

堆叠卫星的分离与重构动力学研究^{*}

孙加亮, 张晓亮, 金栋平

(南京航空航天大学 航空学院 航空航天结构动力学及控制全国重点实验室, 南京 210016)

(我刊编委金栋平、青年编委孙加亮来稿)

摘要: 堆叠卫星入轨后分离再重构是构建大型空间结构的有效手段之一.使用自然坐标法建立堆叠卫星系统的动力学方程,具有方便处理卫星组装中固定约束的优点.设置合适的堆叠卫星分离策略和组装策略,采用自旋分离实现了卫星以堆叠状态入轨后的无碰撞分离,使用 PD 控制结合势函数方法实现了卫星的逐步组装.另外,采用优化算法计算了卫星之间的最小距离,用以精细确定排斥势的大小.基于以上方法,仿真实现了卫星由堆叠状态分离到分段组装的全部过程,证明了所设计的分离和组装策略是有效的.

关键词: 堆叠卫星; 分离重构; 势函数; 自然坐标方法

中图分类号: O3 文献标志码: A DOI: 10.21656/1000-0887.440222

Separation and Reconfiguration Dynamics of Stacked Satellites

SUN Jialiang, ZHANG Xiaoliang, JIN Dongping

(State Key Laboratory of Mechanics and Control for Aerospace Structures,
College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,
Nanjing 210016, P.R.China)

(Contributed by JIN Dongping, M.AMM Editorial Board & SUN Jialiang, M.AMM Youth Editorial Board)

Abstract: The separation and reconfiguration of stacked satellites in orbit is an effective technique for constructing large space structures. The natural coordinates formulation is used to establish the dynamic equations for stacked satellite systems, which has the advantage of facilitating the handling of fixed constraints between satellites. Suitable strategies for autonomous assembly separation and assembly are devised. A spin separation method is employed to achieve collision-free separation of satellites, while PD control and the potential function is utilized for satellite assembly. Additionally, an optimization algorithm is employed to calculate the minimum distance between satellites, enabling precise determination of the potential function's magnitude. By implementing these methods in simulations, the complete process from separation of stacked satellites to segmented assembly is realized, which confirming the effectiveness of the proposed separation and assembly strategies.

Key words: stacked satellite; separation and reconfiguration; potential function; natural coordinate formulation

* 收稿日期: 2023-07-21; 修订日期: 2023-09-03

基金项目: 国家自然科学基金(12002153;12232011;12172181);江苏省自然科学基金(BK20200434);中央高校基本科研业务费(NS2023002)

作者简介: 孙加亮(1992—),男,副教授,博士,硕士生导师(通讯作者. E-mail: jindp@nuaa.edu.cn).

引用格式: 孙加亮, 张晓亮, 金栋平. 堆叠卫星的分离与重构动力学研究[J]. 应用数学和力学, 2024, 45(1): 1-11.

0 引言

航天器在轨服务为组装大型空间结构以及航天器部署后的维修等任务提供了有效手段^[1-2].卫星自主组装是航天器在轨服务的有效手段之一,同时也是建造大型空间结构的重要方法.建造如大型空间望远镜、太阳能电站等大型空间结构时^[3-4],常常需要组装几十颗甚至上百颗卫星模块.但是受目前火箭整流罩尺寸的影响,用于自主组装的多颗卫星只能以堆叠状态排列,以高效利用整流罩空间.堆叠卫星系统入轨后先分离再组装,需要设计合适的卫星堆叠方案,充分利用整流罩的空间,在卫星以堆叠状态入轨后分离^[5-6],最终再设计合适的组装策略,使卫星能根据既定的方案组装成目标构型.

目前,对堆叠卫星分离过程的动力学已经有了比较详细的研究^[7-8],但是部分研究仅针对卫星分离过程,缺少入轨后的卫星组装过程.对于卫星组装过程研究更为广泛,如 Lu 等^[9]使用伪谱法进行卫星之间的避障, Morgan 等^[10-11]、Foust 等^[12]研究了使用模型预测控制结合序列凸优化方法进行卫星的运动和路径规划.但是,以上研究关注点均在于卫星组装时的路径规划和运动控制方面,并且只考虑了卫星入轨后的运动组装过程,没有对卫星从堆叠构型分离、组装全过程的动力学方面进行研究,也没有考虑卫星组装后相互之间的锁定约束对运动状态的影响.因此,有必要研究卫星从堆叠状态入轨后分离,再到组装成目标构型的全部过程.

另外,目前通常采用 Euler 法、四元数等方法建立卫星的动力学模型^[13-14],这些方法对于各个卫星之间多个坐标系间的转换计算较为繁琐.而且当卫星组装成目标构型时,无法直观地处理卫星在组装对接过程中的变拓扑约束关系.相比之下,采用自然坐标方法建模^[15-17]不仅能避免卫星之间繁琐的坐标转换,同时也能直观地处理堆叠卫星在分离和组装过程中的时变约束.

本文采用自然坐标法建立堆叠卫星系统的动力学方程,设计了合适的卫星堆叠分离方案以及卫星分离后的组装策略,在考虑卫星组装过程中锁定约束情况下,研究了卫星从堆叠状态入轨后的分离,再到按照既定的策略组装成目标构型的全部动力学过程.

1 堆叠卫星系统动力学建模

堆叠卫星系统在距离地球 350 km 的轨道上运动.在不同的轨道高度上,科氏力、引力梯度会有所不同,它们对堆叠卫星系统的运动产生一定的影响.为了表述方便,首先设置三个坐标系,它们分别是惯性坐标系 $OXYZ$, 轨道坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 以及固定在卫星上的连体坐标系 $O_bX_bY_bZ_b$, 其中 $O_b^iX_b^iY_b^iZ_b^i$ 表示第 i 颗卫星的连体坐标系,如图 1 所示.

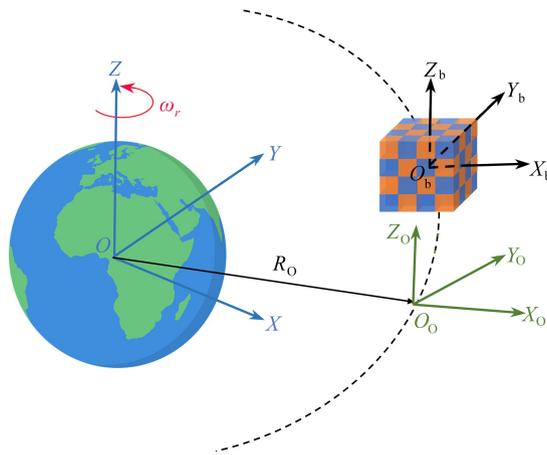


图 1 堆叠卫星系统的描述坐标系

Fig. 1 Three coordinate systems for a stacked satellite system

惯性坐标系 $OXYZ$ 中的 OZ 轴指向地球的自转方向, OX 和 OY 轴位于地球的赤道平面上.轨道坐标系

$O_0X_0Y_0Z_0$ 中的 O_0Z_0 轴与 OZ 轴平行, O_0X_0 轴沿着卫星初始构型边长的方向, 并且始终绕着 OZ 轴以恒定的角速度 $\omega_e = 0.001\ 144\ \text{rad/s}$ 转动. 本文研究的堆叠卫星系统由 64 颗卫星组成, 每颗卫星的质量 $M = 62.5\ \text{kg}$, 卫星均是边长 a 为 $0.5\ \text{m}$ 的立方体.

1.1 单颗卫星动力学建模

本小节将介绍采用自然坐标法^[17] 建立的单颗卫星的动力学模型. 自然坐标法采用刚体上两个固定点的位置矢量以及两个不共面的方向矢量作为广义坐标, 如图 2 所示, 以第 k 颗卫星为例, 卫星上面两个固定点分别为点 i, j , 其中点 i 固定在卫星的几何中心上, 与点 O_b^k 重合, 点 j 则位于 $O_b^kX_b^k$ 轴与卫星右侧平面的交点处. 此外, \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 都是单位向量, 分别与 $O_b^kY_b^k$ 轴、 $O_b^kZ_b^k$ 轴平行, 向量 \mathbf{r}_j^k 位于 $O_b^kX_b^k$ 上, 并且

$$\bar{\mathbf{r}}_j^k = \mathbf{r}_j^k - \mathbf{r}_i^k, \quad \|\bar{\mathbf{r}}_j^k\| = \frac{a}{2}, \quad (1)$$

其中, $\|\cdot\|$ 表示向量的模, 并记 $L_r = \|\bar{\mathbf{r}}_j^k\| = \frac{a}{2}$. 卫星 k 的广义坐标可以记为

$$\mathbf{q}^k = [(\mathbf{r}_i^k)^T \quad (\mathbf{r}_j^k)^T \quad (\mathbf{u}^k)^T \quad (\mathbf{v}^k)^T]^T. \quad (2)$$

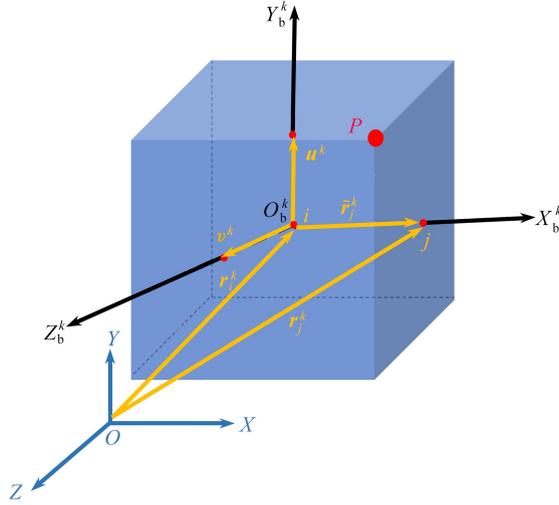


图 2 卫星 k 的自然坐标

Fig. 2 The natural coordinate formulation for the k th satellite

卫星上任意一点 P 在坐标系 $O_b^kX_b^kY_b^kZ_b^k$ 中的位置矢量可以表示为

$$\bar{\mathbf{r}}_p^k = \mathbf{r}_p^k - \mathbf{r}_i^k = c_1 \frac{\bar{\mathbf{r}}_j^k}{L_r} + c_2 \mathbf{u}^k + c_3 \mathbf{v}^k, \quad (3)$$

其中 c_1, c_2, c_3 分别表示点 P 在坐标系 $O_b^kX_b^kY_b^kZ_b^k$ 中的三个分量, 由此可以得到点 P 在惯性坐标系 $OXYZ$ 中的位置矢量为

$$\mathbf{r}_p = \left(1 - \frac{c_1}{L_r}\right) \mathbf{r}_i^k + \frac{c_1}{L_r} \mathbf{r}_j^k + c_2 \mathbf{u}^k + c_3 \mathbf{v}^k = \mathbf{C}^k \mathbf{q}^k, \quad (4)$$

其中, 矩阵 \mathbf{C}^k 为常数矩阵. 因此可以推导点 P 的速度和加速度分别为

$$\dot{\mathbf{r}}_p = \mathbf{C}^k \dot{\mathbf{q}}^k, \quad \ddot{\mathbf{r}}_p = \mathbf{C}^k \ddot{\mathbf{q}}^k. \quad (5)$$

卫星 k 的质量矩阵根据虚功原理^[18] 可以得到

$$\mathbf{M}^k = \int_V \mathbf{C}^T \mathbf{C} dM. \quad (6)$$

卫星 k 中的固有约束有 6 个, 分别是

$$\|\bar{\mathbf{r}}_j^k\| = L_r, \quad \|\mathbf{u}^k\| = 1, \quad \|\mathbf{v}^k\| = 1, \quad (\bar{\mathbf{r}}_j^k)^T \mathbf{u}^k = 0, \quad (\bar{\mathbf{r}}_j^k)^T \mathbf{v}^k = 0, \quad (\mathbf{u}^k)^T \mathbf{v}^k = 0. \quad (7)$$

当两颗卫星分离前和对接后, 卫星之间为固定连接, 每两颗卫星通过对接机构锁紧后将会存在 6 个约束

方程,以 m, n 两颗卫星为例,他们之间的约束方程为

$$\mathbf{C}_o^m \mathbf{q}^m - \mathbf{C}_o^n \mathbf{q}^n = \mathbf{0}, (\mathbf{r}_i^m - \mathbf{r}_j^n)^T \mathbf{u}^n = 0, (\mathbf{r}_i^m - \mathbf{r}_j^n)^T \mathbf{v}^n = 0, (\mathbf{u}^m)^T \mathbf{v}^n = 0, \quad (8)$$

其中, $\mathbf{C}_o^m, \mathbf{C}_o^n$ 分别表示卫星 m 和卫星 n 中共同连接点 O 的广义坐标转换矩阵。

1.2 堆叠卫星系统轨道系动力学建模

在惯性坐标系 $OXYZ$ 中,堆叠卫星系统的动力学方程可表示为如下的微分代数方程组:

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_a + \Phi_{,q_a}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_l + \mathbf{F}_p, \\ \Phi(\mathbf{q}_a, t) = \mathbf{0}, \end{cases} \quad (9)$$

其中, \mathbf{M} 表示系统的质量矩阵, \mathbf{q}_a 表示系统在惯性坐标系 $OXYZ$ 下的广义坐标向量, Φ 表示系统的约束方程, $\boldsymbol{\lambda}$ 表示 Lagrange 乘子, $\Phi_{,q_a}^T \boldsymbol{\lambda}$ 表示约束力, \mathbf{F}_g 表示卫星受到的万有引力, \mathbf{F}_c 表示卫星受到的控制力, \mathbf{F}_l 表示卫星受到的控制力矩, \mathbf{F}_p 表示卫星之间的避障力。

为更好地在轨道坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 中观察堆叠卫星系统的运动,通过坐标转换,得到堆叠卫星系统在轨道坐标系下的动力学方程为^[8]

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}}_o + \hat{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}}_o + \hat{\mathbf{K}}\mathbf{q}_o + \mathbf{A}^T \mathbf{M}\ddot{\mathbf{R}} + \Phi_{q_o}^T \boldsymbol{\lambda} = \hat{\mathbf{F}}_g + \hat{\mathbf{F}}_c + \hat{\mathbf{F}}_l + \hat{\mathbf{F}}_p, \\ \Phi(\mathbf{q}_o) = \mathbf{0}, \end{cases} \quad (10)$$

式中, \mathbf{q}_o 表示轨道系描述的系统广义坐标向量, $\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{A}^T \mathbf{M} \mathbf{A}$, $\hat{\mathbf{C}} = 2\mathbf{A}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{A}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{F}}_g = \mathbf{A}^T \mathbf{F}_g$, $\hat{\mathbf{F}}_c = \mathbf{A}^T \mathbf{F}_c$, $\hat{\mathbf{F}}_l = \mathbf{A}^T \mathbf{F}_l$, $\hat{\mathbf{F}}_p = \mathbf{A}^T \mathbf{F}_p$, 且有 $\mathbf{A}^T \Phi_{q_a}^T \boldsymbol{\lambda} = \Phi_{q_o}^T \boldsymbol{\lambda}$, $\hat{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}}_o$ 表示科氏惯性力向量, $\hat{\mathbf{K}}\mathbf{q}_o + \mathbf{A}^T \mathbf{M}\ddot{\mathbf{R}}$ 为离心力向量, $\mathbf{A} =$

$\text{diag}[\mathbf{A}_0 \quad \mathbf{A}_0 \quad \cdots \quad \mathbf{A}_0]$ 表示惯性坐标系和轨道坐标系之间的转换矩阵, $\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, θ 表示

轨道坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 绕 OZ 轴旋转的角度,并且 $\dot{\theta} = \omega_e = \sqrt{\mu/R_0^3}$, μ 表示地球常数,为 $3.986 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$, R_0 表示轨道半径,这里取轨道半径为 $4.214 \times 10^7 \text{ m}$. $\mathbf{R} = [\mathbf{R}_0^T \quad \mathbf{R}_0^T \quad \mathbf{O}^T \quad \mathbf{O}^T \quad \cdots]^T$, \mathbf{R}_0 为 O_0 在惯性坐标系中的位置, \mathbf{O} 为 3×1 阶零矩阵.那么,系统广义坐标在惯性坐标系 $OXYZ$ 和轨道坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 之间的转换关系为

$$\mathbf{q}_a = \mathbf{A} \mathbf{q}_o + \mathbf{R}. \quad (11)$$

由于系统的控制力、控制力矩以及避障力在任何坐标系下都适用,因此自然坐标法描述的卫星 k 在轨道受到的万有引力和主动力可表示为^[16]

$$\hat{\mathbf{F}}_g^k = -\mu M \frac{\mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{q}^k + \mathbf{C}^T \mathbf{A}_0^T \mathbf{R}_0}{\|\mathbf{C} \mathbf{q}^k + \mathbf{A}_0^T \mathbf{R}_0\|^3}, \hat{\mathbf{F}}_c^k = \mathbf{C}^T \mathbf{f}_c^k, \hat{\mathbf{F}}_p^k = \mathbf{C}^T \mathbf{f}_p^k, \hat{\mathbf{F}}_l^k = \mathbf{Q}^k, \quad (12)$$

其中, $\hat{\mathbf{F}}_g^k$ 表示卫星 k 的万有引力向量, $\mathbf{f}_c^k, \mathbf{f}_p^k, \mathbf{Q}^k$ 分别表示卫星 k 上的控制力、避障力和控制力矩,详细计算方法在下一节给出,式(10)中的 $\hat{\mathbf{F}}_g, \hat{\mathbf{F}}_c, \hat{\mathbf{F}}_l, \hat{\mathbf{F}}_p$ 分别由 $\hat{\mathbf{F}}_g^k, \hat{\mathbf{F}}_c^k, \hat{\mathbf{F}}_l^k, \hat{\mathbf{F}}_p^k$ 组合而成。

本文采用广义 α 算法^[16]求解式(10)所表示的系统动力学方程。

2 堆叠卫星系统重构组装控制算法

2.1 控制力

为了使卫星始终向目标位置移动,对卫星施加控制力.假设卫星 k 的初始和最终时刻的广义坐标分别为

$$\mathbf{q}^k = [(\mathbf{r}_i^k)^T \quad (\mathbf{r}_j^k)^T \quad (\mathbf{u}^k)^T \quad (\mathbf{v}^k)^T]^T, \tilde{\mathbf{q}}^k = [(\tilde{\mathbf{r}}_i^k)^T \quad (\tilde{\mathbf{r}}_j^k)^T \quad (\tilde{\mathbf{u}}^k)^T \quad (\tilde{\mathbf{v}}^k)^T]^T. \quad (13)$$

考虑到卫星运动时速度的变化,设置卫星 k 运动的吸引力为^[19]

$$\mathbf{f}_c^k = k_{pr} \frac{\tilde{\mathbf{r}}^k - \mathbf{r}^k}{\sqrt{\|\tilde{\mathbf{r}}^k - \mathbf{r}^k\|^2 + 1}} + k_{dr} (\dot{\tilde{\mathbf{r}}}^k - \dot{\mathbf{r}}^k), \quad (14)$$

其中, k_{pr}, k_{dr} 分别表示位移控制系数和速度控制系数, \mathbf{r}^k 表示当前时刻卫星 k 质心的位置, $\tilde{\mathbf{r}}^k$ 表示卫星 k 的

目标位置.根据式(5)可得 $\mathbf{r}^k = \mathbf{C}\mathbf{q}^k, \dot{\mathbf{r}}^k = \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}^k, \tilde{\mathbf{r}}^k = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{q}}^k, \dot{\tilde{\mathbf{r}}}^k = \mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{q}}}^k$. $\tilde{\mathbf{q}}^k$ 表示卫星 k 质心目标位置的广义坐标,相应地, $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}^k$ 表示目标位置的广义速度.

2.2 避障力

为了避免卫星运动之间的碰撞,设置避障函数.以 m, n 两颗卫星为例, m, n 两颗卫星之间的排斥势为

$$U_p^m = \frac{k_i(\|\mathbf{r}^m - \mathbf{r}^n\|^2 - \delta^2)^2}{(\|\mathbf{r}^m - \mathbf{r}^n\|^2 - d^2)^2}, \quad (15)$$

其中, $\mathbf{r}^m, \mathbf{r}^n$ 分别表示 m, n 两颗卫星质心的位置, d 和 δ 分别代表危险和避撞区域的半径,

$$k_i = \begin{cases} 0, & \|\mathbf{r}^m - \mathbf{r}^n\| \geq \delta, \\ 1, & \|\mathbf{r}^m - \mathbf{r}^n\| < \delta. \end{cases}$$

避障力为排斥势的梯度,可以写为

$$\mathbf{f}_p^m = k \frac{\mathbf{r}_G^m - \mathbf{r}_G^n}{\|\mathbf{r}_G^m - \mathbf{r}_G^n\|_2} \frac{r_{\min}^2 - \delta^2}{(r_{\min}^2 - d^2)^3}, \quad (16)$$

其中, r_{\min} 表示两颗卫星之间的最小距离.

为了能使用优化方程寻找两颗卫星之间的最小距离,可以把卫星外形描述为一个连续可微函数^[8].以第 m 颗卫星为例,卫星外形可以表示为

$$c_m(\mathbf{x}^m) = \left(\frac{2x}{L_1}\right)^6 + \left(\frac{2y}{L_2}\right)^6 + \left(\frac{2z}{L_3}\right)^6 - 1, \quad (17)$$

其中, L_1, L_2, L_3 分别表示卫星的长、宽、高,这里全部为卫星的边长 a . $\mathbf{x}^m = (x, y, z)$ 表示位于坐标系 $O_b^m X_b^m Y_b^m Z_b^m$ 中的点.当 $c_m(\mathbf{x}^m) \leq 0$ 时,表示点 \mathbf{x}^m 位于卫星内部或者表面上.

判断两颗卫星之间的最小距离问题可以等价于求解以下凸优化问题:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{x}^m, \mathbf{x}^n \in \mathbb{R}^3} f(\mathbf{x}^m, \mathbf{x}^n) = |D(\mathbf{x}^m, \mathbf{x}^n, \mathbf{q}^m, \mathbf{q}^n)|^2 = \|\mathbf{r}^m - \mathbf{r}^n\|^2, \\ \text{s.t.} & c_m(\mathbf{x}^m) \leq 0, \\ & c_n(\mathbf{x}^n) \leq 0, \end{cases} \quad (18)$$

其中, $\mathbf{r}^m = \mathbf{B}_0 \mathbf{x}^m + \mathbf{r}_i^m, \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{\mathbf{r}}_j^m}{L_r} & \mathbf{u}^m & \mathbf{v}^m \end{bmatrix}$ 表示由坐标系 $O_b^m X_b^m Y_b^m Z_b^m$ 向坐标系 $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ 的坐标转换矩阵.因此,两颗卫星之间的最小距离 $r_{\min}(m, n) = \sqrt{f(\mathbf{x}^m, \mathbf{x}^n)}$, 两颗卫星中心的距离 $D_s(m, n) = \|\mathbf{r}_i^m - \mathbf{r}_i^n\|$, 如图 3 所示.

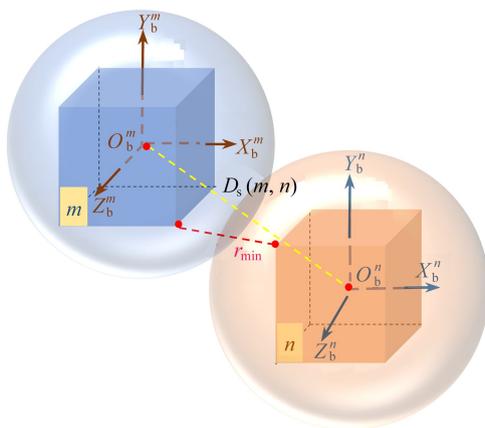


图 3 卫星之间的最小距离与卫星中心的距离

Fig. 3 The minimum distance between satellites and the center-line spacing of the satellites

2.3 控制力矩

为了消除自旋分离导致卫星姿态的变化,使卫星能够达到期望的姿态,方便卫星组装,对卫星施加控制力矩.结合PD控制,设置控制力矩为

$$\mathbf{T}_t^k = k_{pt}(\mathbf{u}^k \times \tilde{\mathbf{u}}^k + \mathbf{v}^k \times \tilde{\mathbf{v}}^k) + k_{dt}(\dot{\mathbf{u}}^k \times \tilde{\mathbf{u}}^k + \tilde{\mathbf{v}}^k \times \dot{\mathbf{v}}^k), \quad (19)$$

其中, k_{pt}, k_{dt} 分别表示姿态控制系数和角速度控制系数,产生的力矩对应的广义力为^[20]

$$\mathbf{Q}_t^k = [\mathbf{0}_{3 \times 1} \quad \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (\mathbf{f}_u^k)^T \quad (\mathbf{f}_v^k)^T]^T, \quad (20)$$

其中

$$\mathbf{f}_v^k = (\mathbf{T}_t^k \mathbf{u}^k) \mathbf{u}^k \times \mathbf{v}^k, \mathbf{f}_u^k = (\mathbf{T}_t^k - (\mathbf{T}_t^k \mathbf{u}^k) \mathbf{u}^k) \times \mathbf{u}^k.$$

3 堆叠卫星系统分离与组装策略

3.1 初始构型和目标构型

堆叠卫星系统由64颗卫星组成.考虑到火箭运载能力以及整流罩体积限制,需要设计合适的卫星堆叠初始形状,使卫星能够占据较小体积.因此设计如图4(a)所示的堆叠卫星构型,64颗卫星在初始时刻预先堆叠排列,形成一个结构为每层16颗,共4层的立方组合体.本文所设计的卫星目标构型为如图4(b)所示的分形结构.首先,卫星由初始构型分离之后,卫星每8个一组,组成8个单元,最后8个单元组成整体构型.

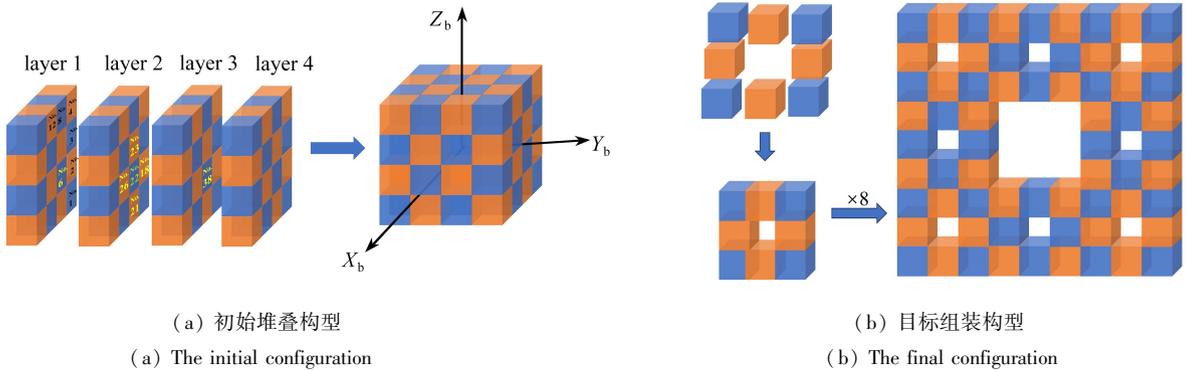


图4 堆叠卫星初始构型与目标组装构型

Fig. 4 The initial and final configurations of the stacked satellites

3.2 分离与组装过程

堆叠卫星系统分离与组装过程如图5所示.首先,卫星由运载器发射进入指定轨道;然后,由初始堆叠构型缓慢自旋,目的是通过离心力使卫星相互无碰撞分离;最后,当卫星通过自旋展开互相分离后,将进入组装阶段,64颗卫星首先组装成8个相同的卫星模块,然后8个卫星模块再组装成最终构型.

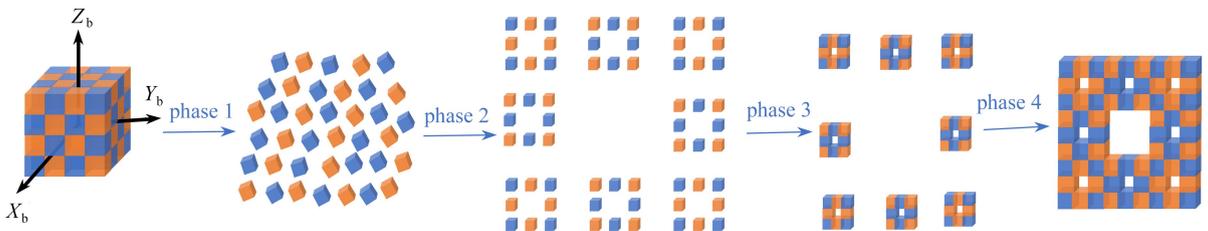


图5 卫星分离组装策略

Fig. 5 The separation and assembly strategy of stacked satellites

4 动力学仿真分析

4.1 自旋分离过程仿真

堆叠卫星系统在轨分离有很多种方式,如在卫星层间施加弹射力、通过卫星整体自旋分离等.本文使用给卫星施加一定方向的自旋角速度方式进行一次性分离.施加的角速度可以表示为 $\boldsymbol{\omega}_0 = [\omega_{x_0} \quad \omega_{y_0} \quad \omega_{z_0}]^T$. 通过

仿真计算,本文采用的堆叠卫星系统的初始分离角速度为 $\omega_0 = [-0.1 \quad -0.35 \quad -0.2]^T \text{ rad/s}$,分离阶段所用时间为 40 s.从图 6 可以看出,尽管堆叠卫星系统在分离阶段发生较大的旋转和大范围运动,但是整个分离过程中并没有发现碰撞现象.

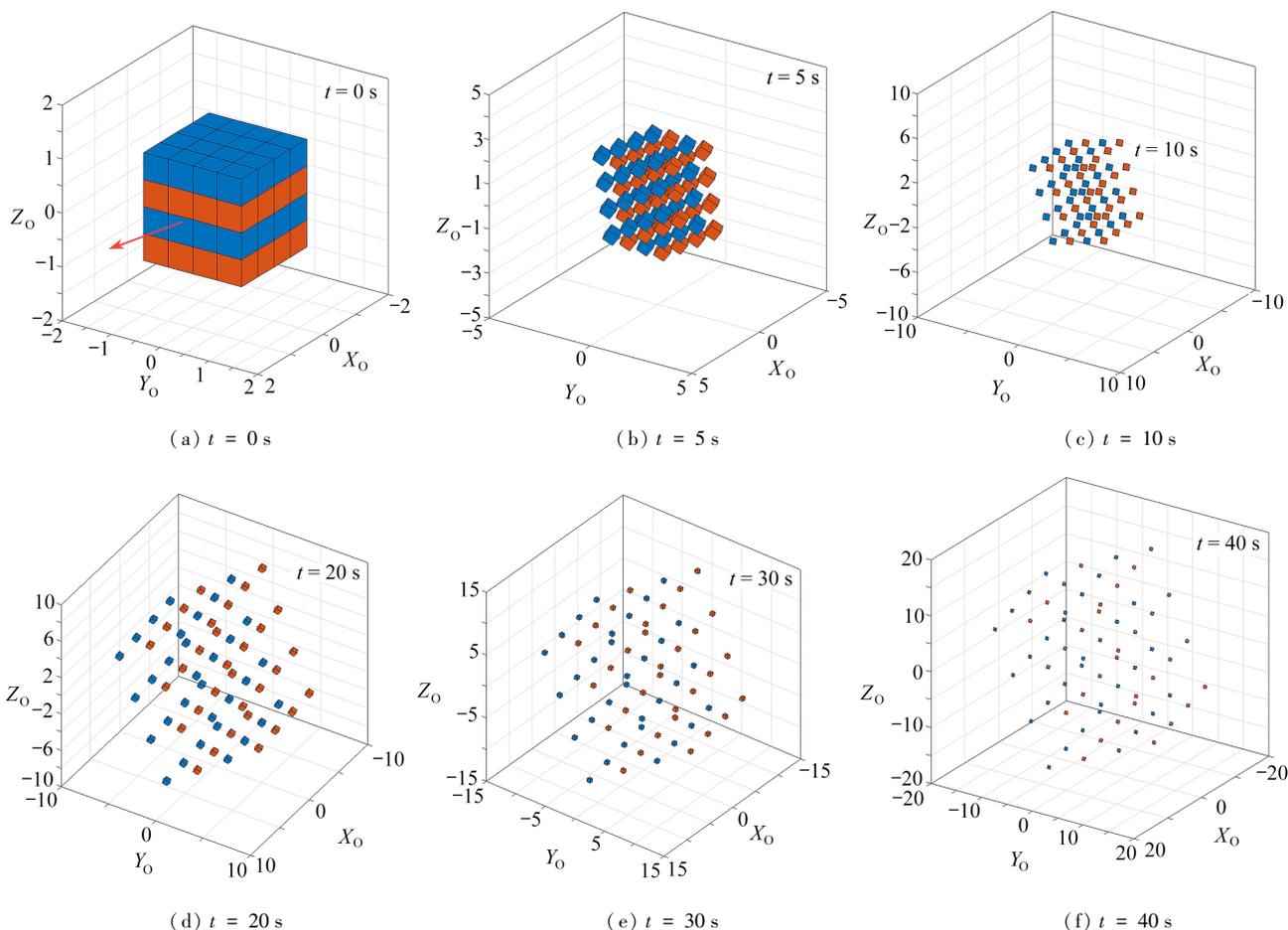


图 6 分离阶段卫星构型

Fig. 6 Satellite configurations in the separation progress

以第二层的 22 号卫星为例,与其相邻的卫星编号分别为 6 号、18 号、21 号、23 号、26 号和 38 号.图 7 表示 22 号卫星与其相邻卫星之间的最小距离曲线.可以看出,该卫星与相邻卫星之间的距离呈现出不断增大的趋势,卫星在分离阶段没有发生碰撞,说明采用的自旋角速度是合理可行的.

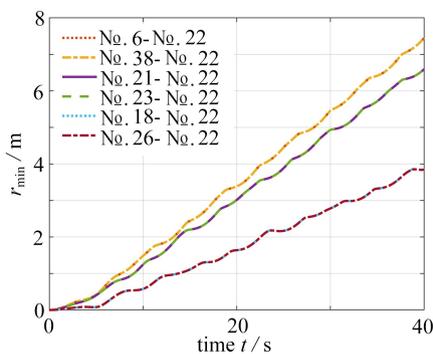


图 7 分离阶段 22 号卫星与其相邻卫星之间的距离

Fig. 7 The minimum distances between the No.22 satellite and its neighbours

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同.

4.2 重构组装过程仿真

安全无碰撞分离之后,再对堆叠卫星系统进行重构组装,重构组装不同阶段的控制参数如表1所示。

图8表示组装过程的动态构型图,可以看出,堆叠卫星系统在分离后,依次按照设计的组装策略,实现阶段2、3、4构型。

由于8组卫星的运动状态基本上是同步的,因此这里只分析第一组卫星,即1~8号卫星的位移与速度变化。图9表示卫星沿着 Ox_b, Oy_b, Oz_b 轴三个方向的位移变化曲线。在前40s,卫星处于分离阶段,沿着各个方向的位移均逐渐变大。随后,由于控制力作用,卫星运动逐渐平稳,并运动到目标位置且保持稳定。

表1 控制参数的取值

Table 1 Control parameters

parameter	value
phase 2 & 3 k_{pr}, k_{pt}	1
phase 2 & 3 k_{dr}, k_{dt}	5
phase 4 k_{pr}, k_{pt}	8
phase 4 k_{dr}, k_{dt}	40
d/m	0.07
δ/m	0.25

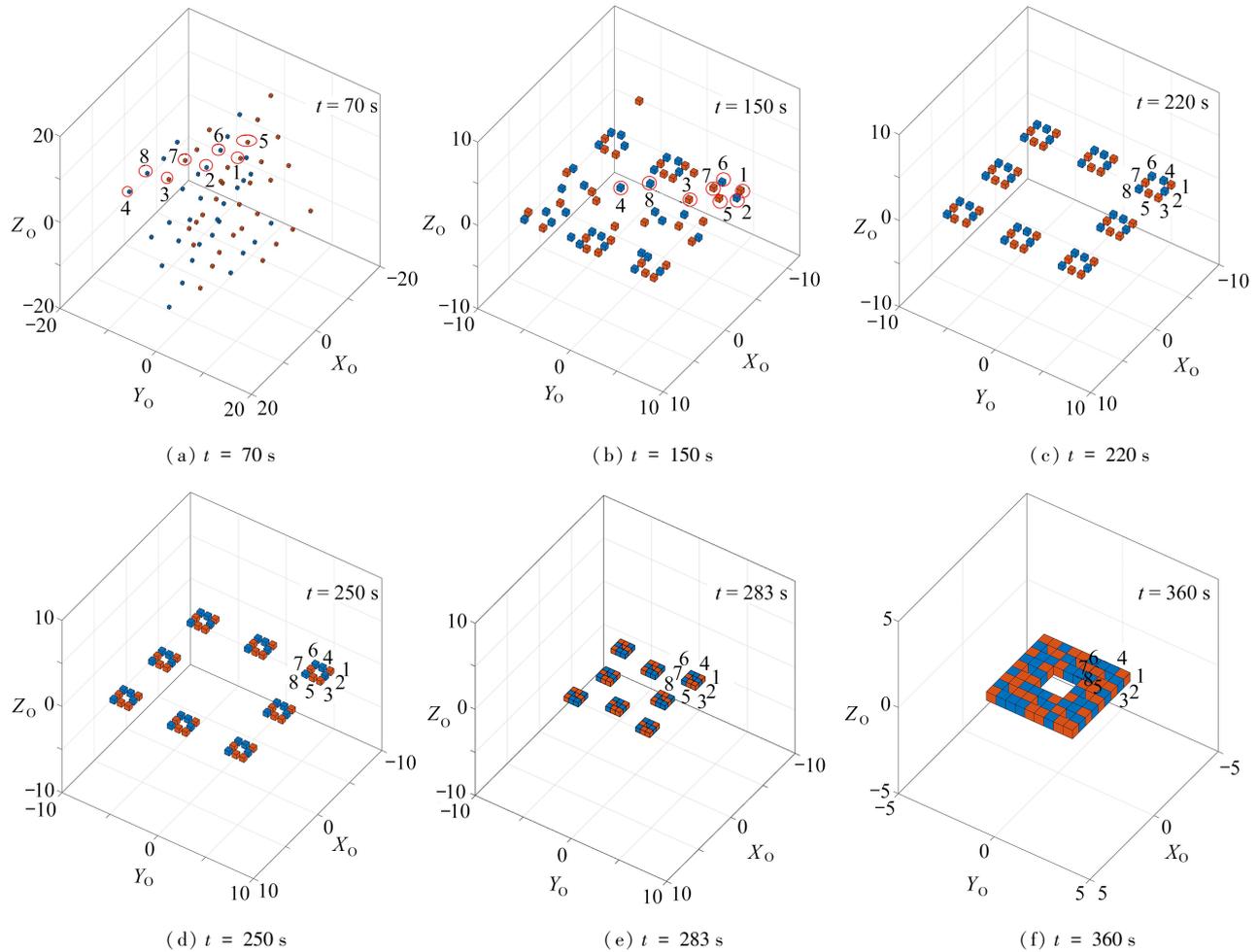


图8 组装阶段卫星构型

Fig. 8 Satellite configurations in the assembly progress

为了更直观地显示姿态控制器的效果,同时更便于理解,简化计算,本文使用卫星连体坐标系 $O_bX_bY_bZ_b$ 与轨道坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 中三个轴之间对应的夹角表示卫星的姿态,即使用 O_bX_b 与 O_0X_0 之间的夹角 χ 、 O_bY_b 与 O_0Y_0 之间的夹角 ξ 以及 O_bZ_b 与 O_0Z_0 之间的夹角 ψ 表示。设轨道坐标系三个轴对应的单位向量分别

为 $\mathbf{x}_0 = (1, 0, 0)^T, \mathbf{y}_0 = (0, 1, 0)^T, \mathbf{z}_0 = (0, 0, 1)^T$, 以第 k 颗卫星为例,

$$\chi = \arccos\left(\frac{\mathbf{x}_0^T \bar{\mathbf{r}}_j^k}{\|\bar{\mathbf{r}}_j^k\|}\right), \xi = \arccos(\mathbf{y}_0^T \mathbf{u}^k), \psi = \arccos(\mathbf{z}_0^T \mathbf{v}^k). \quad (21)$$

姿态变化如图 10 所示, 姿态变化主要集中在前 60 s. 卫星的自旋分离导致姿态不断变化, 经过自旋分离阶段之后, 由于姿态控制器的作用, 卫星的姿态能够很快稳定下来, 并且在之后的阶段中, 始终处于较平稳的位置.

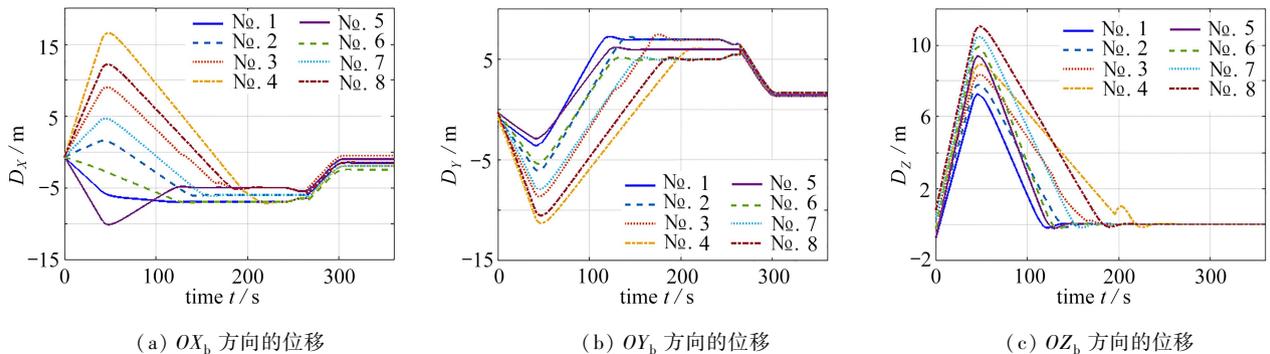


图 9 1~8 号卫星的位移

Fig. 9 The displacements of the No.1~8 satellites

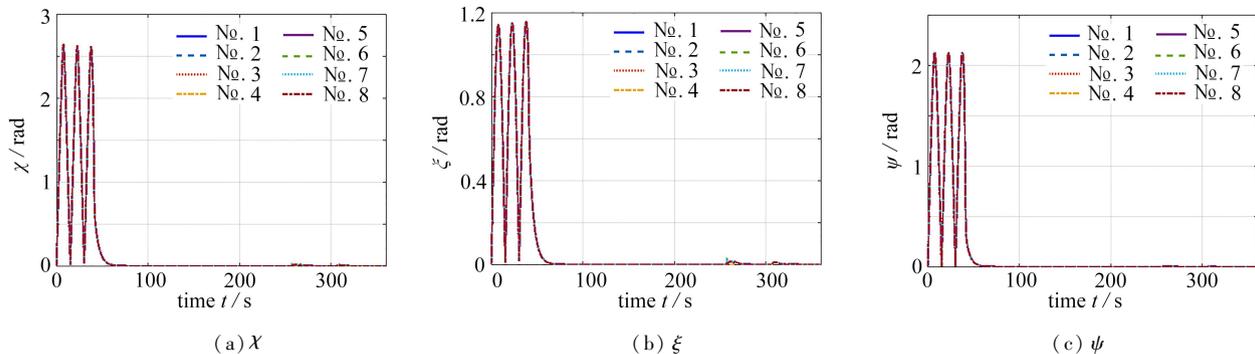


图 10 1~8 号卫星的姿态

Fig. 10 The attitudes of the No.1~8 satellites

图 11 表示卫星沿着 OX_b, OY_b, OZ_b 轴三个方向的速度变化曲线. 值得注意的是, 在 260 s、310 s 左右产生速度的突变, 这是由于卫星在这些时刻进入对接距离并施加固定约束所致. 在整个过程中, 速度并没有超过 0.5 m/s, 处在合理的范围之内.

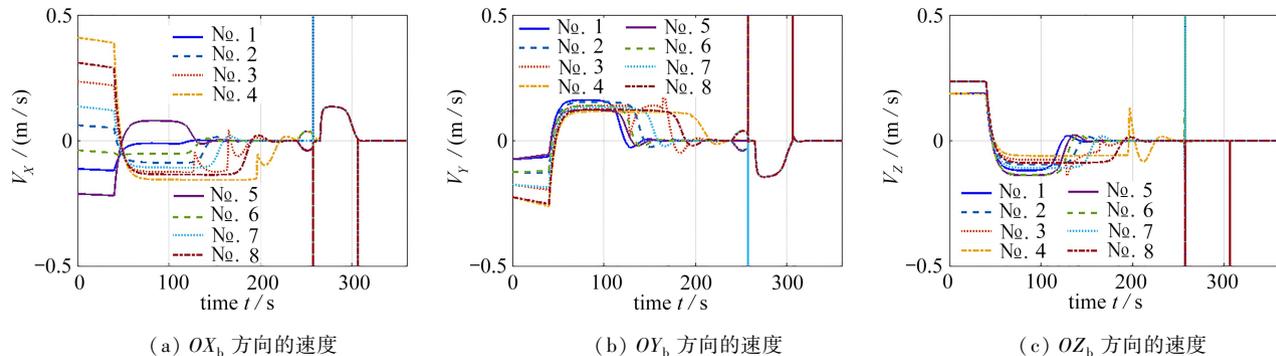


图 11 1~8 号卫星的速度

Fig. 11 The velocities of the No.1~8 satellites

图 12 表示施加在卫星上的控制力、控制力矩以及避障力曲线。根据仿真结果可以看到,整个过程中,控制力和控制力矩均不超过 10 N,而避障力只在少数时间段存在,这也表明了设置的控制器是合理有效的。

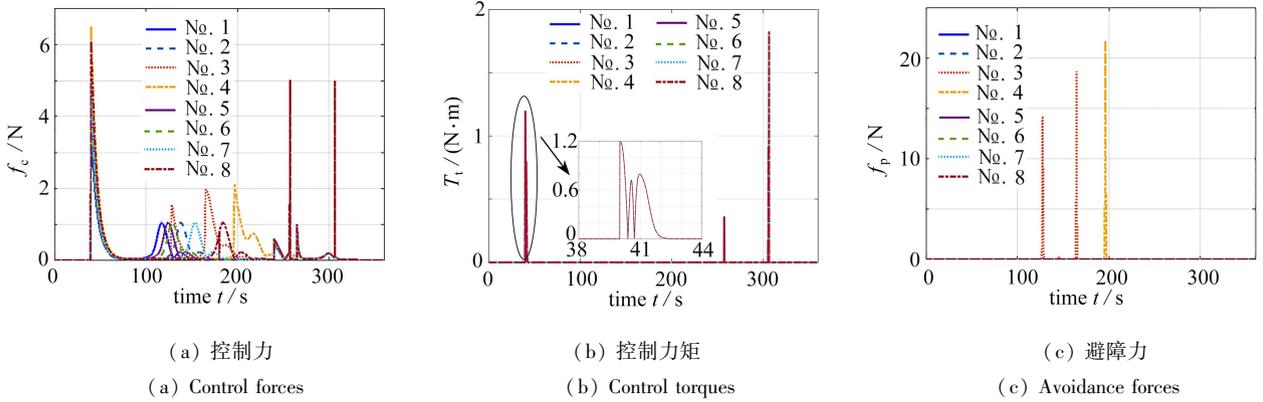


图 12 1~8 号卫星上的主动力

Fig. 12 The forces of the No.1~8 satellites

5 结 论

本文针对由 64 颗卫星组成的堆叠卫星系统分离重构问题,研究了卫星从堆叠状态分离释放、到分形重构组装的整个动力学过程。卫星由堆叠状态入轨后,通过施加 $\omega_0 = [-0.1 \quad -0.35 \quad -0.2]^T$ rad/s 的自旋角速度,实现卫星无碰撞分离。另外,本文还设计了卫星组装策略,将卫星分离组装全部过程分成 4 个阶段,使卫星能够按照预定的步骤实现组装。在卫星组装过程中,通过 PD 控制,并且结合势函数设计控制器,既能避免卫星之间的碰撞,又能使卫星在 320 s 左右较为高效地运动到目标位置。为了处理卫星组装系统中的时变约束,本文采用自然坐标方法建模。最终通过数值仿真对堆叠卫星从分离到组装的全过程进行分析,结果证明卫星整体分离组装过程不超过 360 s,控制力均在 10 N 以下,卫星能够按照既定的步骤完成分离重构。以上结论表明,本文所设计的卫星组装策略是合理的。

致谢 本文作者衷心感谢南京航空航天大学科研与实践创新计划(xcxjh20220107)对本文的资助。

参考文献 (References):

- [1] 王明明, 罗建军, 袁建平, 等. 空间在轨装配技术综述[J]. 航空学报, 2021, **42**(1): 523913. (WANG Mingming, LUO Jianjun, YUAN Jianping, et al. In-orbit assembly technology review[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, **42**(1): 523913. (in Chinese))
- [2] 崔乃刚, 王平, 郭继峰, 等. 空间在轨服务技术发展综述[J]. 宇航学报, 2007, **28**(4): 805-811. (CUI Naigang, WANG Ping, GUO Jifeng, et al. A review of on-orbit servicing[J]. *Journal of Astronautics*, 2007, **28**(4): 805-811. (in Chinese))
- [3] PIRAT C, RIBES-PLIEGUEZUELO P, KELLER F, et al. Toward the autonomous assembly of large telescopes using cubesat rendezvous and docking[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2022, **59**(2): 375-388.
- [4] SAUNDERS C, LOBB D, SWEETING M, et al. Building large telescopes in orbit using small satellites[J]. *Acta Astronautica*, 2017, **141**: 183-195.
- [5] 陈金宝, 霍伟航, 陈传志, 等. 堆叠式多星分离动力学研究[J]. 机械制造与自动化, 2023, **52**(2): 7-10. (CHEN Jinbao, HUO Weihang, CHEN Chuanzhi, et al. Dynamic analysis of stacked multi-satellite separation[J]. *Machine Building and Automation*, 2023, **52**(2): 7-10. (in Chinese))
- [6] 卢丽颖, 孟宪红, 邢依琳. 卫星空间分离动力学研究[J]. 动力学与控制学报, 2014, **12**(2): 165-169. (LU Liying, MENG Xianhong, XING Yilin. Dynamic study of satellite space separation[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2014, **12**(2): 165-169. (in Chinese))
- [7] 罗操群, 孙加亮, 文浩, 等. 多刚体系统分离策略及释放动力学研究[J]. 力学学报, 2020, **52**(2): 503-513. (LUO Caoqun, SUN Jialiang, WEN Hao, et al. Research on separation strategy and deployment dynamics of a

- space multi-rigid-body system[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, **52**(2): 503-513. (in Chinese)
- [8] SUN J, TAN S, WEN H, et al. Contact-free release dynamics of tens of stacked satellites with multiaxial rotations[J]. *Advances in Space Research*, 2023, **71**(1): 492-506.
- [9] LU S, ZHANG Y, LI X, et al. Decentralized closed-loop optimization for 6-DOF self-assembly satellites[J]. *Acta Astronautica*, 2021, **189**: 593-605.
- [10] MORGAN D, CHUNG S, HADAEGH F. Model predictive control of swarms of spacecraft using sequential convex programming[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, **37**(6): 1725-1740.
- [11] MORGAN D, SUBRAMANIAN G P, CHUNG S, et al. Swarm assignment and trajectory optimization using variable-swarm, distributed auction assignment and sequential convex programming[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2016, **35**(10): 1261-1285.
- [12] FOUST R C, LUPU S E, NAKKA Y K, et al. Autonomous in-orbit satellite assembly from a modular heterogeneous swarm[J]. *Acta Astronautica*, 2020, **169**: 191-205.
- [13] 袁长清, 李俊峰, 王天舒, 等. 航天器编队飞行多目标姿态快速跟踪鲁棒控制[J]. *应用数学和力学*, 2008, **29**(2): 169-180. (YUAN Changqing, LI Junfeng, WANG Tianshu, et al. Robust attitude control for rapid multi-target tracking in spacecraft formation flying[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2008, **29**(2): 169-180. (in Chinese))
- [14] SHABANA A A. *Dynamics of Multibody Systems*[M]. Chicago: University of Illinois, 2013.
- [15] LI K, TIAN Q, SHI J, et al. Assembly dynamics of a large space modular satellite antenna[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, **142**: 103601.
- [16] SUN J, CHEN E, CHEN T, et al. Spin dynamics of a long tethered sub-satellite system in geostationary orbit[J]. *Acta Astronautica*, 2022, **195**: 12-26.
- [17] 王启生, 蒋建平, 李庆军, 等. 空间机器人组装超大型结构的动力学分析[J]. *应用数学和力学*, 2022, **43**(8): 835-845. (WANG Qisheng, JIANG Jianping, LI Qingjun, et al. Dynamic analyses of the assembling process of ultra-large structures with space robots[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(8): 835-845. (in Chinese))
- [18] JAVIER G J. Twenty-five years of natural coordinates[J]. *Multibody System Dynamics*, 2007, **18**(1): 15-33.
- [19] LI Q, YUAN J, WANG H. Sliding mode control for autonomous spacecraft rendezvous with collision avoidance[J]. *Acta Astronautica*, 2018, **151**: 743-751.
- [20] 刘铖. 基于绝对坐标描述的柔性空间结构展开动力学研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2013. (LIU Cheng. Deployment dynamics of flexible space structures described by absolute-coordinate-based method[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2013. (in Chinese))