

基于嵌套网格的环空流体内旋转杆柱 与井筒碰撞特性研究*

岳欠杯, 王笑笑, 曹文, 刘跃秋, 李辉, 徐燕璐

(东北石油大学 机械科学与工程学院, 黑龙江 大庆 163318)

摘要: 针对浸没在流体中杆管柱间相互接触问题, 基于嵌套网格技术, 该文建立了环空流体内旋转杆柱与井筒间碰撞的数值求解方法, 将环空流体域分为相互嵌套的子区域: 背景网格和组件网格, 推导了各嵌套区域流场边界传递信息的插值计算公式, 采用分域方法对环空流体域与杆柱固体域耦合进行求解. 通过静止流体中球形颗粒与壁面正、斜碰撞实验对比, 验证该文数值方法的正确性. 研究了不同流体黏度、杆柱旋转速度条件下杆柱与井筒的碰撞特性, 结果表明: 1) 杆柱与井筒碰撞的碰撞力、速度随黏度增大而降低, 即杆柱与井筒碰撞的剧烈程度与流体黏度负相关; 2) 随着杆柱旋转速度增大, 杆柱与井筒的碰撞力、速度也增大, 即杆柱与井筒碰撞的剧烈程度与转速正相关.

关键词: 嵌套网格; 环空流体; 旋转杆柱; 碰撞

中图分类号: TG335.58; O39 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.430183

Study on Collision Characteristics of Rotating Rod Strings in Annulus Fluid With Wellbores Based on Nested Grids

YUE Qianbei, WANG Xiaoxiao, CAO Wen,
LIU Yueqiu, LI Hui, XU Yanlu

(School of Mechanical Science and Engineering, Northeast Petroleum University,
Daqing, Heilongjiang 163318, P.R.China)

Abstract: To solve the contact problem between the rod string immersed in annulus fluid and the wellbore, a numerical solution method for the collision was established based on the nested grid technology. The annulus fluid domain was divided into 2 sub-domains; the background grid and the component grid. Then, the interpolation calculation formula for the flow field boundary transferred information in each nested domain was derived and the coupling between the annulus fluid domain and the rod solid domain was solved with the subdomain-based method. Through comparison of the frontal and oblique collision experiments on spherical particles and wall surface in stationary fluid, the correctness of the proposed numerical method was verified. The results show that, the force and velocity of the collision between the rod string and the wellbore decrease with the fluid viscosity, i.e., the collision intensity is negatively correlated with the fluid viscosity. Moreover, the force and velocity of the collision between the rod string and the wellbore increase with the rotation speed of the rod, i.e.,

* 收稿日期: 2022-05-31; 修订日期: 2022-09-12

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目(51904075; 11972114); 黑龙江省自然科学基金(联合引导项目)(LH2022E018)

作者简介: 岳欠杯(1983—), 女, 副教授, 博士生导师(通讯作者. E-mail: zgbb529@126.com).

引用格式: 岳欠杯, 王笑笑, 曹文, 刘跃秋, 李辉, 徐燕璐. 基于嵌套网格的环空流体内旋转杆柱与井筒碰撞特性研究[J]. 应用数学和力学, 2023, 44(5): 543-559.

the collision intensity is positively correlated with the rotation speed.

Key words: nested grid; annulus fluid; rotating rod string; collision

0 引言

浸没在流体中杆管间的接触碰撞是石油工程最常见的现象,由于碰撞引起流体域网格拓扑结构的变化,采用界面解析直接数值模拟方法研究流体中杆管间的碰撞具有很大的挑战,因此尚未得到广泛的研究。

传统的流固耦合数值方法通常是基于贴体网格,最典型的例子是任意 Lagrange-Euler(ALE)界面跟踪方法^[1],该方法已得到了广泛的应用^[2]。在这种方法中,由于网格服从结构形状,可以很容易地定义流固耦合边界,此外,还可以对固体表面附近的网格进行局部细化,在耦合界面附近的数值模拟精度较高。该方法的缺点是在处理大变形和动态边界问题时需要不断更新网格,并在新旧网格上交换各种数据,这不仅增加了计算量,而且降低了求解的精度和稳定性。在具有复杂几何形状的三维空间中,这个过程会相当复杂,特别是当流体中存在固体间接触和碰撞问题时,会出现负体积网格,导致计算终止。为了解决这一难题,国内外学者提出了嵌套网格方法^[3],采用灵活的网格耦合方法和对边界条件的处理,将整个流体域划分为包含整个求解区域的背景区域和一个或多个包含固体的组件区域,在每个区域生成高质量的网格,然后进行网格装配,即建立组件网格与背景网格之间的连接,实现各个网格间的数据交换,将背景网格(或组件网格)中供体单元的值通过插值传递给组件网格(或背景网格)中的受体单元。目前,该方法已经广泛成功应用于物体绕流等流固耦合领域。Miller等^[4]提出了一种适用于流固耦合分析的嵌套网格方法,并通过基准测试的数值研究证明了嵌套网格方法相对于传统方法的优越性。基于动态结构嵌套网格方法,李映坤^[5]建立了一套多物理场耦合软件平台,对点火过程中的燃气冲击特性、装药传热特性、金属膜片机械响应和隔层变形力学特性进行了深入系统的研究,为脉冲隔离装置的设计、双脉冲发动机的工程研制提供了重要参考。倪同兵^[6]生成了由旋翼桨叶贴体网格和背景网格组成的适用于旋翼非定常流场数值模拟的结构运动嵌套网格,从而建立了一套适用于前飞状态直升机弹性旋翼流场与气动特性计算的高精度 CFD/CSD 耦合方法。徐广^[7]对桨叶弹性变形运动的旋翼运动嵌套网格生成方法、高效贡献单元搜索策略、旋翼流场数值模拟和桨叶动力学分析方法等进行了研究,建立了基于 Navier-Stokes 方程的旋翼非定常流场的数值计算方法和程序。在固体动力学分析中,有限元法是分析物体运动、几何非线性、材料非线性和接触非线性^[8]的主要方法。通过调研发现嵌套网格方法与有限元法相结合能有效解决物体绕流、旋翼等流固耦合问题,但用于解决流体域内固体间碰撞问题的研究较少。本文将嵌套网格方法与有限元法相结合,以分域耦合方法对浸没在流体中的旋转杆柱与井筒的碰撞问题进行求解,建立了流体中固体与固体碰撞的数值模拟方法,并与静止流体中球形颗粒和壁面正、斜碰撞实验数据进行对比,证明了本文所建立的数值模拟方法的正确性,据此研究了井筒内旋转杆柱在不同流体黏度、转速条件下的运动与碰撞特性。

1 井筒内浸没在流体中的旋转杆柱力学模型

1.1 模型建立

选取井筒内浸没在流体中的旋转杆柱为研究对象,其动力学模型如图 1 所示,该模型由固体域(旋转杆柱 Ω_s^m 与井筒 Ω_s^m)和环空流体域(记为 Ω_f)组成,并采用如下假设:

- 1) 井筒固体域 Ω_s^m 简化为刚体,其横截面为圆环形;
- 2) 杆柱固体域 Ω_s^m 在井筒内的运动为平面运动,其横截面为圆形。

模型的边界条件如下:

- 1) 圆筒内环空流体域 Ω_f 边界条件为:环空流体沿井筒内壁流动为不滑移壁面(记为 Γ_n),与杆柱相接触的交界面为流固耦合边界(记为 Γ_{f2}^{FSI}),环空介质为水,有黏性,初始时刻处于静止状态。
- 2) 杆柱固体域 Ω_s^m 边界条件与载荷为:杆柱转速为 n_s ,作用在形心处有一横向力 F_s ;杆柱在运动过程中与流体相互作用,与环空流体接触的边界为流固耦合边界(记为 Γ_{f2}^{FSI}),同时又与井筒发生碰撞,其边界为固

体与固体接触非线性边界。

本文采用嵌套网格方法对图 1 的流体域 Ω_f 进行求解,其基本思路为:在环空流体域内建立两套网格,分别为背景网格和组件网格,背景网格为连续流体域,将组件网格嵌入到背景网格中;同时建立固体网格,固体浸没在流体中发生运动,组件网格随固体的运动而运动,这样避免了流体域网格(背景网格和组件网格)的重构,提高了计算效率.如图 2 所示,背景网格所表示的流体域记为 Ω_{f1} , 组件网格所表示的流体域记为 Ω_{f2} , 在嵌套网格方法中需要计算两个流体域 (Ω_{f1}, Ω_{f2}) 的控制方程.为确定流体域的物理边界,如图 3 所示,在计算时采用挖洞来标记物理边界 Γ_s^{FSI} , 采用重叠最小化来确定背景网格和组件网格的计算范围,提高计算效率。

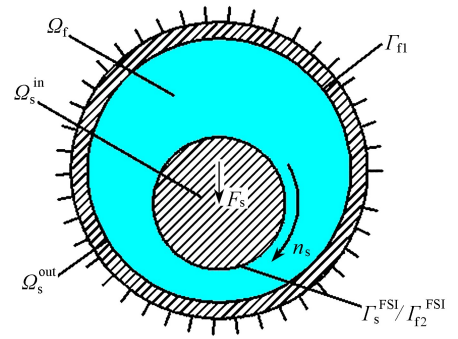
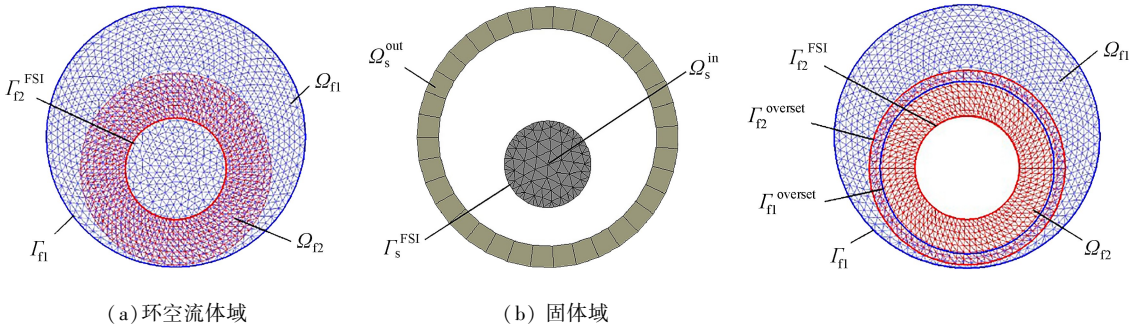


图 1 力学模型

Fig. 1 The mechanical model



(a) 环空流体域

(b) 固体域

(a) The annulus fluid domain

(b) The solid domain

图 2 有限元模型

Fig. 2 The finite element model

图 3 挖洞和重叠最小化后的嵌套网格

Fig. 3 The nested mesh with a hole and minimal overlap

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同。

1.2 环空流体域控制方程

连续性方程为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

式中, ρ 为密度, \mathbf{v} 为速度矢量。

动量守恒方程为

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) - \nabla (\mu_{\text{equ}} \nabla \cdot \mathbf{v}) = \mathbf{f} + \nabla p' + [\nabla (\mu_{\text{equ}} \nabla \cdot \mathbf{v})]^T, \quad (2)$$

式中, \mathbf{f} 代表体积力矢量; p' 为修正压力, $p' = p + (2/3)\rho k$; μ_{equ} 为流体的有效黏度, $\mu_{\text{equ}} = \mu + \mu_t$, μ 和 μ_t 分别为流体动力黏度和湍流黏度.本文选择使用 SST $k-\omega$ 模型,其湍流黏度公式^[9]为

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \cdot \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right]}, \quad (3)$$

式中, k 和 ω 通过湍动能方程和湍动能耗散率方程求得, S 是应变速率, a_1 为常数取值 0.31, α^* , F_2 分别为

$$\alpha^* = \frac{0.024 + \frac{Re_t}{6}}{1 + \frac{Re_t}{6}}, \quad (4)$$

$$F_2 = \tanh \left\{ \max \left[2 \frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega y}, \frac{500 \mu}{\rho y^2 \omega} \right] \right\}^2, \quad (5)$$

其中, $Re_l = \rho k / (\mu \omega)$, y 为场点到最近壁面的距离。

1.3 环空流体域离散方程

背景网格流体域 Ω_{Π} 的离散方程^[10]为

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{\Pi} \ddot{\mathbf{d}}_{\Pi} + (\mathbf{B}_{\Pi} \dot{\mathbf{d}}_{\Pi}^{\alpha} + \mathbf{D}_{\Pi}) \cdot \dot{\mathbf{d}}_{\Pi} + \mathbf{C}_{\Pi} \mathbf{p}_{\Pi} = \mathbf{F}_{\Pi}, \\ \mathbf{G}_{\Pi} \dot{\mathbf{d}}_{\Pi} = \mathbf{H}_{\Pi}, \end{cases} \quad (6)$$

式中, \mathbf{A}_{Π} , \mathbf{B}_{Π} , \mathbf{C}_{Π} , \mathbf{D}_{Π} , \mathbf{G}_{Π} 分别为背景网格流体域 Ω_{Π} 的质量、对流、压力、损耗、连续矩阵, 其表达式分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{\Pi} &= \iint_V \rho_f \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV, \quad \mathbf{B}_{\Pi} = - \iint_V \rho_f \frac{\partial \mathbf{N}_{\alpha}}{\partial x_j} \mathbf{N}_{\beta} \mathbf{N}_{\gamma} dV, \quad \mathbf{C}_{\Pi} = - \iint_V \rho_f \frac{\partial \mathbf{N}_{\alpha}}{\partial x_i} \mathbf{N}_{\beta}^p dV, \\ \mathbf{D}_{\Pi} &= - \iint_V \mu \left(\frac{\partial \mathbf{N}_{\alpha}}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}_{\beta}}{\partial x_j} \delta_{ik} + \frac{\partial \mathbf{N}_{\alpha}}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \mathbf{N}_{\beta}}{\partial x_i} \delta_{ik} \right) dV, \quad \mathbf{G}_{\Pi} = - \iint_V \frac{\partial \mathbf{N}_{\alpha}^p}{\partial x_i} \mathbf{N}_{\beta} dV; \end{aligned}$$

$\ddot{\mathbf{d}}_{\Pi}$, $\dot{\mathbf{d}}_{\Pi}$ 分别为背景网格流体域 Ω_{Π} 的加速度、速度矢量; $\dot{\mathbf{d}}_{\Pi}^{\alpha}$ 为单元节点速度矢量; \mathbf{p}_{Π} , \mathbf{F}_{Π} 分别为背景网格流体域 Ω_{Π} 的压力、流体力矢量; \mathbf{H}_{Π} 为背景网格流体域 Ω_{Π} 的边界速度矢量。

其边界条件为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{d}}_{\Pi} |_{\Gamma = \Gamma_{\Pi}} = 0, \\ \dot{\mathbf{d}}_{\Pi} |_{\Gamma = \Gamma_{\Pi}^{\text{overset}}} = \dot{\mathbf{d}}_{\Pi_2} |_{\Gamma = \Gamma_{\Pi_2}^{\text{overset}}}, \end{cases} \quad (7)$$

式中, Γ_{Π} 为背景网格的外壁面边界; $\Gamma_{\Pi}^{\text{overset}}$ 为背景网格中与组件网格嵌套的内边界, 如图 3 所示。

组件网格流体域 Ω_{Π_2} 的离散方程为

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{\Pi_2} \ddot{\mathbf{d}}_{\Pi_2} + (\mathbf{B}_{\Pi_2} \dot{\mathbf{d}}_{\Pi_2}^{\alpha} + \mathbf{D}_{\Pi_2}) \cdot \dot{\mathbf{d}}_{\Pi_2} + \mathbf{C}_{\Pi_2} \mathbf{p}_{\Pi_2} = \mathbf{F}_{\Pi_2}, \\ \mathbf{G}_{\Pi_2} \dot{\mathbf{d}}_{\Pi_2} = \mathbf{H}_{\Pi_2}, \end{cases} \quad (8)$$

式中, \mathbf{A}_{Π_2} , \mathbf{B}_{Π_2} , \mathbf{C}_{Π_2} , \mathbf{D}_{Π_2} , \mathbf{G}_{Π_2} 分别为组件网格流体域 Ω_{Π_2} 的质量、对流、压力、损耗、连续矩阵, 其表达式同方程 (6); $\ddot{\mathbf{d}}_{\Pi_2}$, $\dot{\mathbf{d}}_{\Pi_2}$ 分别为组件网格流体域 Ω_{Π_2} 的加速度、速度矢量; $\dot{\mathbf{d}}_{\Pi_2}^{\alpha}$ 为单元节点速度矢量; \mathbf{p}_{Π_2} , \mathbf{F}_{Π_2} 分别为组件网格流体域 Ω_{Π_2} 的压力、流体力矢量; \mathbf{H}_{Π_2} 为组件网格流体域 Ω_{Π_2} 的边界速度矢量。

其边界条件为

$$\begin{cases} \mathbf{d}_{\Pi_2} |_{\Gamma = \Gamma_{\Pi_2}^{\text{FSI}}} = \mathbf{d}_s |_{\Gamma = \Gamma_s^{\text{FSI}}}, \\ \dot{\mathbf{d}}_{\Pi_2} |_{\Gamma = \Gamma_{\Pi_2}^{\text{overset}}} = \dot{\mathbf{d}}_{\Pi} |_{\Gamma = \Gamma_{\Pi}^{\text{overset}}}, \end{cases} \quad (9)$$

式中, $\Gamma_{\Pi_2}^{\text{FSI}}$ 为组件网格中, 与固体的耦合边界; $\Gamma_{\Pi_2}^{\text{overset}}$ 为组件网格中, 与背景网格嵌套的外边界, 如图 3 所示。

1.4 嵌套网格插值方法

由上述可知, 在计算背景网格、组件网格的过程中, 需要传递嵌套边界条件, 但是在嵌套边界处, 两套网格尺寸往往不匹配, 因此, 要对组件网格与背景网格在嵌套边界处的物理信息进行插值, 本文采用 3 种不同的插值方法^[11], 具体如下。

1) 嵌套边界处网格尺寸相近

当嵌套边界处组件网格和背景网格尺寸相近时, 如图 4 所示, 选取边界处任意一对单元, 记为单元 123, 单元 abc 。若将单元 123 的信息传递给单元 abc , 则单元 123 记为供体单元, 单元 abc 记为受体单元, 其插值方法为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{d}}^{\text{acceptor}} = \dot{\mathbf{d}}^{\text{donor}} + \Phi \dot{\mathbf{d}}^{\text{donor}} (\nabla \dot{\mathbf{d}}^{\text{donor}} \cdot \mathbf{r}_{ad}), \\ \Phi^{\text{acceptor}} = \Phi^{\text{donor}}, \\ \nabla \dot{\mathbf{d}}^{\text{acceptor}} = \nabla \dot{\mathbf{d}}^{\text{donor}}, \end{cases} \quad (10)$$

式中, $\dot{\mathbf{d}}$ 为单元中心流速; $\nabla \dot{\mathbf{d}}$ 为单元中心速度梯度; Φ 为限制器函数^[12], 使用 Venkatakrishan 方法计算; 上标 “acceptor” “donor” 表示受体单元和供体单元; \mathbf{r}_{ad} 为供体单元中心到受体单元中心的距离矢量。

2) 供体单元尺寸大于受体单元尺寸

如图 5 所示, 123 为供体单元, abd , bcd 均为受体单元, 且单元 123 的尺寸大于单元 abd , bcd 的尺寸。以供体单元 123 传给受体单元 abd 为例, 采用二阶精度对其进行插值, 具体过程如下:

$$\dot{d}(X)^{\text{acceptor}} = \dot{d}_1(X)^{\text{acceptor}} + f(X), \tag{11}$$

式中, X 代表受体单元 abd 的中心位置, $\dot{d}(X)^{\text{acceptor}}$ 为 X 处的二阶精度速度插值, $\dot{d}_1(X)^{\text{acceptor}}$ 为 X 处的一阶精度线性插值结果, $f(X)$ 为二阶值和一阶值间的误差估计, 其中 $\dot{d}_1(X)^{\text{acceptor}}$ 为

$$\dot{d}_1(X)^{\text{acceptor}} = \sum \dot{d}_i^{\text{donor}} \psi_i, \tag{12}$$

式中, \dot{d}_i^{donor} 为供体单元节点速度, $i = 1, 2, 3$; ψ_i 为节点 i 处的线性有限元形函数, ψ_i 的表达式为

$$\sum \psi_i = 1, \sum x_i \psi_i = x_X, \sum y_i \psi_i = y_X. \tag{13}$$

求解式(13)可得各节点的线性有限元形函数。

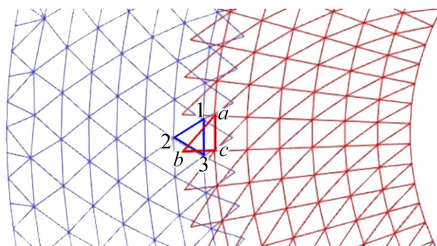


图 4 嵌套边界处网格尺寸相近

Fig. 4 The similar mesh sizes at nested boundaries

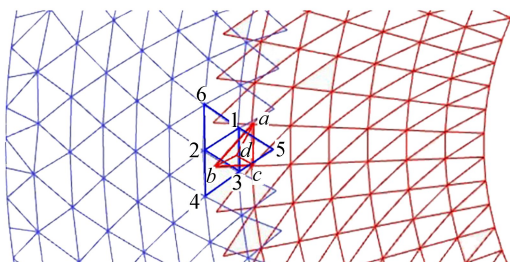


图 5 供体单元尺寸大于受体单元尺寸

Fig. 5 The donor element size larger than the acceptor element size

根据 Baker^[13] 理论, 式(11)中 $f(X)$ 为

$$f(X) = a\psi_1\psi_2 + b\psi_2\psi_3 + c\psi_3\psi_1, \tag{14}$$

式中, a, b 和 c 为待定系数, 利用相邻点 4、5、6 上的变量求解系数 a, b, c , 即

$$\begin{bmatrix} (\psi_1\psi_2, \psi_2\psi_3, \psi_3\psi_1) |_1 \\ (\psi_1\psi_2, \psi_2\psi_3, \psi_3\psi_1) |_2 \\ \vdots \\ (\psi_1\psi_2, \psi_2\psi_3, \psi_3\psi_1) |_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(X_1) \\ f(X_2) \\ \vdots \\ f(X_6) \end{bmatrix}, \tag{15}$$

式中, 左端矩阵下标 1, 2, ..., 6 表示插值基函数的取值点; $f(X_i)$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) 为一阶插值结果和节点已有值的误差,

$$f(X_i) = \dot{d}_1(X)^{\text{acceptor}} - \dot{d}_i^{\text{donor}}. \tag{16}$$

采用最小二乘法求解即可确定待定系数, 确定待定系数后, 就可对一阶线性插值进行修正, 只要确定单元的线性有限元形函数, 其他单元类型的二阶插值误差修正函数计算方法类似。

3) 供体单元尺寸小于受体单元尺寸

如图 6 所示, 134, 234 均为供体单元, abc 为受体单元, 且供体单元尺寸小于受体单元尺寸, 则受体单元速度插值公式为

$$\dot{d}^{\text{acceptor}} = \sum_{i=1}^n \theta_i \dot{d}_i^{\text{donor}} / \sum_{i=1}^n \theta_i, \tag{17}$$

式中, θ_i 为供体单元中心到受体单元中心距离的倒数, n 为受体单元所包含的供体单元个数。

根据式(10)、(11)、(17)可得出背景网格与组件网格在边界处的速度向量 $\dot{\mathbf{d}}_{11}$ 、 $\dot{\mathbf{d}}_{12}$ 的数值,代入式(7)和(9),使环空流体域方程得以求解。

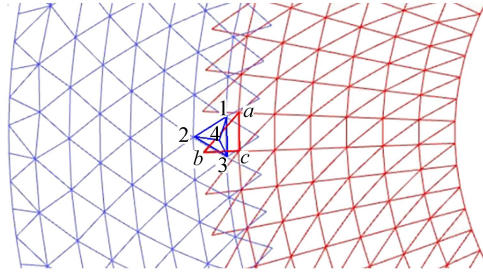


图6 供体单元尺寸小于受体单元尺寸

Fig. 6 The donor element size smaller than the acceptor element size

1.5 环空流体域的嵌套网格计算框图

基于上述模型和方法,建立环空流体域嵌套网格计算框图,如图7所示,其具体过程为:

- 1) 建立背景网格和组件网格,并设置其边界条件,对模型进行初始化。
- 2) 对背景网格的固体位置处进行挖洞,根据重叠最小化原则确定背景网格和组件网格的范围,基于式(10)、(11)、(17)对嵌套边界处的受体单元进行插值,此过程为背景网格与组件网格的装配。
- 3) 将装配后的背景网格和组件网格赋予新的边界条件,并求解各自流体域方程,当前迭代步结束。
- 4) 下一迭代步在当前迭代步求解的流体域中直接进行背景网格和组件网格的装配,重复步骤2)、3)。

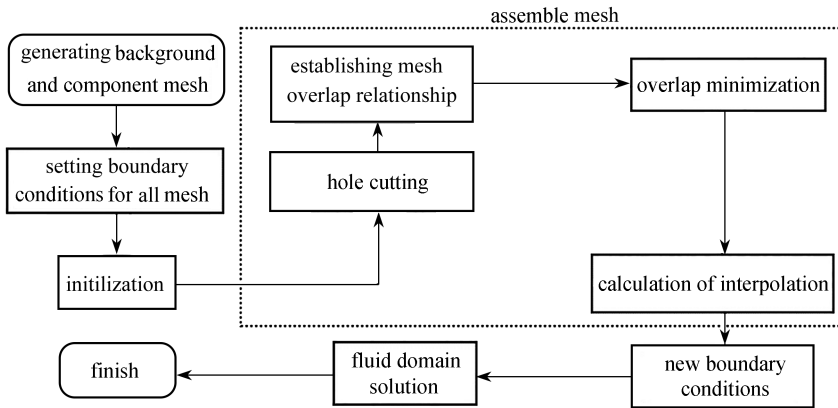


图7 环空流体域嵌套网格计算

Fig. 7 The flowchart for the calculation of the annular fluid domain nested grid

1.6 杆柱动力学方程

浸没在流体中的杆柱碰撞的动力学方程^[14]为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}}_s(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}}_s(t) + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_c(t))\mathbf{d}_s(t) = \mathbf{F}_f(t) + \mathbf{F}_c(t) + \mathbf{F}_s(t), \quad (18)$$

式中, \mathbf{M} 、 \mathbf{K} 、 $\mathbf{K}_c(t)$ 、 \mathbf{C} 分别为固体的质量矩阵、刚度矩阵、接触刚度矩阵和阻尼矩阵^[15],其具体表达式为

$$\mathbf{M} = \sum_{e=1}^{n_e} \iiint_V \rho_s \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV, \quad \mathbf{K} = \sum_{e=1}^{n_e} \iiint_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV,$$

$$\mathbf{K}_c(t) = \sum_{e=1}^{n_c} (\mathbf{N}^c)^T \mathbf{T} \mathbf{A}^T \mathbf{T}^T \mathbf{N}^c, \quad \mathbf{C} = \sum_{e=1}^{n_e} \iiint_V \nu \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV;$$

$\mathbf{F}_f(t)$ 为流固耦合界面上的流体力; $\mathbf{F}_c(t)$ 为碰撞时的接触力; $\mathbf{F}_s(t)$ 为固体受到的其他力; \mathbf{d}_s 是固体节点位移矢量。

1.7 流固耦合分域求解耦合界面物理量传递

在本文中,采用分域方法对环空流体域与固体域耦合进行求解。固体域与环空流体域在耦合界面上需传递力和位移信息,分别遵循力平衡和位移协调条件:

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{F}_f, \mathbf{d}_s = \mathbf{d}_f, \tag{19}$$

式中, \mathbf{F}_s 和 \mathbf{d}_s 为耦合界面固体侧任意一点力向量和位移向量, \mathbf{F}_f 和 \mathbf{d}_f 为流体侧对应点的力向量和位移向量。

由于流体网格与固体网格在耦合边界处不匹配,需将耦合界面处的信息进行插值,其具体插值算法见参考文献[16]。

1.8 耦合界面上归一化的收敛准则

在流固耦合计算的任一时间步中,耦合界面传递的力、位移信息都需反复迭代,当结果收敛方能进入下一时间步计算,其迭代的归一化收敛准则为

$$\begin{cases} \delta_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\Delta}_i^2} < \varepsilon_0, \\ \hat{\Delta}_i = \frac{1}{0.5 \times (\max |\boldsymbol{\xi}^{\text{new}}(t)| - \min |\boldsymbol{\xi}^{\text{new}}(t)| + |\overline{\boldsymbol{\xi}^{\text{new}}(t)}|_{\text{ave}})} \Delta_i, \\ \Delta_i = \frac{1}{\alpha} (\boldsymbol{\xi}_i^{\text{new}}(t) - \boldsymbol{\xi}_i^{j_k}(t)), \end{cases} \tag{20}$$

式中,下标 i 表示耦合界面流体侧或固体侧的 i 节点; n 为耦合界面流体侧或固体侧的节点数; ε_0 为收敛容差; t 是当前时间步; j_k 是当前时间步内的耦合迭代步数; $\boldsymbol{\xi}^{j_k}(t)$ 是当前耦合迭代步中施加的界面物理量, $\boldsymbol{\xi}^{\text{new}}(t)$ 是从流体域或固体域界面获得的新物理量; $\max |\boldsymbol{\xi}^{\text{new}}(t)|$, $\min |\boldsymbol{\xi}^{\text{new}}(t)|$, $|\overline{\boldsymbol{\xi}^{\text{new}}(t)}|_{\text{ave}}$ 分别为当前迭代步中获得的所有新物理量的绝对值的最大值、最小值和平均值; 流固耦合界面物理量为 $\boldsymbol{\xi}(t) = \{\mathbf{d}(t) \quad \mathbf{F}(t)\}$, $\mathbf{d}(t)$, $\mathbf{F}(t)$ 分别为流体域或固体域在耦合界面处的位移、力向量; α 为松弛因子。为保证交错迭代的数值稳定性,下一个耦合迭代步传递的界面物理量为

$$\boldsymbol{\xi}^{j_k+1}(t) = \alpha \boldsymbol{\xi}^{j_k}(t) + (1 - \alpha) \boldsymbol{\xi}^{\text{new}}(t). \tag{21}$$

1.9 分域求解流程图

基于上述计算方法,采用分域方法对嵌套环空流体域与杆柱固体域耦合进行求解,其计算框图如图 8 所示。

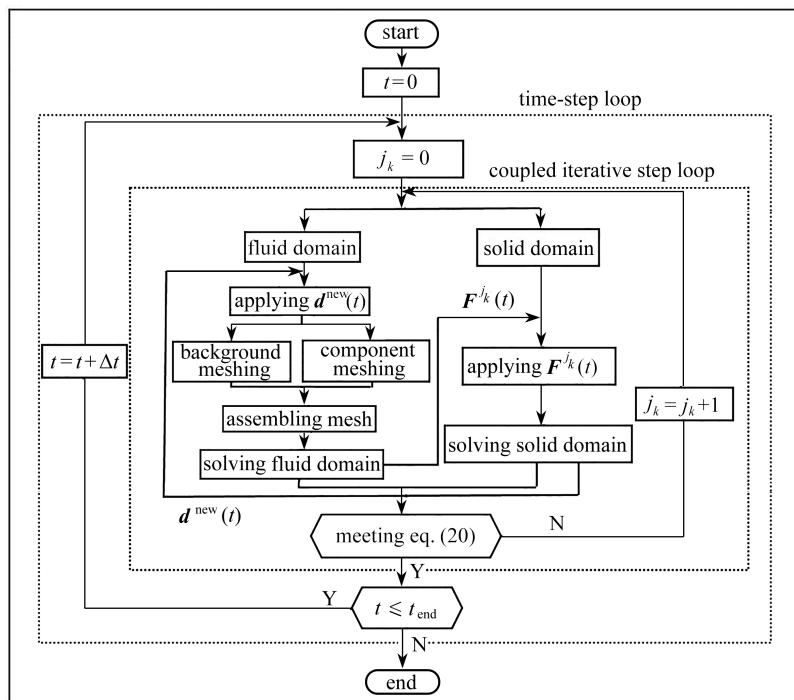


图 8 分域求解流程

Fig. 8 The domain solution flow chart

- 1) 建立固体域模型和流体域(背景网格和组件网格)模型,将组件网格嵌入背景网格,并定义边界条件,假设时间步 t 已经完成.
- 2) 令 $j_k = 0$.
- 3) 令 $j_k = j_k + 1$, 求解流体域方程(6)和(8),流体域内求解并保持耦合界面位移 $\mathbf{d}^{ik}(t)$ 恒定,由更新后的流场通过式(16)进一步得到耦合界面载荷 $\mathbf{F}^{ik}(t)$.
- 4) 将 $\mathbf{F}^{ik}(t)$ 传递到固体域,求解固体域方程(18),得到耦合界面位移 $\mathbf{d}^{new}(t)$.
- 5) 将 $\mathbf{d}^{new}(t)$ 传递到流体域,求解方程(6)和(8),得到新的耦合界面载荷 $\mathbf{F}^{new}(t)$.
- 6) 根据收敛准则式(20),若位移 $\mathbf{d}^{new}(t)$ 与载荷 $\mathbf{F}^{new}(t)$ 不能同时满足收敛准则,则返回迭代步3)~5);若不同时满足收敛准则(20),则令 $t = t + \Delta t$.
- 7) 若 $t \leq t_{end}$,则返回迭代步2)~6);否则,迭代结束.

2 嵌套网格数值模拟方法验证

2.1 球形颗粒自由沉降

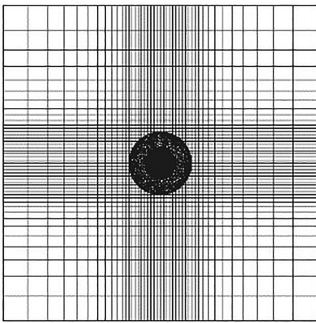


图9 流体中球形颗粒自由沉降有限元模型

Fig. 9 The finite element model of free settlement of spherical particles in fluid

初始时刻球形颗粒和流体都是静止的,然后球形颗粒开始在重力和水动力作用下做自由沉降运动,流体域大小为 $[-5D, 5D] \times [-5D, 5D] \times [0, 80D]$,并在 $[-1D, 1D] \times [-1D, 1D] \times [0, 80D]$ 区域采用相同大小的网格, $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.1D$, 向其他区域过渡时增长率为 1.2,其有限元模型如图 9 所示,球形颗粒物理参数见表 1.

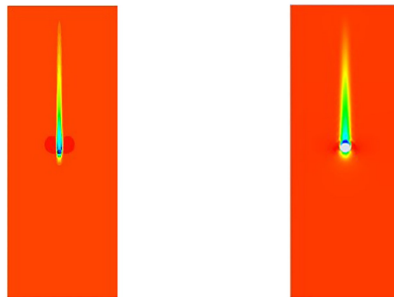
基于上述方法对单个球形颗粒的自由沉降运动进行计算,并与参考文献[15]中的数值模拟和实验结果进行对比.其速度云图和速度随时间变化曲线分别见图 10、图 11.

由图 10 和图 11 的结果对比可知,当垂向速度 v_p 为 $-0.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,采用本文方法得到的云图与浸入边界法云图基本一致,且颗粒的垂向速度随时间变化曲线与实验、浸入边界法曲线基本吻合.因此可验证本文建立的嵌套网格数值方法对球形颗粒自由沉降过程的计算是正确的.

表 1 球形颗粒物理参数

Table 1 Physical parameters of spherical particles

case	sphere diameter D/mm	granular material	granule density $\rho_s / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$
7	3	steel	7 800



(a) 浸入边界法(文献[15])

(b) 嵌套网格

(a) The immersed boundary method(ref. [15]) (b) The nested mesh

图 10 垂向速度 v_p 为 $-0.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时的速度云图

Fig. 10 Velocity contours for vertical velocity $v_p = -0.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

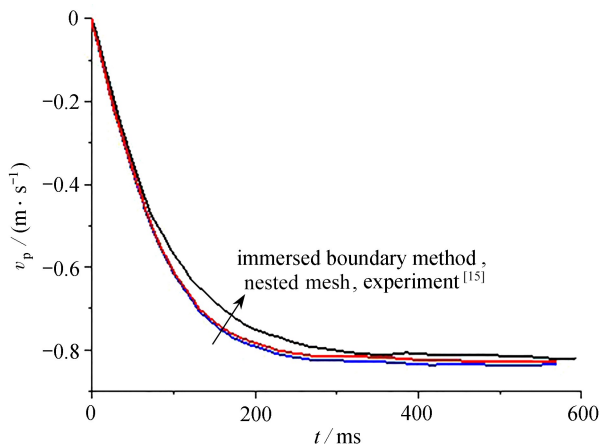


图 11 颗粒垂向速度 v_p 随时间的变化

Fig. 11 Variations of vertical particle velocity v_p with time

2.2 球形颗粒与壁面正碰撞

流体域为长方体,其几何尺寸长、宽、高分别为 40 mm,40 mm,170 mm;建立流体域网格如图 12 所示,在底部壁面处采用局部网格加密,且壁面处第一层网格高度为 0.01 mm,边界层增长率为 1.1.玻璃板厚度为 12 mm,划分了 4 层单元,且玻璃板底面为固定约束.球形颗粒材料为钢材,密度为 $7\ 800\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$,弹性模量为 $2.4 \times 10^{11}\ \text{Pa}$,Poisson 比为 0.3,其计算工况见表 2.

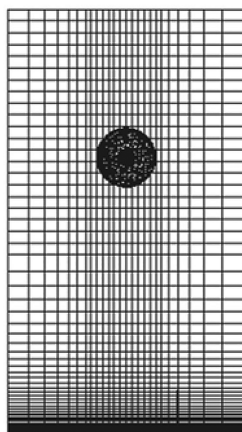


图 12 流体中球形颗粒与壁面碰撞有限元模型

Fig. 12 The finite element model of collision between spherical particles and wall in fluid

表 2 球形颗粒与流体的物理参数

Table 2 Physical parameters of spherical particles and fluid

case	sphere diameter D/mm	fluid density $\rho_f / (\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	fluid viscosity $\mu_f / (\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2)$	Stokes number S
①	3	965	0.1	5
②	6	965	0.1	26
③	3	953	0.02	60
④	4	953	0.02	104
⑤	3	935	0.01	149
⑥	3	920	0.005	369
⑦	5	920	0.005	760
⑧	5	998	0.001	3 480

对表中不同工况下球形颗粒与壁面碰撞和反弹过程进行计算,得到球形颗粒恢复系数 e 与 Stokes 数 S 的关系变化数值,并与 Gondret 等^[17]的实验结果进行对比,对比曲线如图 13 所示.

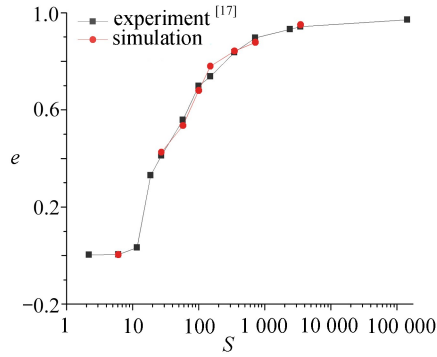


图 13 恢复系数 e 与 Stokes 数 S 的关系曲线

Fig. 13 Relation curves between recovery coefficient e and Stokes number S

从图 13 中可以看出,当 S 小于 10 时,球形颗粒不反弹,随着 S 逐渐增大,恢复系数逐渐趋向于球形颗粒干碰撞时的恢复系数,且数值模拟与实验数值吻合较好,表明本文建立的数值方法对流体中固体与固体碰撞的模拟是可行的。

图 14 为工况⑤球形颗粒与玻璃壁面碰撞和反弹过程中高度、速度随时间的变化曲线,取相对时间 $t = 0$ s 为球形颗粒与玻璃壁面第一次碰撞时间。

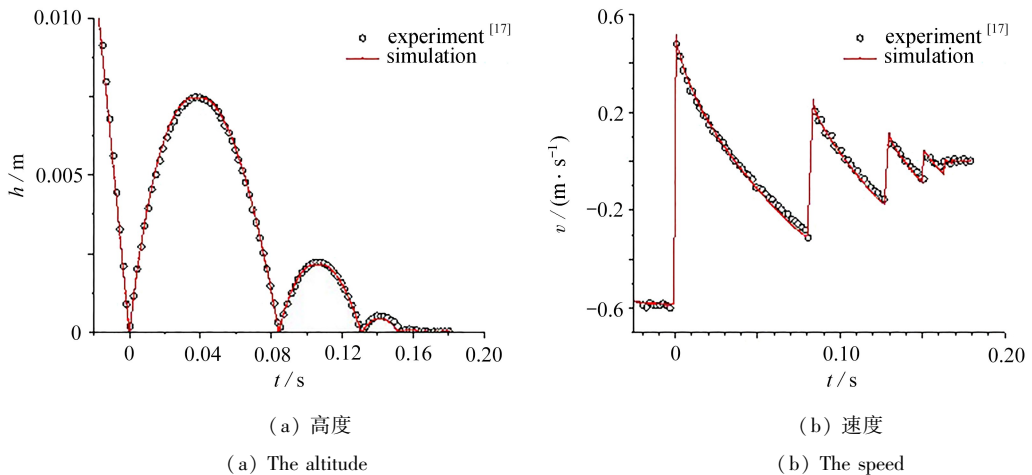


图 14 球形颗粒碰撞过程中高度、速度随时间的变化曲线

Fig. 14 Variation curves of the displacement and the velocity with time during spherical particle collision

由图 14 可知,由于流体黏性耗散和材料阻尼导致动能损失,球形颗粒后续的反弹高度越来越低,且反弹速度亦越来越小;数值模拟能够很好地展现该工况的运动趋势,且其数值与实验数据吻合,表明本文建立的数值方法对流体中固体与固体正碰撞的模拟是准确的。

图 15 为工况⑤球形颗粒与壁面正碰撞和反弹过程中流体涡量场随时间的变化云图。由图 15 可知,当球形颗粒下降时,由于速度逐渐增大尾迹涡环也逐渐增大,而且球形颗粒在尾迹位置开始出现与尾迹涡环方向相反的涡量。当 $t = -0.011$ s 时,颗粒距壁面较远,颗粒仍处在加速过程中;当 $t = -0.002$ s,即球形颗粒与壁面距离约为颗粒半径时,流体被挤出间隙,壁面处产生与颗粒尾迹涡环方向相反的涡量;当 $t = 0$ s 时,颗粒第一次与壁面碰撞;当 $t = 0.002$ s 时,反弹过程中的颗粒通过主尾迹环向上运动并形成方向相反的二次涡环;当 $t = 0.039$ s 时,颗粒第一次反弹到最大高度,由于黏性耗散,颗粒周围的初始涡环减小;当 $t = 0.084$ s 时,颗粒回落并第二次与壁面碰撞。

2.3 球形颗粒与壁面斜碰撞

基于上述方法对流体中球形颗粒与壁面斜碰撞和反弹过程也进行了数值模拟,流体域仍为长方体,其长、宽、高分别为 60 mm, 60 mm, 50 mm, 建立网格如图 16 所示,边界层尺寸为 0.01 mm, 增长率为 1.2, 模型

与 Joseph 和 Hunt^[18] 实验中使用的颗粒和黏性流体的物理参数相同, 见表 3。

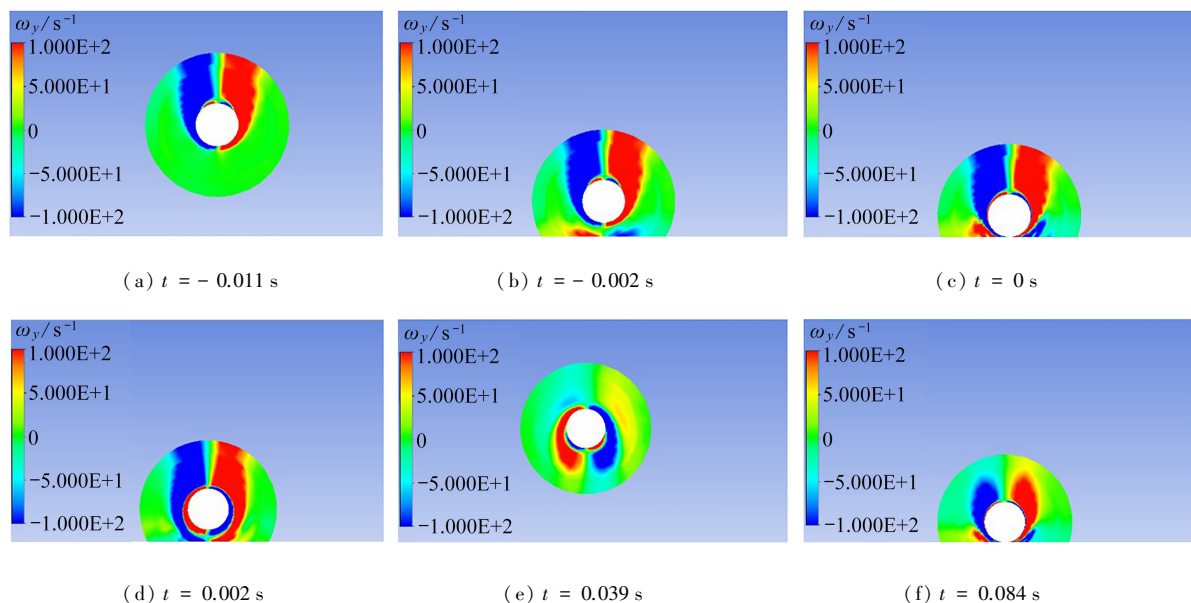


图 15 颗粒与壁面正碰撞涡量场随时间的变化

Fig. 15 Contours diagram of vorticity fields changing with time during frontal collision between particles and wall

表 3 球形颗粒与流体的物理参数

Table 3 Physical parameters of spherical particles and fluid

sphere diameter	recovery coefficient	coefficient of sliding	sphere density	fluid density	fluid viscosity
D / mm	e_{dry}	friction μ_{dry}	$\rho_s / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\rho_f / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\mu_f / (\text{N} \cdot \text{s} / \text{m}^2)$
12.7	0.97	0.11	7 800	998	0.001

经计算, 得到球形颗粒在流体中与壁面斜碰撞的无量纲化入射角与反射角变化结果, 并与 Joseph 和 Hunt^[18] 的实验结果进行了对比, 对比曲线如图 17 所示。图中 $\psi_{\text{in}} = \tan \theta_{\text{in}}$, θ_{in} 为小球碰撞点的入射角, $\psi_{\text{out}} = e \tan \theta_{\text{out}}$, e 为弹性恢复系数, θ_{out} 为小球碰撞点的反射角。因受小球转动速度的影响, $\tan \theta_{\text{out}} = (v_T - v_\omega) / v_N$, v_T 为小球平动速度沿着壁面的速度分量, v_ω 为小球转动速度, v_N 为小球平动速度垂直于壁面的速度分量, 即无量纲化反射角 ψ_{out} 与小球平动速度和转动速度直接相关。

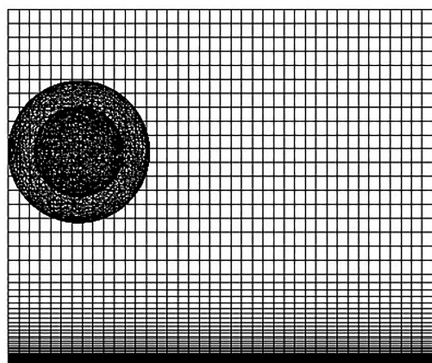


图 16 流体中球形颗粒与壁面斜碰撞有限元模型

Fig. 16 The finite element model of oblique collision between spherical particles and wall surface in fluid

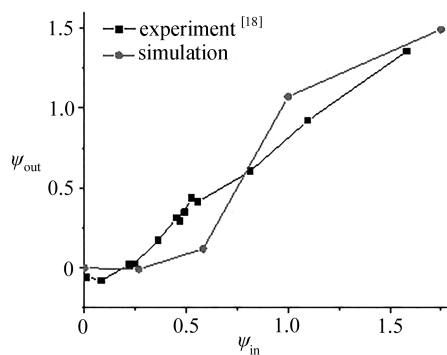


图 17 无量纲化入射角和反射角关系曲线

Fig. 17 Relation curves of the dimensionless incident angle and the rebound angle

由图 17 可知, 球形颗粒反射角随入射角增大而增大, 且数值模拟结果与实验结果基本吻合, 由此可验证采用本文方法对流体域中固体斜碰撞的数值模拟的正确性。

图 18 为入射角 $\theta_{\text{in}} = 45^\circ$ 时球形颗粒与壁面斜碰撞和反弹过程中涡量场随时间的变化云图。由图 18 可

知,当 $t = -0.0042 \sim 0$ s 时,流体的涡量场与球形颗粒与壁面正碰撞工况的分布相似,不同的是其涡量场倾斜了一定角度;当 $t = 0.003$ s 时,球形颗粒反弹,下落时尾迹的初始涡环以相同的角度撞击壁面,并在颗粒周围出现一个新的涡环;当 $t = 0.003 \sim 0.0079$ s 时,部分初始涡环随着球形颗粒移动而逐渐脱落,直至分离。

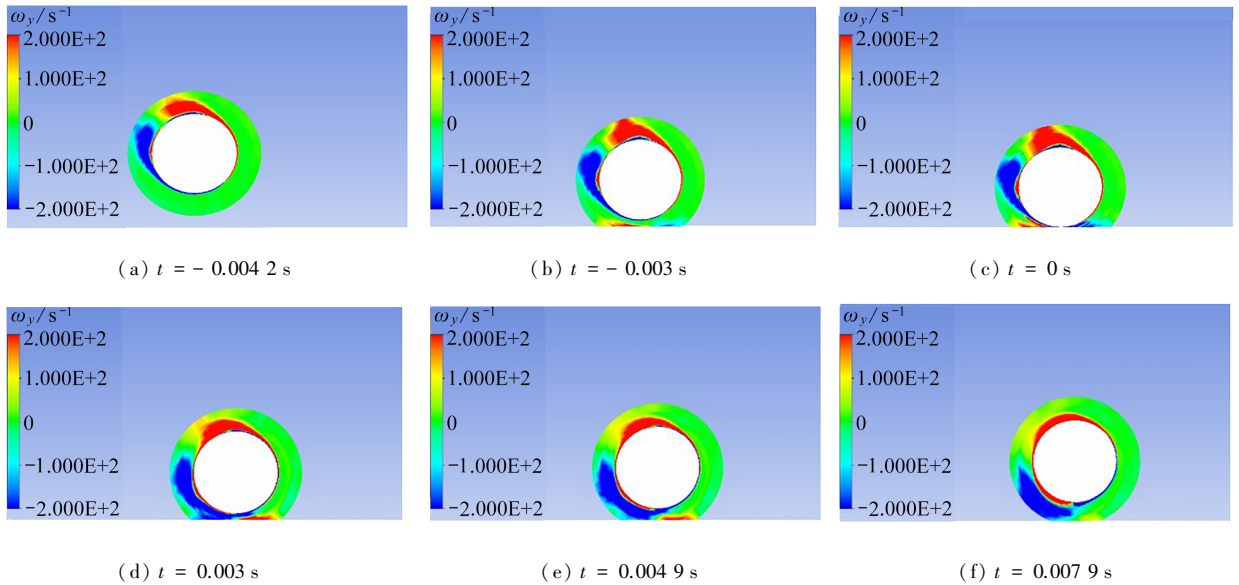


图 18 颗粒与壁面斜碰撞涡量场随时间的变化

Fig. 18 Contours of vorticity fields changing with time during oblique collision between particles and wall

3 环空流体内旋转杆柱与井筒碰撞计算结果

基于上述方法对 1.1 小节井筒内浸没在流体中的旋转杆柱与井筒的碰撞进行数值计算,计算参数见表 4。

表 4 旋转杆柱和流体的物理参数

Table 4 Physical parameters of rotating rod and fluid

elasticity modulus	Poisson's ratio	density of the rod string	fluid density	fluid viscosity	rotating speed of the rod string
E/Pa	ν	$\rho_s / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\rho_f / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\mu_f / (\text{N} \cdot \text{s} / \text{m}^2)$	$V / (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$
2.4×10^{11}	0.3	7 800	998	0.005	25.12

3.1 有流体与无流体计算结果对比

由表 5 可知固体域 2 109 个网格与 3 234 个网格第一次碰撞力变化不大,所以固体域划分为 2 019 个网格,如图 19(a) 所示;流体域 105 396 个网格和 137 991 个网格第一次碰撞力变化不大,所以流体域划分为 105 396 个网格,边界层尺寸为 0.01 mm,增长率为 1.2,如图 19(b) 所示。

表 5 网格无关性验证

Table 5 Grid independence verification

	solid domain			fluid domain			
number of grid	1 122	2 109	3 234	47 375	68 900	105 396	137 991
first impact force/N	1.37	2.31	2.4	0.825	0.716	0.554	0.561

图 20 为有环空流体和无环空流体旋转杆柱与井筒碰撞力随时间的变化曲线,井筒内环空流体随杆柱运动产生的涡量如图 21 所示。

由图 20 可知,井筒与杆柱环空内无流体时,杆柱与井筒间的碰撞力最大值为 6.13 N,而环空内有流体时,其碰撞力仅为 0.56 N.即环空无流体时,杆柱与井筒间碰撞时的碰撞力数值明显大于有流体的工况.因此,当井筒内有流体存在时,杆柱与井筒的碰撞剧烈程度明显降低。

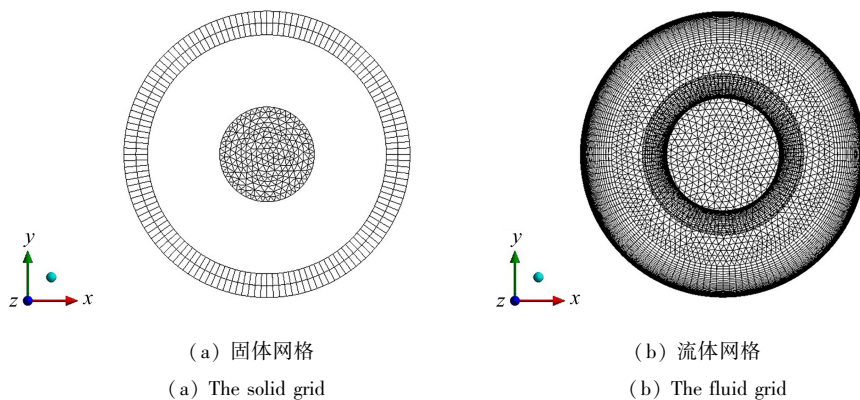


图 19 网格模型

Fig. 19 Grid model

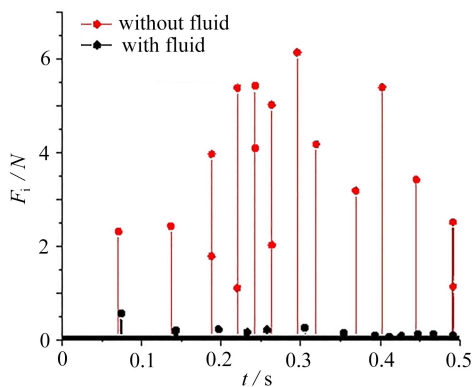


图 20 旋转杆柱与井筒碰撞力随时间的变化

Fig. 20 Variations of impact forces between the rotating rod string and the wellbore with time

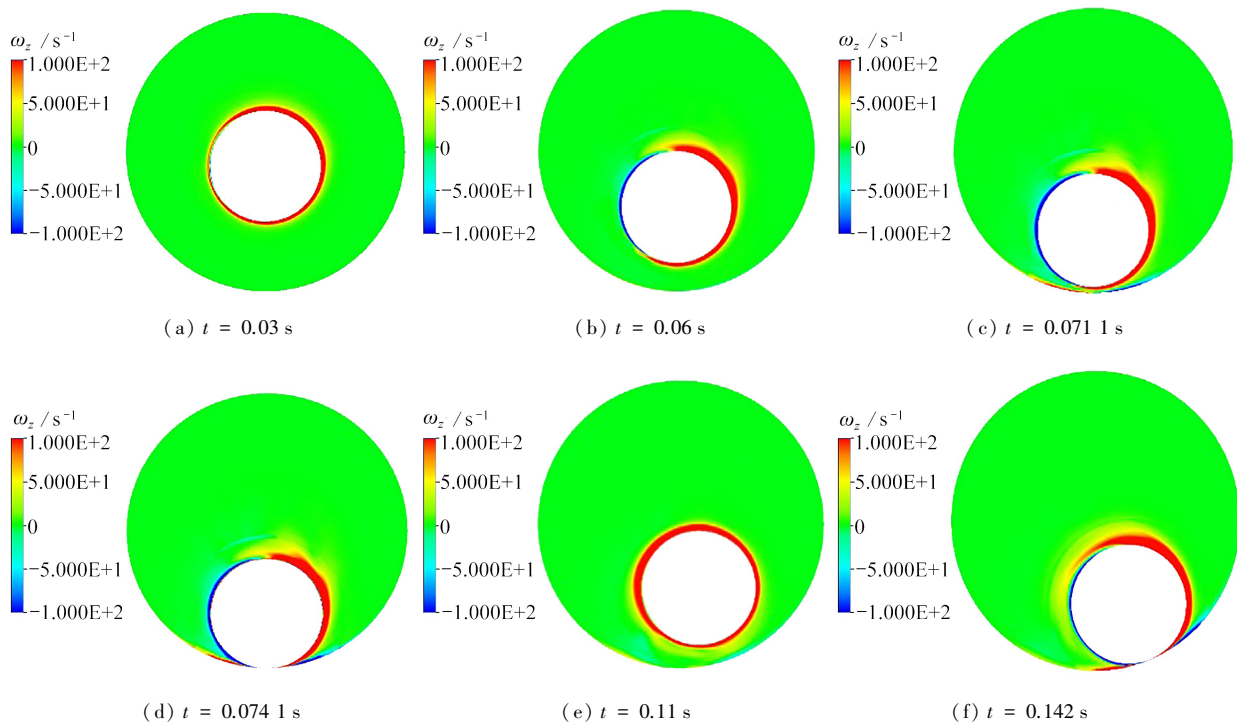


图 21 环空流体随杆柱运动的涡量

Fig. 21 Vorticity contours of annulus fluid moving with the rod string

由图 21 可知:当 $t = 0.03$ s 时, 流场受杆柱转动影响出现涡量; 到 $t = 0.06$ s 时, 受杆柱运动速度影响产生相反的涡量; $t = 0.071$ s ~ 0.074 s 时, 涡量场和小球正碰撞壁面相似; 但当 $t = 0.11$ s 杆柱上升到最高位置时, 涡量场主要受转速影响, 杆柱平动速度的影响几乎可以忽略; 当 $t = 0.142$ s 时, 杆柱产生第二次碰撞。

3.2 黏度对环空流体中旋转杆柱与井筒碰撞的影响分析

为探讨流体黏度对环空流体中杆柱与井筒碰撞特性的影响, 对流体黏度分别为 $0.01 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $0.02 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $0.03 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $0.04 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $0.05 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ 进行计算, 得到杆柱与井筒间碰撞力随时间的变化曲线, 如图 22 所示。图 23 为杆柱上第 1 次与井筒碰撞点的运动轨迹, 图 24 为杆柱中心点速度随时间的变化。

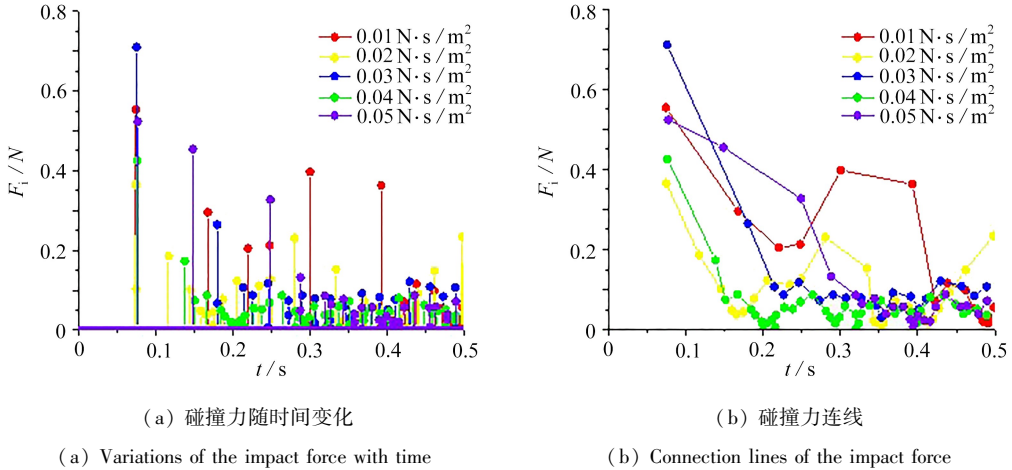


图 22 不同流体黏度下, 旋转杆柱与井筒碰撞力随时间的变化

Fig. 22 Variations of the impact force between the rotating rod string and the wellbore with time under different fluid viscosities

由图 22(a) 可知, 杆柱与井筒初始碰撞时碰撞力数值较大, 且最大值不受黏度影响, 随着时间推移碰撞力数值逐渐减小, 且受黏度的影响越来越明显, 其数值随着黏度增加呈下降趋势。由图 22(b) 可知, 当黏度为 $0.01 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $0.02 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ 时, 碰撞力波动下降, 当黏度为 $0.03 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $0.04 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $0.05 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ 时, 杆柱与井筒碰撞力呈单调下降, 黏度越大下降趋势越明显, 其数值减小至 0.1 N 。

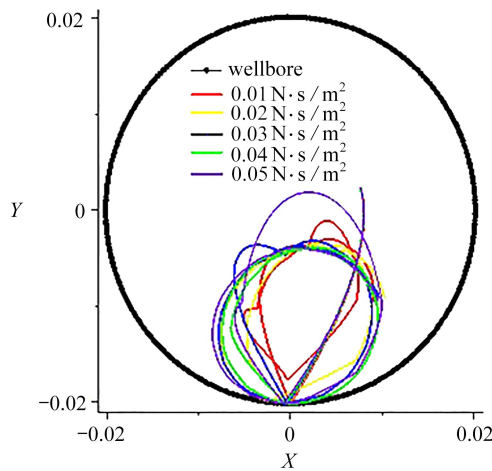


图 23 不同流体黏度下杆柱上与井筒第 1 次碰撞点的运动轨迹

Fig. 23 Trajectories of the 1st collision point between the rod string and the wellbore under different fluid viscosities

由图 23 可知, 杆柱上第 1 次与井筒碰撞点的运动轨迹随黏度增大越来越趋于圆形, 即杆柱运动范围与黏度负相关, 黏度越大, 运动范围越小, 其轨迹越趋于圆形。

由图 24(a)可知,杆柱中心点速度随时间推移整体呈下降趋势,当杆柱与井筒发生碰撞时,其数值产生突变,且速度的振荡程度和流体黏度成负相关,黏度越低振荡越剧烈.由图 24(b)可知,当黏度大于 $0.03 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ 时,中心点速度在 0.4 s 后趋于稳定,且呈周期性变化.

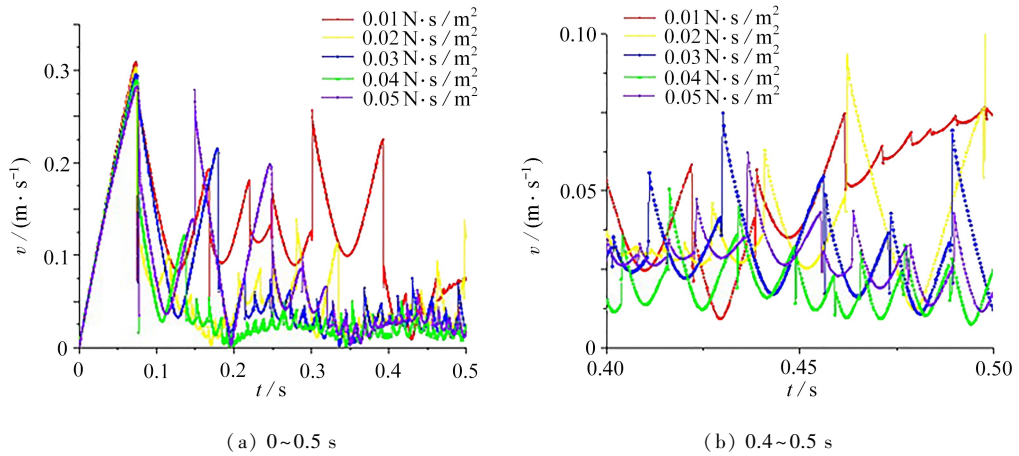


图 24 不同流体黏度下杆柱中心点速度随时间的变化

Fig. 24 Variations of the center point velocity of the rod string with time under different fluid viscosities

3.3 转速对环空流体中旋转杆柱与井筒碰撞的影响分析

为探讨杆柱转速对环空流体中杆柱与井筒碰撞特性的影响,对杆柱转速分别为 12.56 rad/s , 18.84 rad/s , 25.12 rad/s , 31.40 rad/s , 37.68 rad/s 进行计算,得到杆柱与井筒间碰撞力随时间的变化曲线,如图 25 所示.图 26 为杆柱上第 1 次与井筒碰撞点的运动轨迹,图 27 为杆柱中心点速度随时间的变化.

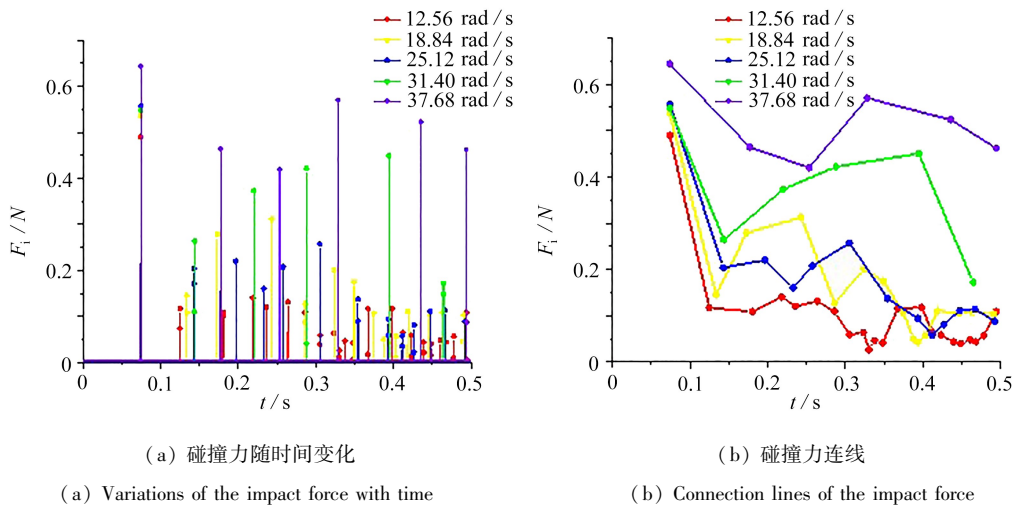


图 25 不同转速下杆柱与井筒间碰撞力随时间的变化

Fig. 25 Variations of collision force between rod string and wellbore with time at different rotational speeds

由图 25(a)可知,杆柱与井筒间的碰撞力随杆柱转速增大而增大,随时间推移整体呈下降趋势.由图 25(b)可知,当转速为 12.56 rad/s 时, 0.1 s 后碰撞力变化趋于平缓;当转速为 18.86 rad/s 和 25.12 rad/s 时, 0.35 s 后碰撞力变化趋于平缓,其数值仅为 0.1 N ;当转速为 31.40 rad/s 和 37.68 rad/s 时,碰撞力始终在较大范围内变化.

由图 26 可知,杆柱运动范围与杆柱转速正相关,即转速越大,其运动范围越大.由图 27 可知,杆柱中心点速度的振荡程度与杆柱转速成正相关,即转速越高振荡越剧烈.当杆柱转速大于 25.12 rad/s 时,杆柱中心点速度不再随时间推移整体呈下降趋势,其数值在杆柱与井筒碰撞点处产生突变.

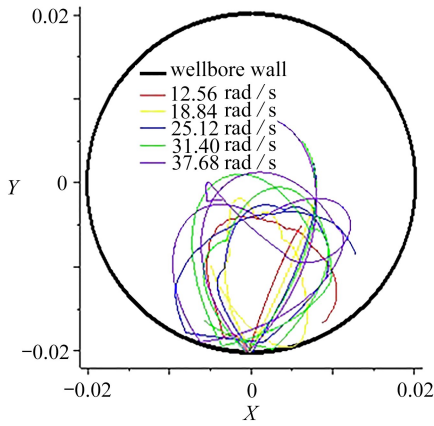


图 26 不同转速下杆柱上与井筒第 1 次碰撞点的运动轨迹
Fig. 26 Motion trajectories of the 1st collision point between the rod string and the wellbore at different rotational speeds

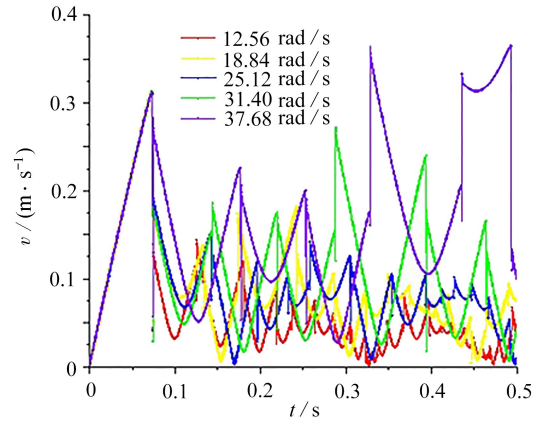


图 27 不同转速下中心点速度随时间的变化
Fig. 27 Center point velocities changing with time at different rotational speeds

4 结 论

1) 为研究环空流体内旋转杆柱与井筒的碰撞特性,基于嵌套网格和分域求解算法,本文建立了井筒内浸没在流体中的旋转杆柱力学模型,将环空流体域离散为相互嵌套的背景网格和组件网格,并推导两套网格间边界条件信息插值公式,采用分域耦合算法对固体域与流体域耦合进行求解.该方法能够避免流体域网格拓扑的改变,有效解决了传统贴体网格方法在求解流体中存在固体间碰撞问题时网格易出现负体积的问题。

2) 基于上述方法,对静止流体中的球形颗粒与壁面正、斜碰撞进行数值计算,并与实验结果进行对比,验证了本文数值计算方法对流体域中固体与固体间碰撞模拟的正确性。

3) 对不同流体黏度、不同杆柱旋转速度下杆柱与井筒碰撞特性进行了研究,结果表明:杆柱与井筒间碰撞力随黏度增大而降低,杆柱运动范围与流体黏度负相关;随着杆柱旋转速度增大,杆柱与井筒间的碰撞力增大,杆柱运动范围与其转速正相关;且当杆柱与井筒发生碰撞时,杆柱上任一点速度出现突变.本文计算方法可为下一步研究石油工程领域中杆管柱偏磨、脱扣、断裂失效提供一种行之有效的手段。

参考文献 (References):

- [1] FABIAN D, RAUL G, SRINIVASAN N. Arbitrary Lagrangian-Eulerian method for Navier-Stokes equations with moving boundaries[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, **193**(45/47): 4819-4836.
- [2] 王奇, 朱寅鑫, 牛培行, 等. 柔性扑翼翼型的气动性能仿真分析[J]. *应用数学和力学*, 2022, **43**(5): 586-596. (WANG Qi, ZHU Yinxin, NIU Peixing, et al. Simulation of aerodynamic performances of flexible flapping wing airfoils[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(5): 586-596. (in Chinese))
- [3] TOGASHI F, ITO Y, NAKAHASHI K. Extensions of overset unstructured grids to multiple bodies in contact [J]. *Journal of Aircraft*, 2006, **43**(1): 52-57.
- [4] MILLER S T, CAMPBELL R L, ELSWORTH C W, et al. An overset grid method for fluid-structure interaction [J]. *World Journal of Mechanics*, 2014, **4**(7): 217-237.
- [5] 李映坤. 多物理场耦合计算方法研究及其在双脉冲发动机中的应用[D]. 博士学位论文. 南京: 南京理工大学, 2017. (LI Yingkun. A study of numerical method for multi-physics field coupling and application to dual pulse motor[D]. PhD Thesis. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2017. (in Chinese))
- [6] 倪同兵. 旋翼(尾桨)气动噪声的主/被动抑制方法及机理研究[D]. 博士学位论文. 南京: 南京航空航天大学, 2018. (NI Tongbing. Active/passive noise suppression method and mechanism researches on aeroacoustic of rotor (tail-rotor) [D]. PhD Thesis. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018. (in Chi-

- nese))
- [7] 徐广. 新型桨尖弹性旋翼气动特性的 Navier-Stokes 方程数值模拟[D]. 博士学位论文. 南京: 南京航空航天大学, 2010. (XU Guang. Numerical simulation on aerodynamic characteristics of elastic rotors with new tip shape by N-S equations[D]. PhD Thesis. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010. (in Chinese))
- [8] 史美娇, 徐慧东, 张建文. 双侧弹性约束悬臂梁的非光滑擦边动力学[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(6): 619-630. (SHI Meijiao, XU Huidong, ZHANG Jianwen. Non-smooth grazing dynamics for cantilever beams with bilateral elastic constraints[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(6): 619-630. (in Chinese))
- [9] MENTER F R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications[J]. *AIAA Journal*, 1994, **32**(8): 1598.
- [10] 刘云贺. 流体-固体动力耦合理论及水利工程应用[D]. 博士学位论文. 西安: 西安交通大学, 2001. (LIU Yunhe. Fluid-solid dynamic coupling theory and its application in hydraulic engineering[D]. PhD Thesis. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2001. (in Chinese))
- [11] 黄宇, 阎超, 王文, 等. 混合重叠网格插值方法的改进及应用[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, **43**(2): 285-292. (HUANG Yu, YAN Chao, WANG Wen, et al. An improved interpolation method for hybrid overset grid and its application[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2017, **43**(2): 285-292. (in Chinese))
- [12] VENKATAKRISHNAN V. On the accuracy of limiters and convergence to steady state solutions: 93-0880[R]. AIAA Paper, 1993.
- [13] BAKER T J. Interpolation from a cloud of points[C]//*Proceedings of the 12th International Meshing Roundtable*. Santa Fe, 2003: 55-63.
- [14] 杨明, 刘巨保, 岳欠杯, 等. 基于浸入边界-有限元法的流固耦合碰撞数值模拟方法[J]. 应用数学和力学, 2019, **40**(8): 880-892. (YANG Ming, LIU Jubao, YUE Qianbei, et al. Numerical simulation of fluid-solid coupling collision based on the finite element immersed boundary method[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, **40**(8): 880-892. (in Chinese))
- [15] 杨明. 固体间碰撞与流体耦合的数值分析方法研究[D]. 博士学位论文. 大庆: 东北石油大学, 2019. (YANG Ming. Study on numerical analysis method of solid to solid collision coupling with fluid[D]. PhD Thesis. Daqing: Northeast Petroleum University, 2019. (in Chinese))
- [16] 邓创华. 流固耦合弱耦合算法研究[D]. 硕士学位论文. 武汉: 华中科技大学, 2012. (DENG Chuanghua. A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of applied sociology[D]. Master Thesis. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2012. (in Chinese))
- [17] GONDRET P, LANCE M, PETIT L. Bouncing motion of spherical particles in fluids[J]. *Physics of Fluids*, 2002, **14**(2): 643.
- [18] JOSEPH G G, HUNT M L. Oblique particle-wall collisions in a liquid[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, **510**: 71-93.