

# 弹着点对钢筋混凝土侵彻深度的影响<sup>\*</sup>

黄成龙<sup>1,2</sup>, 陈叶青<sup>1,2</sup>, 李述涛<sup>2</sup>, 张生<sup>1,2</sup>, 王振清<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工程大学 航天与建筑工程学院, 哈尔滨 150001;  
2. 军事科学院 国防工程研究院, 北京 100036)

(我刊编委王振清来稿)

**摘要:** 在弹体侵彻钢筋混凝土研究领域, 侵彻深度的离散性普遍存在于试验和经验公式中, 弹着点位置的不同是造成此离散性的主要原因之一. 为探究由弹着点位置造成的侵彻深度离散性并揭示其机理, 参照公开发表的侵彻试验, 建立了三种典型弹着点位置的有限元模型, 对比分析出了三种典型弹着点位置侵彻过程差异的主要原因, 依据数值计算结果归纳了表征侵彻深度离散性的表达式, 提出了弹体侵彻钢筋混凝土侵彻深度是一个范围值的基本思想, 并对表达式进行了初步验证. 结果表明, 造成侵彻深度离散性的主要因素是弹体撞击钢筋的数目和弹体接触钢筋的持续时间, 此离散性随着弹径与钢筋网眼尺寸比值的增大而减小.

**关键词:** 弹着点; 弹体侵彻; 钢筋混凝土; 侵彻深度

**中图分类号:** O385 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440016

## Influences of Impact Points on the Penetration Depth of Reinforced Concrete

HUANG Chenglong<sup>1,2</sup>, CHEN Yeqing<sup>1,2</sup>, LI Shutao<sup>2</sup>,  
ZHANG Sheng<sup>1,2</sup>, WANG Zhenqing<sup>1</sup>

(1. *College of Aerospace and Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, P.R.China;*  
2. *Institute of Defense Engineering, Academy of Military Sciences, Beijing 100036, P.R.China*)

(Contributed by WANG Zhenqing, M. AMM Editorial Board)

**Abstract:** In the research field of projectile penetration into reinforced concrete, the penetration depth discreteness generally exists in experiments and empirical formulas, and the difference of impact positions is one of the main reasons for this discreteness. To explore the penetration depth discreteness caused by the impact position difference and reveal its mechanism, the finite element models of 3 typical impact positions were established with reference to a published penetration test. The main reasons for the differences in the penetration processes of 3 typical impact positions were compared and analyzed. Based on the numerical calculation results, the expression characterizing the discreteness of penetration depth was summarized. The results show

\* 收稿日期: 2023-01-18; 修订日期: 2023-07-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(11532013;11872157)

作者简介: 黄成龙(1997—),男,博士生(E-mail: huangchenglong@hrbeu.edu.cn);

王振清(1962—),男,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: wangzhenqing@hrbeu.edu.cn).

引用格式: 黄成龙, 陈叶青, 李述涛, 张生, 王振清. 弹着点对钢筋混凝土侵彻深度的影响[J]. 应用数学和力学, 2023, 44(9): 1097-1111.

that, the penetration depth of the projectile impacting reinforced concrete is a range value. The expression was preliminarily verified. The main factors causing the penetration depth discreteness are the number of rebars hit by the projectile and the duration of contact with steel bars. This discreteness decreases with the ratio of the projectile diameter to the mesh size of rebars.

**Key words:** impact point; projectile penetration; reinforced concrete; penetration depth

## 0 引言

钢筋混凝土结构广泛用于房屋、桥梁、码头、大坝等民用领域和遮弹层、兵营等军用领域,其抗侵彻性能长期以来是各国国防防护工程方面的一个研究重点,其中弹体侵彻深度是评价钢筋混凝土结构抗侵彻性能的一项重要指标。国内外学者也建立了各种适用范围的混凝土侵彻深度公式<sup>[1-8]</sup>,因其使用方便,目前世界各国有关防护结构的设计手册和实际防护工程设计中均采用侵彻深度公式。然而,各个侵彻深度公式在相同工况下计算结果往往存在较大区别<sup>[9-10]</sup>,目前的侵彻深度公式主要分为纯经验公式和半经验半理论公式两类,都需要利用试验数据拟合或修正公式中的参数,其中著名的 Young 公式也多次根据试验进行过修正<sup>[10]</sup>。试验结果也有一定的离散性,弹着点位置的不同是造成此离散性的主要原因之一。

因实际试验过程中弹着点位置难以控制,现有研究主要从理论和数值模拟这两个方面进行。在理论研究方面,2000年前,通常将钢筋混凝土等效为强度增强的均匀混凝土介质,或等效为混凝土与钢板的层状结构<sup>[11]</sup>,均未考虑弹着点位置对侵彻深度的影响。欧阳春等<sup>[12]</sup>在国内侵彻问题研究中首次考虑了弹丸直接与钢筋发生碰撞的侵彻阻力,在球形空腔膨胀模型的基础上,建立了弹丸垂直侵彻钢筋混凝土介质的工程分析模型,这标志着从理论上研究弹着点位置影响弹丸侵彻能力的开端。穆朝民等<sup>[13]</sup>针对弹丸命中钢筋交汇处的情况,在欧阳春等<sup>[12]</sup>研究的基础上分析了不同配筋结构、配筋尺寸、网眼尺寸对侵彻深度和侵彻过程的影响,阐明了配筋直径和网眼尺寸对侵彻深度的影响较大。在数值模拟研究方面,楼建锋等<sup>[14]</sup>采用 AUTODYN 中的 Lagrange 算法,分析了三种典型弹着点对动能弹侵彻性能的影响,研究表明,弹着点对动能弹侵彻能力有较大影响,其中弹丸击中钢筋交叉点穿过靶板后的剩余速度最小。孙其然等<sup>[15]</sup>运用 LS-DYNA 软件研究了三种典型弹着点对侵彻结果的影响,指出在低配筋率下弹着点位置对弹丸终点性能影响有限,但高配筋率下影响将加剧。程毅等<sup>[16]</sup>利用 ANSYS/LS-DYNA 对动能弹侵彻钢筋混凝土靶进行数值模拟,定量分析了含筋率和弹着点对靶板抗侵彻性能的影响,结果表明,含筋率为 3% 时,靶板抗侵彻性能在三种弹着点位置之间可达到 10% 的偏差。

从以上研究可知,弹着点位置对钢筋混凝土侵彻深度有较大的影响,但现有考虑弹着点位置影响的数值模拟研究以钢筋混凝土薄靶、中厚靶的侵彻/贯穿问题为主<sup>[17]</sup>,对于较厚的钢筋混凝土靶板侵彻问题研究还较少。除此之外,目前的钢筋混凝土侵彻深度公式都未考虑弹着点位置对侵彻深度的影响,现有弹着点问题研究无法弥补侵彻深度公式在这方面的不足。故本次研究以厚靶板的侵彻问题为出发点,对弹体侵彻钢筋混凝土靶进行数值模拟,研究了弹着点位置和弹径与钢筋网眼尺寸之比对钢筋混凝土侵彻深度的影响,对比分析了不同弹着点位置侵彻过程的机理,设计并计算了一系列钢筋网眼尺寸大小的模拟工况,给出了弹径与钢筋网眼尺寸比值对侵深影响的表达式,对侵彻深度计算公式的进一步完善与发展,指导钢筋混凝土防护工程设计都具有重要意义。

## 1 全尺寸模型

弹体侵彻钢筋混凝土的试验成本高,且实际试验过程中弹着点位置难以精准控制,在这种情况下使用数值模拟开展弹着点位置对侵彻深度的影响研究是一种比较理想的手段。Young<sup>[1]</sup>对原型试验和比例模型试验的侵彻效应进行了分析对比,提出侵彻试验的缩比大于 1/4~1/3 时,才能得到较为可信的试验结果,为保证数值模型的准确性,本文参考文献[18]中的大尺寸试验,建立了 1:1 全尺寸模型来进行研究。

### 1.1 模型介绍

邓勇军等<sup>[18]</sup>开展的弹体侵彻钢筋混凝土大尺寸试验中,其中一典型工况下,弹体以 650 m/s 初速度侵

彻靶体.图 1 给出了模拟此工况的全尺寸模型,因弹体着靶速度小于 1 000 m/s 时可视为刚性弹侵入<sup>[19]</sup>,弹体采用刚体模型,弹体为截卵形弹,弹长 464.88 mm,弹径为 156mm,长径比为 2.98,弹体质量为 32.51 kg,弹体内部有空心区域,弹体模型具体尺寸如图 1(a)所示.靶体中混凝土和钢筋采用分离式建模,并通过耦合方式(\* CONstrained\_LaGrange\_in\_Solid)使两者相互作用<sup>[20]</sup>.混凝土采用 K&C 模型<sup>[21]</sup>,靶体长、宽、厚分别为 2 500 mm,2 500 mm 和 1 800 mm,根据门建兵等<sup>[22]</sup>的研究结果:靶体在弹径范围内划分 6 个网格便可满足计算精度要求,于是对靶体中心正方柱体区域(1 000 mm×1 000 mm)进行了精细化网格划分,其余区域使用稀疏网格以提高计算效率,如图 1(b)所示.靶体中钢筋采用弹塑性硬化模型<sup>[15]</sup>,钢筋直径为 10 mm,钢筋网眼尺寸为 100 mm×100 mm,弹着点位置处于钢筋网眼中点,在厚度方向有 9 层钢筋网平行布置,层间距为 200 mm,并垂直布置了 16 根直径为 10 mm 的钢筋将 9 层钢筋网连接起来,如图 1(c)、1(d)所示.弹塑性硬化模型见式(1)—(3),K&C 模型见式(4)—(7),弹体、钢筋和混凝土材料模型参数见表 1 和表 2,表 2 中的  $\alpha$  为长度单位转换因子,  $\beta$  为应力单位换算系数.

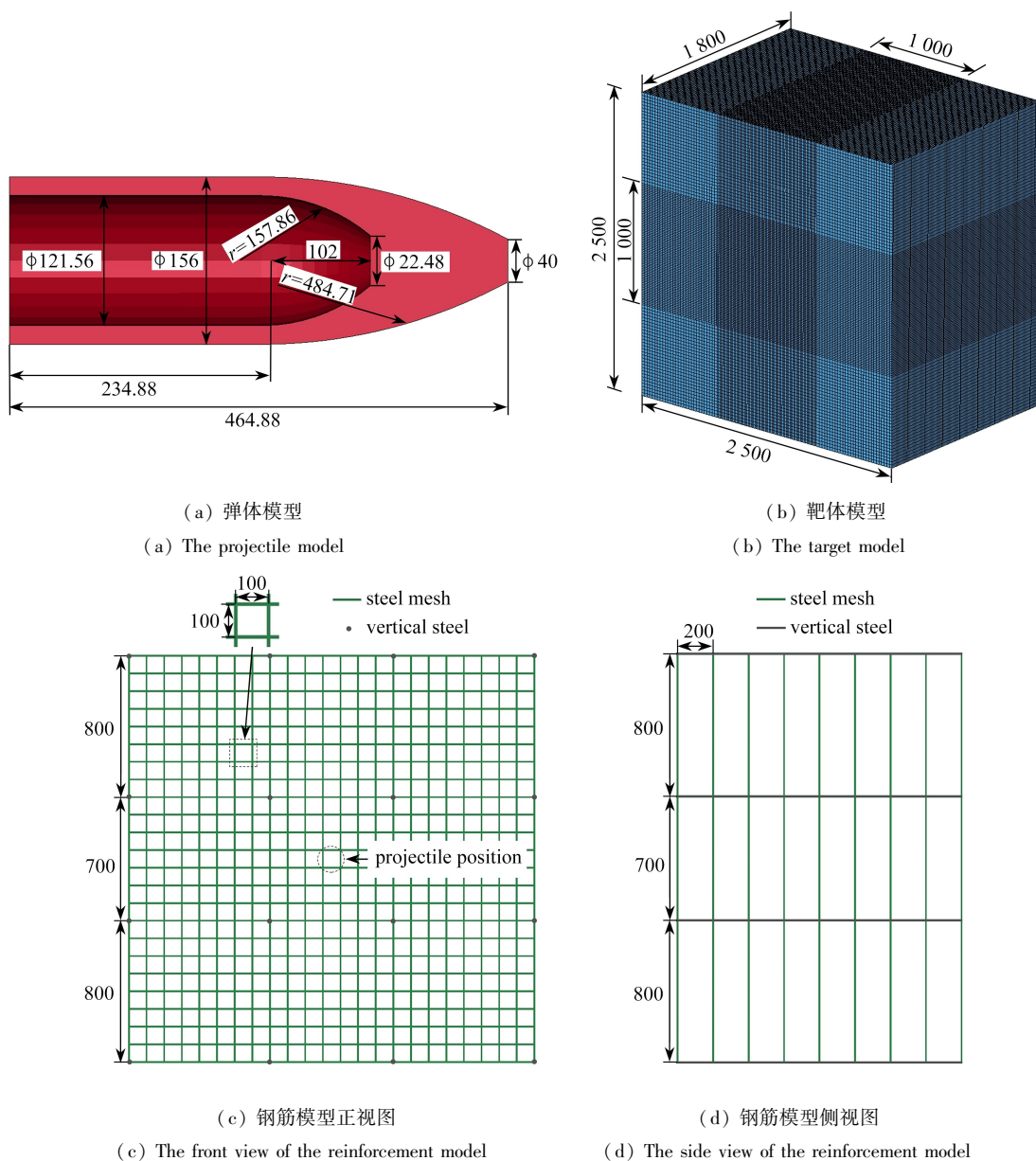


图 1 全尺寸模型(单位: mm)

Fig. 1 The full-size model(unit: mm)

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同.

### 1.1.1 弹塑性硬化模型<sup>[23-24]</sup>

此模型分为两段,如图2所示.第一段为弹性段,此阶段直线斜率等于弹性模量 $E$ ,应力-应变关系为

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (1)$$

式中, $\sigma$ 为应力, $\varepsilon$ 为应变.第二段为塑性段,此阶段直线斜率等于切线模量 $E_t$ ,应力-应变关系为

$$\sigma = (\sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_p^{\text{eff}}) \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{C} \right)^{1/P} \right], \quad (2)$$

式中, $\sigma_0$ 为初始屈服应力, $\beta$ 为硬化参数, $E_p$ 为塑性硬化模量, $\varepsilon_p^{\text{eff}}$ 为有效塑性应变, $\dot{\varepsilon}$ 为应变率, $C$ 和 $P$ 是应变率参数.塑性硬化模量 $E_p$ 与弹性模量 $E$ 、切线模量 $E_t$ 有如下关系:

$$E_p = \frac{EE_t}{E - E_t}. \quad (3)$$

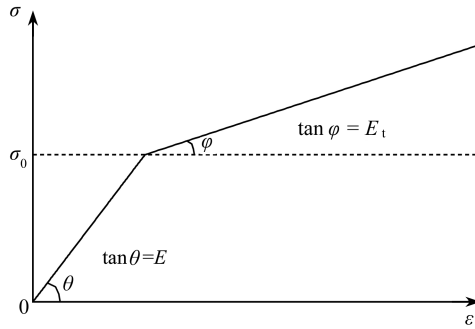


图2 弹塑性硬化模型应力-应变图

Fig. 2 The stress-strain relationship of the elastoplastic hardening model

### 1.1.2 K&C 模型<sup>[21,25-26]</sup>

此模型能模拟峰后软化(或脆性断裂)、剪胀、侧限效应和应变率效益等混凝土的关键力学行为<sup>[26]</sup>,其破坏面函数为

$$Y(I_1, J_2, J_3) = \begin{cases} r(J_3) [\Delta\sigma_y + \eta(\Delta\sigma_m - \Delta\sigma_y)], & \lambda \leq \lambda_m, \\ r(J_3) [\Delta\sigma_r + \eta(\Delta\sigma_m - \Delta\sigma_r)], & \lambda > \lambda_m, \end{cases} \quad (4)$$

$$\Delta\sigma_y = a_{0y} + \frac{P}{a_{1y} + a_{2y}P}, \quad (5)$$

$$\Delta\sigma_m = a_0 + \frac{P}{a_1 + a_2P}, \quad (6)$$

$$\Delta\sigma_r = a_{0r} + \frac{P}{a_{1r} + a_{2r}P}, \quad (7)$$

式中, $I_1$ 为应力张量第一不变量,描述体积响应; $J_2, J_3$ 为剪应力张量第二、第三不变量,描述剪切响应; $r(J_3)$ 为偏平面形状函数; $\Delta\sigma_y$ 表示初始屈服面, $\Delta\sigma_m$ 表示最大屈服面, $\Delta\sigma_r$ 表示为残余屈服面, $a_{0i}, a_{1i}, a_{2i}$ 为各屈服面参数; $p = -I_1/3$ 为静水压; $\eta(0 \leq \eta \leq 1)$ 为损伤参数 $\lambda$ 的函数.该模型可以自动生成参数,使用时只需输入密度、Poisson比、单轴抗压强度即可自动生成材料模型的其他参数,本文参考文献[18]中参数输入K&C模型的参数,并采用\*`MAT_ADD_EROSION`定义材料失效<sup>[27]</sup>.

表1 弹体及钢筋材料模型参数

Table 1 Material model parameters of the projectile and the reinforcement

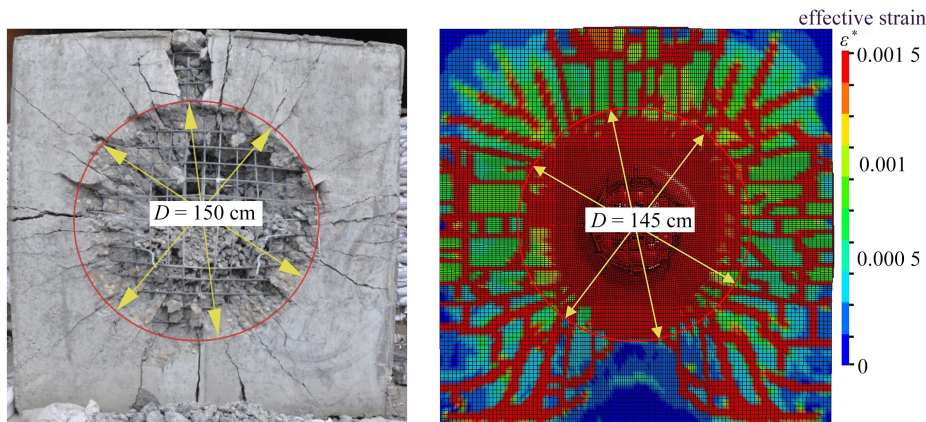
material name	$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$E / \text{Pa}$	$\mu$	$\sigma_0 / \text{Pa}$	$E_t / \text{Pa}$	$\beta$	$C / \text{s}^{-1}$	$P$	failure strain $\varepsilon_F$
projectile	$7.91 \times 10^3$	$2.1 \times 10^{11}$	0.30	-	-	-	-	-	-
reinforcement	$7.80 \times 10^3$	$2.0 \times 10^{11}$	0.29	$3.45 \times 10^8$	$2 \times 10^9$	0			0.8

表 2 混凝土材料模型参数  
Table 2 Material model parameters of concrete

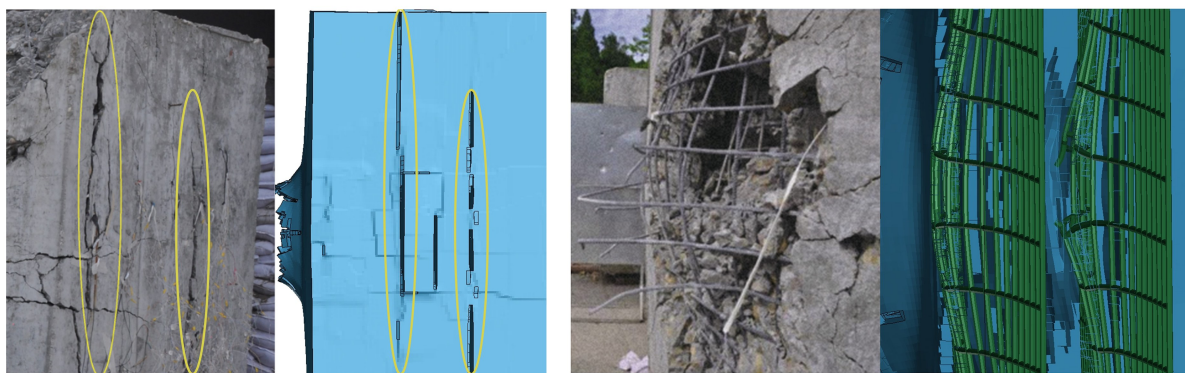
material name	$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\mu$	$F_t / \text{Pa}$	$A_0 / \text{Pa}$	$\alpha$	$\beta$
concrete	$2.44 \times 10^3$	0.2	$4 \times 10^6$	$-4.8 \times 10^7$	39.37	$1.45 \times 10^{-4}$

### 1.2 模型验证

图 3 给出了靶体破坏情况的试验<sup>[18]</sup>和模拟结果对比,试验靶体表面成坑直径为 150 cm,数值模型靶体表面成坑直径为 145 cm,与试验值误差为 3.33%,成坑区域面积相近,靶体正面部分裂缝扩展较为相似,如图 3(a)所示;由于钢筋与混凝土之间的界面属于薄弱区<sup>[18]</sup>,靶体侧面在钢筋层位置出现较大裂缝,靶体数值模型侧面破坏与试验宏观破坏现象相符较好,如图 3(b)所示;同时,前两层钢筋向外弯曲或破坏,钢筋数值模型损伤形态与试验有着类似的现象,如图 3(c)所示。



(a) 靶体正面损伤对比  
(a) Comparison of target frontal damages



(b) 靶体侧面损伤对比  
(b) Comparison of target side damages  
(c) 钢筋损伤对比  
(c) Comparison of reinforcement damages

图 3 靶体损伤情况对比

Fig. 3 Comparison of target damages

图 4 给出了数值模型计算的侵彻深度 ( $h$ ) 的时程图,数值计算侵彻深度为 1 113 mm,与侵彻深度试验值(1 120 mm)误差为 0.63%,吻合良好,此外,为验证网格无关性,建立了靶体全区域采用精细化网格(如图 5 所示)的计算工况来进行对比.全区域精细化网格靶体计算工况的侵彻深度为 1 190 mm,与中心区域精细化网格模型(如图 1(b)所示)相比,侵彻深度之间误差为 6.92%,差别较小,但计算时长增加了十多个小时。因此,在后续数值计算中均采用中心区域精细化网格模型。

以上验证说明了数值模型和材料参数的可靠性,在此基础上,我们使用该数值模型研究不同弹着点位置对侵彻深度的影响。

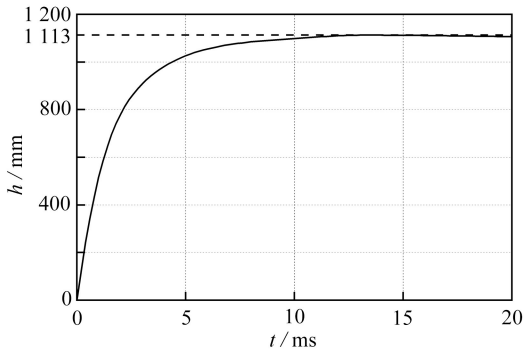


图4 数值模拟侵彻深度时程图

Fig. 4 The penetration depth time history of the numerical simulation

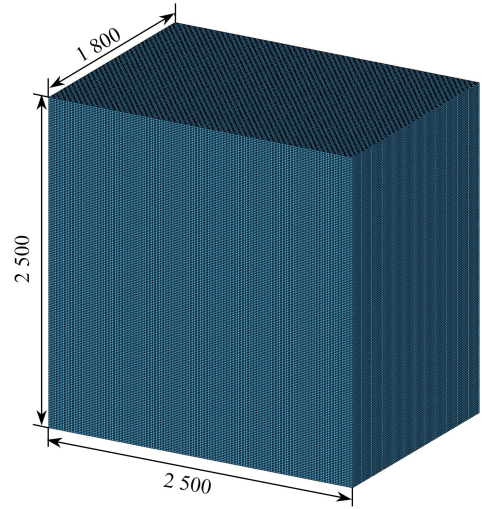


图5 全区域精细化网格靶体(单位: mm)

Fig. 5 The target model with global fine grids(unit: mm)

## 2 弹着点对侵彻深度的影响

根据相关研究<sup>[13-16]</sup>,弹着点位置对弹体侵彻过程有较大影响,典型的弹着点位置分为三类:钢筋网眼中点、钢筋交叉点、钢筋侧边中点(如图6所示).现有研究中弹体直径都小于钢筋网眼尺寸,认为在弹体击中钢筋网眼中点时,弹体与钢筋不会直接接触,靶体中钢筋只能通过约束混凝土来对弹体产生间接阻力.因此在以往研究中,弹体击中钢筋网眼中点时侵彻得最深,或贯穿靶体后剩余速度最大;弹体击中钢筋交叉点时侵彻深度最浅,或贯穿靶体后剩余速度最小;弹体击中钢筋侧边中点时介于前两者之间.然而,本次数值模型中的弹体直径大于钢筋网眼尺寸,得到了与以往研究不同的结论,下面将详细说明与分析.

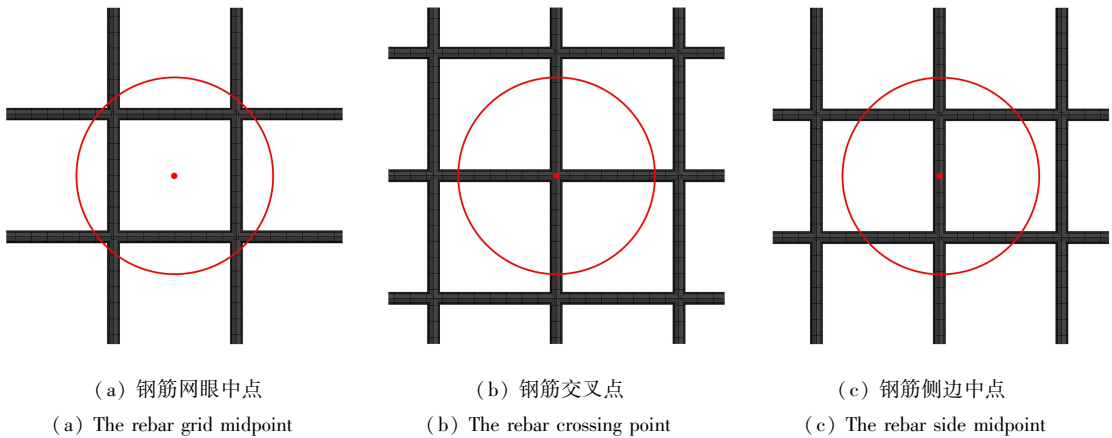


图6 三种典型弹着点位置示意图

Fig. 6 Schematic diagram of 3 typical impact point positions

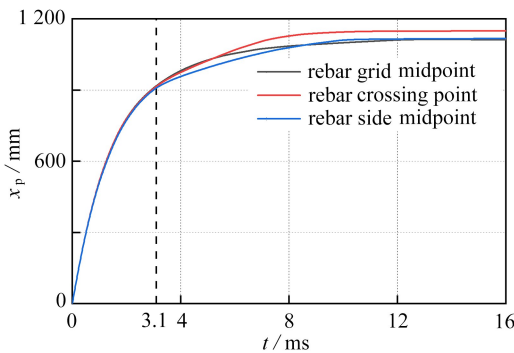
### 2.1 计算结果

图7给出了三种典型弹着点位置下弹体侵彻过程的位移( $x_p$ )、速度( $v_p$ )和加速度( $a_p$ )的时程图.表3给出了三种典型弹着点位置侵彻深度计算结果,可见弹体击中钢筋网眼中点时侵彻深度(1 113 mm)最浅,而弹体击中钢筋交叉点时侵彻深度(1 149 mm)最深,弹体击中钢筋侧边中点时侵彻深度(1 117 mm)介于前两者之间.在前两种弹着点位置情况下,计算得到的侵彻深度大小关系与以往研究恰好相反.

表3 侵彻深度计算结果

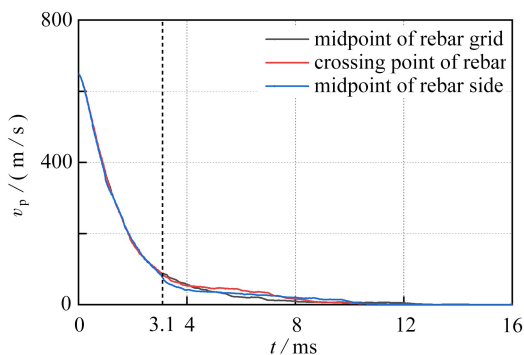
Table 3 Calculation results of the penetration depth

impact point position	rebar grid midpoint	rebar crossing point	rebar side midpoint
$h/\text{mm}$	1 113	1 149	1 117



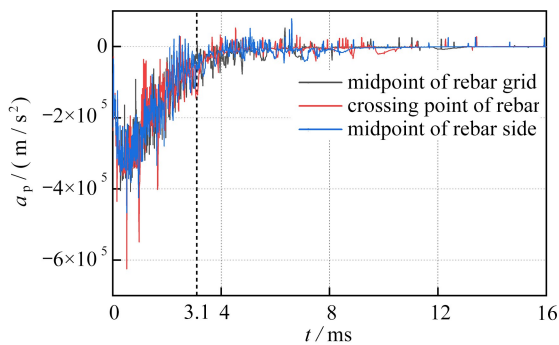
(a) 弹体位移时程图

(a) Projectile displacement time histories



(b) 弹体速度时程图

(b) Projectile velocity time histories



(c) 弹体加速度时程图

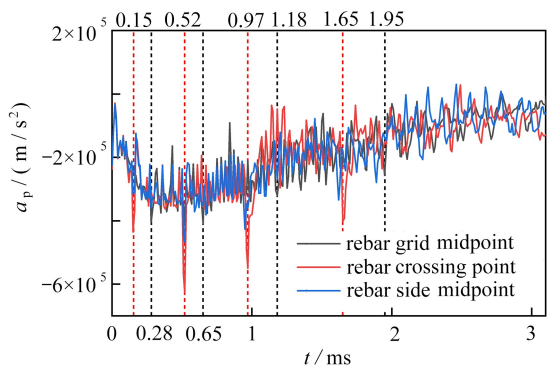
(c) Projectile acceleration time histories

图 7 三种典型弹着点位置时程图对比

Fig. 7 Time history comparison of 3 typical impact point positions

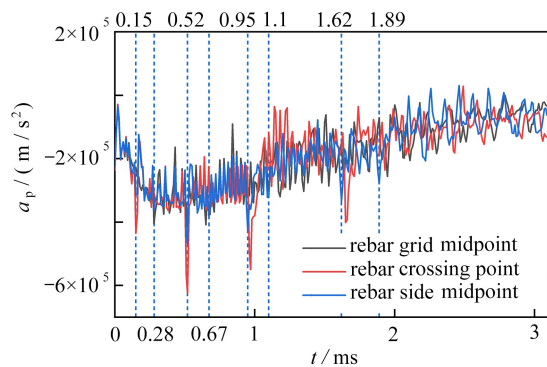
### 2.2 讨论与分析

由图 7 可见,三种典型弹着点位置的弹体位移和速度时程图在 3.1 ms 之前基本重合,而弹体加速度时程存在较明显差别,将三种典型弹着点位置的 3.1 ms 前弹体加速度曲线截取出进行深入分析,如图 8 所示。



(a) 钢筋交叉点和网眼中点情况下加速度峰值

(a) Peak accelerations at the rebar grid midpoint and the rebar crossing point



(b) 钢筋侧边中点情况下加速度峰值

(b) Peak accelerations at the rebar side midpoint

图 8 3.1 ms 前弹体加速度时程图

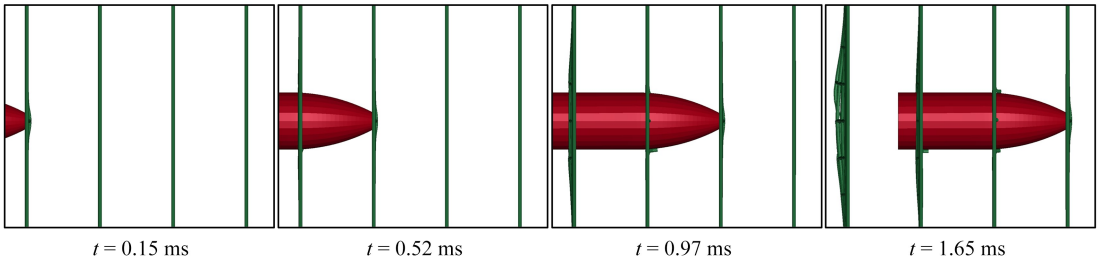
Fig. 8 Projectile acceleration time histories before 3.1 ms

根据图 8(a),在 0.15 ms,0.52 ms,0.97 ms 和 1.65 ms 时,弹体击中钢筋交叉点出现明显的加速度“尖峰”;而在 0.28 ms,0.65 ms,1.18 ms 和 1.95 ms 时,弹体击中钢筋网眼中点出现明显的加速度“尖峰”。根据图 8(b),在 0.15 ms,0.28 ms,0.52 ms,0.67 ms,0.95 ms,1.10 ms,1.62 ms 和 1.89 ms 时,弹体击中钢筋侧边中点

出现明显的加速度“尖峰”,其中在 0.15 ms, 0.52 ms, 0.95 ms 和 1.62 ms 时的加速度“尖峰”时刻与钢筋交叉点情况下的非常相近,几乎同时出现,其余时刻则与钢筋网眼中点情况相近。

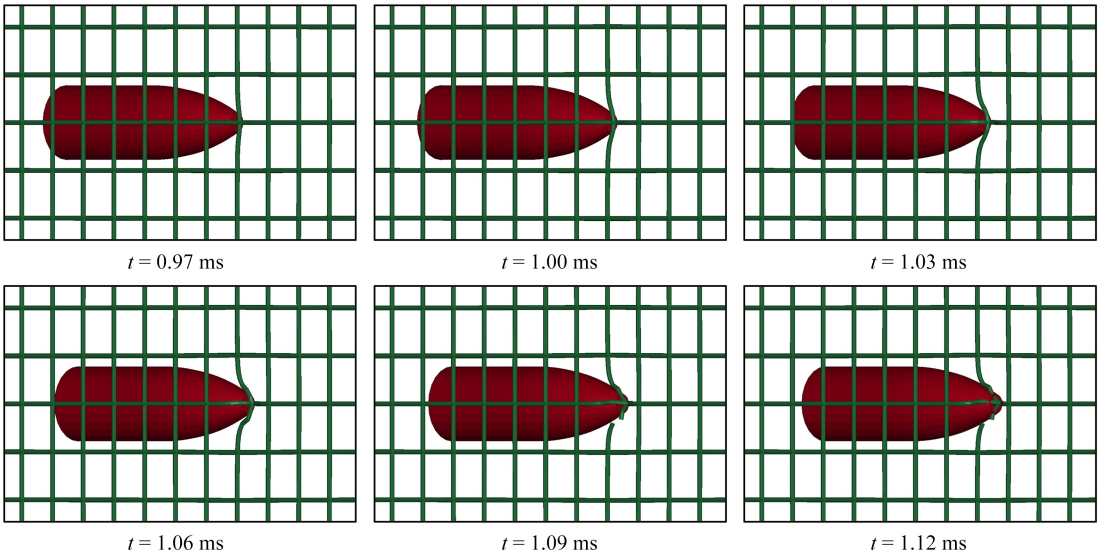
图 9—11 给出了上述加速度“尖峰”时刻对应的弹体位置以及弹体与钢筋相互作用过程,其中弹体与钢筋相互作用过程以弹体撞击第三层钢筋网为典例分析,撞击其他层钢筋网与之类似。

根据图 9—11,可以发现这些时刻下的弹体都恰好和钢筋正在接触,说明加速度“尖峰”是弹体与钢筋碰撞时出现的加速度突变。再结合图 8 可知:在 0.15 ms, 0.52 ms, 0.97 ms 和 1.65 ms 附近时,弹体击中钢筋交叉点情况下,弹尖部位同时撞击两根钢筋(如图 9(b)中  $t = 0.97$  ms 时所示),因此加速度峰值最大且突变最剧烈。此时,弹体击中侧边中点情况下,弹尖部位正撞击一根钢筋(如图 11(b)中  $t = 0.97$  ms 时所示),因此加速度峰值较小且突变也更轻微;而此时,弹体撞击钢筋网眼中点情况下,弹头部位还未直接接触到钢筋,钢筋只能通过约束混凝土对弹体提供间接阻力,因此未出现明显的加速度峰值和突变。在 0.28 ms, 0.65 ms, 1.18 ms 和 1.95 ms 附近时,弹体击中钢筋网眼中点情况下,弹头侧面同时撞击四根钢筋(如图 10(b)中  $t = 1.18$  ms 时所示),因此加速度峰值最大且突变最剧烈。此时,弹体击中侧边中点情况下,弹尖部位撞击的钢筋已经完全断裂,但弹头侧面又开始与其他两根钢筋接触(如图 11(b)中  $t = 1.12$  ms 时所示),因此加速度峰值较小且突变也更轻微;而此时,弹体撞击钢筋交叉点情况下,弹头部位撞击的钢筋已经完全断裂(如图 9(b)中  $t = 1.12$  ms 时所示),断裂的钢筋无法造成弹体加速度突变,并且弹体四周未断裂的钢筋无法与弹体直接接触,因此未出现明显的加速度峰值和突变。



(a) 加速度峰值时刻弹体位置

(a) Projectile positions at the peaks of acceleration



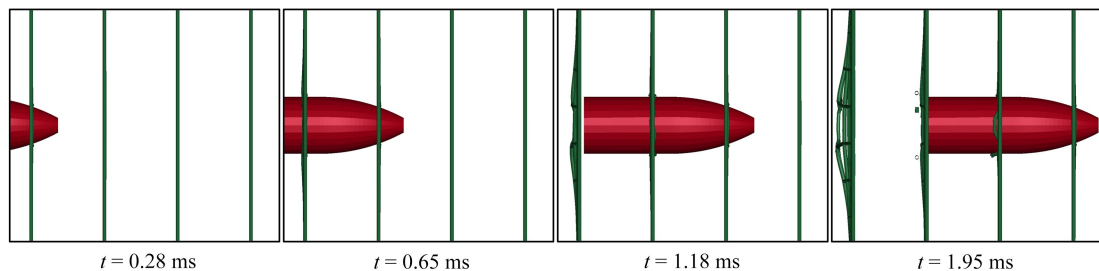
(b) 弹体与钢筋相互作用

(b) Interactions between the projectile and the reinforcement

图 9 钢筋交叉点情况下侵彻过程模拟图

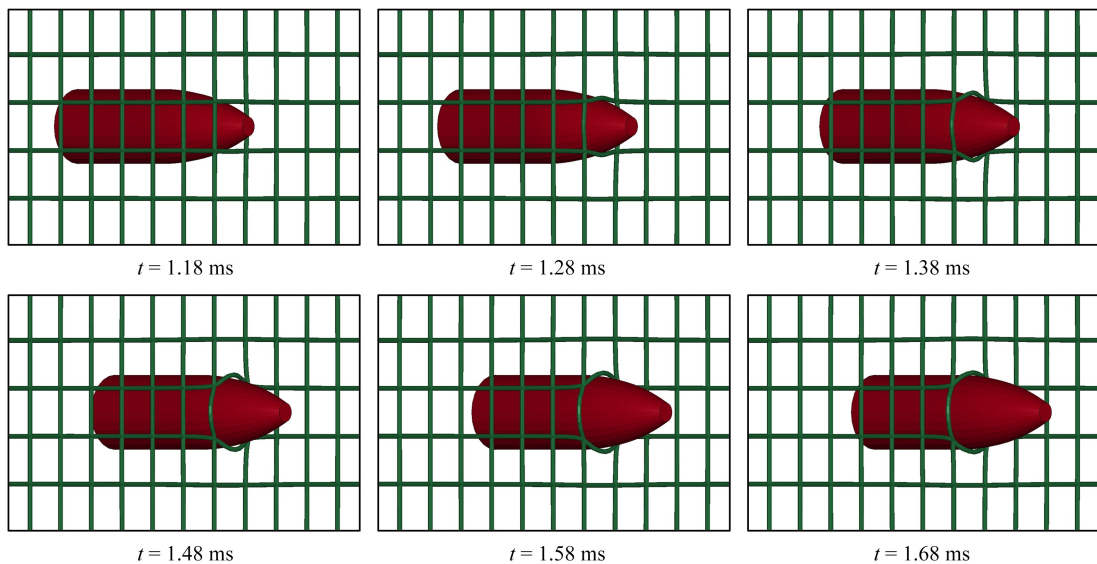
Fig. 9 Simulation diagrams of the penetration process at the rebar crossing point





(a) 加速度峰值时刻弹体位置

(a) Projectile positions at the peaks of acceleration

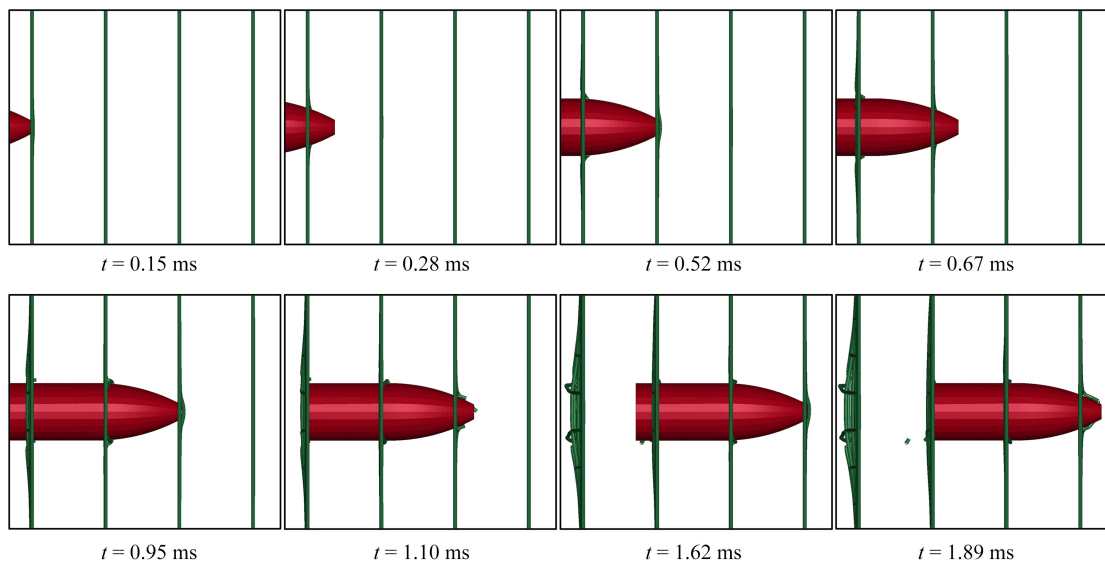


(b) 弹体与钢筋相互作用

(b) Interactions between the projectile and the reinforcement

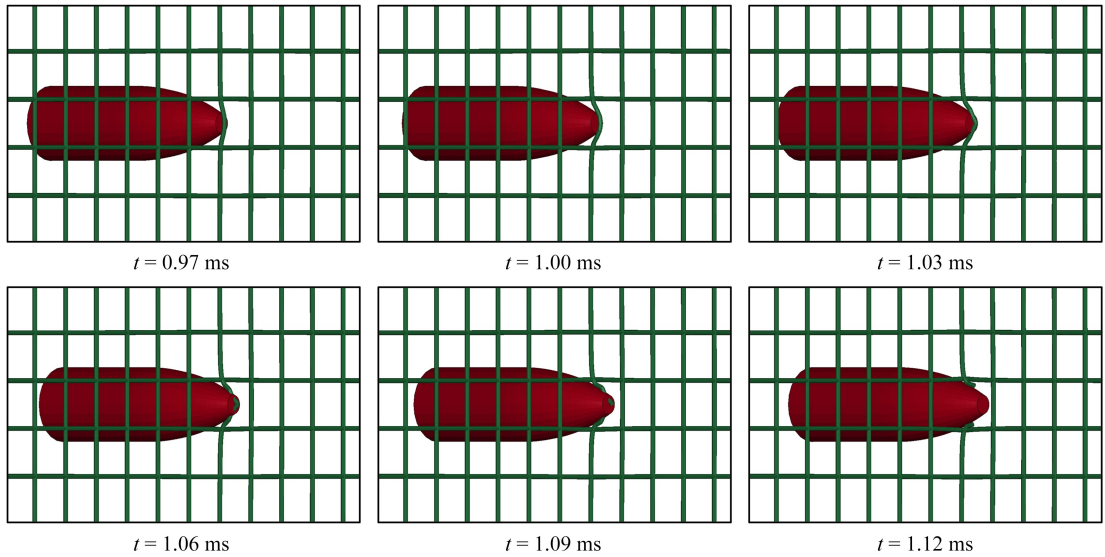
图 10 钢筋网眼中点情况下侵彻过程模拟图

Fig. 10 Simulation diagrams of the penetration process at the rebar grid midpoint



(a) 加速度峰值时刻弹体位置

(a) Projectile positions at the peaks of acceleration



(b) 弹体与钢筋相互作用

(b) Interactions between the projectile and the reinforcement

图 11 钢筋侧边中点情况下侵彻过程模拟图

Fig. 11 Simulation diagrams of the penetration process at the rebar side midpoint

通过比较图 9(b)、图 10(b) 和图 11(b) 可知: 钢筋交叉点情况下交叉的两根钢筋会被弹体撞至完全断裂, 钢筋断裂后失去轴向约束, 对弹体的阻滞作用微弱可忽略<sup>[18]</sup>, 弹体与钢筋网从接触到这层钢筋完全断裂耗时约 0.15 ms; 钢筋网眼中点情况下与弹体直接接触的钢筋不会完全失效, 直至弹头完全穿过这层钢筋网之前均能提供较强的阻滞作用, 弹体与钢筋网从接触到弹头完全穿过这层钢筋网耗时约 0.5 ms, 提供阻滞作用的时间是前者的 3 倍多; 而对于钢筋侧边中点情况, 则分为两个阶段, 第一阶段与钢筋交叉点类似, 与弹尖直接接触的钢筋会在 0.09 ms 时间内被撞至完全断裂, 第二阶段与钢筋网眼中点类似, 直至弹头完全穿过这层钢筋网之前均能提供较强的阻滞作用。除了图 8 标出的加速度“尖峰”时刻外, 由于钢筋的持续阻滞作用, 弹体击中钢筋网眼中点和钢筋侧边中点这两种情况还存在量值较大的加速度“尖峰”, 如图 8(a) 中 1.18~1.65 ms 之间的黑色和蓝色加速度“尖峰”。

综上所述, 对于以往研究中<sup>[13-16]</sup> 弹体直径小于钢筋网眼尺寸这种情形, 由于弹体击中钢筋网眼中点时不会与钢筋直接接触, 弹体侵彻深度必然有如下关系: 钢筋网眼中点 > 钢筋侧边中点 > 钢筋交叉点; 而对于弹体直径大于钢筋网眼尺寸这种情形, 由于弹体击中钢筋网眼中点时也会与钢筋直接接触, 而且是与四根钢筋接触, 接触钢筋的持续时间相比钢筋交叉点情况下更长, 弹体击中钢筋网眼中点侵彻深度最浅, 而击中钢筋交叉点侵彻深度反倒最深, 击中钢筋侧边中点仍旧处于前两者之间。因此, 弹体撞击钢筋的数目和弹体接触钢筋的持续时间是三种典型弹着点侵彻深度不同的主要原因。除此之外, 关于钢筋网眼中点和钢筋交叉点这两种情况的侵彻深度大小关系, 弹径与钢筋网眼尺寸之比对其有着重要影响, 下节中将进一步研究这个问题。

### 3 弹径与钢筋网眼尺寸比值对侵深的影响

本节在第 1 节的数值模型基础上设计了一系列数值模拟工况, 用来研究弹径与钢筋网眼尺寸比值对侵深的影响。同时, 结合数值计算结果拟合出了弹径与钢筋网眼尺寸比值对侵深影响的表达式和归纳侵彻深度离散性的表达式, 并设计了三组计算工况对表达式合理性进行验证。

#### 3.1 计算结果

为了保证计算结果的可对比性, 设计工况仅改变钢筋网眼尺寸大小(即钢筋网的排列间距), 数值模型的其他尺寸与材料参数均保持不变, 设置的钢筋网眼尺寸有 200 mm, 150 mm, 100 mm, 80 mm, 70 mm, 60 mm, 50 mm, 40 mm, 34 mm 和 30 mm(其中 100 mm 为原始模型的钢筋间距), 分别对应的弹径与钢筋网眼尺寸比值为 0.78, 1.04, 1.56, 1.95, 2.23, 2.60, 3.12, 3.90, 4.59 和 5.20, 计算结果见表 4, 其中  $d$  为弹体直径,  $D$  为

钢筋网眼尺寸大小,  $\mu$  为靶体体积含筋率, difference value 为钢筋网眼中点侵入深度减去钢筋交叉点侵入深度的差值。在 2.2 小节中, 研究出了弹径无论是大于还是小于钢筋网眼尺寸, 弹体击中钢筋侧边中点这种情况的侵入深度均介于其他两种弹着点情况侵入深度之间。因此, 弹体击中钢筋网眼中点和钢筋交叉点这两种弹着点位置属于极端弹着点情况, 这两种情况下的侵入深度差值能反映出由弹着点导致的侵入深度离散性, 两者侵入深度差值列于表 4 中。

表 4 各工况数值计算结果

Table 4 Numerical calculation results of each working condition

$d/\text{mm}$	$D/\text{mm}$	$d/D$	$\mu/\%$	$h/\text{mm}$			
				rebar grid midpoint	rebar crossing point	average value	difference value
156	200	0.78	0.36	1 490	1 230	1 360	260
156	150	1.04	0.48	1 250	1 160	1 205	90
156	100	1.56	0.71	1 113	1 149	1 131	-36
156	80	1.95	0.83	978	1 030	1 004	-52
156	70	2.23	0.94	963	952	957.5	11
156	60	2.60	1.12	934	907	920.5	27
156	50	3.12	1.35	869	874	871.5	-5
156	40	3.90	1.69	843	863	853	-20
156	34	4.59	1.98	815	799	807	16
156	30	5.20	2.21	763	749	756	14

根据表 4, 可归纳出以下几点规律:

① 在同一钢筋网眼尺寸、同一弹径与网眼尺寸比值、同一体积含筋率下, 弹体击中钢筋网眼中点和击中钢筋交叉点的侵入深度有一定差别, 这一差别在  $d/D < 2.23$  时较大, 在  $d/D \geq 2.23$  时较小。

② 当弹体直径小于钢筋网眼尺寸时, 弹体击中钢筋网眼中点和击中钢筋交叉点这两种极端弹着点情况侵入深度有确定的大小关系: 钢筋网眼中点 > 钢筋交叉点。当弹体直径大于钢筋网眼尺寸时, 这两种极端弹着点情况侵入深度的大小关系反复发生转变。

③ 因  $d/D$  增大, 钢筋排布越紧密, 靶体体积含筋率越大, 所以侵入深度随着  $d/D$  增大而减小。

### 3.2 讨论与分析

图 12 为根据表 4 中数据得到的侵入深度与  $d/D$  的关系图, 能更加直观地看到侵入深度随着  $d/D$  的增大而减小, 以及弹体击中钢筋网眼中点和击中钢筋交叉点这两种弹着点情况下侵入深度大小关系的反复波动性。考虑到实际试验中很难恰好命中钢筋网眼中点和钢筋交叉点, 命中位置极大概率分布在其他位置, 即试验得到的侵入深度值与这两种极端弹着点情况的侵入深度平均值更加接近, 因此将这两种极端弹着点情况侵入深度求得的平均值曲线绘制于图 12 中。

根据量纲分析, 可得到  $H/d-d/D$  对应关系的无量纲表达式:

$$\frac{H}{d} = f\left(\frac{d}{D}\right) = a\left(\frac{d}{D}\right)^b, \quad (8)$$

式中,  $H$  为侵入深度平均值,  $a, b$  为待定参数。根据表 4 中数据, 将  $H/d-d/D$  一一对应的关键点绘于图 13 中, 并通过式 (8) 进行回归分析得到  $a = 7.99, b = -0.3$ , 其中拟合关系式 (9) 的可决系数  $R^2 = 0.98$ , 表明此关系式与关键点的拟合优度较高, 能较好地反映弹径与钢筋网眼尺寸比值对侵入深度的影响:

$$\frac{H}{d} = 7.99\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.3}. \quad (9)$$

进一步地, 为研究这两种极端弹着点情况侵入深度大小关系的反复波动性, 将图 12 中各侵入深度均除以与之对应的侵入深度平均值, 可得到归一化侵入深度与  $d/D$  的关系, 如图 14 所示。

当黑色线取值大于 1 时, 说明钢筋网眼中点侵深大于钢筋交叉点侵深; 当黑色线取值小于 1 时, 说明钢筋网眼中点侵深小于钢筋交叉点侵深; 对于红色线, 与前述反之。此波动规律类似于三角函数的变化规律, 并且弹着点击中钢筋网眼中点和钢筋交叉点的关系曲线恰好关于  $y = 1$  对称, 因此可以进行如下无量纲表达式

推导:

① 弹体击中钢筋网眼中点

$$\frac{h_M}{H} - 1 = f\left(\frac{d}{D}\right) = k\left(\frac{d}{D}\right)^l \sin\left(m\frac{d}{D} + n\right) \Rightarrow \frac{h_M}{H} = k\left(\frac{d}{D}\right)^l \sin\left(m\frac{d}{D} + n\right) + 1, \quad (10)$$

式中,  $h_M$  为弹体击中钢筋网眼中点侵彻深度值,  $k, l, m, n$  为待定参数.

② 弹体击中钢筋交叉点

$$\frac{h_C}{H} - 1 = -f\left(\frac{d}{D}\right) = -k\left(\frac{d}{D}\right)^l \sin\left(m\frac{d}{D} + n\right) \Rightarrow \frac{h_C}{H} = -k\left(\frac{d}{D}\right)^l \sin\left(m\frac{d}{D} + n\right) + 1, \quad (11)$$

式中,  $h_C$  为弹体击中钢筋网眼中点侵彻深度值,  $k, l, m, n$  为待定参数.

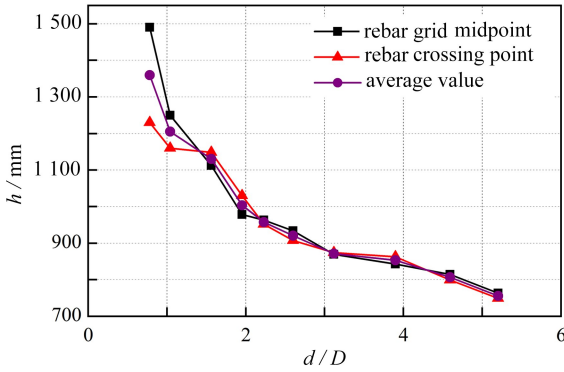


图 12 侵彻深度与  $d/D$  的关系

Fig. 12 Relationships between the penetration depth and  $d/D$

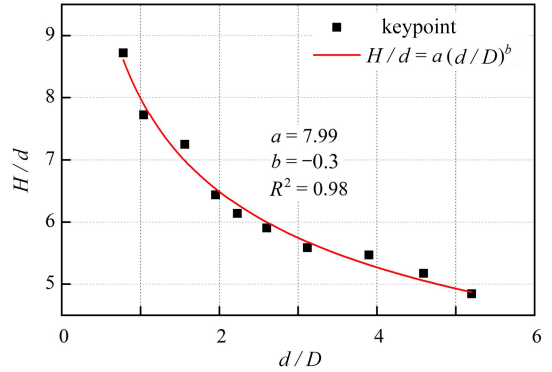


图 13 无量纲表达式拟合曲线

Fig. 13 The fitting curve of the dimensionless expression

将图 14 中的关键点绘于图 15 中, 分别通过式 (10) 和 (11) 进行回归分析, 得到  $k = 0.06, l = -1.55, m = 3.15, n = -0.85$ , 其中拟合关系式的可决系数  $R^2 = 0.96$ , 表明此关系式与关键点的拟合优度较高, 能较好地反映这两种极端弹着点情况侵彻深度大小关系的反复波动性, 波动周期为  $40\pi/63$ . 当  $h_M > h_C$  时,  $h_C \leq H \leq h_M$ ; 当  $h_C > h_M$  时,  $h_M \leq H \leq h_C$ , 即

$$\left[ - \left| 0.06 \left(\frac{d}{D}\right)^{-1.55} \sin\left(3.15 \frac{d}{D} - 0.85\right) \right| + 1 \right] H \leq H \leq \left[ \left| 0.06 \left(\frac{d}{D}\right)^{-1.55} \sin\left(3.15 \frac{d}{D} - 0.85\right) \right| + 1 \right] H. \quad (12)$$

式 (12) 归纳了弹着点位置对侵彻深度造成的离散性, 以及此离散性随  $d/D$  的变化规律.

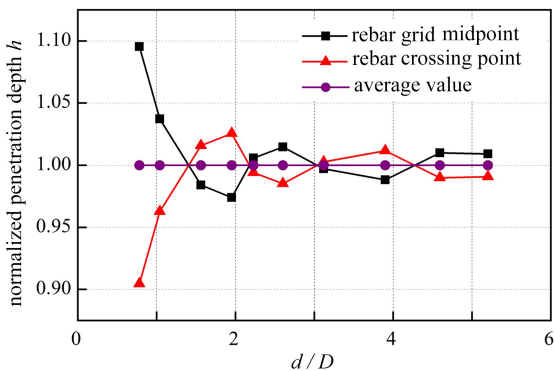


图 14 归一化侵彻深度与  $d/D$  的关系

Fig. 14 Relationships between the normalized penetration depth and  $d/D$

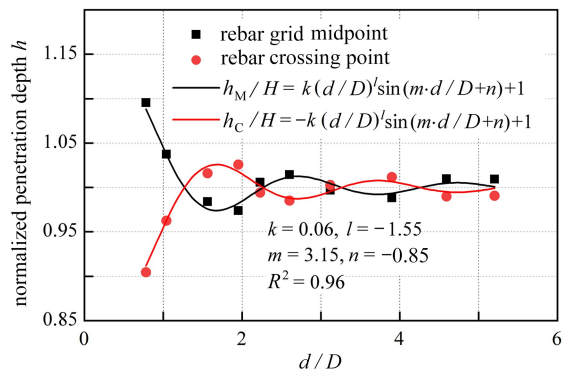


图 15 归一化侵彻深度关于  $d/D$  的拟合曲线

Fig. 15 Fitting curves of the normalized penetration depth with respect to  $d/D$

综上所述, 可得到如下结论:

1) 弹体击中钢筋网眼中点和击中钢筋交叉点的侵彻深度差别大小随着  $d/D$  的增大而减小, 其大小关系

的波动周期为  $40\pi/63$ ;

2) 弹体侵彻钢筋混凝土的侵彻深度试验值并不是一个确定值,而是一个范围值,此范围值上下限由弹体击中钢筋网眼中点和击中钢筋交叉点这两种极端弹着点情况的侵彻深度决定,并且其区间大小随着  $d/D$  的增大而减小;

3) 弹着点位置对侵彻深度造成的离散性随着钢筋网眼尺寸的缩小而减小,随着  $d/D$  的增大而减小。

### 3.3 表达式验证

为验证以上表达式的合理性,本文设计了三组计算工况进行验证,设计的钢筋网眼尺寸有 172 mm, 90 mm 和 44 mm,分别对应的弹径与钢筋网眼尺寸比值为 0.91, 1.73 和 3.55.除了钢筋网眼尺寸以外,其余模型尺寸和参数与之前保持不变,三组验证工况的数值模拟和表达式计算结果见表 5,其中 simulation 代表数值计算侵彻深度值,expression 代表表达式计算侵彻深度值.从计算结果可以看出:表达式计算侵彻深度值与数值计算侵彻深度值误差均在 6%以内,两种方法计算出来的侵彻深度大小关系一致,说明表达式能较准确地预估出这两种极端弹着点情况侵彻深度值和大小关系。

表 5 数值模拟和表达式的计算结果

Table 5 Calculation results of the numerical simulation and the expression

$D/\text{mm}$	$d/D$	$h_M/\text{mm}$		error $\delta_M/\%$	$h_C/\text{mm}$		error $\delta_C/\%$
		simulation	expression		simulation	expression	
172	0.91	1 291	1 363	5.58	1 199	1 201	0.17
90	1.73	1 018	1 031	1.28	1 081	1 084	0.28
44	3.55	865	847	2.08	866	859	0.81

## 4 结 论

本文针对弹体侵彻钢筋混凝土侵彻深度的离散性问题,参照公开发表的侵彻试验,建立了三种典型弹着点位置的有限元模型,对比分析了三种典型弹着点位置侵彻深度差异性的主要机理,根据一系列钢筋网眼尺寸大小的模拟工况计算结果,提出了弹径与钢筋网眼尺寸比值对侵深影响的表达式,并对表达式进行了初步验证.具体结论如下:

1) 造成三种典型弹着点下弹体侵彻深度差别的主要因素是:弹体撞击钢筋的数目和弹体接触钢筋的持续时间。

2) 当  $d/D < 1$  时,三种典型弹着点下弹体侵彻深度关系为:钢筋网眼中点>钢筋侧边中点>钢筋交叉点,而当  $d/D > 1$  时,弹体击中钢筋网眼中点和击中钢筋交叉点的侵彻深度大小关系存在一定的反复波动性,其大小关系的波动周期为  $40\pi/63$ 。

3) 弹体侵彻钢筋混凝土靶体的侵彻深度随着钢筋网眼尺寸的缩小而减小,随着  $d/D$  的增大而减小,随着体积含筋率的增大而减小。

4) 在同一钢筋网眼尺寸、同一弹径与网眼尺寸比值、同一体积含筋率下,弹体击中钢筋网眼中点和击中钢筋交叉点的侵彻深度有一定差别,此差别大小随着  $d/D$  的增大而减小,即弹着点位置对侵彻深度造成的离散性随着  $d/D$  的增大而减小。

5) 弹体侵彻钢筋混凝土的侵彻深度并不是一个确定值,而是一个范围值,此范围值的上下限由弹体击中钢筋网眼中点和击中钢筋交叉点这两种极端弹着点情况的侵彻深度决定,并且其区间大小随着  $d/D$  的增大而减小。

### 参考文献 (References):

- [1] YOUNG C W. Penetration equations: SAND97-2426[R]. Albuquerque, NM, USA, 1997.
- [2] BERNARD R S, CREIGHTON D C. Projectile penetration in soil and rock: analysis for non-normal impact [R]. Vicksburg, USA, 1979.
- [3] BERNARD R S. Depth and motion prediction for earth penetrators[R]. Vicksburg, USA, 1978.

- [4] BERNARD R S. Empirical analysis of projectile penetration in rock[R]. Vicksburg, USA, 1977.
- [5] FORRESTAL M J, ALTMAN B S, CARGILE J D, et al. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1994, **15**(4): 395-405.
- [6] National Defence Research Committee. Effects of impact and explosion[R]. Washington DC, USA, 1946.
- [7] Department of the Army. Fundamentals of protective design for conventional weapons: TM 5-855-1[R]. Washington DC, USA, 1986.
- [8] 王安宝, 邓国强, 杨秀敏, 等. 一个新的通用型侵彻深度计算公式[J]. 土木工程学报, 2021, **54**(10): 36-46. (WANG Anbao, DENG Guoqiang, YANG Xiumin, et al. A new general formula for calculating penetration depth[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2021, **54**(10): 36-46. (in Chinese))
- [9] 任辉启, 穆朝民, 刘瑞朝, 等. 精确制导武器侵彻效应与工程防护[M]. 北京: 科学出版社, 2016. (REN Huiqi, MU Chaomin, LIU Ruichao, et al. *Penetration Effect and Engineering Protection of Precision Guided Weapons*[M]. Beijing: Science Press, 2016. (in Chinese))
- [10] 刘云飞, 王天运, 蒋沧如. 弹体侵彻混凝土深度计算公式分析[J]. 武汉理工大学学报, 2004, **26**(1): 49-52. (LIU Yunfei, WANG Tianyun, JIANG Cangru. Analysis on depth calculation of projectiles penetration into concrete[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2004, **26**(1): 49-52. (in Chinese))
- [11] 周宁, 任辉启, 沈兆武, 等. 卵形头部弹丸侵彻钢筋混凝土的工程解析模型[J]. 振动与冲击, 2007, **26**(4): 73-76. (ZHOU Ning, REN Huiqi, SHEN Zhaowu, et al. Engineering analytical model for ogive-nose projectiles to penetrate into semi-infinite reinforced concrete targets[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, **26**(4): 73-76. (in Chinese))
- [12] 欧阳春, 赵国志, 杜中华, 等. 弹丸垂直侵彻钢筋混凝土介质的工程解析模型[J]. 爆炸与冲击, 2004, **24**(3): 273-277. (OUYANG Chun, ZHAO Guozhi, DU Zhonghua, et al. An engineering analytical model for projectiles to penetrate normally into semi-infinite reinforced concrete targets[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2004, **24**(3): 273-277. (in Chinese))
- [13] 穆朝民, 任辉启. 弹丸对钢筋混凝土中钢筋交汇处侵彻效应研究[J]. 高压物理学报, 2010, **24**(5): 351-358. (MU Chaomin, REN Huiqi. Research on the effect of the projectile penetrating into the reinforced concrete targets at the intersection of the steel bar[J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2010, **24**(5): 351-358. (in Chinese))
- [14] 楼建锋, 王政, 朱建士, 等. 含筋率和弹着点对钢筋混凝土抗侵彻性能的影响[J]. 爆炸与冲击, 2010, **30**(2): 178-182. (LOU Jianfeng, WANG Zheng, ZHU Jianshi, et al. Effects of reinforcement ratio and impact position on anti-penetration properties of reinforced concrete[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2010, **30**(2): 178-182. (in Chinese))
- [15] 孙其然, 李芮宇, 赵亚运, 等. HJC 模型模拟钢筋混凝土侵彻实验的参数研究[J]. 工程力学, 2016, **33**(8): 248-256. (SUN Qiran, LI Ruiyu, ZHAO Yayun, et al. Investigation on parameters of HJC model applied to simulate perforation experiments of reinforced concrete[J]. *Engineering Mechanics*, 2016, **33**(8): 248-256. (in Chinese))
- [16] 程毅, 刘军, 刘晓峰, 等. 垂直侵彻下钢筋混凝土靶抗侵彻性能的理论及数值分析[J]. 科学技术与工程, 2019, **19**(1): 97-103. (CHENG Yi, LIU Jun, LIU Xiaofeng, et al. Theoretical and numerical analysis on anti-penetration property of reinforced concrete target under normal penetration[J]. *Science Technology and Engineering*, 2019, **19**(1): 97-103. (in Chinese))
- [17] 武海军, 张爽, 黄风雷. 钢筋混凝土靶的侵彻与贯穿研究进展[J]. 兵工学报, 2018, **39**(1): 182-208. (WU Haijun, ZHANG Shuang, HUANG Fenglei. Research progress in penetration/perforation into reinforced concrete targets[J]. *Acta Armamentarii*, 2018, **39**(1): 182-208. (in Chinese))
- [18] 邓勇军, 陈小伟, 钟卫洲, 等. 弹体正侵彻钢筋混凝土靶的试验及数值模拟研究[J]. 爆炸与冲击, 2020, **40**(2): 26-36. (DENG Yongjun, CHEN Xiaowei, ZHONG Weizhou, et al. Experimental and numerical study on normal penetration of a projectile into a reinforced concrete target[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2020, **40**(2): 26-36. (in Chinese))
- [19] CHEN X W, LI Q M. Transition from nondeformable projectile penetration to semihydrodynamic penetration

- [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2004, **130**(1): 123-127.
- [20] 张涛,方秦,吴昊,等.飞机撞击核安全壳不同位置破坏效应的数值模拟[J].应用数学和力学,2015,**36**(S1): 107-116.(ZHANG Tao, FANG Qin, WU Hao, et al. Numerical simulation on the response and damage of nuclear containment under the different aircraft impact positions [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, **36**(S1): 107-116.(in Chinese))
- [21] MALVAR L J, CRAWFORD J E, WESEVICH J W, et al. A plasticity concrete material model for DYNA3D[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1997, **19**(9/10): 847-873.
- [22] 门建兵,隋树元,蒋建伟,等.网格对混凝土侵入数值模拟的影响[J].北京理工大学学报,2005,**25**(8): 659-662.(MEN Jianbing, SUI Shuyuan, JIANG Jianwei, et al. Mesh dependency for numerical simulation of concrete penetration[J]. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 2005, **25**(8): 659-662.(in Chinese))
- [23] 辛春亮,薛再清,涂建,等.有限元分析常用材料参数手册[M].北京:机械工业出版社,2019.(XIN Chunliang, XUE Zaiqing, TU Jian, et al. *Handbook of Material Parameters Commonly Used in Finite Element Analysis* [M]. Beijing: China Machine Press, 2019.(in Chinese))
- [24] 赵均海,孙珊珊,党会学,等.钢管混凝土柱抗爆性能数值模拟与实验验证[J].应用数学和力学,2020,**41**(9): 943-955.(ZHAO Junhai, SUN Shanshan, DANG Huixue, et al. Numerical simulation and test validation for concreted filled steel tube columns under blast loading[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, **41**(9): 943-955.(in Chinese))
- [25] MALVAR L J, SIMONS D. Concrete material modeling in explicit computations[C]//*Workshop on Recent Advances in Computational Structural Dynamics and High Performance Computing*. Vicksburg, MS: USAE Waterways Experiment Station, 1996.
- [26] 熊益波. LS-DYNA 中简单输入混凝土模型适用性分析[C]//第十一届全国冲击动力学学术会议论文集.西安:西北核技术研究所,2013.(XIONG Yibo. Applicability analysis of simple input concrete models in LS-DYNA [C]//*Proceedings of the 11th National Conference on Impact Dynamics*. Xi'an: Northwest Institute of Nuclear Technology, 2013.(in Chinese))
- [27] 解江,李翰,周书婷,等.爆炸冲击载荷下航空铝合金平板动态响应数值分析方法[J].应用数学和力学,2017,**38**(4): 410-420.(XIE Jiang, LI Han, ZHOU Shuting, et al. A numerical method for dynamic responses of aviation aluminum alloy plates under blast loads[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, **38**(4): 410-420.(in Chinese))