

圆锥形负刚度超材料吸能性能研究*

王竞哲^{1,2}, 陈保才^{1,2}, 朱绍伟^{1,2}, 陈立明^{1,2}

(1. 重庆大学 航空航天学院, 重庆 400030;
2. 重庆大学 非均质材料力学重庆市重点实验室, 重庆 400030)

(我刊编委陈立明来稿)

摘要: 由于负刚度超材料作为吸能材料具有可重复使用的特性,因此有必要对负刚度超材料的吸能性能和可重复使用性能进行深入研究.采用 3D 打印技术制备了所设计的负刚度超材料,通过反复加载实验研究了超材料在多稳态模式和单稳态模式下的吸能性能,并采用自然时效的方法研究了残余应力对超材料吸能性能的影响.结果表明,所设计超材料在反复加载时,随加载次数的增加,超材料的比吸能先下降后趋于稳定.在多稳态模式和单稳态模式下,采用自然时效方法都可以有效释放超材料中的残余应力,从而提高其反复吸能性能.

关键词: 负刚度; 超材料; 能量吸收

中图分类号: O34 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.440055

Study on Energy Absorption Performances of Conical Negative Stiffness Metamaterials

WANG Jingzhe^{1,2}, CHEN Baocai^{1,2}, ZHU Shaowei^{1,2}, CHEN Liming^{1,2}

(1. College of Aerospace Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, P.R.China;

2. Chongqing Key Laboratory of Heterogeneous Material Mechanics,
Chongqing University, Chongqing 400030, P.R.China)

(Contributed by CHEN Liming, M. AMM Editorial Board)

Abstract: Since negative stiffness metamaterials are reusable as energy-absorbing materials, it is necessary to investigate the energy-absorbing performances and reusability of negative stiffness metamaterials. The designed negative stiffness metamaterial was prepared with the 3D printing technology, and the energy absorption performance of the metamaterial in the multi-stable mode and the mono-stable mode was investigated by repeated loading experiments. The effect of the residual stress on the energy absorption performance of the metamaterial was studied with the natural aging method. The results show that, the specific energy absorption of the designed metamaterial first decreases and then stabilizes with the increase of the number of loading times in the case of repeated loading. In both the multi-stable mode and the mono-stable mode, the natural aging method can effectively release the residual stresses in the metamaterial, thus improving its repeated energy absorption performance.

* 收稿日期: 2023-03-03; 修订日期: 2023-03-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(11972096)

作者简介: 王竞哲(1998—),男,硕士生(E-mail: 202031021007@cqu.edu.cn);

陈立明(1986—),男,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: clm07@cqu.edu.cn).

引用格式: 王竞哲, 陈保才, 朱绍伟, 陈立明. 圆锥形负刚度超材料吸能性能研究[J]. 应用数学和力学, 2023, 44(10): 1172-1179.

Key words: negative stiffness; metamaterial; energy absorption

0 引 言

传统材料和结构一般具有正的刚度,在变形增大的同时载荷也随之增大,而负刚度超材料存在随着变形增大载荷反而下降的现象^[1-2]。根据其在外部载荷卸载之后变形形态的特点,负刚度超材料可以分为两种不同的类型:多稳态型和单稳态型^[3-4]。多稳态负刚度超材料在没有外部载荷的情况下也能保持变形后的形态,而单稳态负刚度超材料在外部载荷卸载后会恢复到初始形态。多稳态负刚度超材料可以满足锁能结构的需求^[5-6],将外力功以弹性变形能的形式储存在结构中。在位移载荷卸载后,结构不会发生反弹,从而可以避免或减少二次损伤,并提供良好的缓冲保护能力。单稳态负刚度超材料可用于设计反复吸能结构,由于超材料可以自我恢复到初始形态^[7-9],从而可以被反复使用。这些特性使负刚度超材料在形状重构^[10-12]、振动控制^[13-14]和能量吸收^[15-18]等方面有许多潜在应用。Shan 等^[5]提出了一种基于多稳态弹性梁的吸能超材料,当倾斜角以及厚长比满足一定范围时,该结构能将外力功以应变能的形式储存起来,具有良好的缓冲保护性能。Tan 等^[8]提出了一种圆柱形单稳态超材料,该结构可以将冲击的加速度维持在一个可承受的范围,因此可应用于隔振等领域。传统吸能材料主要依靠塑性变形或断裂来吸收能量,难以反复使用。负刚度超材料在加载时仅发生弹性变形,可自我恢复或反向加载到初始形态,从而具有反复吸能特性,因此有必要对负刚度超材料的吸能性能和可重复使用性能进行研究。本文通过位移控制反复加载实验,研究了所设计的圆锥形负刚度超材料在多稳态模式和单稳态模式下的吸能性能,并采用自然时效的方法研究了残余应力对超材料吸能性能的影响。

1 超材料结构设计与实验设置

1.1 结构设计

所设计的圆锥形负刚度超材料如图 1(a)所示,该超材料由灰色软材料部分和绿色硬材料部分组成。其中软材料弹性梁可以承受较大变形,从而实现负刚度效应;硬材料支撑环则作为边界约束弹性梁,保证了超材料的对称稳定性。图 1 标明了超材料的主要几何参数,包括弹性梁的具体形式 ($y = C\cos(\pi x/L), x \in [0, L]$),弹性梁的厚度 t_i ,弹性梁的宽度 b_i 以及每层弹性梁的排列个数 n_i ,下标 $i = 1, 2, 3$ 表示结构的第 i 层。

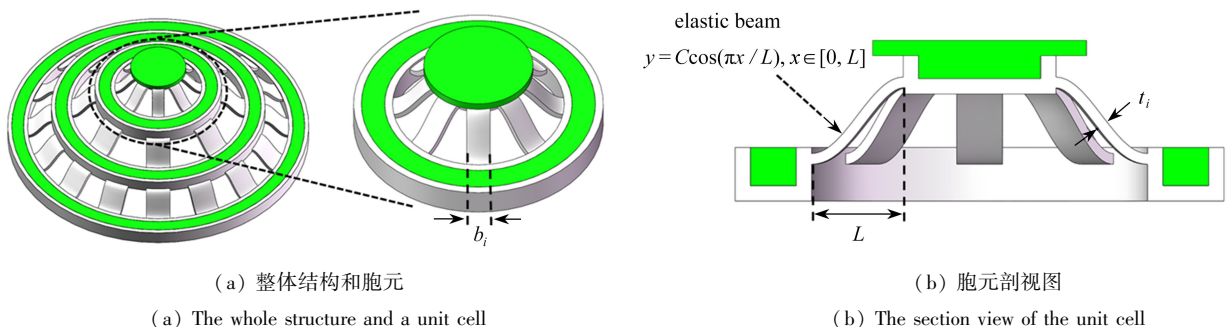


图 1 超材料结构设计

Fig. 1 The structural design of the metamaterial

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同。

1.2 实验设置

基于熔融沉积成型方法的 3D 打印机(CR-3040D,中国深圳创想三维科技有限公司)用于制备圆锥形负刚度超材料。超材料的软材料部分和硬材料部分分别用热塑性聚氨酯(TPU)和聚乳酸(PLA)制备,两种材料的材料参数如表 1 所示。试件的软材料部分和硬材料部分分开打印,硬材料部分用快速固化胶水 DELI-7147 黏接到软材料部分。用于实验的试件几何参数设置为 $C = 5 \text{ mm}$, $L = 12 \text{ mm}$, $t_1 = t_2 = t_3 = 1.5 \text{ mm}$, $b_1 = 6 \text{ mm}$, $b_2 = b_3 = 12 \text{ mm}$, $n_1 = n_2 = 8$, $n_3 = 16$ 。

使用电子万能试验机(SUNS-UTM4104,中国深圳三思纵横科技有限公司)对试件进行准静态压缩实验,

研究所设计负刚度超材料的吸能性能.试件被放置在下压盘的中心位置,下压盘固定,上压盘采用位移控制的加载方式,在恒定加载速度(1 mm/min)下进行二十次压缩-卸载实验^[17].

表1 试件材料参数

Table 1 Material parameters of the specimen

material parameter	TPU	PLA
density $\rho / (\text{kg}/\text{m}^3)$	1 250	1 000
Poisson's ratio ν	0.47	0.24
Young's modulus E / MPa	75	1 024

2 实验结果与分析

2.1 超材料反复加载吸能性能

本文所设计的超材料在不同的初始形态下有不同的稳态模式.如图2所示,由笔者之前的研究可知^[4,19],超材料在形态I下为多稳态的,在卸载之后保持变形后的形态;而超材料在形态II下为单稳态的,在卸载之后恢复至初始形态.分别对超材料在多稳态模式和单稳态模式下进行二十次反复加载实验,实验结果如图3所示.多稳态模式下,超材料的三层弹性梁依次发生弯曲变形,对应于力-应变曲线的三个负刚度区域.反复加载时,超材料在多稳态模式下的承载力会随着加载次数的增加先下降后趋于稳定.单稳态模式下,超材料只有第二层弹性梁发生弯曲变形,因此力-应变曲线只存在一个负刚度区域.反复加载时,超材料在单稳态模式下的承载力同样会随着加载次数的增加先下降后趋于稳定.

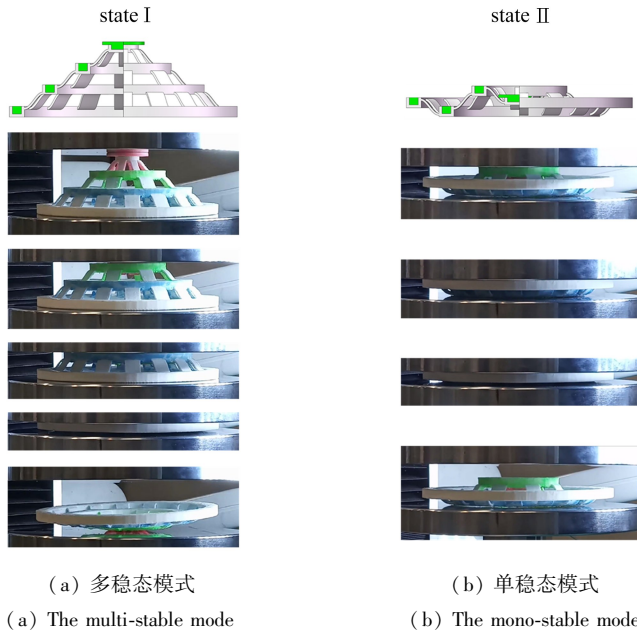


图2 超材料实验变形过程

Fig. 2 The experimental deformation process of the metamaterial

为了研究所设计超材料的吸能性能,使用常用的评价指标总吸能(EA, E_{EA})和比吸能(SEA, E_{SEA})来进行表征,其定义如下:

$$E_{EA} = \int_0^L F(u) du, \quad (1)$$

$$E_{SEA} = \frac{E_{EA}}{M}, \quad (2)$$

式中, $F(u)$ 为压缩位移为 u 时对应的压缩力, L 为超材料密实之前的压缩位移, M 为超材料的质量.

多稳态模式下,超材料不同加载次数下的比吸能如图4所示,多稳态模式下超材料第一次加载的比吸能为 21.8 mJ/g,随加载次数的增加,超材料的比吸能先下降后趋于稳定.将超材料在多稳态模式下第一次加载

时的比吸能作为 100%,求得各加载次数下的比吸能对应第一次加载的百分比(E_{EAR} , ε_{EAR})。由此可得,多稳态模式下超材料第二次加载的比吸能为第一次加载比吸能的 86.6%,超材料二十次反复加载后的比吸能可以达到第一次加载比吸能的 60%以上.将超材料在多稳态模式下第 N 次加载的比吸能作为 100%,求得第 $N + 1$ 次加载的比吸能对应第 N 次加载的百分比.可知多稳态模式下,从第九次加载开始,超材料下一次加载的比吸能可以稳定在上一次加载比吸能的 99%左右.

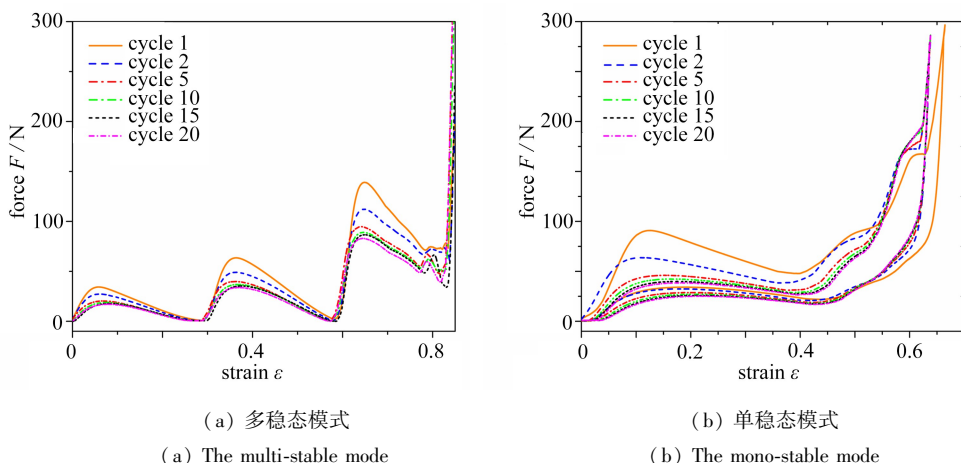


图 3 超材料二十次反复加载的力-应变曲线

Fig. 3 Force-strain curves for 20 times of repeated loading on the metamaterial

单稳态模式下,超材料不同加载次数下的比吸能如图 5 所示,单稳态模式下超材料第一次加载的比吸能为 7.2 mJ/g,随加载次数的增加,超材料的比吸能同样先下降后趋于稳定.将超材料在单稳态模式下第一次加载时的比吸能作为 100%,求得各加载次数下的比吸能对应第一次加载的百分比.由此可得,单稳态模式下超材料第二次加载的比吸能为第一次加载比吸能的 74.8%,超材料二十次反复加载后的比吸能可以达到第一次加载比吸能的 50%左右.将超材料在单稳态模式下第 N 次加载的比吸能作为 100%,求得第 $N + 1$ 次加载的比吸能对应第 N 次加载的百分比.可知单稳态模式下,从第八次加载开始,超材料下一次加载的比吸能可以达到上一次加载比吸能的 98%以上.

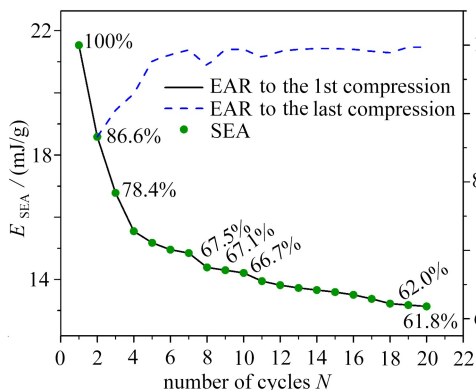


图 4 多稳态模式下二十次反复加载比吸能变化
Fig. 4 The change in E_{SEA} during 20 times of repeated loading in the multi-stable mode

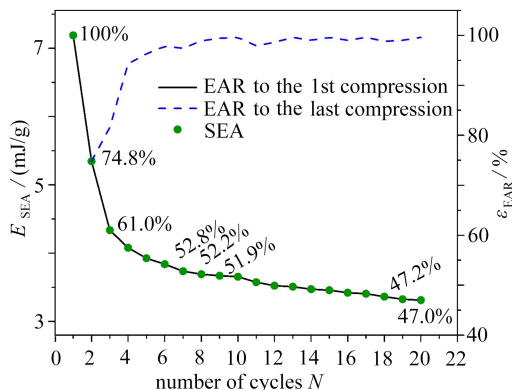


图 5 单稳态模式下二十次反复加载比吸能变化
Fig. 5 The change in E_{SEA} during 20 times of repeated loading in the mono-stable mode

超材料在多稳态模式和单稳态模式下反复加载吸能性能的对比如图 6 所示,本文所设计的超材料在单稳态模式下的比吸能是多稳态模式下的 30%左右.二十次反复加载后,超材料在多稳态模式下的比吸能可以达到第一次加载比吸能的 60%以上,在单稳态模式下的比吸能可以达到第一次加载比吸能的 50%左右,因此超材料在多稳态模式下具有更好的反复吸能性能.通过研究所设计超材料的反复加载吸能性能,发现随加载次数的增加,超材料的比吸能先下降后趋于稳定,超材料二十次反复加载后的比吸能仍可以达到第一次的 50%左右.

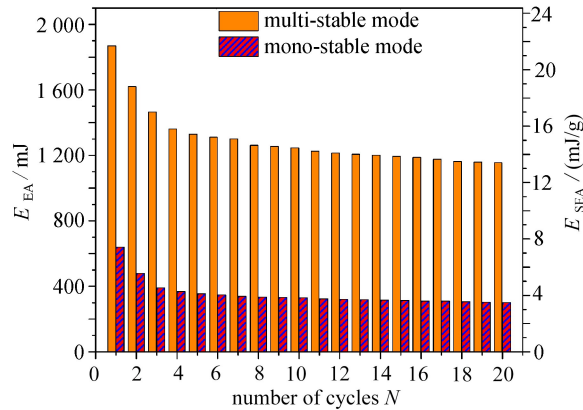


图6 多稳态模式和单稳态模式下二十次反复加载吸能和比吸能对比

Fig. 6 The comparison of E_{EA} and E_{SEA} during 20 times of repeated loading in multi-stable and mono-stable modes

2.2 残余应力对超材料吸能性能的影响

2.1 小节通过反复加载实验研究了超材料在多稳态模式和单稳态模式下的吸能性能,发现超材料在两种模式下承载力均随着加载次数的增加而逐渐下降,而超材料中的残余应力未能及时释放是导致承载力下降的主要原因。为了释放超材料中的残余应力,本小节采用了自然时效的方法。自然时效法是指将试件放在自然条件下静置一定时长,通过试件内部应力自然释放使残余应力消除或减少的方法。本小节将已完成二十次反复加载的试件静置一定时长(14 d),然后再对其进行反复加载实验,以研究残余应力对超材料吸能性能的影响。将2.1 小节中进行的二十次反复加载实验称为第一轮反复加载,将第一轮加载后静置一定时长再进行的反复加载实验定义为第二轮反复加载。

超材料在多稳态模式下第二轮反复加载的实验结果如图7所示,超材料的承载力同样随加载次数的增加而逐渐下降。为了研究静置一定时长后超材料中残余应力的释放效果,将超材料第二轮反复加载的承载力与第一轮反复加载的承载力进行对比,结果如图8所示。在多稳态模式下,第二轮反复加载与第一轮反复加载的承载力相差较小,两轮反复加载在第五次加载以后承载力基本相同。说明采用自然时效的方法,可以有效释放超材料中的残余应力。

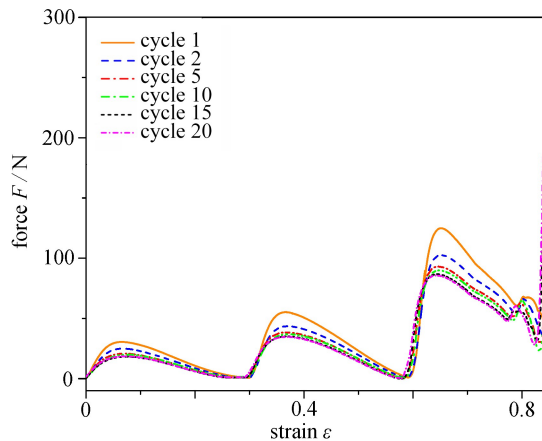


图7 多稳态模式下超材料第二轮反复加载的力-应变曲线

Fig. 7 Force-strain curves for the 2nd round of repeated loading on the metamaterial in the multi-stable mode

为了进一步研究释放残余应力对超材料吸能性能的影响,将多稳态模式下超材料第二轮反复加载的比吸能与第一轮的进行对比。将超材料第一轮反复加载中第一次加载的比吸能作为100%,然后计算得到两轮加载中各加载次数的比吸能对应的百分比,如图9所示。在多稳态模式下,超材料第二轮第一次加载的比吸能为第一轮第一次加载的90.3%。随着加载次数的增加,两轮反复加载的比吸能逐渐接近。从第八次加载开始,第二轮反复加载的比吸能可以达到第一轮的98%以上。因此在多稳态模式下,采用自然时效方法释放残

余应力后,超材料第二轮反复加载的吸能性能可以恢复到第一轮反复加载的 90% 以上。

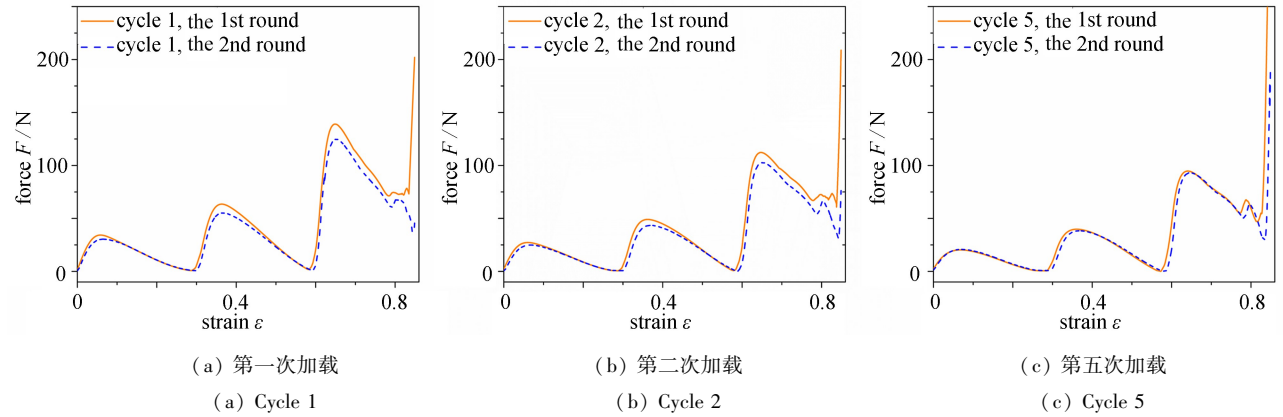


图 8 多稳态模式下超材料第一轮反复加载与第二轮反复加载的力-应变曲线对比
 Fig. 8 The comparison of force-strain curves for the 1st round of repeated loading and the 2nd round of repeated loading on the metamaterial in the multi-stable mode

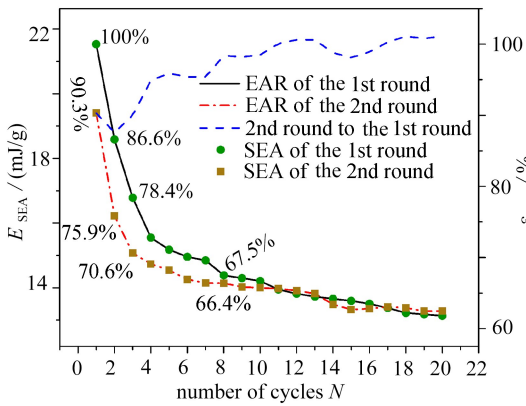


图 9 多稳态模式下第一轮反复加载与第二轮反复加载的比吸能对比

Fig. 9 The comparison of the E_{SEA} between the 1st round of repeated loading and the 2nd round of repeated loading in the multi-stable mode

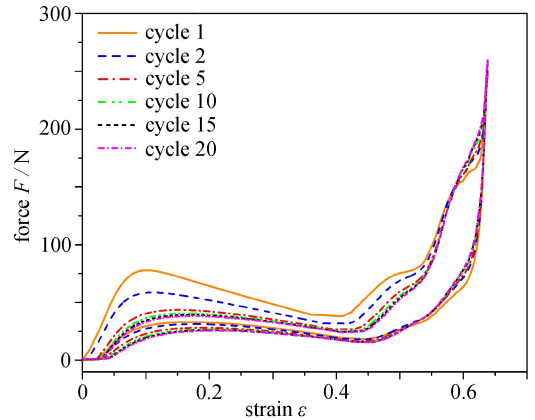


图 10 单稳态模式下超材料第二轮反复加载的力-应变曲线

Fig. 10 Force-strain curves for the 2nd round of repeated loading on the metamaterial in the mono-stable mode

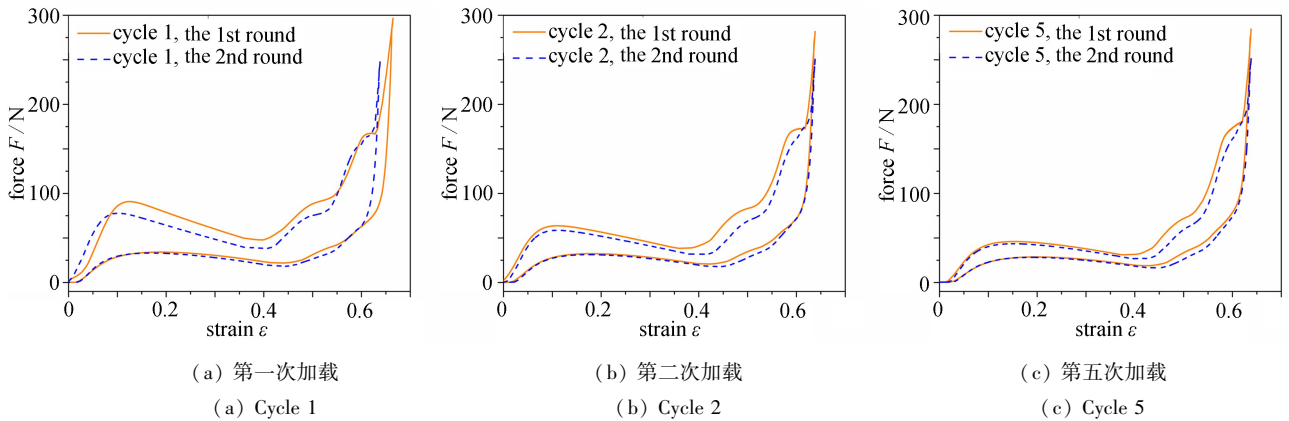


图 11 单稳态模式下超材料第一轮反复加载与第二轮反复加载的力-应变曲线对比
 Fig. 11 The comparison of force-strain curves for the 1st round of repeated loading and the 2nd round of repeated loading on the metamaterial in the mono-stable mode

为了研究超材料在两种稳态模式下残余应力释放效果的差异,超材料在单稳态模式下第二轮反复加载

的实验结果如图 10 所示.在单稳态模式下,第二轮反复加载的承载力与第一轮反复加载的承载力相差仍较小,如图 11 所示.将单稳态模式下超材料两轮反复加载的比吸能进行对比,同样将超材料第一轮反复加载中第一次加载的比吸能作为 100%,然后计算得到两轮加载中各加载次数的比吸能对应的百分比,如图 12 所示.在单稳态模式下,超材料第二轮第一次加载的比吸能为第一轮第一次加载的 79.8%.从第十二次加载开始,第二轮反复加载的比吸能可以达到第一轮的 90%左右.这说明在多稳态模式和单稳态模式下,静置一定时长的方法都能够有效地释放超材料中的残余应力,但超材料在多稳态模式下的残余应力释放效果优于单稳态模式下的残余应力释放效果.

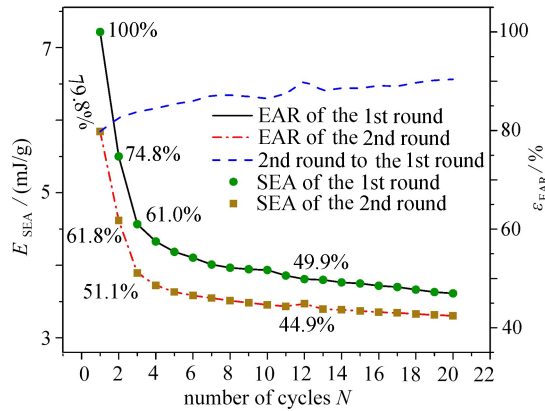


图 12 单稳态模式下第一轮反复加载与第二轮反复加载的比吸能对比

Fig. 12 The comparison of the E_{SEA} between the 1st round of repeated loading and the 2nd round of repeated loading in the mono-stable mode

3 结 论

本文通过实验的方法研究了所设计超材料在多稳态模式和单稳态模式下的反复加载吸能性能,并采用自然时效的方法,研究了残余应力对超材料吸能性能的影响.主要得到了以下结论:

1) 本文所设计超材料在二十次反复加载中,随加载次数的增加,超材料的比吸能先下降后趋于稳定.在多稳态模式下,超材料第一次加载的比吸能为 21.8 mJ/g,二十次反复加载后的比吸能可以达到第一次加载比吸能的 60%以上.在单稳态模式下,超材料第一次加载的比吸能为 7.2 mJ/g,二十次反复加载后的比吸能可以达到第一次加载比吸能的 50%左右.

2) 采用自然时效方法可以有效释放超材料中的残余应力.在多稳态模式下,超材料第二轮反复加载的比吸能可以恢复到第一轮反复加载的 90.3%;在单稳态模式下,超材料第二轮反复加载的比吸能可以恢复到第一轮反复加载的 79.8%.

参考文献(References):

- [1] CHRONOPOULOS D, ANTONIADIS I, AMPATZIDIS T. Enhanced acoustic insulation properties of composite metamaterials having embedded negative stiffness inclusions[J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2017, **12**: 48-54.
- [2] ESIN M, PASTERNAK E, DYSKIN A V. Stability of chains of oscillators with negative stiffness normal, shear and rotational springs[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2016, **108**: 16-33.
- [3] YANG H, MA L. Multi-stable mechanical metamaterials by elastic buckling instability[J]. *Journal of Materials Science*, 2019, **54**: 3509-3526.
- [4] CHEN B, CHEN L, DU B, et al. Novel multifunctional negative stiffness mechanical metamaterial structure: tailored functions of multi-stable and compressive mono-stable[J]. *Composites(Part B): Engineering*, 2021, **204**: 108501.
- [5] SHAN S, KANG S H, RANEY J R, et al. Multistable architected materials for trapping elastic strain energy

- [J]. *Advanced Materials*, 2015, **27**(29): 4296-4301.
- [6] TAN X, WANG B, YAO K, et al. Novel multi-stable mechanical metamaterials for trapping energy through shear deformation[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, **164**: 105168.
- [7] WANG B, TAN X, ZHU S, et al. Cushion performance of cylindrical negative stiffness structures: analysis and optimization[J]. *Composite Structures*, 2019, **227**: 111276.
- [8] TAN X, WANG B, CHEN S, et al. A novel cylindrical negative stiffness structure for shock isolation[J]. *Composite Structures*, 2019, **214**: 397-405.
- [9] TAN X, CHEN S, ZHU S, et al. Reusable metamaterial via inelastic instability for energy absorption[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, **155**: 509-517.
- [10] HAGHPANAH B, SALARI-SHARIF L, POURRAJAB P, et al. Multistable shape-reconfigurable architected materials[J]. *Advanced Materials*, 2016, **28**(36): 7915-7920.
- [11] RAFSANJANI A, PASINI D. Bistable auxetic mechanical metamaterials inspired by ancient geometric motifs [J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2016, **9**(2): 291-296.
- [12] 杨航, 马力. 多材料点阵结构的热可编程力学行为[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(5): 534-552.(YANG Hang, MA Li. Multimaterial lattice structures with thermally programmable mechanical behaviors[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(5): 534-552.(in Chinese))
- [13] AN X, LAI C, FAN H, et al. 3D acoustic metamaterial-based mechanical metalattice structures for low-frequency and broadband vibration attenuation[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2020, **191/192**: 293-306.
- [14] LE T D, AHN K K. Experimental investigation of a vibration isolation system using negative stiffness structure [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2013, **70**(5): 99-112.
- [15] FRENZEL T, FINDEISEN C, KADIC M, et al. Tailored buckling microlattices as reusable light-weight shock absorbers[J]. *Advanced Materials*, 2016, **28**(28): 5865-5870.
- [16] JIANG H, LE BARBENCHON L, BEDNARCYK B A, et al. Bioinspired multilayered cellular composites with enhanced energy absorption and shape recovery[J]. *Additive Manufacturing*, 2020, **36**: 101430.
- [17] ZHU S, WANG B, TAN X, et al. A novel bi-material negative stiffness metamaterial in sleeve-type via combining rigidity with softness[J]. *Composite Structures*, 2021, **262**: 113381.
- [18] 周世奇, 侯秀慧, 邓子辰. 一般宏观应力状态下凹角蜂窝结构的屈曲性能分析[J]. 应用数学和力学, 2023, **44**(1): 12-24.(ZHOU Shiqi, HOU Xiuhui, DENG Zichen. Buckling analysis of re-entrant honeycomb structures under general macroscopic stress states[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2023, **44**(1): 12-24.(in Chinese))
- [19] 陈保才. 多稳态/单稳态可调控结构设计及吸能机制研究[D]. 硕士学位论文. 重庆: 重庆大学, 2021.(CHEN Baocai. Study on the design and energy absorption mechanism in tailored multi-stable/mono-stable structure [D]. Master Thesis. Chongqing: Chongqing University, 2021.(in Chinese))