

### 温差影响下的局部滑移接触行为的研究

杨 阳, 王凯模, 沈火明, 王宇星

### Research on Partial Slip Contact Behaviors Under Temperature Effects

YANG Yang, WANG Kaimo, SHEN Huoming, and WANG Yuxing

在线阅读 View online: https://doi.org/10.21656/1000-0887.430334

### 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 满足断裂过程区裂纹张开位移条件应力函数的半解析解法

A Semi-Analytical Method for Stress Functions Meeting Crack Opening Displacements in Fracture Process Zones 应用数学和力学. 2018, 39(8): 979-988 https://doi.org/10.21656/1000-0887.380296

### 非圆形水工衬砌隧洞与横观各向同性岩体在光滑接触下的解析分析

Analytical Analysis of Non-Circular Hydraulic Lined Tunnels Under Smooth Contact With Transversely Isotropic Rock Mass 应用数学和力学. 2021, 42(4): 342-353 https://doi.org/10.21656/1000-0887.410182

### 多边形应力杂交单元的接触算法研究

Study on Contact Algorithms for the Polygonal Hybrid Stress Element Method 应用数学和力学. 2019, 40(10): 1059-1070 https://doi.org/10.21656/1000-0887.400046

### 具有内核伸出段的套管构件点接触力学模型研究

Mechanical Model Research on Point Contact Between the Sleeve and the Inner Core With Over-Hang Lengths for Sleeved Columns 应用数学和力学. 2018, 39(9): 1009-1020 https://doi.org/10.21656/1000-0887.380288

#### 用于解析函数复分析的共轭边界元法

A Conjugate Boundary Element Method for Complex Analysis of Analytic Function 应用数学和力学. 2017, 38(8): 863–876 https://doi.org/10.21656/1000-0887.370315

### 年龄结构、接触模式和接种对手足口病传播机制的影响

Effects of Age Structure, Contact Patterns and Vaccination on Transmission of the Hand-Foot-Mouth Disease 应用数学和力学. 2020, 41(5): 557-567 https://doi.org/10.21656/1000-0887.400175



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

ⓒ 应用数学和力学编委会, ISSN 1000-0887

http://www.applmathmech.cn

# 温差影响下的局部滑移接触行为的研究。

杨阳1, 王凯模1, 沈火明1, 王宇星1,2

- (1. 西南交通大学 力学与航空航天学院,成都 611756;
  - 2. 西南交通大学 机械工程学院,成都 610031)

摘要: 针对不同温度装配件间接触界面的局部滑移问题,建立了三维稳态热弹性局部滑移接触的半解析求解模型.基于热弹性理论与热传导方程,构建了半空间受热流载荷和力载荷作用下的频响函数并建立了相应的影响系数矩阵.借助离散卷积.快速 Fourier 变换等数学工具,实现了针对高温压头与热弹性半空间局部滑移接触问题的高效求解.接触界面间的热量传递满足 Fourier 热传导定律,并且黏/滑状态由 Coulomb 定律确定.基于该半解析模型分析了不同荷载及温差对表面法向压力分布、摩擦力分布、刚体位移及接触区黏/滑演化行为的影响.研究结果表明,当法向荷载和切向荷载一定时,温差的上升会导致接触区域的减小,引起接触面法向压力及摩擦力的峰值增大,并且会显著影响黏着区与滑移区的分布情况.

**关 键 词:** 热弹性接触; 局部滑移; 半解析法; 离散卷积-快速 Fourier 变换; 共轭梯度法中图分类号: TH117; O343.6 **文献标志码:** A DOI: 10.21656/1000-0887.430334

### **Research on Partial Slip Contact Behaviors Under Temperature Effects**

YANG Yang<sup>1</sup>, WANG Kaimo<sup>1</sup>, SHEN Huoming<sup>1</sup>, WANG Yuxing<sup>1,2</sup>

School of Mechanics and Aerospace Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, P.R.China;
 School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, P.R.China)

Abstract: Aimed at the partial slip problem of contact interface between assemblies at different temperatures, a semi-analytical model for 3D steady-state thermoelastic partial slip contact was established. Based on the thermoelastic theory and the heat conduction equation, the frequency response functions of the half space under heat flux and force load were given, and the corresponding influence coefficients were established. With the discrete convolution and fast Fourier transform (DC-FFT), the partial contact between the rigid high-temperature indenter and the thermoelastic half space was efficiently solved. The heat conduction behavior was assumed to follow Fourier's law, and the stick/slip state on the contact interface was determined under Coulomb's law. Based on this semi-analytical model, the effects of external loads and temperature differences on the surface pressure distribution, the friction distribution, the rigid body displacement, and the stick/slip evolution behaviors, were analyzed in detail. The numerical results show that, the increase of the temperature difference will lead to a decrease of the contact area, result in an increase of the peak values of the normal pressure and the friction, and significantly influence the regions of the stick zone and the slip zone.

**Key words:** thermoelastic contact; partial slip; semi-analytical method; discrete convolution and fast Fourier transform; conjugate gradient method

\* 收稿日期: 2022-10-21;修订日期: 2022-12-26

基金项目: 国家自然科学基金 (面上项目)(11672252); 中央高校基本科研费 (科技创新项目)(2682022CX056)

**作者简介:** 杨阳(1998—), 男, 硕士生(E-mail: 249037911@qq.com);

沈火明(1968—), 男, 教授(通讯作者. E-mail: hmshen@126.com).

引用格式: 杨阳, 王凯模, 沈火明, 王宇星. 温差影响下的局部滑移接触行为的研究[J]. 应用数学和力学, 2023, 44(2):

123-132.

# 0 引 言

当两个静态接触体受到切向荷载作用时,即使接触物体间没有发生宏观相对运动,在接触区的某些区域会也发生微小的相对滑移,这种现象被称为"局部滑移"<sup>[1]</sup>.另一方面,对于传统的静态接触问题,已有研究表明接触体间的热量作用会显著影响物体的接触行为.不同温度构件在装配过程中不可避免地存在轻微切向荷载的作用,此时,接触界面间将处于温差影响下的局部滑移接触状态.不过有关接触体热弹性行为对局部滑移接触问题影响的研究目前还比较有限,缺少分析热弹性局部滑移界面接触行为的快速分析计算模型.因此,开展热弹性局部滑移高效求解模型的相关研究对构件装配及界面分析具有重要的实际意义.

对于局部滑移问题,其接触区根据接触表面相对运动状态可分为两种不同的区域,即黏着区和滑移区.在接触发生过程中,位于黏着区的接触表面位移始终保持一致,不存在相对滑移;反之,处在滑移区的接触表面,由于界面间的相互作用力无法完全约束接触表面,故而在接触表面间产生了相对滑移.

基于不同的分析方法,如有限元法<sup>[2]</sup>、边界元法<sup>[3]</sup>和半解析法<sup>[4]</sup>,国内外学者对热弹性接触行为开展了大量的实验和理论研究,但鲜有针对温差作用下的局部滑移现象的研究.然而对于存在温差的构件,其在装配时由于表面接触引起的热传导,对接触表面热裂纹、热收缩、残余应力和化学性能都有显著影响,很大程度上会影响机械部件的功能和可靠性<sup>[5]</sup>.

在求解表面接触响应分布时,复杂的热-力耦合条件及考虑黏/滑区的演变,使得求解过程变得相当复杂.对于这类复杂问题,借助共轭梯度法和离散卷积-快速 Fourier 变换的方法<sup>[6]</sup> 可有效地进行数值求解.已有的研究表明,该方法可以针对各类复杂接触问题进行高效求解,如非光滑表面接触问题<sup>[7]</sup>、弹塑性表面接触问题<sup>[8]</sup> 以及在切向荷载和扭矩作用下的复杂接触问题<sup>[9]</sup> 等.

三维条件下的热-力耦合效应是局部滑移接触问题中不可忽视的一项因素,学者们对该领域也进行了一定的探索,如热源影响下滑动接触问题<sup>[10]</sup>、粗糙表面温升分布问题<sup>[11]</sup>等.对于考虑温差的三维接触问题,由于其本构关系的复杂性,通常在推导和求解的过程中难度较大,因而难以得到精确的解析解.然而,半解析法相较于一般的数值方法能够高效率地求解该类问题,并已被成功运用在求解各类的复杂接触问题中,如考虑粗糙表面的接触问题<sup>[12]</sup>、瞬态接触问题<sup>[13]</sup>等.该方法在求解微动问题过程中,基于解析形式的频响函数得到相应的影响系数矩阵<sup>[14]</sup>,将理论基本解与快速数值求解相结合,借助共轭梯度法和快速 Fourier 变换等数值方法<sup>[15]</sup>,形成理论基本解-快速求解算法的建模思路,快速高效地求解接触问题.在求解过程中,此法选取恰当的计算区域及相应的网格,在满足精度要求的同时也提高了计算效率.

针对热流影响下的三维局部滑移接触问题,本文给出了热弹性理论下的半空间响应的频率响应函数及相应的影响系数,并基于离散卷积-快速 Fourier 变换与共轭梯度法等数学工具,建立了半空间受刚性热压头作用下的三维热弹性局部滑移半解析接触模型,实现了对热弹性局部滑移过程中接触响应的高效快速求解.基于该半解析模型,详细分析了温差和力荷载对局部滑移接触响应的影响.

### 1 热弹性局部滑移接触的半解析建模

本节将简要回顾相关热弹性理论以及接触力学基本原理,并以高温球形压头与热弹性半空间的局部滑移接触问题为例,介绍热弹性局部滑移问题的半解析建模方法.

### 1.1 问题描述

恒温刚性球形压头受到法向压力 P 的作用与弹性导热半空间相接触并形成接触区  $\Omega$ ,同时压头还受到沿 x 轴方向的切向力  $F_x$  的作用.对于本文所研究的局部滑移接触问题而言,压头与半空间不存在宏观滑动,且接触区压力与摩擦力被认为满足 Coulomb 摩擦定律,因此切向力满足  $F_x < \mu P$ ,其中 $\mu$ 为表面摩擦因数.在接触区中存在压力分布 p及沿x,y方向的摩擦力  $q_x$ , $q_y$ . 假设压头温度与半空间的相对温度差为 T 且压头温度高于半空间温度,同时为了问题的简化,仅考虑热流 Q 在接触区的传导行为,如图 1 所示.

对于上述稳态热传导问题而言,温度场应满足如下关系:

$$\nabla^2 T = 0, \tag{1}$$

式中, $\nabla^2$ 为 Laplace 算子.半空间的热弹性行为可用如下本构关系表征:

$$\begin{cases}
\sigma_{xx} = \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) + 2G\varepsilon_{xx} - \alpha(3\lambda + 2G)T, \\
\sigma_{yy} = \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) + 2G\varepsilon_{yy} - \alpha(3\lambda + 2G)T, \\
\sigma_{zz} = \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) + 2G\varepsilon_{zz} - \alpha(3\lambda + 2G)T, \\
\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = 2G\varepsilon_{xy}, \ \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = 2G\varepsilon_{xz}, \ \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = 2G\varepsilon_{yz},
\end{cases} (2)$$

式中, $\sigma_{ij}$ 表示应力的二阶张量分量, $\varepsilon_{ij}$ 表示应变的二阶张量分量, $\lambda$ 和 G表示 Lamé常数, $\alpha$ 表示热膨胀系数,T表示相对温度差。

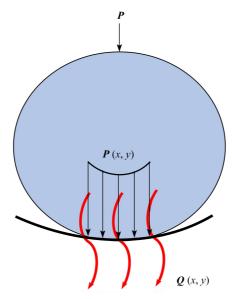


图 1 热流作用示意图

Fig. 1 Diagram of the heat flow action

对于图 1 所示热弹性局部接触问题而言, 其边界条件一般有四个, 其中力荷载边界条件有三个, 满足如下关系:

$$\begin{cases}
\sigma_{zx}(x,y,0) = \begin{cases}
-q_x(x,y), & (x,y) \in \Omega, \\
\mathbf{0}, & (x,y) \notin \Omega,
\end{cases} \\
\sigma_{zy}(x,y,0) = \begin{cases}
-q_y(x,y), & (x,y) \in \Omega, \\
\mathbf{0}, & (x,y) \notin \Omega,
\end{cases} \\
\sigma_{zz}(x,y,0) = \begin{cases}
-p(x,y), & (x,y) \in \Omega, \\
\mathbf{0}, & (x,y) \notin \Omega,
\end{cases} \\
\sigma_{zz}(x,y,0) = \begin{cases}
-p(x,y), & (x,y) \in \Omega, \\
\mathbf{0}, & (x,y) \notin \Omega,
\end{cases}$$
(3)

式中, p(x,y)为接触面内 z 方向的压力分布,  $q_x(x,y)$ ,  $q_y(x,y)$ 分别为 x 及 y 方向的切向力分布. 对于本文所研究的 稳态热传导问题, 温度场的边界条件满足如下关系:

$$k\left(\frac{\partial \boldsymbol{T}(x,y,0)}{\partial z}\right) = \begin{cases} -\boldsymbol{Q}(x,y), & (x,y) \in \Omega, \\ \boldsymbol{0}, & (x,y) \notin \Omega, \end{cases} \tag{4}$$

式中,Q(x,y)为热流分布,k为热传导系数.此外,位移场、应力场及温度场在远离接触区处应满足如下条件:

if 
$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \to \infty$$
,  $u_i \to 0$ ,  $\sigma_{ij} \to 0$ ,  $T \to 0$ . (5)

经推导[16],得到位移场及温度场在 Fourier 域下的通解:

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{u}}_{x} = \left( -\left(\frac{\xi_{x}^{2}z}{2G\xi^{2}} + \frac{v\xi_{x}^{2} - \xi^{2}}{G\xi^{3}}\right) \hat{\boldsymbol{q}}_{x} - \left(\frac{\xi_{x}\xi_{y}z}{2G\xi^{2}} + \frac{v\xi_{x}\xi_{y}}{G\xi^{3}}\right) \hat{\boldsymbol{q}}_{y} - \left(\frac{\xi_{x}z\mathrm{i}}{2G\xi} + \frac{(2\nu - 1)\xi_{x}\mathrm{i}}{2G\xi^{2}}\right) \hat{\boldsymbol{p}} - \frac{\alpha(\nu + 1)\xi_{x}\mathrm{i}}{k\xi^{3}} \hat{\boldsymbol{Q}} \right) \mathrm{e}^{-\xi z}, \\ \hat{\boldsymbol{u}}_{y} = \left( -\left(\frac{\xi_{x}\xi_{y}z}{2G\xi^{2}} + \frac{v\xi_{x}\xi_{y}}{G\xi^{3}}\right) \hat{\boldsymbol{q}}_{x} - \left(\frac{\xi_{y}^{2}z}{2G\xi^{2}} + \frac{v\xi_{y}^{2} - \xi^{2}}{G\xi^{3}}\right) \hat{\boldsymbol{q}}_{y} - \left(\frac{\xi_{y}z\mathrm{i}}{2G\xi} + \frac{(2\nu - 1)\xi_{y}\mathrm{i}}{2G\xi^{2}}\right) \hat{\boldsymbol{p}} - \frac{\alpha(\nu + 1)\xi_{y}\mathrm{i}}{k\xi^{3}} \hat{\boldsymbol{Q}} \right) \mathrm{e}^{-\xi z}, \\ \hat{\boldsymbol{u}}_{z} = \left( \left( -\frac{\xi_{x}z\mathrm{i}}{2G\xi} + \frac{(2\nu - 1)\xi_{x}\mathrm{i}}{2G\xi^{2}}\right) \hat{\boldsymbol{q}}_{x} + \left( -\frac{\xi_{y}z\mathrm{i}}{2G\xi} + \frac{(2\nu - 1)\xi_{y}\mathrm{i}}{2G\xi^{2}}\right) \hat{\boldsymbol{q}}_{y} + \left(\frac{z}{2G} - \frac{\nu - 1}{G\xi}\right) \hat{\boldsymbol{p}} - \frac{(\nu + 1)\alpha}{k\xi^{2}} \hat{\boldsymbol{Q}} \right) \mathrm{e}^{-\xi z}, \\ \hat{\boldsymbol{T}} = \frac{\mathrm{e}^{-\xi z}}{k\xi} \hat{\boldsymbol{Q}}, \end{cases}$$

式中,上标 "^"表示函数在 Fourier 域内的形式,  $\xi_x$ ,  $\xi_y$ 表示 Fourier 域下的坐标,  $\xi = \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}$ ,  $\nu$ 表示 Poisson 比.分别令 $\hat{q}_x$ ,  $\hat{q}_y$ ,  $\hat{p}$ ,  $\hat{Q}$ 其中一项为 1, 其余项为 0, 即可得 Fourier 域下作用力或热流作用下的频响函数, 由频响函数即可建立相应的影响系数矩阵<sup>[16]</sup>.

#### 1.2 热弹性局部滑移半解析建模

对于局部滑移问题而言,其表面几何关系如图 2 所示.图中,右上角图表示未考虑切向位移情况下的法向接触示意图,图中g表示接触表面间隙, $\delta$ 表示刚体位移, $u_z$ 表示半空间法向位移, $I_p$ 表示刚性压头轮廓,左上角图表示法向及切向荷载作用下切向接触示意图,虚线部分表示两接触体的初始位置,实线表示压头在荷载作用下的实际位置.由图可得表面变形应满足如下几何协调关系:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{x} \\ \mathbf{u}_{y} \\ \mathbf{u}_{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\delta}_{x} \\ \boldsymbol{\delta}_{y} \\ \boldsymbol{\delta}_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{x} \\ \mathbf{s}_{y} \\ \mathbf{g} - \mathbf{I}_{p} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

式中,  $u_x$ ,  $u_y$ 分别表示x, y方向半空间切向位移;  $\delta_x$ ,  $\delta_y$ 分别表示x, y方向的刚体位移;  $s_x$ ,  $s_y$ 分别表示x, y方向的相对滑移距离.

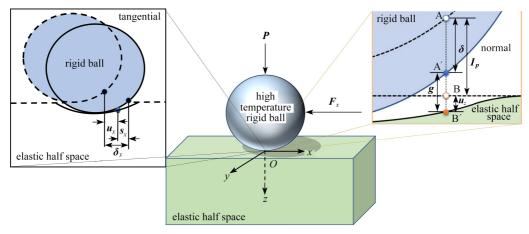


图 2 三维接触模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the 3D contact model

对于法向接触问题而言,存在如下相容条件:

$$p(x,y) > 0, g(x,y) = 0, (x,y) \in \Omega,$$
 (8)

$$p(x,y) = 0, g(x,y) > 0, (x,y) \in \Omega.$$
 (9)

而对于局部滑移问题,在黏着区与滑移区应分别满足下述相容条件: 黏着区

$$\sqrt{q_x^2(x,y) + q_y^2(x,y)} \leq \mu_f p(x,y), \ \sqrt{s_x^2(x,y) + s_y^2(x,y)} = 0;$$
(10)

滑移区

$$\sqrt{q_x^2(x,y) + q_y^2(x,y)} = \mu_f p(x,y), \ \sqrt{s_x^2(x,y) + s_y^2(x,y)} > 0.$$
 (11)

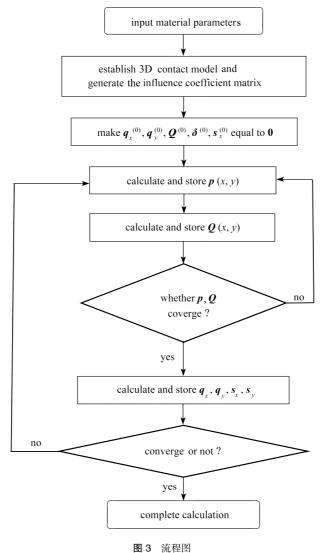


Fig. 3 The flow chart

考虑该系统的全局平衡关系可得

$$\begin{cases} \mathbf{P} = \Delta_x \Delta_y \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \mathbf{p}(x, y), \\ \mathbf{F}_x = \Delta_x \Delta_y \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_x(x, y), \\ \mathbf{0} = \Delta_x \Delta_y \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_y(x, y), \end{cases}$$
(12)

式中,  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$ 分别表示x, y方向的网格长度; M, N 分别表示x, y方向的网格数量. 离散形式的位移、温差与荷载映射关系如式 (13) 所示:

$$\begin{bmatrix} u_{x} \\ u_{y} \\ u_{z} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{q_{x}}^{u_{x}} & C_{q_{y}}^{u_{x}} & C_{p}^{u_{x}} & C_{Q}^{u_{x}} \\ C_{q_{x}}^{u_{y}} & C_{q_{y}}^{u_{y}} & C_{p}^{u_{y}} & C_{Q}^{u_{y}} \\ C_{q_{x}}^{u_{z}} & C_{q_{y}}^{u_{z}} & C_{p}^{u_{z}} & C_{Q}^{u_{z}} \\ 0 & 0 & 0 & C_{Q}^{T} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} q_{x} \\ q_{y} \\ p \\ Q \end{bmatrix},$$

$$(13)$$

式中,"\*"表示卷积运算,C表示与力和热流相关的影响系数矩阵,忽略热流对切向力的影响及忽略力对温差的影响,根据卷积定理及结合式(7),式(13)可写作如下形式:

$$g = M_{\text{IFFT}}(\hat{\boldsymbol{C}}_{p}^{u_{z}} \cdot \hat{\boldsymbol{p}}) + M_{\text{IFFT}}(\hat{\boldsymbol{C}}_{q_{x}}^{u_{z}} \cdot \hat{\boldsymbol{q}}_{x}) + M_{\text{IFFT}}(\hat{\boldsymbol{C}}_{q_{y}}^{u_{z}} \cdot \hat{\boldsymbol{q}}_{y}) + M_{\text{IFFT}}(\hat{\boldsymbol{C}}_{O}^{u_{z}} \cdot \hat{\boldsymbol{Q}}) - \delta + \boldsymbol{I}_{p}, \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} s_{x} \\ s_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{q_{x}}^{u_{x}} & C_{q_{y}}^{u_{x}} & C_{p}^{u_{x}} & C_{Q}^{u_{x}} \\ C_{q_{x}}^{u_{y}} & C_{q_{y}}^{u_{y}} & C_{p}^{u_{y}} & C_{Q}^{u_{y}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} q_{x} \\ q_{y} \\ p \\ Q \end{bmatrix} = M_{IFF} \begin{bmatrix} \hat{C}_{q_{x}}^{u_{x}} & \hat{C}_{q_{y}}^{u_{x}} & \hat{C}_{p}^{u_{x}} & \hat{C}_{Q}^{u_{x}} \\ \hat{C}_{q_{y}}^{u_{y}} & \hat{C}_{q_{y}}^{u_{y}} & \hat{C}_{Q}^{u_{y}} & \hat{C}_{Q}^{u_{y}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{q}_{x} \\ \hat{q}_{y} \\ \hat{p} \\ \hat{Q} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta_{x} \\ \delta_{y} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$T = C_O^T * Q = M_{\text{IFFT}}(\hat{C}_O^T \cdot Q), \tag{16}$$

式中,  $M_{\text{IFFT}}$ 表示逆 Fourier 变换运算,  $\hat{C}$ 表示 Fourier 域下考虑温差与力耦合作用的影响系数, 下标表示激励, 上标表示响应. 该方程在求解过程中可以运用卷积定理采用 FFT (fast Fourier transform) 和 IFFT (inverse fast Fourier transform) 加速求解, 计算流程图如图 3 所示.

# 2 模型有效性分析

本节中将模型分别退化为 0  $^{\circ}$  温差下法向荷载作用的接触模型以及不考虑温差作用下的局部滑移接触模型,选取的计算域大小为 $4a \times 4a(a)$  Hertz 接触半径),并沿 x 和 y 方向将计算域进行离散,划分为256×256个网格,计算结果取无量纲法向压力 $p/p_{OH}$ ,无量纲切向摩擦力 $q_x/p_{max}(p,q_x)$ 别表示法向压力,切向摩擦力沿 x 轴的分布, $p_{OH}$ 为平均 Hertz 接触压力, $p_{max}$ 为最大 Hertz 接触压力),将计算结果分别与 Hertz 接触压力及文献 [6] 进行对比验证.

### 2.1 三维接触法向压力分布的验证

将 0 ℃ 温差下的法向接触计算结果根据 Hertz 接触的解析解做相应的无量纲处理并进行对比:

$$p_{\rm H}(x,y) = \frac{3P}{2\pi a^3} \sqrt{a^2 - x^2 - y^2},\tag{17}$$

$$a = \frac{1}{2} \left( \frac{3(1-\nu)PR}{G} \right)^{\frac{1}{3}},\tag{18}$$

$$p_{0\mathrm{H}} = \frac{P}{\pi a^2},\tag{19}$$

式中,  $p_{\rm H}(x,y)$ 表示无量纲 Hertz 接触压力的分布, a表示 Hertz 接触半径,  $p_{\rm 0H}$ 表示平均 Hertz 接触压力, P表示 法向荷载, R 表示压头半径, v表示 Poisson 比, G 表示剪切模量.

三维接触法向压力分布的验证如图 4 所示.图中,将无量纲 x/a 作为横坐标,将无量纲法向压力 $p/p_{0H}$ 作为 纵坐标.结果表明: 当温差T=0  $^{\circ}$  时,将无量纲法向压力 $p/p_{0H}$ 与无量纲 Hertz 解析解进行对比,从图中结果来看,一致性比较好.

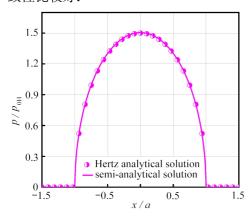


图 4 半解析法向压力 p 沿 x 轴方向的分布与 Hertz 解析解的对比

Fig. 4 Comparison between the distribution of semi-analytical normal pressure *p* along the *x*-axis and the Hertz analytical solution

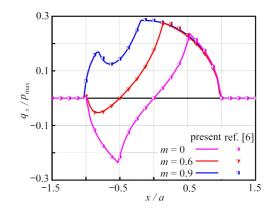


图 5 切向力 $q_x$ 沿x轴方向的分布

Fig. 5 The distribution of tangential force  $q_x$  along the x-axis

### 2.2 局部滑移模型下的摩擦力分布

将模型退化为不考虑温差作用下的局部滑移接触模型进行分析,对比文献 [6] 中不同切向荷载作用下的切向力沿x轴的分布,材料参数与文中一致 (法向荷载P=20 N, 计算域 $4a\times4a$ , 摩擦因数 $\mu=0.285$  71, 半空间弹性模量E=210 GPa, 压头半径R=18 mm), 对比结果如图 5 所示, 图中m 为无量纲表面荷载 $F_x/(\mu_f P)$ 的值. 当不考虑温差对接触行为的影响时 (即T=0 °C), 可以看出本文退化模型所得结果与文献 [6]中所示结果一致.

### 3 热力耦合分析

在本节中将采用表1中所给模型参数对热弹性局部滑移问题开展研究.针对温差、切向力等因素对热弹性局部滑移接触响应的影响开展了详细分析.

表 1 模型参数 Table 1 Model parameters

model parameter	value
normal load P/N	20
tangential load $F_x/N$	$(0 \sim 0.9) \times \mu_f P$
tangential load $F_y/N$	0
friction coefficient $\mu_f$	0.3
ball radius R/mm	18
maximum Hertzian pressure $p_{\text{max}}/\text{MPa}$	907
elastic half space modulus $E/GPa$	210
Poisson's ratio of elastic half space $\nu$	0.3
thermal expansion in coefficient elastic half space $K$	$2.0 \times 10^{-5}$
elastic half space heat transfer coefficien $Q/(W/(m \cdot K))$	60

### 3.1 温差对接触表面力的分布的影响

给压头施加高于半空间的温度,分别取 0 ℃, 300 ℃, 600 ℃, 900 ℃, 施加压头的切向荷载分别取0.3 $\mu_f P$ 和 0.9 $\mu_f P$ ,  $\mu_f$  为最大静摩擦因数, P为法向荷载.对压头处于不同温差作用下接触表面力的分布进行分析,结果如图 6 所示.

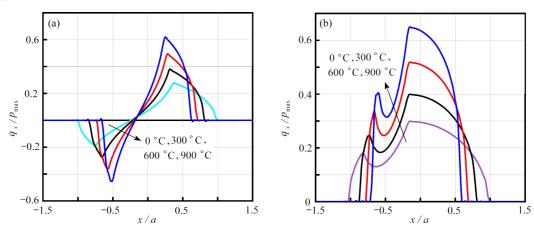


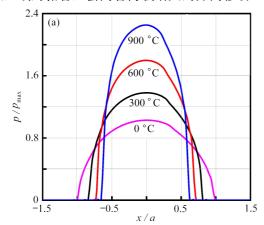
图 6 不同温差、切向荷载下, 无量纲切向力沿 x 轴方向的分布: (a)  $F_x = 0.3\mu_f P$ ; (b)  $F_x = 0.9\mu_f P$ 

Fig. 6 Distributions of the dimensionless tangential force along the *x*-axis under different temperature rises and tangential loads: (a)  $F_x = 0.3\mu_f P$ ; (b)  $F_x = 0.9\mu_f P$ 

不同温差及切向荷载作用时,无量纲表面摩擦力 $q_x/p_{max}$ 沿x轴的分布情况如图 6 所示.由图 6(a) 中可以看出在切向荷载 $F_x=0.3\mu_fP$ 时,接触区内同时存在方向相反的摩擦力分布,并且随着温差的升高,接触区面积减小,摩擦力峰值增加.而随着切向荷载的增加 (如图 6(b) 所示),可以发现摩擦力方向逐渐发生变化并最终在接触区内摩擦力全部与外加切向荷载方向相反,此时滑移区面积增加,黏着区逐渐减小.此时,随着温差的增加,与图 6(a) 类似,摩擦力峰值增加,接触区范围减小.通过图 6 不难发现,在热弹性局部滑移接触问题中,切向荷

载的大小会显著影响摩擦力的大小及方向及黏/滑区分布形式,而压头与半空间的温差变化,主要改变接触区 范围及摩擦力峰值.

图 7 反映了不同温差作用下,无量纲法向压力 $p/p_{max}$ 沿x轴的分布情况,图 8 反映了 300  $\,^{\circ}$  温差情况下,无量纲法向压力 $p/p_{max}$ 在不同荷载作用下沿x轴的分布情况。对比图 7(a) 和图 7(b),不难发现,随着压头与半空间温差的增大,接触区域减小,无量纲法向压力的峰值显著增加。不同于图 4 结果的是:随着切向荷载的施加,法向压力的峰值不再处于无量纲 x/a=0 位置,而是处于 x/a<0 的区域,但温差的变化不会使得法向压力极大值在接触面的位置发生改变。当压头与半空间的温差达到 900  $\,^{\circ}$  时,最大切向力相比 0  $\,^{\circ}$  时增大了 2.3 倍之多。通过图 8 不难发现,在切向力对法向力的耦合作用下,当切向荷载从 $F_x=0$ 增大到 $F_x=0.9\mu_fP$ 时,无量纲法向压力的极大值逐渐从x轴中心向x轴负半轴方向发生一定的偏移,与切向荷载的作用方向保持一致,结合图 6(a)、图 6(b)、图 7(a) 及图 7(b) 中法向压力与摩擦力的分布发生了偏移这一现象,这表明了在局部滑移过程中接触区域的黏着区会向着荷载增大的方向移动。



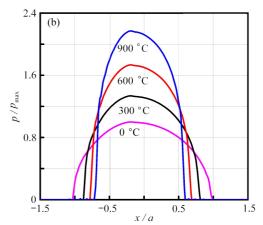


图 7 不同温差、切向荷载下, 无量纲法向压力沿 x 轴方向的分布: (a)  $F_x = 0.3 \mu_f P$ ; (b)  $F_x = 0.9 \mu_f P$ 

Fig. 7 Distributions of the dimensionless normal pressure along the *x*-axis under different temperature rises and tangential loads: (a)  $F_x = 0.3\mu_f P$ ; (b)  $F_x = 0.9\mu_f P$ 

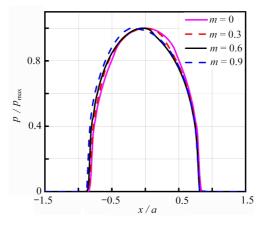


图 8 300 ℃ 温差下不同切向荷载作用下法向压力沿 x 轴方向的分布

Fig. 8 Distributions of the normal pressure along the x-axis under different tangential loads at a temperature rise of 300  $^{\circ}$ C

### 3.2 温差对黏/滑比的影响

为探究刚体位移与温差及外加荷载的关系,本小节将对压头施加高于弹性半空间温度的温差 (300  $\,^{\circ}$ 、600  $\,^{\circ}$ 、900  $\,^{\circ}$ ),以及不同的切向荷载 ((0  $\,^{\circ}$  0.9)× $\mu_f P$ ),得到不同温差影响下刚体位移与切向荷载的关系如图 9 所示.

图 9 反映了在温差的影响下, 刚体位移随无量纲切向荷载 $F_x/(\mu_f P)$ 的变化关系以及温差对刚体位移的影响情况. 随着温差的增大, 刚体位移逐渐变大且对于切向荷载的响应逐渐加剧. 通过前面的研究发现, 随着温差的增大, 接触区域的面积会发生相应减小的现象, 但却不能确定接触区域中黏着区和滑移区的相对变化情

况.基于此问题, 施加给压头的法向压力保持 20 N 不变, 在不同荷载作用下逐渐增大压头与弹性半空间的温差, 计算接触区域的黏着区的面积与滑移区的面积的比值 (本文后续写作黏/滑比), 通过拟合不同工况下黏/滑比的演化趋势探究温差对黏着区及滑移区的相对变化情况的影响, 结果如图 10 所示.

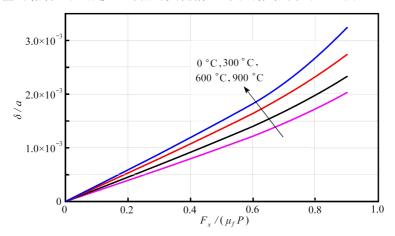


图 9 不同温差下刚体位移与切向荷载的关系

Fig. 9 Relationships between the rigid body displacement and the tangential load at different temperatures rises

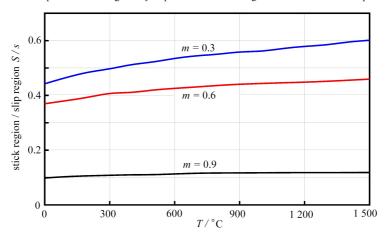


图 10 不同切向荷载下黏/滑比与温差的关系

Fig. 10 Relationships between the stick/slip ratio and the temperature under different tangential loads

图 10 揭示了在不同荷载作用下黏/滑比随着温差增大的变化趋势, m 为无量纲表面摩擦力 $q_x/p_{max}$ 的值. 从图中不难看出: 当切向荷载一定时, 随着温差的增大, 黏/滑比逐渐增大, 且增长趋势逐渐随着温差的升高趋于平缓; 随着切向荷载的增大, 温差对黏/滑比的影响逐渐减弱, 当切向荷载达到 $0.9\mu_fP$ 时, 随着温差的增大, 黏/滑比始终保持在  $0.1 \sim 0.12$  范围内小幅度增长. 研究结果表明: 温差会促进两接触体间的黏着, 当切向荷载一定时, 温差越大, 两物体接触界面的黏/滑比越大; 当温差一定时, 随着切向荷载的增大, 黏/滑比会相应减小.

# 4 结 论

本文基于半解析法研究了三维热-力耦合的局部滑移接触问题,探究了热-力耦合作用下两接触体产生的局部滑移现象以及表面法向压力及摩擦力的分布,研究结果表明:

- 1) 当温差一定时, 法向压力的最大值会随着切向荷载增大的方向移动, 外荷载越大, 黏着区越小, 黏/滑比越小; 温差越大, 表面法向压力及摩擦力的极大值越大, 但温差不会造成表面法向压力及摩擦力极大值的移动.
- 2) 在相同温差下, 随着切向荷载的增大, 刚体位移会逐渐增大; 当外部切向荷载一定时, 随着温差的变大, 刚体位移也会有小幅度的增大.
  - 3) 对于仅考虑准静态接触的情况,随着温差的增大,接触区域会相应减小,但黏着区面积与滑移区面积的

比值反而增大,这表明了温差的增加会促进接触体之间的黏着,且切向荷载越小,温差对黏/滑比的影响越大, 当切向荷载达到 $0.9\mu_f$ P时,随着温差的增大,黏/滑比基本保持不变.

#### 参考文献(References):

- [1] JOHNSON K L. Contact Mechanics [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985.
- [2] LAKKARAJU R K, BOBARU F, ROHDE S L. Optimization of multilayer wear-resistant thin filmsusing finite element analysis on stiff and compliant substrates [J]. *Journal of Vacuum Science & Technology A*, 2006, **24**(1): 146-155.
- [3] 潘先云, 余江鸿, 周枫林. 非齐次弹性力学问题双互易边界元方法研究[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(9): 1004-1015. (PAN Xianyun, YU Jianghong, ZHOU Fenglin. Research on the dual reciprocity boundary element method for non-homogeneous elasticity problems[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(9): 1004-1015.(in Chinese))
- [4] 王晋宝, 童焯煜, 何博, 等. 考虑应力沿深度变化的饱和软黏土—维固结半解析解[J]. 应用数学和力学, 2019, **40**(10): 1099-1108. (WANG Jinbao, TONG Zhuoyu, HE Bo, et al. A semi-analytical 1D consolidation solution of saturated soft clay with changing stresses along the depth[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, **40**(10): 1099-1108.(in Chinese))
- [5] KUPCHYTSR, BAJKOWSKIA. Elastic coating within homogeneous inter layer under the action of normal and tangential forces [J]. *Materials Science*, 2014, **49**(5): 650-659.
- [6] WANG Z J, WANG W Z, WANG H, et al. Partial slip contact analysis on three-dimensional elastic layered half space[J]. *Journal of Tribology*, 2010, **132**(2): 021403.
- [7] CHEN W, WANG Q J. A numerical static friction model for spherical contacts of rough surfaces, influence of load, material, and roughness[J]. *Journal of Tribology*, 2009, **131**(2): 021402.
- [8] WANG Z J, JIN X, LIU S B, et al. A new fast method for solving contact plasticity and its application in analyzing elasto-plastic partial slip[J]. *Mechanics of Materials*, 2013, **60**: 18-35.
- [9] WANG Z J, MENG F M, XIAO K, et al. Numerical analysis of partial slip contact under a tangential force and a twisting moment[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers (Part J): Journal of Engineering Tribology, 2011, 225(2): 72-83.
- [10] 向金兰, 刘娟, 沈火明. 热源影响下的涂层板滑动接触问题研究[J]. 机械科学与技术, 2021, **40**(2): 165-167. (XI-ANG Jinlan, LIU Juan, SHEN Huoming. Study on sliding contact problem of coated plate considering heat source[J]. *Mechanical Science and Technology*, 2021, **40**(2): 165-167. (in Chinese))
- [11] 李玲, 田海飞, 云强强, 等. 微动接触中分形粗糙表面的温升分布研究[J]. 表面技术, 2019, 48(6): 238-244. (LI Ling, TIAN Haifei, YUN Qiangqiang, et al. Temperature rise distribution of fractal rough surface in fretting contact[J]. Surface Technology, 2019, 48(6): 238-244. (in Chinese))
- [12] ZHANG X, SHEN H M, LIU J, et al. An efficient numerical model for predicting the torsional fretting wear considering real rough surface [J]. Wear, 2015, 344/345: 32-45.
- [13] ZHANG X, WANG Z J, SHEN H M, et al. Dynamic contact in multiferroic energy conversion[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2018, **143**: 84-102.
- [14] LIU S, WANG Q. Studying contact stress fields caused by surface tractions with a discrete convolution and fast Fourier transform algorithm[J]. *Journal of Tribology*, 2002, **124**(1): 36-45.
- [15] POLONSKY I A, KEER L M. A numerical method for solving rough contact problems based on the multi-level multi-summation and conjugate gradient techniques[J]. *Wear*, 1999, **231**(2): 206-219.
- [16] 王宇星. 三维偶应力弹性体接触力学问题的半解析法建模研究[D]. 博士学位论文. 成都: 西南交通大学, 2021. (WANG Yuxing. Semi-analytical modeling of three-dimensional contact problem within the framework[D]. PhD Thesis. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2021. (in Chinese))