

刚性截面族附加质量系数的面元计算方法及其在燃料组件中的应用

王麒均, 张德春, 李鹏, 王骏

The Panel Method for Rigid Section Group Added Mass Coefficients and Its Application to Fuel Assemblies

WANG Qijun, ZHANG Dechun, LI Peng, and WANG Jun

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.21656/1000-0887.430292>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基面力单元法在空间几何非线性问题中的应用](#)

Application of the Base Force Element Method to Spatial Geometrically Nonlinear Problems

应用数学和力学. 2021, 42(8): 785–793 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410341>

[基于比例边界有限元法和灰狼优化算法的裂纹尖端位置识别](#)

Identification of Crack Tip Positions Based on the Scaled Boundary Finite Element Method and the Grey Wolf Optimization Algorithm

应用数学和力学. 2021, 42(11): 1177–1189 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.410381>

[电液位置伺服系统的鲁棒自适应控制](#)

A Robust Adaptive Backstepping Control Method for ElectroHydraulic Position Servo Systems

应用数学和力学. 2017, 38(6): 676–684 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370272>

[功率谱法在隔震桥梁抗震分析中的应用研究](#)

Application of the Power Spectrum Method in Seismic Analysis of Seismic Isolation Bridges

应用数学和力学. 2017, 38(1): 90–98 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.370551>

[有限元法求解瞬态温度场时的数值振荡研究](#)

Study of Numerical Oscillation in Solving Transient Temperature Fields With the Finite Element Method

应用数学和力学. 2018, 39(4): 403–414 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380166>

[插值型无单元Galerkin比例边界法与有限元法的耦合在压电材料断裂分析中的应用](#)

Application of a Coupled Interpolating Element-Free Galerkin Scaled Boundary Method and Finite Element Method in Fracture Analysis of Piezoelectric Materials

应用数学和力学. 2018, 39(11): 1258–1267 <https://doi.org/10.21656/1000-0887.390129>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

刚性截面族附加质量系数的面元计算方法 及其在燃料组件中的应用*

王麒均, 张德春, 李鹏, 王骏

(西南交通大学 力学与航空航天学院, 成都 610031)

摘要: 基于面元法发展了适用于计算具有任意复杂外形的刚性截面族附加流体质量系数的数值方法, 并将其应用到压水堆燃料组件的计算中, 分析了 1×5 组件抗震试验中由组件位置偏差所引起的附加质量系数变化规律. 结果表明: 该方法能解决具有复杂连续边界的刚性截面族附加质量系数计算问题; 相较于组件间间隙, 围板与组件间隙对质量系数的影响占主导; 无论存在何种位置偏差, 任意一组件在所有组件和围板上产生的沿假设运动方向与垂直假设运动方向上的附加质量系数之和分别近似为 -1 和 0 .

关键词: 刚性截面族; 附加质量; 面元法; 燃料组件; 位置偏差

中图分类号: O35 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.430292

The Panel Method for Rigid Section Group Added Mass Coefficients and Its Application to Fuel Assemblies

WANG Qijun, ZHANG Dechun, LI Peng, WANG Jun

(School of Mechanics and Aerospace Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, P.R.China)

Abstract: A numerical method based on the panel method was developed to calculate the added fluid mass coefficients of the rigid section group with arbitrarily complex shapes, and was successfully applied to the PWR fuel assemblies. The variation law of added mass coefficients with position deviations was analyzed in the seismic test of 1×5 fuel assemblies. The results show that, this method is suitable for the calculation of the added mass coefficients of rigid section groups with complex continuous boundaries. Compared with the gap between assemblies, the gap between baffles and assemblies has a dominant influence on the added mass coefficient. Regardless of the position deviation, the sum of the added mass coefficients of all assemblies and baffles in the assumed motion direction is approximately equal to -1 , and that in the perpendicular direction is approximately equal to 0 .

Key words: rigid section group; added mass; panel method; fuel assemblies; position deviation

* 收稿日期: 2022-09-23; 修订日期: 2022-11-04

基金项目: 国家自然科学基金(12072298; 12172311)

作者简介: 王麒均(1998—), 男, 硕士生(E-mail: 1344932081@qq.com);

李鹏(1983—), 男, 教授, 博士生导师(通讯作者. E-mail: lp_vib@126.com).

引用格式: 王麒均, 张德春, 李鹏, 王骏. 刚性截面族附加质量系数的面元计算方法及其在燃料组件中的应用[J]. 应用数学和力学, 2023, 44(2): 133-140.

0 引言

为了评估压水堆核燃料组件在地震等极端工况下的结构安全性,需对组件开展抗震理论计算和试验研究.组件自身特殊的结构形式及工作环境导致其本质上是一个典型的复杂流固耦合系统,浸没在流体中的组件与流体之间会发生流固耦合作用^[1-2].目前,工程界主要采用附加质量系数(下文简称质量系数)来评估这种流体作用,并将其应用于组件抗震研究的理论建模和分析中.已有研究表明,质量系数对组件动态响应有着重要影响,其对组件间和组件与围板间的间隙变化非常敏感^[3].因此,掌握试验过程中可能出现的因组件位置偏差而导致的质量系数变化规律,将有助于全面评估组件抗震试验与理论分析结果.

质量系数的求解主要有理论方法和数值方法.Mazur^[4-5]利用二维势流理论得到了理想流体中单个圆形截面在垂直壁面附近运动时质量系数的精确解,并进一步给出了两圆形截面在理想流体中运动时质量系数的精确解.Chung等^[6]通过级数展开法计算了浸没在圆形容器的圆形截面的质量系数.Lagrange等^[7]利用双极坐标系得到了两运动圆形截面的质量系数精确解.上述理论方法通常难度较大,且只能应用于结构边界数学上 C^1 连续(边界的数学描述函数为1阶导数连续函数)的情形,不适用于复杂边界条件工况.Rigaudeau等^[8]利用有限元方法计算了水平载荷作用下压水堆燃料组件二维模型的质量系数.Paidoussis等^[9]分别使用理论方法和有限元方法计算了充液通道中圆形截面族的质量系数,表明有限元方法适用复杂边界条件.有限元方法虽然可用于 C^0 连续(边界的数学描述函数为0阶导数连续函数,即连续函数)的结构,但网格划分复杂,并且计算效率相对较低.

为解决理论方法不能很好适用边界 C^0 连续和有限元方法对复杂问题计算效率较低的问题,本文引入了空气动力学中的面元法,并发展了相应计算方法.首先将结构边界划分为有限个面元单元,并在每个面元上布置强度未知的连续点源,然后通过各面元控制点处边界条件确定点源强度,最后利用点源强度求得结构表面的流体作用力.这种方法具有建模简单、计算高效等优点,已经广泛应用于飞机、船舶等工程结构流体力的计算.更为重要的是,面元法能很好地适用任意 C^0 连续的情形.从目前调研情况来看,还未见面元法计算质量系数问题的研究报告.

大部分学者^[4-10]在研究细长结构的横向微幅运动时通常将其简化为二维模型,相关的实验研究^[11-12]也证明了二维模型计算的准确性.鉴于组件结构典型的细长几何特征,本文也将采用应用较为广泛的二维模型进行建模和分析.首先,针对任意边界封闭容器内包含多个任意封闭刚性截面的工况,采用面元法进行理论建模分析,给出了各截面质量系数的数值计算方法.然后,应用本文方法计算单根组件和多根组件的质量系数,讨论了因组件位置偏差导致质量系数变化的规律.结果表明,本文方法适用于具有复杂 C^0 连续边界结构的附加质量计算问题,可为反应堆中具有复杂边界结构的质量系数计算提供新的方法选择.

1 理论模型

考虑到本文方法在一般结构中的应用,选择如图1(a)所示的具有任意复杂边界截面为研究对象. N 个具有任意封闭边界的刚性截面浸没在充满无黏且不可压缩流体的任意外形封闭容器 S_0 中,所有截面在数学上均满足 C^0 连续性条件.当第 q 个截面(记作 S_q)发生 x 方向的运动时,其与流体发生流固耦合作用,这种作用也将传播至 S_p ,从而形成不同截面间的相互耦合作用.本文采用面元法计算该耦合作用,将 S_0, S_1, \dots, S_N 的边界均划分为 m 个面元,共计 $M = m \times N$ 个面元,并在每个面元上布置相应的分布点源,如图1(b)所示.

如图1(c)所示,以任意面元 j 的法向为纵轴 η ,切向为横轴 ζ 建立局部坐标系,获取面元 j 与任意面元 i 的控制点(即面元 i 的中点)位置坐标.由面元法可计算面元 j 在 i 的控制点处沿 ζ 和 η 方向的诱导速度 u, w 及扰动速度势^[13-14].将 u 和 w 沿面元 i 的法向方向作投影并求和(记作 $A_{i,j}$),面元 j 在面元 i 上的扰动速度势记作 $B_{i,j}$,则

$$\begin{cases} u = \frac{1}{2\pi} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\zeta_0 - \zeta}{(\zeta_0 - \zeta)^2 + \eta^2} d\zeta, \\ w = \frac{1}{2\pi} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \frac{\eta}{(\zeta_0 - \zeta)^2 + \eta^2} d\zeta, \end{cases} \quad (1)$$

$$A_{i,j} = (\mathbf{u}, \mathbf{w})_{i,j} \cdot \mathbf{n}_i, \tag{2}$$

$$B_{i,j} = \frac{1}{2\pi} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \ln \sqrt{(\zeta_0 - \zeta)^2 + \eta^2} d\zeta. \tag{3}$$

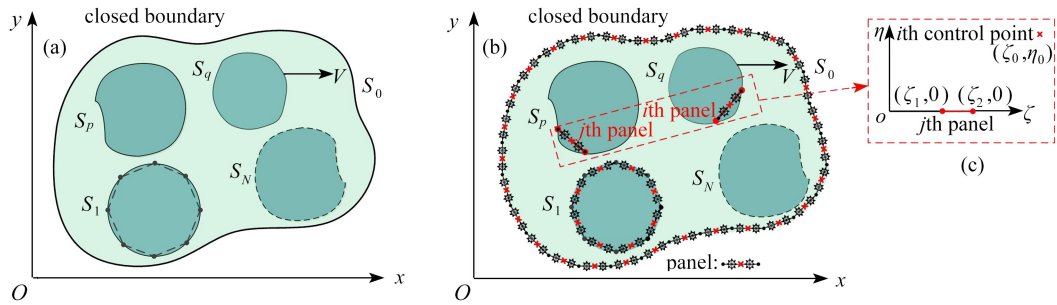


图 1 二维模型示意图: (a) 容器截面图; (b) 面元法离散图; (c) 相对坐标图

Fig. 1 Schematic diagram of the 2D model: (a) the sectional view of the container; (b) the discrete graph of the panel element method; (c) the relative coordinate graph

注 为了解释图中的颜色, 读者可以参考本文的电子网页版本, 后同。

考虑面元 i 上均匀的源强度为 λ_i , 则所有面元上的速度可表示为

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\lambda} = \bar{\mathbf{V}}, \tag{4}$$

矩阵 \mathbf{A} , $\boldsymbol{\lambda}$ 和 $\bar{\mathbf{V}}$ 定义为

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_{1,1} & \cdots & A_{1,M} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{M,1} & \cdots & A_{M,M} \end{pmatrix}, \tag{5}$$

$$\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_M]^T, \tag{6}$$

$$\bar{\mathbf{V}} = \mathbf{V}[0, \cdots, \mathbf{n}_{qm+1}, \cdots, \mathbf{n}_{(q+1)m}, \cdots, 0]^T, \tag{7}$$

其中, \mathbf{V} 为 S_q 上给定沿 x 正向的运动速度; $\mathbf{n}_{qm+1}, \cdots, \mathbf{n}_{(q+1)m}$ 为 S_q 上各面元的法向向量。

由式(4)可求出各面元上的源强度 $\boldsymbol{\lambda}$, 则 S_p 上各面元的速度势为

$$\varphi_j = \sum_{i=1}^M B_{j,i} \lambda_i. \tag{8}$$

由 Bernoulli 方程^[15] 求得 S_p 上各面元的压强为

$$P_j = -\rho \left(\frac{\partial \varphi_j}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \right) = -\rho \sum_{i=1}^M B_{j,i} A_{i,j}^{-1} (\mathbf{a} \cdot \mathbf{n}_i), \tag{9}$$

则面元 j 上的流体力为

$$\mathbf{F}_j = -P_j l_j \mathbf{n}_j = l_j \rho \sum_{i=1}^M B_{j,i} A_{i,j}^{-1} (\mathbf{a} \cdot \mathbf{n}_i) \mathbf{n}_j, \tag{10}$$

其中, $U=0$ 为静水流速, l_j 为面元 j 的长度, $\mathbf{a} = \partial \mathbf{V} / \partial t$ 为 S_q 的加速度, ρ 为流体密度。

由式(10)求得 S_q 运动产生的作用于 S_p 的流体力, 将其在运动方向(x 方向)和垂直方向(y 方向)作投影, 并进一步求得 S_q 与 S_p 之间的质量系数(定义为耦合质量系数); 特别地, 当 $p=q$ 时, 其被称作该截面的自身质量系数:

$$\left\{ \begin{aligned} m_{pq}^x &= \frac{\sum_{i=qm+1}^{(q+1)m} \sum_{j=pm+1}^{(p+1)m} (\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{n}_x) l_j B_{j,i} A_{i,j}^{-1} (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_x)}{A_p}, \\ m_{pq}^y &= \frac{\sum_{i=qm+1}^{(q+1)m} \sum_{j=pm+1}^{(p+1)m} (\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{n}_y) l_j B_{j,i} A_{i,j}^{-1} (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_x)}{A_p}, \end{aligned} \right. \tag{11}$$

其中, n_x, n_y 分别为 x 方向、 y 方向的单位向量, A_p 为 S_p 的面积.

2 算例验证

2.1 封闭圆形容器内的一组圆形截面

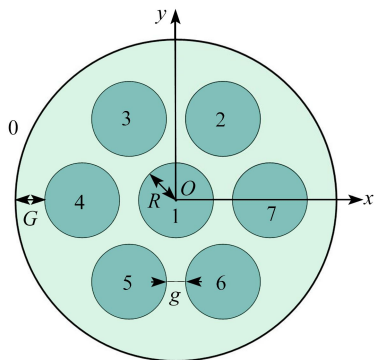


图2 封闭圆形容器内的一组圆形截面

Fig. 2 A group of circular sections inside a closed circular container

核反应堆蒸汽发生器中, 存在如图2所示的典型结构^[6], 在充满无黏且不可压缩流体的封闭圆形容器内有7个参数一致的封闭小圆形截面, 这些封闭截面都满足 C^1 连续. 参考相关研究, 设定小圆形截面半径均为 R , 相邻小圆形截面间隙均为 g ($g = 0.1R$), 内部截面与外容器距离为 G ^[6].

利用本文方法计算该问题, 对截面采用不同的面元个数划分. 首先开展网格无关性验证(由文献 [17] 知 x 方向的质量系数远大于 y 方向, 下文均主要展示 x 方向的质量系数 m_{pq}^x), 结果如图3所示. 由图可知, 随着面元数量的增加, 本文结果趋近理论结果^[6]. 采用每个截面划分为256个面元的方式, 与理论结果误差在3%以内, 可认为是收敛结果. 需要指出的是, 下文所有算例均开展了相应的收敛性分析. 以变量 G/R 验证其质量系数的变化情况. 将本文结果与理论结果对比(考虑该结构对称性, 只展示了部分结果), 如图4所示. 本文方法数值计算结果与理论结果^[6] 对比, 验证了本文方法和计算程序的有效性.

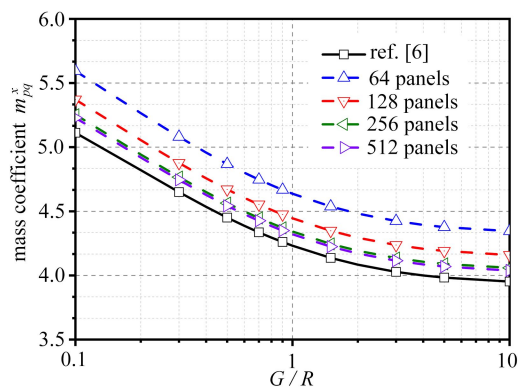


图3 网格无关性分析结果

Fig. 3 Grid-independent analysis results

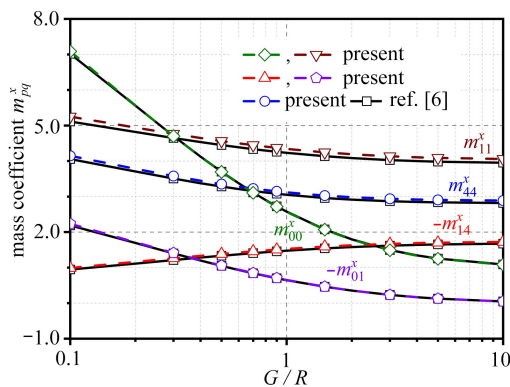


图4 结果对比图

Fig. 4 The result comparison graph

文献 [17] 从理论上给出了质量系数的变化规律:

$$\begin{cases} \sum_q^N m_{pq}^x \approx -1, \\ \sum_q^N m_{pq}^y \approx 0, \end{cases} \quad q = 0, 1, \dots, N. \quad (12)$$

表1 截面质量系数之和

Table 1 Sums of mass coefficients of sections

p	$\sum_q m_{pq}^x$			$\sum_q m_{pq}^y$		
	3	4	6	3	4	6
ref. [6]	-0.9998	-0.9997	-0.9997	-0.0001	0	0
present	-1.0001	-1.0001	-1.0001	0	0	0

采用本文计算结果与文献 [6] 的理论结果分别考察式(12), 结果对比如表 1 所示, 进一步说明了本文计算方法的准确性.

2.2 单根燃料组件

为说明本文方法对复杂边界结构的适用性, 对如图 5(a)所示的单根燃料组件(围板为 C^0 连续)的质量系数进行计算. 为验证本文方法的准确性, 同时采用商业软件 ANSYS 计算了该问题, 其流场网格如图 5(b)所示. 在 ANSYS 中, 分别采用 PLANE42 和 FLUID29 单元对结构和流场进行离散; 约束四个围板法向位移以模拟刚性壁面; 耦合所有燃料棒平动位移以使其保持运动一致性, 并将燃料组件与一端固定的 COMBIN14 弹簧单元连接以模拟弹性振动. 分别计算单燃料组件在真空中的频率 f_s 和在水中的频率 f_a , 令燃料组件质量为 M_s , 流体附加质量为 M_a , 那么附加质量系数可由下式计算:

$$m_{11} = \frac{M_a}{M_s} = \frac{f_s^2}{f_a^2} - 1. \tag{13}$$

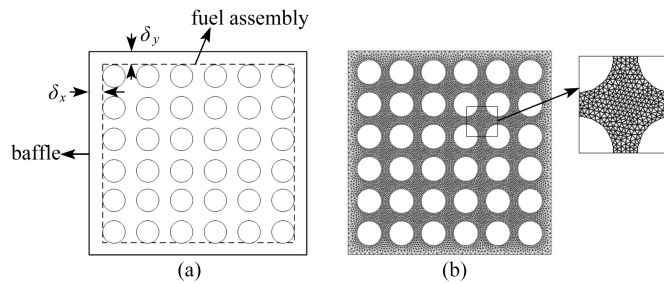


图 5 单根燃料组件示意图: (a) 单根燃料组件模型; (b) ANSYS 流场网格
Fig. 5 Schematic diagram of a single fuel assembly: (a) the single fuel assembly model; (b) the ANSYS flow field mesh

本文计算了组件与围板间隙在 0.01~6 mm 的多组工况, 其与 ANSYS 计算结果对比如图 6 所示, 两者最大误差在 5% 以内, 说明在此间隙区间范围内本文方法适用于燃料组件质量系数的计算. 本文方法只需 280 个面元, 而 ANSYS 却需使用 24711 个单元, 这也说明了本文方法的高效性.

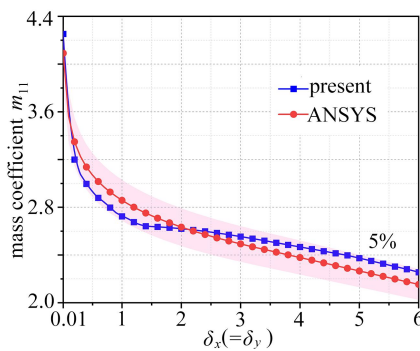


图 6 本文结果与 ANSYS 结果对比图
Fig. 6 The comparison between the results of this method and the ANSYS results

3 1 × 5 燃料组件位置偏差的质量系数规律分析

本节主要针对某抗震试验中所采用的 1 × 5 燃料组件模型进行分析. 如图 7 所示, 单根燃料组件由 6 × 6 个燃料棒组成, 组件位于上下两平行围板中间, 且各组件间隙一致. 试验中相邻两燃料组件间隙 $\delta = 3.94$ mm, 组件与围板间隙 $\delta_x = \delta_y = 2.67$ mm, 组件中每个燃料棒直径 $R = 4.75$ mm, 相邻两燃料棒中心相距 $d = 12.6$ mm^[17].

抗震试验中的组件实验件及试验装置在设计、生产、运输和安装过程中可能会出现某些位置偏差, 这些偏差会影响质量系数并最终影响组件横向振动特

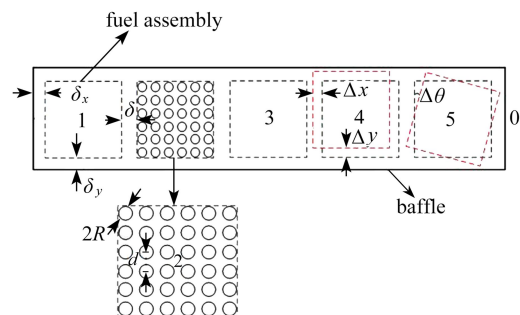


图 7 简化压水堆燃料组件
Fig. 7 Simplified PWR fuel assemblies

性的数值计算.为不失一般性,考察两种常见的位置偏差形式(如图7所示的平移偏差 $\Delta x(\Delta y)$ 和偏转偏差 $\Delta\theta$).考虑到组件模型对称性,只对1,2,3号组件分别发生位置偏差的工况进行分析,结果如图8~13所示.

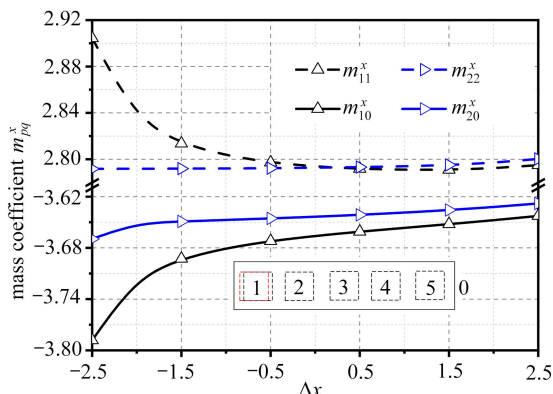


图8 1号组件存在水平方向位置偏差

Fig. 8 No. 1 with horizontal position deviation

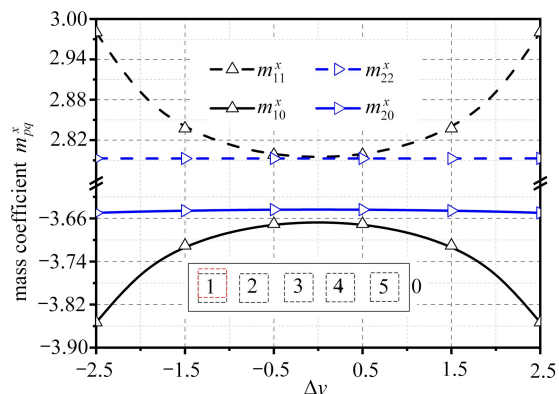


图9 1号组件存在竖直方向位置偏差

Fig. 9 No. 1 with vertical position deviation

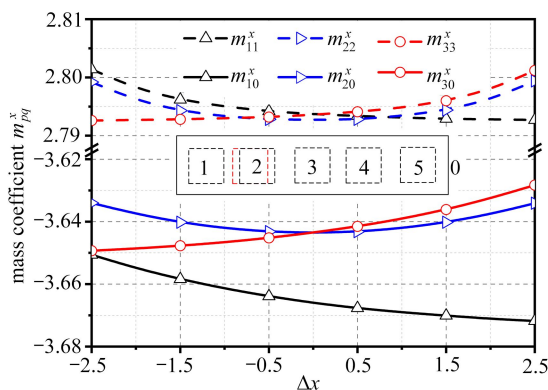


图10 2号组件存在水平方向位置偏差

Fig. 10 No. 2 with horizontal position deviation

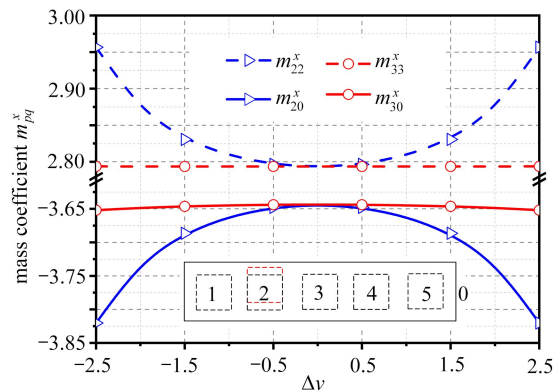


图11 2号组件存在竖直方向位置偏差

Fig. 11 No. 2 with vertical position deviation

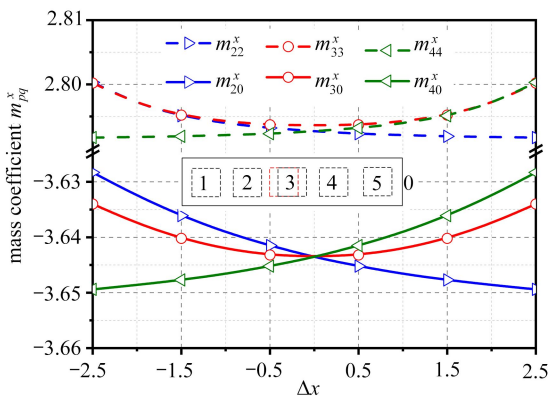


图12 3号组件存在水平方向位置偏差

Fig. 12 No. 3 with horizontal position deviation

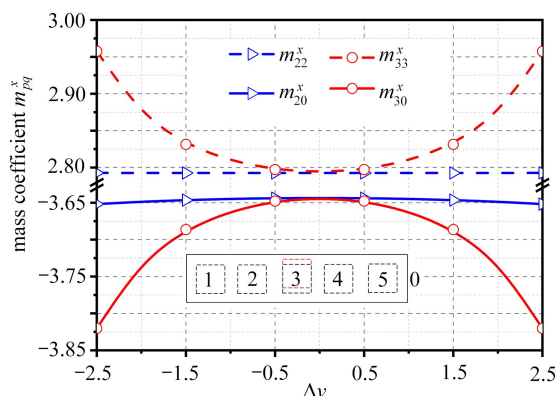


图13 3号组件存在竖直方向位置偏差

Fig. 13 No. 3 with vertical position deviation

当1号组件存在水平平移偏差时,3,4,5号组件的质量系数几乎无变化.当1号与2号组件的间隙减小(1号组件与围板间隙增大)时, m_{11}^x 和 m_{10}^x 减小, m_{22}^x 略有增大, m_{20}^x 略有减小.当1号组件存在竖直平移偏差时, m_{11}^x 和 m_{10}^x 都随围板与1号组件间隙减小而增大.当2号组件存在水平平移偏差时,4,5号组件的质量系数几乎无变化,1,2,3号组件都随着与相邻组件间隙减小,自身质量系数增大,耦合质量系数减小.当2号组件存在竖直平移偏差时, m_{22}^x 和 m_{20}^x 都随2号组件与围板间隙减小而增大.当3号组件存在水平平移偏差时,1,5号组件

的质量系数几乎无变化, 2, 4 号组件质量系数的变化呈现对称性. 2, 3, 4 号组件都随着与相邻组件间隙减小, 自身质量系数增大, 耦合质量系数减小. 当 3 号组件存在竖直平移偏差时, 随着与围板间隙减小, m_{33}^x 和 m_{30}^x 增大.

从以上结果可知: 当组件与围板间隙变化时, 其自身质量系数和耦合质量系数总是同时增大或减小; 当组件与围板间隙无变化时, 随着与相邻组件间隙减小, 组件自身质量系数增大, 耦合质量系数减小; 相较于组件间间隙, 围板与组件间隙对质量系数的影响占主导.

探究组件位置存在偏转偏差的影响, 考察组件出现典型的对称和反对称偏转偏差, 结果分别如图 14 和图 15 所示. 组件发生偏转偏差时其质量系数的变化相较平移偏差更为显著, 这主要归结于此种工况下组件与围板以及相邻组件间隙变化更剧烈. 从以上结果来看, 与平移偏差所呈现的规律一致, 偏转偏差导致组件与围板间隙发生变化时, 自身质量系数和耦合质量系数总是同时增大或减小.

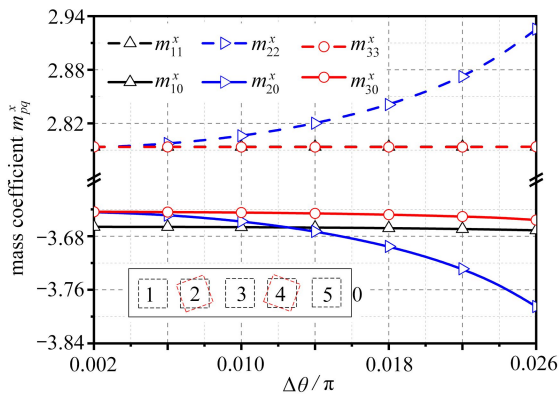


图 14 对称形位置偏转

Fig. 14 Symmetrical position deflections

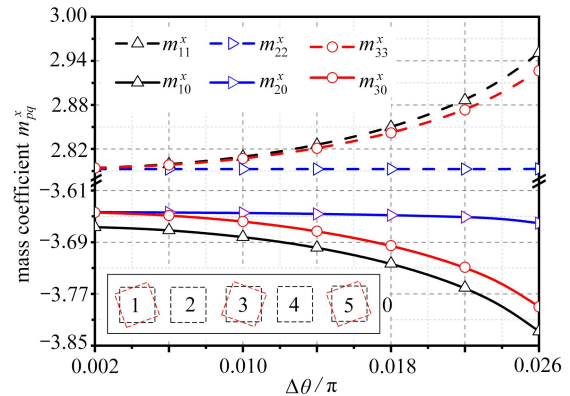


图 15 反对称形位置偏转

Fig. 15 Antisymmetrical position deflections

进一步探究任意组件存在位置偏差时质量系数的变化规律. 考察图 14 和图 15 所示工况, 结果如表 2 所示. 结果表明, 无论燃料组件存在何种位置偏差, 任意一组件在所有组件和围板上产生的沿假设运动方向(x 方向)的质量系数之和近似为常数-1, 垂直假设运动方向(y 方向)的质量系数之和则近似为常数 0, 这与式(12)结论一致. 这也进一步证明了本文计算方法在燃料组件质量系数计算中的准确性, 也可为其他方法求解该问题提供结果参考和验证准则.

表 2 组件质量系数之和

Table 2 Sums of mass coefficients of assemblies

p	$\sum_q m_{pq}^x$			$\sum_q m_{pq}^y$		
	1	2	3	1	2	3
normal condition	-0.9674	-0.9356	-0.9314	0	0	0
fig.14 condition	-0.9486	-0.9144	-0.9103	-0.0190	0.0472	-0.0083
fig.15 condition	-0.9477	-0.9150	-0.9101	0.0255	-0.0080	-0.0480

4 结 论

本文应用面元法求解流体环境中任意刚性截面族的质量系数问题, 发展了一种简单、高效、通用性强的流体附加质量数值计算方法. 通过一系列的对比研究, 验证了本文方法的准确性. 利用本文方法研究了压水堆燃料组件在试验中出现位置偏差时, 各个组件间间隙、组件与围板间隙对质量系数的影响规律. 主要结论如下: 当组件与围板间隙发生变化时, 组件自身质量系数和耦合质量系数总是同时增大或减小; 当组件与围板间隙无变化时, 随着与其相邻组件间隙减小, 组件自身质量系数增大, 耦合质量系数减小; 相较于组件间间隙, 围板与组件间隙对质量系数的影响占主导; 无论存在何种位置偏差, 任意一组件在所有组件和围板上产生的沿假设运动方向(x 方向)的质量系数之和近似为-1, 垂直假设运动方向(y 方向)的质量系数之和近似为 0. 上述

结论有助于对压水堆燃料组件抗震试验与理论计算结果的全面评估。

参考文献(References):

- [1] 张娟花. 先进核反应堆板状燃料组件流固耦合数值模拟软件的开发[D]. 硕士学位论文. 北京: 华北电力大学, 2008. (ZHANG Juanhua. Development of fluid structure coupling numerical simulation software for advanced nuclear reactor plate fuel assembly[D]. Master Thesis. Beijing: North China Electric Power University, 2008. (in Chinese))
- [2] 岳欠杯, 刘巨保, 罗敏, 等. 圆筒流体域内管束振动与碰撞接触的流固耦合动力学方法研究[J]. 应用数学和力学, 2018, **39**(5): 568-583. (YUE Qianbei, LIU Jubao, LUO Min, et al. A method of fluid-solid coupling dynamics for tube bundle vibration and collision in a cylinder fluid domain[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, **39**(5): 568-583.(in Chinese))
- [3] RICCIARDI G, BELLIZZI S, COLLARD B, et al. Row of fuel assemblies analysis under seismic loading: modeling and experimental validation[J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2009, **239**(12): 2692-2704.
- [4] MAZUR V Y. Motion of a circular cylinder near a vertical wall[J]. *Fluid Dynamics*, 1966, **1**(3): 49-51.
- [5] MAZUR V Y. Motion of two circular cylinders in an ideal fluid[J]. *Fluid Dynamics*, 1970, **5**(6): 969-972.
- [6] CHUNG H, CHEN S S. Vibration of a group of circular cylinders in a confined fluid[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1977, **44**(2): 213-217.
- [7] LAGRANGE R, DELAUNE X, PITEAU P, et al. A new analytical approach for modeling the added mass and hydrodynamic interaction of two cylinders subjected to large motions in a potential stagnant fluid[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2018, **77**: 102-114.
- [8] RIGAUDEAU J, BROCHARD D, BENJEDIDIA A. Fluid structure interaction in the response of PWR fuel assemblies to horizontal seismic loads[C]//*SMiRT 12 Conference*. Stuttgart, Germany, 1993.
- [9] PAIDOUSSIS M P, SUSS S, PUSTEJOVSKY M. Free vibration of clusters of cylinders in liquid-filled channels[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, **55**(3): 443-459.
- [10] 赵燮霖, 冯志鹏, 蔡逢春, 等. CFD-半解析模型混合的管束结构流弹失稳预测方法[J]. 应用数学和力学, 2021, **42**(3): 248-255. (ZHAO Xielin, FENG Zhipeng, CAI Fengchun, et al. A hybrid CFD and semi-analytical approach to predict cross-flow-induced fluidelastic instability of tube arrays[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(3): 248-255.(in Chinese))
- [11] LI W, LU D, LIU Y. Numerical investigation on the fluid added mass of spent fuel storage rack[J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2018, **339**: 83-91.
- [12] TENG X, LIU J H, WANG H K, et al. Added mass coefficient of elastic rods in cylindrical fluid[J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2019, **342**: 249-256.
- [13] ANDERSON J. *Fundamentals of Aerodynamic*[M]. 5th ed. New York: McGraw-Hill Education, 2010: 282-285.
- [14] KATZ J, PLOTKIN A. *Low-Speed Aerodynamics*[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2001: 233-235.
- [15] 张鸣远. 流体力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010: 107-128. (ZHANG Mingyuan. *Fluid Mechanics*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2010: 107-128. (in Chinese))
- [16] 刘建, 张毅雄, 冯志鹏, 等. 正三角形排列管束结构流弹失稳流体力模型数值研究[J]. 应用数学和力学, 2020, **41**(5): 499-508. (LIU Jian, ZHANG Yixiong, FENG Zhipeng, et al. Numerical study of fluid elastic instability fluid force model for normal-triangle tube arrays[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, **41**(5): 499-508.(in Chinese))
- [17] ZHANG D C, LI P, WANG Q J, et al. A note on added mass of a group of sections in confined fluid: a general conclusion[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2021, **91**(11): 4433-4439.