

# 带襟翼导轨翼肋后缘尺寸-拓扑综合优化的 摄动神经网络代理模型法\*

谢川<sup>1</sup>, 徐超<sup>1</sup>, 周丹发<sup>2</sup>, 姚卫星<sup>1,3</sup>

- (1. 南京航空航天大学 航空航天结构力学及控制全国重点实验室, 南京 210016;
2. 上海机电工程研究所, 上海 201109;
3. 南京航空航天大学 飞行器先进设计技术国防重点学科实验室, 南京 210016)

**摘要:** 带襟翼导轨的翼肋后缘设计需要确定肋缘条、腹板的尺寸和肋腹板的拓扑形状, 对此提出了一种针对尺寸-拓扑综合优化的摄动神经网络(perturbation neural network, PNN)代理模型法. 其基本思想是基于拓扑优化对参数的敏感性, 引入了对试验设计(design of experiments, DOE)样本点的摄动, 通过过滤手段捕获拓扑突变点, 并降低数值噪声, 极大地提高了代理模型的预测精度, 将拓扑优化过程作为黑盒, 直接建立起尺寸变量与拓扑优化后结构响应的代理模型. 最后在代理模型上进行优化, 得到了结构尺寸与拓扑形状的最优组合. 该文完成了一个翼肋后缘优化典型算例, 证明了该方法的有效性和优越性.

**关键词:** 摄动神经网络; 尺寸优化; 拓扑优化; 代理模型; 翼肋

**中图分类号:** O342 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440033

## The Perturbation Neural Network Surrogate Model Method for Size-Topology Synthetical Optimization of Wing Rib Trailing Edges With Flap Tracks

XIE Chuan<sup>1</sup>, XU Chao<sup>1</sup>, ZHOU Danfa<sup>2</sup>, YAO Weixing<sup>1,3</sup>

- (1. State Key Laboratory of Mechanics and Control for Aerospace Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, P.R.China;
2. Shanghai Electro-Mechanical Engineering Institute, Shanghai 201109, P.R.China;
3. Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Advanced Design Technology of Flight Vehicle, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, P.R.China)

**Abstract:** The design of wing rib trailing edges with flap tracks requires the determination of sizes of the rib edge strips, the webs and the topological shapes of the rib webs. Therefore, a perturbation neural network surrogate model method was proposed for the size-topology synthetical optimization. The basic idea is that, based on the sensitivity of topology optimization to parameters, the perturbation is introduced in the DOE samples to capture the topological mutation points by means of the filtering measure, and reduce the numerical noise,

\* 收稿日期: 2023-02-13; 修订日期: 2023-03-15

作者简介: 谢川(1992—), 男, 博士生(E-mail: xcshovelm@nuaa.edu.cn);

姚卫星(1957—), 男, 教授, 博士, 博士生导师(通讯作者. E-mail: wxyao@nuaa.edu.cn).

引用格式: 谢川, 徐超, 周丹发, 姚卫星. 带襟翼导轨翼肋后缘尺寸-拓扑综合优化的摄动神经网络代理模型法[J]. 应用数学和力学, 2024, 45(1): 61-71.

which greatly improves the prediction accuracy of the surrogate model. With the topology optimization process viewed as a black box, the surrogate model for the size variables and topology optimized structural responses was directly built up. Finally, optimization was carried out on the surrogate model to obtain the optimal combination of structural sizes and topological shapes. A typical calculation example of wing rib trailing edge optimization demonstrates the validity and superiority of the proposed method.

**Key words:** perturbation neural network; size optimization; topology optimization; surrogate model; wing rib

## 0 引言

飞机是应用最为广泛的飞行器,其结构设计一直是学者们研究的重点内容,翼肋作为机翼的重要结构件之一,它的设计优劣直接影响着飞机的性能,因此,翼肋结构的设计方法备受关注。

结构优化问题通常根据设计变量的性质被划分为尺寸优化(size optimization)、形状优化(shape optimization)、拓扑优化(topology optimization)三个层次。依据问题的复杂程度,通常认为拓扑优化比尺寸和形状优化更具难度,但一般来说,更高层次的优化较之低层次的优化效果更为明显<sup>[1]</sup>。目前的尺寸优化方法已经比较成熟,形状优化和拓扑优化方法也有了很大进展,并已被广泛应用于各种结构的优化设计。谢浩然等<sup>[2]</sup>基于变密度法和独立连续映射法对机翼进行了静力和动力学拓扑优化设计。Kutyłowski 等<sup>[3]</sup>将变分法应用于拓扑优化,并对股骨结构进行了优化设计,得到了与实际骨组织相似的密度分布。Briot 等<sup>[4]</sup>将拓扑优化应用于机器人的设计中,对某机器人的五杆机构进行了优化设计。Gao 等<sup>[5]</sup>研究了屈曲约束下连续体结构的拓扑优化,并通过算例验证了拓扑优化在受屈曲约束的连续体结构设计中的有效性。张东东等<sup>[6]</sup>对阻尼材料布局进行了研究,提出了基于变体积约束的微结构拓扑优化方法。López 等<sup>[7]</sup>提出了一种基于多级方法和自动灵敏度分析的等几何结构形状优化方法,并将其应用于二维和实体壳结构的形状优化问题。Ghommem 等<sup>[8]</sup>研究了飞机襟翼的形状优化问题,为飞行系统的形状设计提供了指导。刘宏亮等<sup>[9]</sup>研究了等几何分析方法在结构优化中的应用,相比于传统基于有限元的结构优化方法,该方法一定程度上提高了结构优化的精度和效率。荣见华等<sup>[10]</sup>在导出应力灵敏度的基础上,建立了一种改进的,基于应力及其灵敏度的结构拓扑双方向渐进优化算法,该方法能较大程度减少解的振荡状态,获得了更佳的拓扑结构。Bennaceur 等<sup>[11]</sup>采用约束自然单元法对具有多种开口形状的翼肋进行优化,并对结果进行分析,验证了该方法在航空工程问题中的适用性。

在尺寸-拓扑综合优化问题中,同时包含了尺寸和拓扑变量,拓扑优化依赖于初始尺寸,而尺寸优化的结果又受到结构拓扑构型的影响,它们之间的耦合效应使得传统优化技术无能为力或效率低下,因此,解决该类问题的关键在于开发一种更适合的优化策略。优化策略是指当一个复杂优化问题难以找到现成的优化方法时,设计人员需要根据问题的具体形式,将其转化为更简单的问题,并确保与原始问题近似等价或至少符合原始问题设计要求的方法。目前难以依靠通用有限元软件自身实现策略自动化,因此,优化的策略和流程需要设计人员自行搭建。当前,针对不同层级变量之间组合优化的问题,主要存在两种优化策略:其一是混合优化策略<sup>[12-14]</sup>,即将所有不同类型的变量转化为同一类型的变量进行优化,虽然结果较好,但是由于其难以适用于更复杂的结构,因而限制了它的应用范围。另一种是分级优化策略<sup>[15-17]</sup>,即利用有效的解耦方法,把原始问题分解为若干个更简单的子问题,因其流程简单、易于实现、求解思路清晰等优点,在组合优化中得到了广泛的应用。然而,由于分级优化流程多为串行式,级与级之间的反复迭代往往耗时较长,而且由于搜索空间有限,最后得到的结果往往可能是局部最优解。

带襟翼导轨的翼肋后缘设计需确定缘条、腹板的尺寸和腹板的挖孔形状,缘条和腹板的尺寸不同,则腹板的拓扑形状不同。腹板的拓扑形状不同,则缘条和腹板的最优尺寸也不同。为寻找尺寸与拓扑形状的最佳组合,本文提出了一种完全不同于混合策略和分级策略的摄动神经网络代理模型优化方法,并应用于某无人机带襟翼导轨翼肋后缘,以验证所提方法的有效性。

# 1 带襟翼导轨的翼肋后缘尺寸-拓扑综合优化的数学描述

## 1.1 优化对象

图 1 为某无人机带襟翼导轨翼肋后缘结构,结构全部由硬铝合金构成,材料弹性模量为 70 GPa,左侧固定于翼梁,中缘条和下缘条之间为导轨,襟翼可通过滑轮在其中前后滑动,并停靠 A, B, C 三点,停靠时滑轮对翼肋施加载荷  $P_1 = 18\ 750\text{ N}$ ,  $P_2 = 23\ 750\text{ N}$ ,详细信息见图 2。

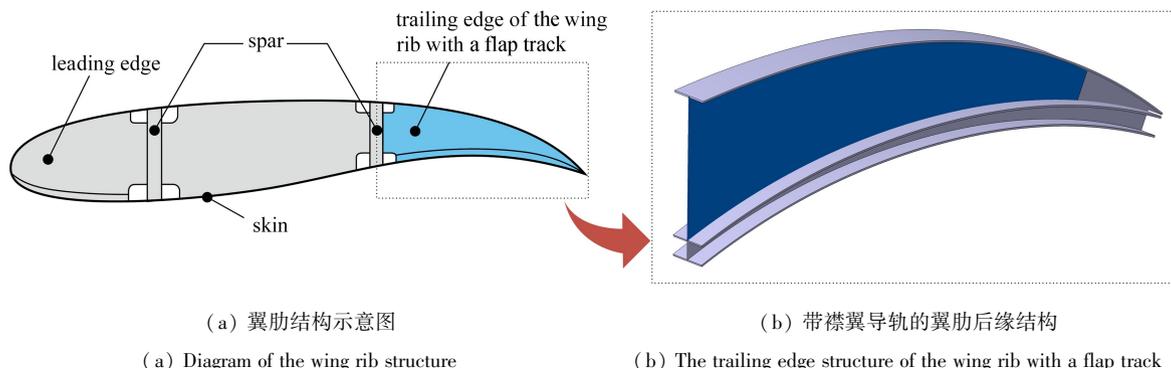


图 1 带襟翼导轨的翼肋后缘结构初始模型

Fig. 1 The initial model for the trailing edge of the wing rib with a flap track

设计变量包括上缘条厚度  $t_1$ 、中缘条厚度  $t_2$ 、下缘条厚  $t_3$ 、下腹板厚度  $t_4$  以及上腹板厚度  $t_5$ , 拓扑域为上腹板(图 2(b)中蓝色区域),其中上腹板在翼肋尖端区域为固定厚度 5 mm(图 2(b)中黄色区域),各缘条为固定宽度 50 mm,在结构应力和形变约束下,以结构重量最轻为设计目标,其中,针对腹板的二维连续体拓扑优化的目的是寻找最佳开孔位置及数量。

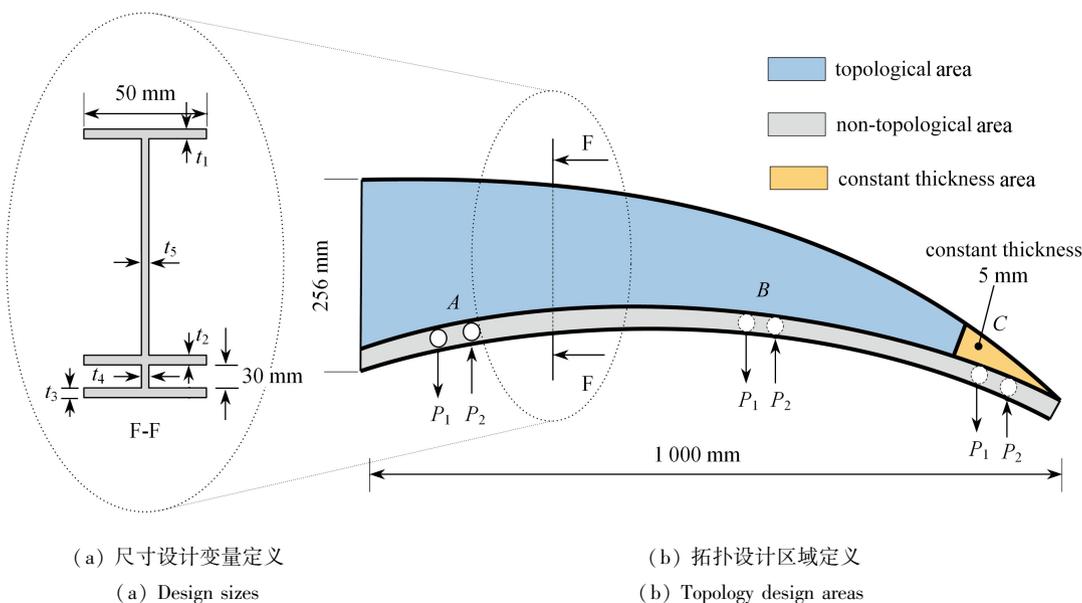


图 2 翼肋后缘结构基本尺寸与变量定义

Fig. 2 Dimensions of trailing edge of wing rib structure and definition of design variables

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同。

## 1.2 优化问题的数学模型

本文使用基于幂函数的各向同性材料惩罚(solid isotropic material with penalization, SIMP)模型进行拓扑优化,拓扑变量在理想状况下取  $\{0, 1\}$  离散集,松弛离散集为连续集  $[0, 1]$ ,可以建立起相对密度公式:

$$\rho_j = \rho_0 x_j, \quad x_j \in [0, 1], \quad (1)$$

其中  $\rho_0$  是原始材料密度;  $\rho_j$  是相对密度, 也称伪密度;  $x_j$  是松弛后的拓扑设计变量, 也称为单元的相对密度。

利用幂函数的凹函数性质, 将处于中间密度的单元弹性模量设置为较小的弹性模量, 使得其对结构整体刚度矩阵的影响变小, 从而对整体设计域的力学性能影响忽略不计, 于是可以建立材料弹性模量与单元相对密度的插值模型:

$$E_j(x_j) = E_0 x_j^p, \quad x_j \in [0, 1], \quad (2)$$

其中  $E_j$  为经过插值模型计算后的单元弹性模量,  $E_0$  为材料的原始弹性模量,  $p$  为惩罚因子, 一般取值 2~5, 值越大, 惩罚力度越大, 但计算也更加不稳定。

将结构尺寸设计变量向量记为  $\mathbf{t}$ , 拓扑设计变量向量记为  $\mathbf{x}$ , 则带襟翼导轨的翼肋后缘尺寸-拓扑综合优化整体数学模型可写为

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{find } \mathbf{t} = [t_1, t_2, t_3, t_4, t_5]^T, \\ \quad \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T, \\ \text{min } w(\mathbf{t}, \mathbf{x}), \\ \text{s.t. } \delta \leq \delta_{\max}, \\ \quad \sigma \leq \sigma_b, \\ \quad t_i^L \leq t_i \leq t_i^U, \quad i = 1, 2, \dots, 5, \\ \quad x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n, \end{array} \right. \quad (3)$$

式中,  $w$  为结构质量,  $\delta$  为结构位移,  $\sigma$  为结构应力,  $t_i^L$  和  $t_i^U$  分别为第  $i$  个尺寸设计变量的取值下限和上限,  $n$  为有限单元数量。

## 2 PNN 代理模型法

### 2.1 PNN 法

人工神经网络 (artificial neural network, ANN) 是一种模仿生物神经网络结构和功能的数学模型, 随着数据集的增加和训练时间的增长, 它的准确性会越来越高<sup>[18]</sup>。ANN 由节点层组成, 包含一个输入层、若干个隐藏层和一个输出层, 每个节点就是一个人工神经元, 它们各自连接着好几个节点, 具有相关的权重和阈值。如果单个节点的输出高于指定的阈值, 那么该节点将被激活, 并将数据发送到网络的下一层, 反之则不会, 其基本组成如图 3(a) 所示, 其中, 隐藏层类似于一个黑盒, 设计人员并不需要明白里面发生了什么。在代理模型中, 也有一种径向基神经网络 (radial basis function neural network, RBFNN) 法, 其组成与 ANN 相同, 但层与层之间不存在反馈, 输入层不存在任何权值或阈值, 隐藏层通过基函数计算输入点与中心点之间的欧氏距离, 通过一个非线性函数对输入进行变换, 产生输入层到隐含层的映射关系, 即可得到隐含层的输出, 输出层对隐含层单元的输出进行线性加权求和, 权值为神经网络的可调参数。受此启发, 本文提出了一种类似的结构, 可用于尺寸-拓扑综合优化问题的 PNN 法。

PNN 的输入层为来自试验设计的样本点, 对 DOE 样本点进行微小扰动后, 将所有样本点数据传入下一层网络进行拓扑优化, 得到 DOE 样本点及摄动样本点拓扑后的结构响应 (重量、最大位移及应力), 经过一次过滤操作, 以尺寸变量为输入, 以拓扑优化后的结构响应作为输出, 构造代理模型。很明显, PNN 与混合策略和分级策略均不相同, 它所建立的代理模型跳过了尺寸优化, 并将拓扑优化当作黑盒, 直接建立起了尺寸变量与拓扑优化后的响应之间的关系, 这相当于解除了尺寸变量与拓扑变量之间的耦合, 之后直接通过代理模型进行尺寸优化时的分析结果就是拓扑优化后的响应信息。PNN 的组成如图 3(b) 所示, 图中输入层中黄色点表示 DOE 样本点, 隐藏层中是拓扑优化过程, 红点表示拓扑突变点, 输出层是代理模型数据和拓扑数据库 (topology database)。输入层与隐藏层之间是摄动操作, 在 PNN 中拓扑优化过程形成了黑盒。隐藏层与拓扑层之间传输的是响应和拓扑信息, 其中响应信息经过过滤传递给代理模型, 而所有拓扑信息均传递到拓扑数

数据库中保存,其作用是代理模型优化后的拓扑选型.值得说明的是,PNN 并非代理模型的具体构造方法,而是获取代理模型输入输出以及指导代理模型选择的方法.接下来,将分别讲解 PNN 流程中的重点.

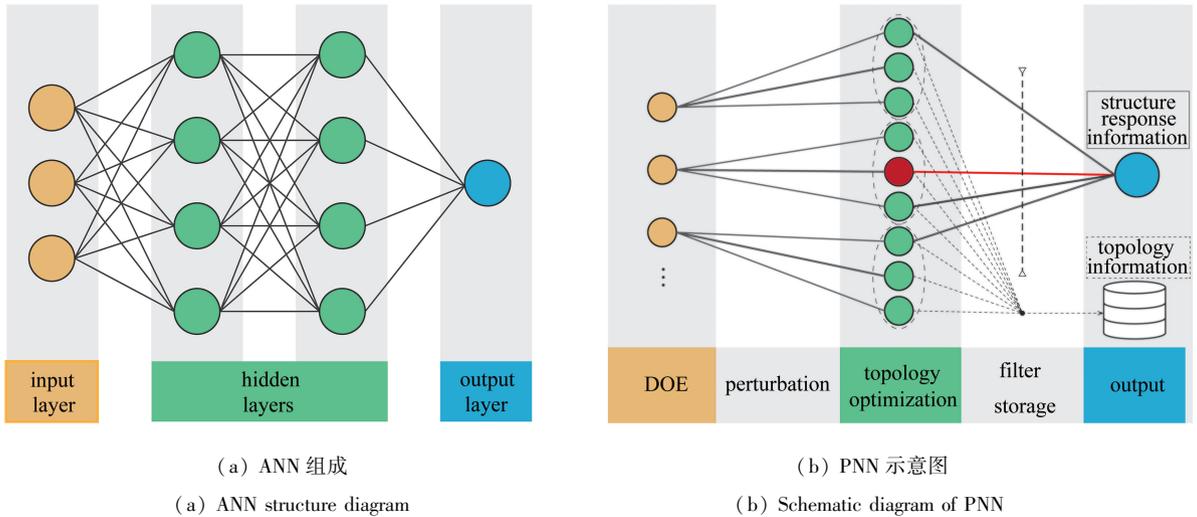


图 3 ANN 与 PNN 构成对比

Fig. 3 Comparison between ANN and PNN

### 2.1.1 摄动操作

对 DOE 后的样本点进行摄动的原因是拓扑优化具有很强的敏感性,尺寸变量的微小扰动可能会引起拓扑结构的突变,其输出量,即响应,会放大这种突变效应.PNN 的摄动方式主要有两种:一种是相对摄动,另一种是绝对摄动.相对摄动是推荐的方式,对 DOE 样本点中的设计变量值分别扰动一个固定的百分比;然而,对数值特别小的设计变量进行相对摄动,其摄动值过小,不利于寻找拓扑突变点.于是综合起来的扰动量公式为

$$\Delta = \min(v \cdot x_i, \varepsilon), \tag{4}$$

式中,  $v$  为相对扰动量,  $\varepsilon$  为绝对扰动量,本文取  $v = 0.05, \varepsilon = 0.1$ .

对于优化变量过多的问题,摄动全部变量会急剧增大问题的维度,需要尽可能均布地挑选较少的一部分 DOE 点,计算拓扑优化后重量对尺寸变量的灵敏度,选择平均灵敏度最高的几个变量进行摄动.

### 2.1.2 过滤操作

过滤的目的是降低数值噪声以及捕捉拓扑突变点.一组样本点(一个 DOE 样本点以及它的摄动样本点)经过尺寸及拓扑优化后,会出现两种情况:① 大部分都收敛于一个拓扑构型,但可能会有微小差距,如果用全部数据构建代理模型,所带来的数值噪声可能反而会降低代理模型的精度;② 可能会出现拓扑突变点,拓扑突变点对尺寸-拓扑综合优化问题代理模型的影响是非常大的,捕捉到拓扑突变点会极大地提高代理模型的精度.过滤公式如下:

$$\gamma_{ij} = \| \mathbf{R}_{ij} - \bar{\mathbf{R}}_i \|_2, \tag{5}$$

式中,  $i$  表示第  $i$  组,  $j$  表示第  $i$  组中的第  $j$  个样本点,  $\mathbf{R}_{ij}$  表示该样本点拓扑优化后的响应向量,  $\bar{\mathbf{R}}_i$  表示第  $i$  组的平均响应向量.式(5)实际上就是计算每个样本点拓扑优化后的响应与组平均响应的偏差均方根.如果超出事先设定的阈值,那么就需要滤过偏差极大的点,传入输出层中.换句话说,代理模型的输入包括原始 DOE 样本点与拓扑突变点两类.

### 2.1.3 代理模型选择指标

过滤操作还有一个额外作用——建立代理模型选择指标,其公式如下:

$$\zeta = \sum_{i=1}^{n/m} \sqrt{\sum_{j=1}^m \| \mathbf{R}_{ij} - \bar{\mathbf{R}}_i \|_2^2 / m} = \sum_{i=1}^{n/m} \sqrt{\sum_{j=1}^m \gamma_{ij}^2 / m}, \tag{6}$$

式中,  $n$  为所有样本点个数,  $m$  为每组样本点个数, 其他符号与式(5)相同. 选择的指标  $\zeta$  就是计算每组样本点拓扑优化后的响应与组平均响应的均方根误差之和, 是对离群值的度量.

常用的代理模型主要有多项式响应面 (polynomial response surface, PRS) 模型、Kriging 模型以及径向基函数 (radial basis function, RBF) 模型等<sup>[19-20]</sup>. 穆雪峰等<sup>[21]</sup> 在文献中总结了常用代理模型的预测精度和优缺点, 见表 1. 根据这项研究以及多次分析试验, 结合计算效率和精度, 本文推荐  $\zeta$  较小时选择 Kriging 模型;  $\zeta$  较大时选择 RBF 模型; 而当样本组过多,  $\zeta$  特别小时, 可以考虑选择 PRS 模型.

表 1 代理模型预测精度及特点<sup>[21]</sup>

Table 1 Prediction accuracy and characteristics of the surrogate model<sup>[21]</sup>

surrogate model	prediction accuracy	characteristic
PRS	low	high efficiency
Kriging	high	sensitivity to digital noise
RBF	medium	the best effect in general

## 2.2 优化流程及实施方案

PNN 代理模型法在尺寸-拓扑综合优化问题中的优化流程如图 4 所示.

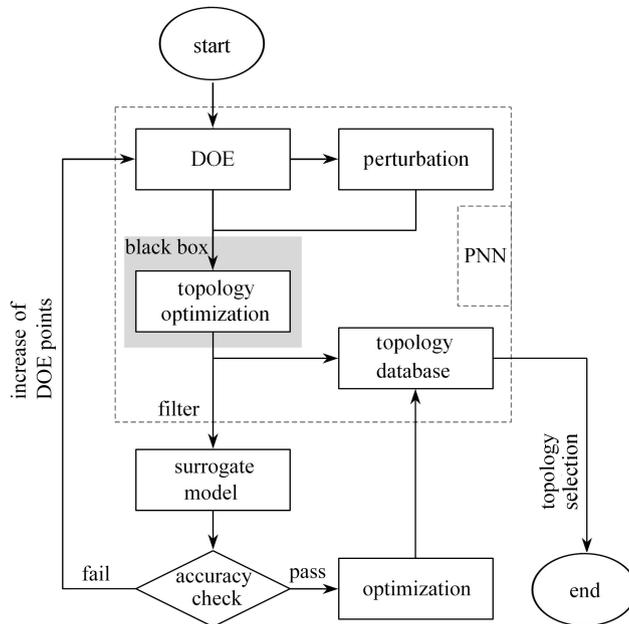


图 4 优化流程

Fig. 4 Optimization flow chart

本文利用 ISIGHT 多学科优化平台搭建优化流程, 基本步骤如下:

Step 1 首先利用 DOE 模块生成样本点, 根据平均敏感度分析筛选重要变量进行摄动;

Step 2 利用 PATRAN 参数化建模方法生成 DOE 样本点与摄动样本点的有限元分析模型, 提交 NAS-TRAN 进行拓扑优化, 得到各样本点的拓扑优化后结构响应;

Step 3 用 JYTHON 语言搭建过滤脚本并建立代理模型选择指标, 根据该指标建立过滤后样本点尺寸设计变量与拓扑优化结构响应之间的代理模型;

Step 4 代理模型精度检验, 若通过, 则进行下一步, 否则返回 Step 1 增加 DOE 样本点;

Step 5 然后利用 ISIGHT 中内置的改进可行方向 (MMDF) 算法对代理模型进行优化;

Step 6 最后利用代理模型优化结果在拓扑信息数据库中进行拓扑选型, 若尺寸变量和重量与数据库中拓扑信息差距过大, 则重新进行一次拓扑优化得到拓扑构型.

其中, 代理模型的精度检验使用决定系数 (coefficient of determination, 记作  $R^2$ ) 和均方根误差 (root mean

square error, 记作  $R_{\text{RMSE}}$ ) 作为检验标准. 其中  $R^2$  用来度量代理模型的整体拟合度, 越接近 1 表示整体预测精度越高, 其表达式为

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}, \quad (7)$$

式中,  $n$  为检验数据集样本点个数,  $y$  表示检验数据的实际响应值,  $\bar{y}$  表示实际响应值的均值,  $\hat{y}$  表示代理模型的预测值.

$R_{\text{RMSE}}$  用来度量预测值与实际值的偏差, 越接近 0 表示偏差越小, 而  $R_{\text{RMSE}}$  对异常值很敏感, 所以很合用来度量对拓扑突变点的预测能力, 其表达式为

$$R_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}. \quad (8)$$

### 3 带襟翼导轨的翼肋后缘优化

#### 3.1 设计变量及约束

翼肋结构初始构型如图 2 所示, 该结构共有五个尺寸设计变量, 各变量名称及取值范围如表 2 所示.

表 2 变量说明及取值范围

Table 2 Variable description and range

variable name	symbol	range
upper edge strip thickness	$t_1$ /mm	3.0~8.0
middle edge strip thickness	$t_2$ /mm	3.0~8.0
lower edge strip thickness	$t_3$ /mm	3.0~8.0
lower web thickness	$t_4$ /mm	3.0~8.0
upper web thickness	$t_5$ /mm	1.0~4.0

拓扑设计区域为翼肋上腹板, 结构约束有应力约束  $\sigma \leq 300$  MPa, 结构最大位移约束  $\delta \leq 15$  mm, 设计目标为结构质量  $w$  最小.

#### 3.2 传统优化设计方法及结果

按照工程上的翼肋结构设计方法, 首先对初始结构进行尺寸优化, 根据尺寸优化后的结果, 当襟翼滑轮停靠  $A$ ,  $B$  和  $C$  点时, 结构应力分布如图 5 所示. 综合三个工况翼肋应力分布 (图 6(a)), 图例同图 5), 将三个工况中应力均小于 100 MPa 的区域挖掉, 形成翼肋腹板孔 (图 6(b)), 然后对腹板孔进行形状优化, 得到最终翼肋后缘形状 (图 6(c)), 最后再对该最终形状进行一次尺寸优化得到最终结果. 优化过程中的尺寸变量和响应值见表 3.

表 3 传统优化中变量与响应各阶段结果

Table 3 Variable and response results at each stage in traditional optimization

variable or response	initial value	1st size optimization	final result
$t_1$ /mm	3.00	3.26	3.00
$t_2$ /mm	3.00	3.00	3.00
$t_3$ /mm	3.00	3.00	3.00
$t_4$ /mm	3.00	3.70	4.54
$t_5$ /mm	1.00	1.49	1.56
$\delta_{\text{max}}$ /mm	10.72	9.57	10.90
$\sigma_{\text{max}}$ /MPa	394.60	299.99	299.94
$w$ /kg	1.842	2.12	2.06

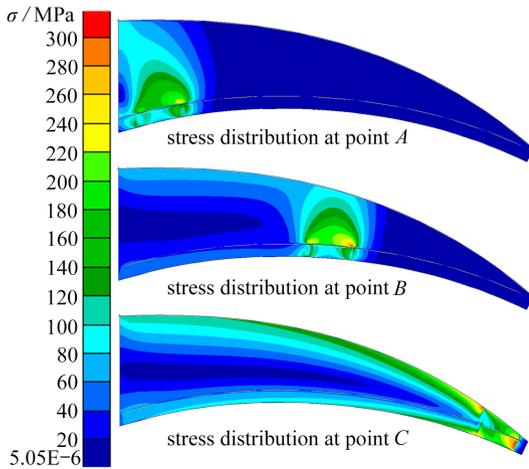


图5 尺寸优化后模型应力分布

Fig. 5 Model stress distributions after size optimization

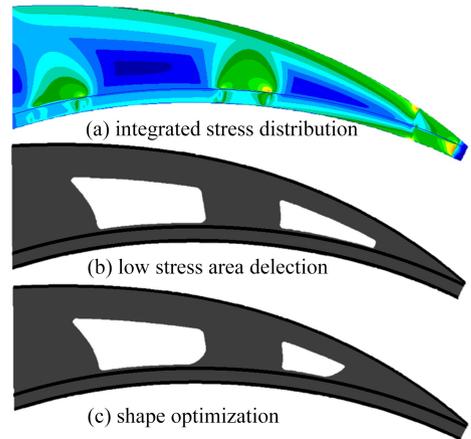


图6 翼肋形状设计过程

Fig. 6 The wing rib shape design process

### 3.3 基于PNN代理模型的优化过程及结果

本文选择最优拉丁超立方抽样(optimal Latin hypercube sampling, OLHS)法对尺寸变量进行试验设计,它是一种多元参数分布中近似随机抽样的方法,可以均匀地在设计空间中抽样.首先,用OLHS抽样20个样本点,计算拓扑优化后重量对尺寸变量的平均灵敏度 $\bar{\eta}$ ,如图7所示.

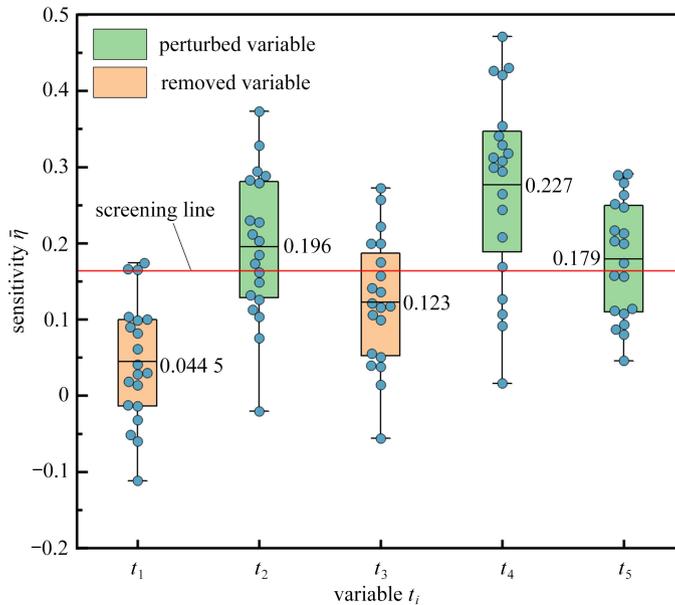


图7 拓扑重量关于尺寸变量的归一化灵敏度箱型图

Fig. 7 The normalized sensitivity box diagram of the topological weight with respect to size variables

选择变量 $t_2, t_4, t_5$ 作为扰动变量,然后将这20个样本点作为代理模型校验数据存储.用OLHS另外抽样50个点,分别扰动其 $t_2, t_4, t_5$ 这三个变量,最终得到DOE样本点50个,扰动样本点150个.然后在ISIGHT中构建PNN流程,即进行拓扑优化以及筛选,然后以筛选后样本点构建代理模型.由于最终代理模型选择指标较小,本文选择Kriging代理模型.选择3个初始点在代理模型上进行尺寸优化,其最优结果见表4.此时,通过拓扑数据库逆向选形可以获得翼肋腹板拓扑构型如图8所示.

最后,为了验证选择指标对代理模型的指导意义、扰动对拓扑突变点的捕捉能力以及过滤对数值噪声的减小能力.本文再次用PNN的过滤样本点数据建立了PRS模型和RBF模型,然后用OLHS重新抽样了200个点,不经过PNN流程,直接建立了一个Kriging模型,表5给出了精度对比结果.

表 4 基于 PNN 的优化结果

Table 4 Optimization results based on PNN

variable or response	$t_1$ /mm	$t_2$ /mm	$t_3$ /mm	$t_4$ /mm	$t_5$ /mm	$\delta$ /mm	$\sigma$ /MPa	$w$ /kg
result	3.00	3.00	3.00	3.71	1.72	7.44	300.15	1.90

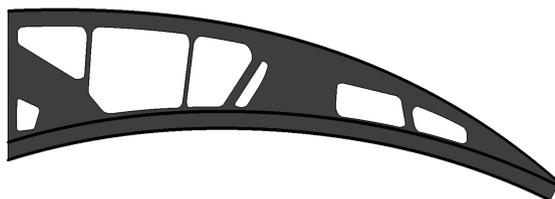


图 8 基于 PNN 的尺寸-拓扑综合优化结果

Fig. 8 Results of the size-topology synthetical optimization based on PNN

表 5 代理模型精度对比

Table 5 Surrogate model accuracy comparison

criterion	Kriging with PNN	PRS with PNN	RBF with PNN	Kriging without PNN
$R^2$	0.915	0.536	0.897	0.782
$R_{\text{RMSE}}$	0.105	0.254	0.112	0.197

### 3.4 结果与讨论

常规翼肋设计方法通过挖掉腹板在最优尺寸下应力较低的区域,得到腹板的拓扑形状,没有考虑到不同尺寸变量对应不同的腹板最优拓扑构型和翼肋最优结构重量,无法获得翼肋尺寸与腹板拓扑形状的最佳组合.本文所提的 PNN 法通过直接构造尺寸变量与结构拓扑重量之间的代理模型,并辅以各种手段提高代理模型的精度.

对比表 3 与表 4 的优化结果可知,在满足约束的情况下,本文所提方法比传统优化设计的最优结构重量轻了 8.42%.这是因为结构尺寸优化一般来说都是非线性非凸优化问题,而给定的初始尺寸往往收敛局部最优解.而在传统优化设计中,之后的挖孔和形状优化都是建立在这个局部最优解之上的优化结果,极大地缩小了整体优化的搜索空间.本文所提的基于 PNN 的优化方法,由于尺寸优化的分析结果均为拓扑优化的响应信息,计算效率极高,可以从多个初始点出发,尽可能搜索全局最优解,又因为摄动可以更敏锐地捕捉拓扑突变点,从而找到了翼肋尺寸与腹板拓扑构型的最佳组合.

而从表 5 的代理模型精度对比结果可以很明显地看到,经过 PNN 流程,根据代理模型选择指标建立的 Kriging 模型(第 2 列)相比于未根据代理选择指标所建立的 PRS 模型(第 3 列)与 RBF 模型(第 4 列),整体精度和离群点(拓扑突变点)预测精度都要更高,这证明了代理模型选择指标的指导效果的有效性.此外,对比没有经过 PNN 流程的 Kriging 模型(第 5 列),其  $R^2$  大幅度下降,表明其整体拟合程度较差,这是因为 Kriging 模型很容易受到数值噪声的影响,其次,  $R_{\text{RMSE}}$  增大了接近一倍,表明对离群点预测能力较差,这是因为没有捕捉到拓扑突变点.这两点证明了过滤对数值噪声的减小能力与摄动对拓扑突变点的捕捉能力.

## 4 结束语

尺寸-拓扑综合优化问题同时包含了尺寸和拓扑变量,拓扑优化依赖于初始尺寸,而尺寸优化的结果又受到结构拓扑构型的影响,它们之间的耦合效应使得传统优化技术往往陷于局部最优解.因此,针对该类型问题需要开发合适的优化策略.

本文提出了一种用于尺寸-拓扑综合优化问题的 PNN 代理模型法.该方法将拓扑优化作为黑盒,直接建立起尺寸变量与拓扑优化后结构响应的代理模型,相当于将尺寸变量与拓扑变量进行了解耦.通过加入变量摄动增强了代理模型对拓扑突变点的捕捉能力,又通过过滤手段降低了数值噪声对代理模型的影响,极大地提高了优化效率和代理模型的预测精度.此外,过滤手段还可以建立代理模型选择指标,从而可以通过该指

标选择更为合适的代理模型.而拓扑信息数据库提供的代理模型优化后的逆向拓扑形式选择接口增加了后处理的便捷性.最后,利用该方法对无人机带襟翼导轨翼肋后缘进行了优化,并与传统优化方法进行了比较.结果表明,本文方法的优化后结构重量在后者优化后重量基础上再降低了 8.42%,证明了本文方法的寻优空间得到了有效扩展.而代理模型精度的对比验证了 PNN 法选择指标对代理模型的指导意义、摄动对拓扑突变点的捕捉能力与过滤对数值噪声的减小能力.本文方法虽然只应用在了翼肋结构的尺寸-拓扑综合优化问题中,但对其他结构的同类型问题也具有一定的指导意义.

## 参考文献(References):

- [1] 张广圣, 王其祚. 机械结构多级优化的问题与对策[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 1990, **13**(1): 52-58. (ZHANG Guangsheng, WANG Qizuo. Multilevel mechanical structure optimization difficulties and strategies [J]. *Journal of Hefei University of Technology (Natural Science)*, 1990, **13**(1): 52-58. (in Chinese))
- [2] 谢浩然, 贺媛媛, 陶志坚. 扑旋翼飞行器气动特性分析及机翼拓扑优化设计[J]. 南京航空航天大学学报, 2020, **52**(2): 280-287. (XIE Haoran, HE Yuanyuan, TAO Zhijian. Aerodynamic characteristics analysis and topology optimization design of wing of flapping rotorcraft [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2020, **52**(2): 280-287. (in Chinese))
- [3] KUTYŁOWSKI R, SZWECHŁOWICZ M. Application of topology optimization to thighbone and thighbone/implant structure modelling [J]. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 2019, **19**(4): 1006-1019.
- [4] BRIOT S, GOLDSZTEJN A. Topology optimization of industrial robots: application to a five-bar mechanism [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, **120**: 30-56.
- [5] GAO X, MA H. Topology optimization of continuum structures under buckling constraints [J]. *Computers & Structures*, 2015, **157**: 142-152.
- [6] 张东东, 栾福强, 赵礼辉, 等. 基于变体积约束的阻尼材料微结构拓扑优化研究 [J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(6): 648-659. (ZHANG Dongdong, LUAN Fuqiang, ZHAO Lihui, et al. Research on topology optimization of damping material microstructures with varied volume constraints [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(6): 648-659. (in Chinese))
- [7] LÓPEZ J, ANITESCU C, RABCZUK T. Isogeometric structural shape optimization using automatic sensitivity analysis [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2021, **89**(2): 1004-1024.
- [8] GHOMMEM M, COLLIER N, NIEMI A H, et al. On the shape optimization of flapping wings and their performance analysis [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2014, **32**(1): 274-292.
- [9] 刘宏亮, 祝雪峰, 杨迪雄. 基于等几何分析的结构优化设计研究进展 [J]. 固体力学学报, 2018, **39**(3): 248-267. (LIU Hongliang, ZHU Xuefeng, YANG Dixiong. Research advances in isogeometric analysis-based optimum design of structure [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2018, **39**(3): 248-267. (in Chinese))
- [10] 荣见华, 姜节胜, 胡德文, 等. 基于应力及其灵敏度的结构拓扑渐进优化方法 [J]. 力学学报, 2003, **35**(5): 584-591. (RONG Jianhua, JIANG Jiasheng, HU Dewen, et al. A structural topology evolutionary optimization method based on stresses and their sensitivity [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2003, **35**(5): 584-591. (in Chinese))
- [11] BENNACEUR M, XU Y, LAYACHI H. Wing rib stress analysis and design optimization using constrained natural element method [J]. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2017, **234**(3): 12-18.
- [12] AZID I A, KWAN A S K, SEETHARAMU K N. An evolutionary approach for layout optimization of a three-dimensional truss [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2002, **24**(4): 333-337.
- [13] RAJAN S D. Sizing, shape, and topology design optimization of trusses using genetic algorithm [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1995, **121**(10): 1480-1487.
- [14] DUAN B Y, YE S H. A mixed method for shape optimization of skeletal structures [J]. *Engineering Optimization*, 1986, **10**(3): 183-197.

- [15] 隋允康, 高峰, 龙连春, 等. 基于层次分解方法的桁架结构形状优化[J]. 计算力学学报, 2006, **23**(1): 46-51. (SUI Yunkang, GAO Feng, LONG Lianchun, et al. Shape optimization of truss structure based on hierarchical decomposition method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2006, **23**(1): 46-51. (in Chinese))
- [16] FLAGER F, ADYA A, HAYMAKER J, et al. A bi-level hierarchical method for shape and member sizing optimization of steel truss structures[J]. *Computers & Structures*, 2014, **131**: 1-11.
- [17] 石连栓, 王跃方, 孙焕纯. 具有动应力、位移和稳定性约束的离散变量桁架结构布局优化设计算法[J]. 应用数学和力学, 2006, **27**(5): 527-532. (SHI Lianshuan, WANG Yuefang, SUN Huanchun. Approach for layout optimization of truss structures with discrete variables under dynamic stress, displacement and stability constraints[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2006, **27**(5): 527-532. (in Chinese))
- [18] 高普阳, 赵子桐, 杨扬. 基于卷积神经网络模型数值求解双曲型偏微分方程的研究[J]. 应用数学和力学, 2021, **42**(9): 932-947. (GAO Puyang, ZHAO Zitong, YANG Yang. Study on numerical solutions to hyperbolic partial differential equations based on the convolutional neural network model[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2021, **42**(9): 932-947. (in Chinese))
- [19] 吴雨程, 殷红, 彭珍瑞. 基于 Kriging 模型和提升小波变换的随机模型修正[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(7): 761. (WU Yucheng, YIN Hong, PENG Zhenrui. Stochastic model updating based on Kriging model and lifting wavelet transform[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(7): 761. (in Chinese))
- [20] 陶然, 周焕林, 孟增, 等. 基于响应面法和改进算术优化算法的抱杆优化设计[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(10): 1113. (TAO Ran, ZHOU Huanlin, MENG Zeng, et al. Optimization design of holding poles based on the response surface methodology and the improved arithmetic optimization algorithm[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(10): 1113. (in Chinese))
- [21] 穆雪峰, 姚卫星, 余雄庆, 等. 多学科设计优化中常用代理模型的研究[J]. 计算力学学报, 2005, **22**(5): 608-612. (MU Xuefeng, YAO Weixing, YU Xiongqing, et al. A survey of surrogate models used in mdo[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2005, **22**(5): 608-612. (in Chinese))