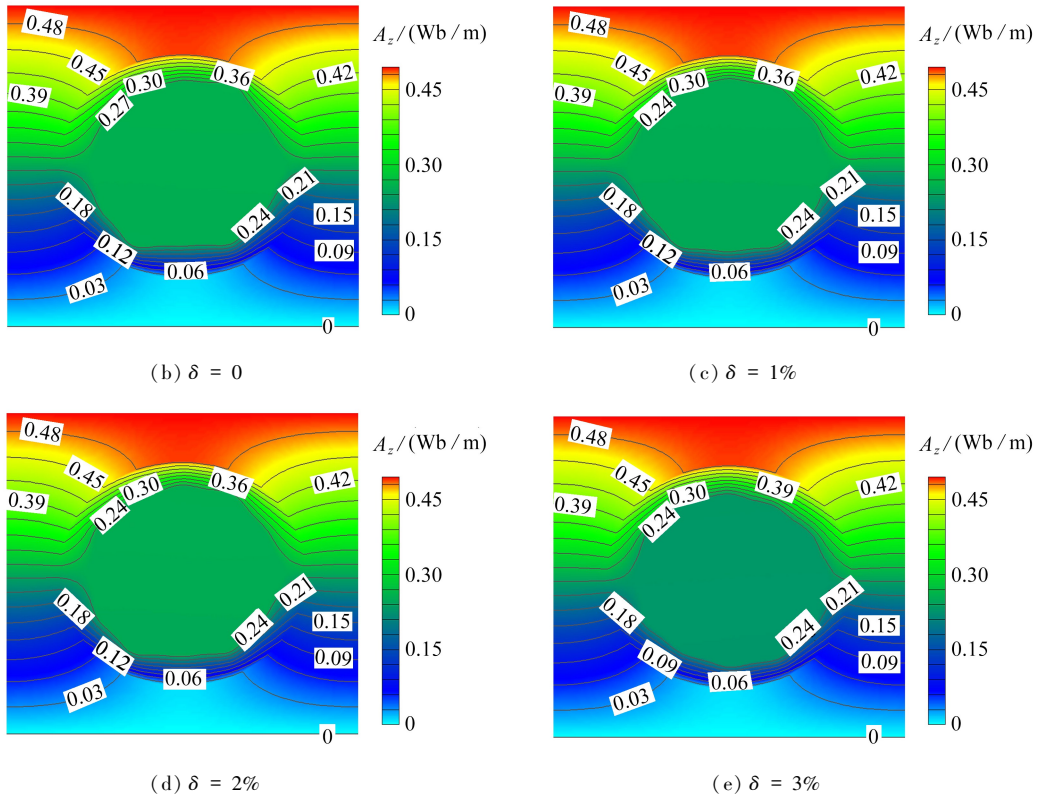


图 16 采用不同管道内壁几何计算的磁势云图

Fig. 16 The calculated magnetic potential contours with different pipeline inner wall geometries

3 结 论

本文建立了变几何样本库的 POD-RBF 降阶代理模型,结合 GWO 算法构建了一种新型的管道内壁几何识别框架.通过 LHS 生成样本库后,利用 POD-RBF 对响应量进行预测,可避免迭代过程中因几何改变而反复更新刚度矩阵.GWO 算法的引入实现了无需灵敏度计算的全局目标函数优化.数值算例表明,本文算法不仅能够准确预测正问题响应,同时可实现对管道内壁几何的准确识别.即使对于带有高维几何参数且考虑噪声问题,该算法仍具备强劲的识别性能,显示出了良好的识别稳定性.同时,本文的研究工作可为拓扑优化、几何识别和无损检测等变几何计算问题提供新思路.

致谢 本文作者衷心感谢工业装备结构分析国家重点实验室开放基金(GZ21109)对本文的资助。

参考文献 (References):

- [1] 丁舒婷,唐建群,巩建鸣.含腐蚀缺陷油气管道适用性评价研究进展[J].机械制造与自动化,2017,46(1):226-229.(DING Shuting, TANG Jianqun, GONG Jianming. Overview of service ability assessment of oil and gas pipelines containing corrosives[J]. *Machine Building & Automation*, 2017, 46(1): 226-229. (in Chinese))
- [2] 苑玮琦,李绍丽,李德健.基于子区域变尺度高斯拟合的木材表面缺陷识别[J].仪器仪表学报,2016,37(4):879-886.(YUAN Weiqi, LI Shaoli, LI Dejian. Wood surface defect recognition based on sub-region zoom Gaussian fitting[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37(4): 879-886. (in Chinese))
- [3] 孙彬,王建华,赫东锋,等.基于激光测量的航发叶片表面几何缺陷识别技术[J].自动化学报,2020,46(3):594-599.(SUN Bin, WANG Jianhua, HE Dongfeng, et al. Identification of aero-engine blade surface geometric defects with laser measurement[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(3): 594-599. (in Chinese))
- [4] YU B, XU C, ZHOU H L, et al. A novel non-iterative method for estimating boundary conditions and geometry of furnace inner wall made of FGMs[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2019, 147: 251-271.
- [5] KIM H M, PARK G S. A study on the estimation of the shapes of axially oriented cracks in CMFL type NDT sys-

- tem[J]. *IEEE Transactions on Magnetism*, 2014, **50**(2): 109-112.
- [6] VALLS M J, ULAPANE N, SHI L, et al. Robotic pipeline wall thickness evaluation for dense nondestructive testing inspection[J]. *Journal of Field Robotics*, 2018, **35**(8): 1293-1310.
- [7] PENG X, ANYAOHA U, LIU Z, et al. Analysis of magnetic-flux leakage (MFL) data for pipeline corrosion assessment[J]. *IEEE Transactions on Magnetism*, 2020, **56**(6): 1-15.
- [8] FISER R, FERKOLJ S. Application of a finite element method to predict damaged induction motor performance [J]. *IEEE Transactions on Magnetism*, 2001, **37**(5): 3635-3639.
- [9] QUÉVAL L, LIU K, YANG W J, et al. Superconducting magnetic bearings simulation using an H -formulation finite element model[J]. *Superconductor Science and Technology*, 2018, **31**(8): 084001.
- [10] MOURAD A, AISSA A, MEBAREK-LOUDINA F, et al. Galerkin finite element analysis of thermal aspects of Fe_3O_4 -MWCNT/water hybrid nanofluid filled in wavy enclosure with uniform magnetic field effect[J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2021, **126**: 105461.
- [11] BONABEAU E, DORIGO M, THERAULAZ G. *Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems*[M]. Oxford: Oxford University Press, 1999.
- [12] GANDOMI A H, YANG X S, ALAVI A H. Cuckoo search algorithm: a metaheuristic approach to solve structural optimization problems[J]. *Engineering With Computers*, 2013, **29**(1): 17-35.
- [13] DORIGO M, BIRATTARI M, STUTZLE T. Ant colony optimization[J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2006, **1**(4): 28-39.
- [14] 金树,任宗栋,李宏男,等. 输电塔结构离散变量优化设计方法[J]. 工程力学, 2016, **33**(11): 84-94.(JIN Shu, REN Zongdong, LI Hongnan, et al. Discrete variable optimal design method of transmission tower structure[J]. *Engineering Mechanics*, 2016, **33**(11): 84-94.(in Chinese))
- [15] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C]//*Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks*. Perth, Australia, 1995, **4**: 1942-1948.
- [16] 夏志远,李爱群,李建慧,等. 基于GMPSO的有限元模型修正方法验证[J]. 工程力学, 2019, **36**(10): 66-74.(XIA Zhiyuan, LI Aiqun, LI Jianhui, et al. Validation of finite element model updating methodology based on GMPSO [J]. *Engineering Mechanics*, 2019, **36**(10): 66-74.(in Chinese))
- [17] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey wolf optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, **69**: 46-61.
- [18] 余波,孙文润. 基于比例边界有限元法和灰狼优化算法的裂纹尖端位置识别[J]. 应用数学和力学, 2021, **42**(11): 1177-1189.(YU Bo, SUN Wenjian. Identification of crack tip positions based on the scaled boundary finite element method and the grey wolf optimization algorithm[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(11): 1177-1189.(in Chinese))
- [19] KOHLI M, ARORA S. Chaotic grey wolf optimization algorithm for constrained optimization problems[J]. *Journal of Computational Design and Engineering*, 2018, **5**(4): 458-472.
- [20] 张晓凤,王秀英. 灰狼优化算法研究综述[J]. 计算机科学, 2019, **46**(3): 30-38.(ZHANG Xiaofeng, WANG Xiuying. Comprehensive review of grey wolf optimization algorithm[J]. *Computer Science*, 2019, **46**(3): 30-38.(in Chinese))
- [21] 蒋耀林. 模型降阶方法[M]. 北京: 科学出版社, 2010.(JIANG Yaolin. *Model Order Reduction Method*[M]. Beijing: Science Press, 2010.(in Chinese))
- [22] HELLSTRÖM L H O, SMITS A J. Structure identification in pipe flow using proper orthogonal decomposition[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2017, **375**(2089): 20160086.
- [23] EFTEKHAR AZAM S, RAGEH A, LINZELL D. Damage detection in structural systems utilizing artificial neural networks and proper orthogonal decomposition[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2019, **26**(2): e2288.
- [24] BOX G E P, WILSON K B. *On the Experimental Attainment of Optimum Conditions*[M]. New York: Springer, 1992.
- [25] KLEIJNEN J P C. Regression and Kriging metamodelling with their experimental designs in simulation: a review

- [J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, **256**(1): 1-16.
- [26] STEIN M L. *Interpolation of Spatial Data: Some Theory for Kriging*[M]. New York: Springer, 1999.
- [27] XIAO M, ZHANG J H, GAO L. A system active learning Kriging method for system reliability-based design optimization with a multiple response model[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2020, **199**: 106935.
- [28] BUHMANN M D. *Radial Basis Functions: Theory and Implementations*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [29] SONG X G, LV L Y, SUN W, et al. A radial basis function-based multi-fidelity surrogate model: exploring correlation between high-fidelity and low-fidelity models[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2019, **60**(3): 965-981.
- [30] 潘兆东, 刘良坤, 谭平, 等. 大型结构自适应学习率 RBF 神经网络滑模分散控制研究[J]. 工程力学, 2019, **36**(9): 120-127.(PAN Zhaodong, LIU Liangkun, TAN Ping, et al. Research on sliding mode decentralized control based on adaptive learning rate RBF neural network for large-scale engineering structures[J]. *Engineering Mechanics*, 2019, **36**(9): 120-127.(in Chinese))
- [31] VANLUCHENE R D, SUN R. Neural networks in structural engineering[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 1990, **5**(3): 207-215.
- [32] HAN X, XIANG H Y, LI Y L, et al. Predictions of vertical train-bridge response using artificial neural network-based surrogate model[J]. *Advances in Structural Engineering*, 2019, **22**(12): 2712-2723.
- [33] YU B, CAO G Y, REN S H, et al. An isogeometric boundary element method for transient heat transfer problems in inhomogeneous materials and the non-iterative inversion of loads[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2022, **212**: 118600.
- [34] 余波, 吴月, 聂川宝, 等. 动载荷识别的非迭代法研究[J]. 应用数学和力学, 2019, **40**(5): 473-489.(YU Bo, WU Yue, NIE Chuanbao, et al. A non-iterative method for dynamic load identification[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, **40**(5): 473-489.(in Chinese))
- [35] JIN R, CHEN W, SIMPSON T W. Comparative studies of metamodelling techniques under multiple modelling criteria[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, **23**(1): 1-13.
- [36] JING Z, CHEN J, LI X. RBF-GA: an adaptive radial basis function metamodeling with genetic algorithm for structural reliability analysis[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2019, **189**: 42-57.
- [37] LIU X, LIU X, ZHOU Z H, et al. An efficient multi-objective optimization method based on the adaptive approximation model of the radial basis function[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2021, **63**(3): 1385-1403.
- [38] KHATIR S, WAHAB M A. Fast simulations for solving fracture mechanics inverse problems using POD-RBF XI-GA and Jaya algorithm[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2019, **205**: 285-300.
- [39] HENNERON T, PIERQUIN A, CLENET S. Surrogate model based on the POD combined with the RBF interpolation of nonlinear magnetostatic FE model[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2019, **56**(1): 1-4.
- [40] WANG S, KHATIR S, WAHAB M A. Proper orthogonal decomposition for the prediction of fretting wear characteristics[J]. *Tribology International*, 2020, **152**: 106545.
- [41] 金建铭. 电磁场有限元方法[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998.(JIN Jianming. *Finite Element Method of Electromagnetic Field*[M]. Xi'an: Xidian Electronic University Press, 1998.(in Chinese))
- [42] 钱丽佳. 深海油气输送管道的缺陷定位与识别研究[D]. 硕士学位论文. 天津: 天津大学, 2017.(QIAN Lijia. Research on the localization and identification of defects of deep sea oil and gas pipeline[D]. Master Thesis. Tianjin: Tianjin University, 2017.(in Chinese))
- [43] WANG G G. Adaptive response surface method using inherited Latin hypercube design points[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2003, **125**(2): 210-220.
- [44] NIE C B, YU B. Inversing heat flux boundary conditions based on precise integration FEM without iteration and estimation of thermal stress in FGMs[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2019, **140**: 201-224.