

负刚度扭转超结构力学性能研究*

王钦泽, 韩 宾, 郑培远, 刘志鹏, 张 琦

(西安交通大学 机械工程学院, 西安 710049)

摘要: 通过屈曲变形实现非损伤耗散能量的负刚度超结构,为可重复使用的缓冲防护器件提供了新的设计思路,但其耗散能力较弱、难以过载保护的缺点限制了实际应用.为增强耗能性能及最大允许变形量,将负刚度铰接梁与具有压扭效应的斜杆串联组合,设计了一种负刚度扭转超结构,通过引入扭转变形缓解了过载导致的应力集中.建立了负刚度扭转单元模型,通过刚度匹配设计实现了对力学性能的调控,使负刚度扭转超结构表现出突跳行为,产生加卸载曲线不重合的迟滞现象,从而极大地提高了能量耗散能力.通过结构参数及刚度关系的优化设计,负刚度扭转超结构的最大等效压缩应变可达 71%,相同层数下,能量耗散能力可以达到传统屈曲梁超结构的两倍.

关键词: 负刚度; 扭转超结构; 串联设计; 能量耗散

中图分类号: O3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.450082

Research on Mechanical Properties of Negative Stiffness Torsion Metastructures

WANG Qinze, HAN Bin, ZHENG Peiyuan, LIU Zhipeng, ZHANG Qi

(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University,
Xi'an 710049, P.R.China)

Abstract: The negative stiffness metastructures provide a novel design strategy for reusable protective devices with the non-damage buckling energy dissipation mechanisms. However, the weak cushioning capacity and the measly overloading protection restrict the practical applications. To enhance the energy dissipation and maximum allowable deformation, a negative stiffness torsion metastructure was developed with substructures including buckling hinged beams and inclined beams. Through introduction of compression-torsion coupling effects, the stress concentration caused by overload can be alleviated. Based on a series model for the negative stiffness torsion element, a strategy to control the mechanical properties was proposed through design of the matching relations of stiffnesses. Snap-through behaviors and hysteresis phenomena can be obtained on the non-overlapping loading and unloading curves, to greatly improve the energy dissipation capacity. The optimization of geometric parameters and stiffness relations increases the maximum equivalent compressive strain of the negative stiffness torsion metastructure by 71%. Additionally, compared to the traditional buckling beam metastructures with the same number of layers, the negative stiffness torsion metastructure can double in the energy dissipation capacity.

* 收稿日期: 2024-04-01; 修订日期: 2024-05-18

基金项目: 国家自然科学基金(52250287)

作者简介: 王钦泽(2000—),男,硕士生(E-mail: a1309148215@stu.xjtu.edu.cn);

韩宾(1986—),男,副教授,博士(通讯作者. E-mail: hanbinghost@mail.xjtu.edu.cn).

引用格式: 王钦泽, 韩宾, 郑培远, 刘志鹏, 张琦. 负刚度扭转超结构力学性能研究[J]. 应用数学和力学, 2024, 45(8): 1082-1095.

Key words: negative stiffness; torsion metastructure; series design; energy dissipation

0 引 言

机械超结构是一种人为构造的周期性阵列结构,其单元具有精密的几何结构设计,在排列组合后可表现出传统材料所不具备的新颖属性。其中,凭借着载荷随变形增大而减小的负刚度特性,负刚度超结构近年来受到研究人员的广泛关注^[1-4]。依据负刚度单元变形后的构型稳定性,可分为单稳态负刚度单元与双稳态负刚度单元:前者在加卸载过程中,力学曲线上载荷极小值大于零(即不存在额外的能量势垒),单元在变形后撤掉外力时,结构会自发地回复至初始构型;而后的加卸载曲线上存在载荷小于零的区间(即存在额外的能量势垒),撤掉外力后,无需外部能量输入即可保持在新的稳定构型,因此表现出双稳态特性。用双稳态单元周期性阵列可构成具有多个稳定构型的多稳态负刚度超结构,凭借多重稳定性和稳态切换的快速性,在声学开关^[5-7]、软体机器人^[8-11]、能量采集^[12-14]等方面具有良好的应用前景。

负刚度超结构通过逐层屈曲变形可以有效地耗散冲击能量,具有良好的缓冲性能且可以多次重复使用。Shan 等^[15]设计了一种基于倾斜梁的负刚度超结构,能够捕获冲击能量从而实现防护,与传统破坏性防护材料的不同之处在于基于负刚度屈曲变形的缓冲保护行为是可重用的。Frenzel 等^[16]通过阵列基于弯曲梁的微晶格,提出了一种可以耗散能量的负刚度超结构,通过循环加卸载实验,观察到超结构的加卸载曲线具有明显的滞回现象。Wang 等^[17]提出了一种圆柱形负刚度超结构并进行了大量的冲击试验,发现负刚度超结构在受到冲击发生逐层屈曲变形的过程中,可以将冲击加速度限制在一定的阈值内。因此,凭借逐层屈曲变形的可重用性,负刚度超结构为设计新一代缓冲防护功能器件提供了新的设计思路。

为进一步提升负刚度超结构的能量耗散能力,研究人员通过结构优化设计以获取了更优秀的缓冲保护性能。Zhang 等^[18]对弯曲梁进行了拓扑优化设计,提出了一种具有微小晶格横截面的轻量化负刚度超结构,其能量耗散量可以达到相同尺寸的实心梁负刚度超结构的两倍。Tan 等^[19]则在负刚度超结构的内部空隙中添加弹簧、磁铁等弹性元件,设计了一种由负刚度倾斜梁单元和弹性元件并联组合的超结构,可以有效地提升负刚度超结构的承载能力和能量耗散性能。因此,合理的结构设计是提升负刚度超结构缓冲保护性能的一种有效途径。但需要注意的是,当所有的梁单元发生屈曲变形后,负刚度超结构将进入一种“压实”状态,进一步的压缩或冲击载荷会导致应力集中,发生塑性变形,对结构的可重复耗能特性造成不可逆的损害。Meng 等^[20]在基于倾斜梁的负刚度超结构层间插入垂直梁,在受到较小的冲击时,利用倾斜梁的屈曲变形耗散能量随着冲击载荷的增大,垂直梁开始发生塑性变形以增强耗散性能。垂直梁的引入虽然避免了负刚度超结构的缓冲性能失效,但是塑性变形不利于结构的重复使用。因此,提升负刚度超结构的最大允许压缩变形,引入过载防护机制,对于面向实际应用的缓冲防护器件的设计是极为必要的。

为了进一步增强负刚度超结构的能量耗散性能并实现过载保护,本文将负刚度铰接梁与正刚度斜杆串联组合,设计了一种具有压缩-扭转耦合效应的负刚度扭转超结构。将斜杆简化为正刚度弹性元件,并与铰接梁串联组合,建立了负刚度扭转结构的简化模型,结合理论分析和有限元模拟,研究了刚度匹配关系对串联单元力学响应的影响,制备了具有不同结构参数的负刚度扭转结构,并开展实验测试进行了验证。通过串联设计,可以有效提升能量耗散能力,负刚度扭转超结构的耗散性能可达到同层数屈曲梁超结构的两倍。此外,通过引入压缩-扭转耦合效应,负刚度扭转超结构的最大等效压缩应变可提升至 71%。

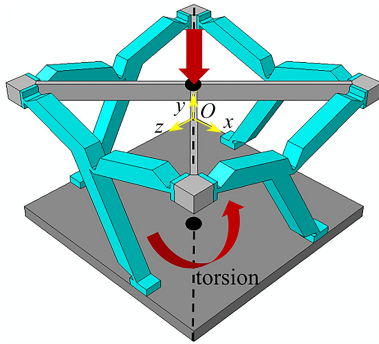
1 负刚度扭转超结构

1.1 负刚度扭转单元

本文所设计的负刚度扭转单元由负刚度扭转子结构(蓝色构件)和上下两支架(灰色构件)连接组成,如图 1(a)所示。斜杆的引入使负刚度扭转单元具备了压缩-扭转耦合效应,在压缩的过程中伴随着扭转变形。如图 1(b)所示,负刚度扭转子结构由两个负刚度铰接梁和一个斜杆串联构成,其中细梁作为铰链用以提供旋转自由度,而粗梁确保了铰接梁的负刚度特性。具体的结构参数如图 1(b)所示,其中铰接梁参数主要包括铰接梁宽度 L 、粗梁厚度 D 、细梁厚度 t 、梁面外厚度 b 及对称夹角 φ 。其中 L 被设为定值 22.5 mm;而斜杆参数则

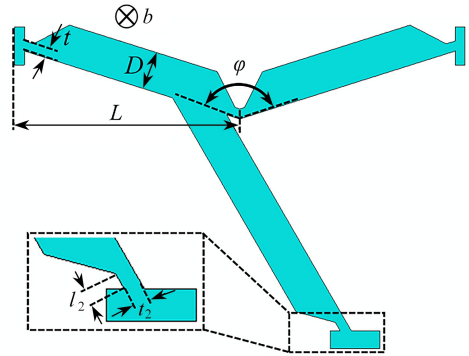
包括细杆厚度 t_2 、细杆长度 l_2 。

基于商业软件 ABAQUS, 本文对负刚度铰接梁和斜杆分别进行了准静态压缩仿真, 力-位移曲线如图 1(c) 所示。其中蓝线所示为负刚度铰接梁两端固定, 中间加载情况下的力-位移曲线, 随着载荷施加, 铰接梁先表现出正刚度响应, 构型切换过程中则表现出负刚度响应, 切换后继续为正刚度响应。红线则为斜杆在顶部加载, 底部扭转情况下的曲线, 随着加载的进行, 发生了明显的扭转变形, 在这一过程中斜杆表现出非线性正刚度响应。将四个负刚度扭转子结构阵列后得到负刚度扭转单元, 其力学响应如图 1(d) 所示。其中黑线为负刚度扭转子结构的力-位移曲线, 可见在串联斜杆后, 结构的负刚度响应有所增强。图 1(d) 中红线为底部支架的扭转角度-位移曲线, 随着位移加载的进行, 底部支架的扭转角度 α 逐渐增大, 当子结构表现负刚度响应时, 底板将出现一定程度的回转行为。



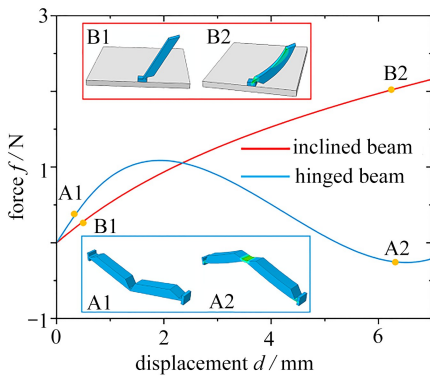
(a) 负刚度扭转单元模型

(a) The model for the negative stiffness torsion element



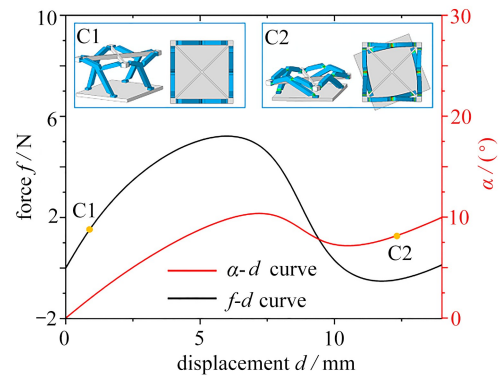
(b) 负刚度扭转子结构模型及结构参数

(b) Geometric parameters of the negative stiffness torsion substructure



(c) 铰接梁及斜杆的力-位移曲线

(c) Force-displacement ($f-d$) curves of hinged beams and inclined beams



(d) 负刚度扭转单元的力-位移曲线及底板扭转角 α -位移曲线

(d) The $f-d$ curve of the negative stiffness torsion element and torsion angle α -displacement curve of the bottom bracket

图 1 负刚度扭转单元力学响应

Fig. 1 Mechanical responses of negative stiffness torsion elements

注 为了解释图中的颜色, 读者可以参考本文的电子网页版本, 后同。

1.2 突跳行为的分析研究

在本小节中, 我们分析了串联模式增强负刚度响应的原因, 并研究了突跳行为的产生原因。为进一步研究刚度匹配关系对负刚度扭转超结构力学响应的影响, 本文首先对串联单元进行理论分析。根据图 1(c) 的结果将斜杆的响应简化为线性正刚度 K_4 , 将铰接梁的响应简化为三部分, 分别为正刚度 K_1, K_3 以及负刚度 K_2 , 如图 2(a) 所示。根据串联关系, 简化后的负刚度扭转单元的刚度 K 如下:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_i} + \frac{1}{K_j}, \quad i = 1, 2, 3; j = 4. \quad (1)$$

因此,当铰接梁表现负刚度响应时,串联单元的刚度可表示为

$$K = \frac{K_4}{K_2 + K_4} \cdot K_2 \quad (2)$$

因此,当 $|K_4| \geq |K_2|$ 时,如图 2(b) 所示,串联单元的负刚度 $|K| > |K_2|$, 相较于铰接梁表现出的负刚度响应有所增强.当 $|K_4| < |K_2|$ 时,串联单元的刚度 $K > 0$, 理论上将表现出图 2(c) 中点划线所示的正刚度响应,但由于正刚度响应与整体结构位移加载模式相矛盾,因此实际上将会出现图 2(c) 中箭头所示的突跳行为,串联单元迅速切换到新的准静态平衡状态.同样,突跳行为也会出现在卸载过程中,并且卸载曲线会表现出滞后现象,从而使串联单元具有能量耗散能力,能量耗散量即加卸载曲线所围成的滞回面积.

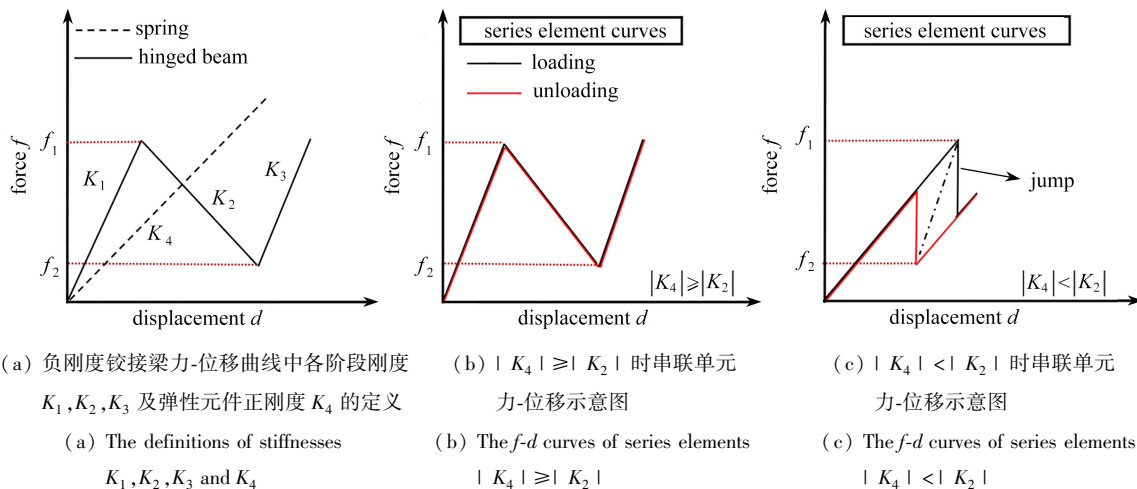


图 2 刚度匹配关系对串联单元力学响应的影响

Fig. 2 The influences of stiffness matching relations on the mechanical responses of series elements

基于上述关于串联单元突跳行为及滞回现象的分析,本文将针对负刚度扭转超结构开展仿真分析.为便于研究刚度匹配关系对负刚度扭转超结构力学响应的影响,结合图 1(c) 中斜杆表现出弱非线性正刚度的仿真结果,我们将斜杆简化为线性弹簧,建立如图 3 所示的串联单元有限元模型.其中灰色的顶板和底板设置为刚体,在顶板上施加向下的位移载荷,固定底板并连接弹簧至蓝色的负刚度铰接梁,铰接梁的两端分别与顶板绑定约束.设置材料参数:弹性模量为 $E = 30 \text{ MPa}$, Poisson 比为 0.3.

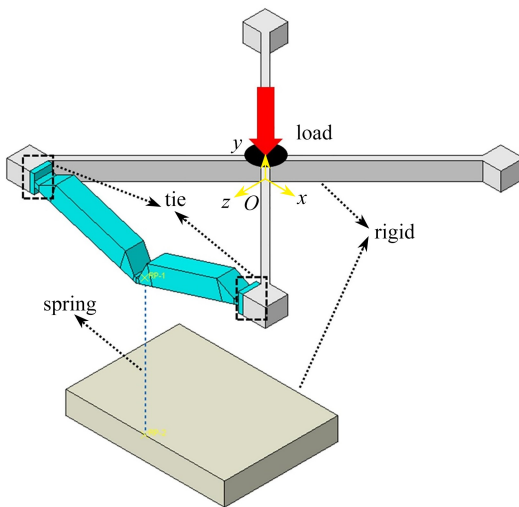
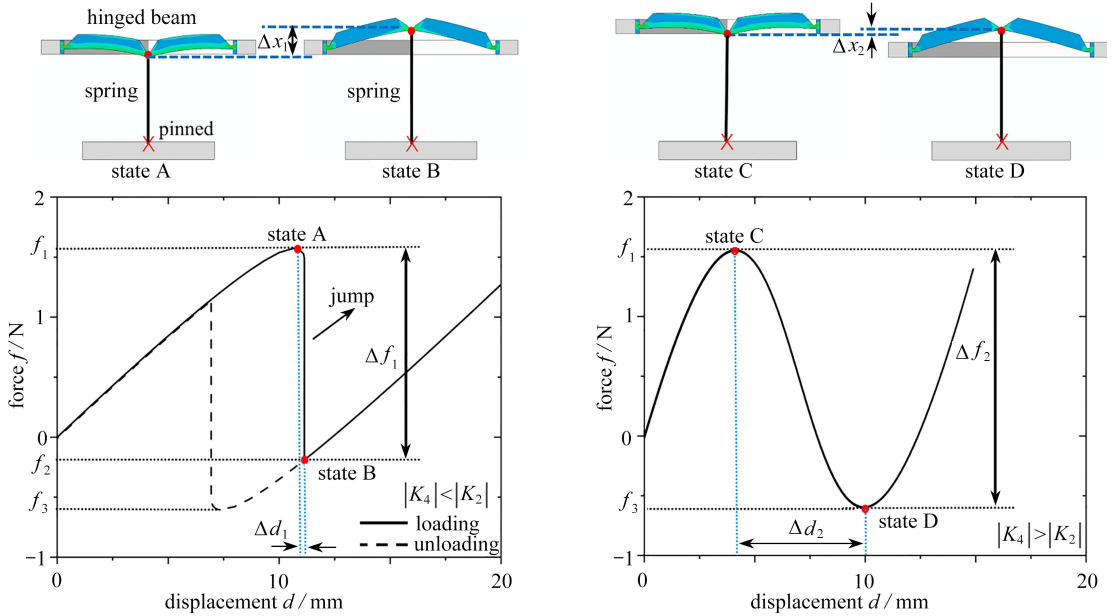


图 3 串联单元仿真模型

Fig. 3 The simplified series element simulation model

控制铰接梁参数相同,改变弹簧刚度,对具有图 2(b)、2(c) 所示两种刚度关系的串联单元进行仿真分析.图 4 展示了两种串联单元的变形模式及力-位移曲线.当 $|K_4| < |K_2|$ 时,如图 4(a) 所示,可观察到明显

力突然下降的现象,即突跳行为.以加载阶段为例进行分析,当串联单元受力达到峰值 f_1 时,随着进一步加载,很小的压缩量 Δd_1 将引起串联单元明显的负刚度响应,在这一过程中,单元迅速从构型A切换至构型B.铰接梁与弹簧连接点也迅速沿着与加载相反的方向(即竖直向上)移动了 Δx_1 .由于弹簧刚度 $|K_4|$ 小于铰接梁负刚度 $|K_2|$,因此在负刚度阶段中,正刚度弹簧的回复量大于负刚度铰接梁的压缩量,单元在这一过程中的力响应表现出明显的突跳行为,迅速从峰值 f_1 减小至谷值 f_2 .需要注意的是,卸载过程中,当卸载至构型B时,并没有达到触发反向突跳行为的阈值.因此在整个加卸载过程中,出现了卸载曲线的滞后现象.加卸载曲线的滞回面积表示为能量耗散量,通过串联弹簧单元并合理设计刚度关系,可实现非损伤的能量耗散,有利于可重复的缓冲保护.



(a) $|K_4| < |K_2|$ 时串联单元由 A 至 B

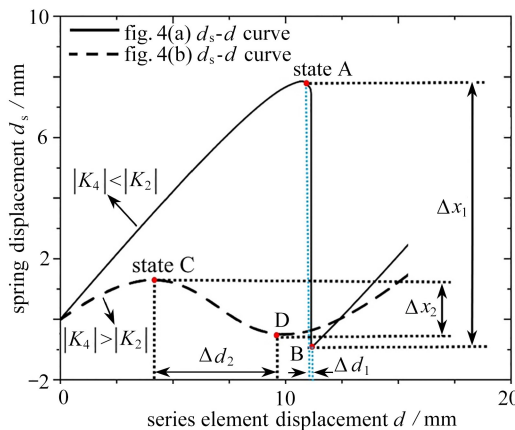
仿真模型及力-位移曲线

(b) $|K_4| > |K_2|$ 时串联单元由 C 至 D

仿真模型及力-位移曲线

(a) $|K_4| < |K_2|$, f - d curves and the simulation model

(b) $|K_4| > |K_2|$, f - d curves and the simulation model



(c) 刚度匹配关系对串联单元弹簧位移-串联单元整体位移曲线的影响 (d_s - d)

(c) The influences of stiffness matching relations on compression displacement curves (d_s - d)

图 4 刚度匹配关系对串联单元突跳行为的影响

Fig. 4 The influences of stiffness matching relations on the snap-through behavior of series elements

当弹簧刚度 $|K_4|$ 大于铰接梁负刚度 $|K_2|$ 时,如图4(b)所示,加载曲线表现出了力缓和下降的非突跳行为.即当串联单元受力达到 f_1 后,结构从构型C缓慢的切换至构型D,期间较大的压缩量 Δd_2 引起串联单

元缓和的负刚度响应,单元的受力也从峰值 f_1 缓慢减小至谷值 f_2 ,并且铰接梁与弹簧的连接点也略微上移 Δx_2 ,在整个负刚度阶段中,弹簧的回复量小于铰接梁的压缩量.而在卸载过程中,单元表现为加卸载曲线的重合,无卸载曲线滞后现象.

为更明显地展示构型切换时串联弹簧的变形状态,本文提取了上述两种串联单元的弹簧位移(d_s)-整体结构位移(d)曲线,如图4(c)所示,当 $|K_4| < |K_2|$ 时,串联单元出现突跳行为,在极小的压缩量 Δd_1 下,单元上铰接梁与弹簧连接点的上移量 Δx_1 明显大于单元未突跳时在较大压缩量 Δd_2 下产生的上移量 Δx_2 .

1.3 串联单元刚度匹配设计

基于上述对串联单元突跳行为及滞回产生的理论及仿真分析,本文通过改变结构参数以调整串联单元刚度响应,研究了不同刚度匹配关系对串联单元力学响应的影响.表1为7种刚度匹配关系的串联单元,其中定义 Y 为 $|K_4/K_2|$,弹簧刚度 K_4 保持为0.2 N/mm,铰接梁的负刚度 K_2 通过取其力-位移曲线负刚度区间的中间斜率近似得到,结构I至IV仅改变铰接梁的角度 φ ,结构V至VII仅改变铰接梁细梁厚度与铰接梁整体长度的比值 t/L ,有限元仿真模型及相关边界条件与图3相同.

表 1 串联单元 I 至 VII 的几何参数及负刚度

Table 1 The geometric parameters and negative stiffnesses of (No. I ~ VII) series elements

No.	t	t/L	D/L	$\varphi / (^\circ)$	$K_2 / (N/mm)$	$K_4 / (N/mm)$	Y
I	1	0.044	0.17	145	-0.428	0.2	0.467
II	1	0.044	0.17	150	-0.318	0.2	0.628
III	1	0.044	0.17	155	-0.219	0.2	0.913
IV	1	0.044	0.17	160	-0.125	0.2	1.600
V	0.45	0.02	0.17	150	-0.273	0.2	0.732
VI	1.35	0.06	0.17	150	-0.325	0.2	0.615
VII	1.80	0.08	0.17	150	-0.375	0.2	0.532

首先,本文研究了变角度 φ 对铰接梁及其串联单元力学响应的影响.图5(a)为不同 φ 下对称铰接梁的力-位移曲线,随着 φ 的减小,曲线的谷值力逐渐减小使结构由单稳态转变为双稳态,铰接梁负刚度 K_2 逐渐增强,但难以产生突跳行为.图5(b)为不同 φ 下串联单元的力-位移曲线,随着 φ 减小, $|K_2|$ 逐渐增大,相同的铰接梁压缩量下导致了更大的力减小量,由于串联系统的力平衡关系,弹簧产生了更大的回复量,当 φ 减小至小于 155° 左右时($Y \approx 1$),串联单元开始产生突跳行为,随着 φ 进一步减小,突跳行为逐渐增强,并导致更明显的卸载滞后现象,同时,铰接梁峰值力与谷值力差值的增大也导致加卸载曲线的滞回面积进一步增大,在如图5(c)所示的能量耗散统计图中, $\varphi = 150^\circ$ 的串联单元 II ($Y = 0.628$)的能量耗散量为2.24 mJ,而 φ 减小为 145° 的串联单元 I ($Y = 0.467$)的能耗则提升至7.86 mJ.

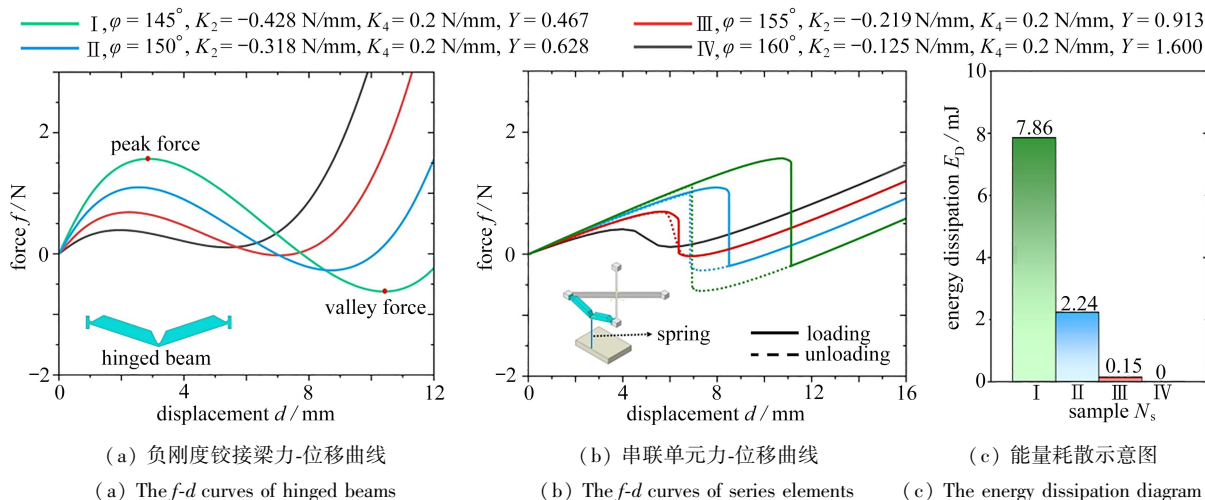


图 5 铰接梁角度 φ 对力学响应的影响

Fig. 5 The influences of φ on mechanical responses

图6展示了铰接梁细梁参数 t/L 对串联单元力学响应的影响. 控制铰接梁角度 $\varphi = 150^\circ$, 随着 t/L 的增大, 如图6(a)所示, 铰接梁的负刚度响应 K_2 略微增强, 谷值力逐渐增大, 使结构由双稳态 ($t/L = 0.02$) 过渡至单稳态 ($t/L = 0.06, 0.08$), 同时峰值力也呈增大趋势. 图6(b)所示的串联单元均产生了突跳行为, 随着 t/L 的增大, 结构突跳的程度略微增强, 各串联单元卸载曲线的滞后程度也略微增强, 由于峰值力与谷值力的差值变化不大, 对结构加卸载曲线的滞回面积影响较小. 如图6(c)所示, 随着 t/L 的增大, 能量耗散量由串联单元 V ($t/L = 0.2, Y = 0.732$) 的 0.70 mJ 增加至串联单元 VI ($t/L = 0.6, Y = 0.615$) 的 2.7 mJ . 而随着 t/L 的进一步增大, 能量耗散性能趋于稳定, 串联单元 VI ($t/L = 0.6, Y = 0.615$) 与串联单元 VII ($t/L = 0.8, Y = 0.532$) 的能耗差值仅为 0.14 mJ .

综上所述, 铰接梁角度 φ 的变化对其负刚度 K_2 及峰值力与谷值力的差值影响较大. 当与正刚度较小的弹性元件串联后可产生突跳行为从而导致卸载滞后, 并且随着 φ 的减小, 峰谷差值增大, 加卸载曲线围成面积也进一步增大. 相反, 铰接梁 t/L 的改动对负刚度 K_2 及峰谷差值的影响较小, 进而对串联单元的耗散能力影响不明显, 但 t/L 的增大会明显改变铰接梁的峰值力与谷值力, 可导致其由双稳态转变为单稳态.

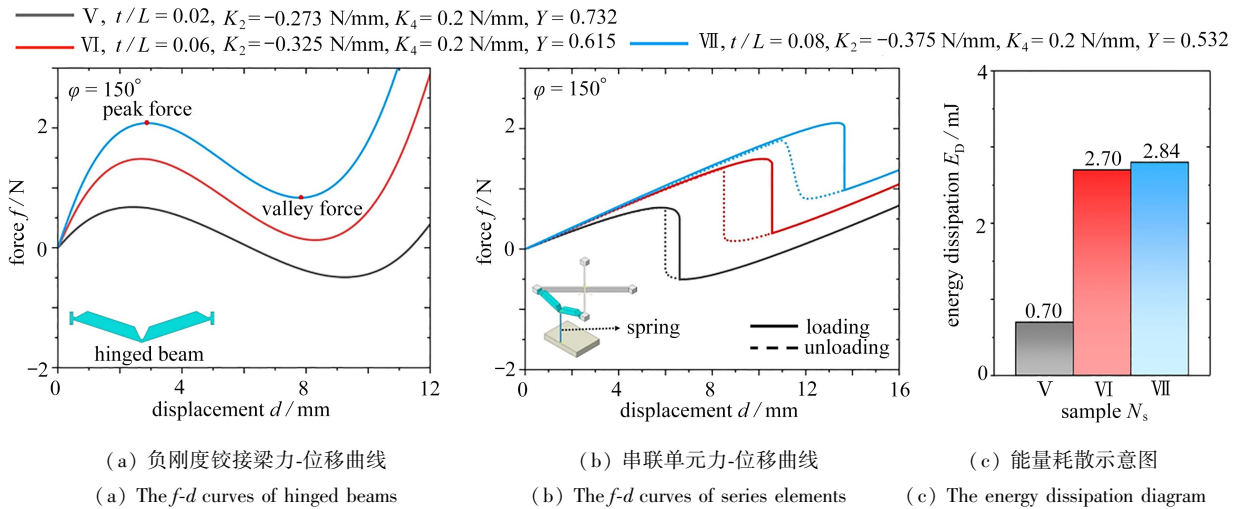


图6 铰接梁参数 t/L 对力学响应的影响

Fig. 6 The influences of t/L on mechanical responses

此外, 本文还研究了正刚度弹性元件的刚度对串联单元力学响应的影响, 其中铰接梁的参数控制为 $\varphi = 150^\circ, t/L = 1$. 如图7(a)所示, 当 K_4 过大, 即 $Y > 1$ 时, 结构无突跳行为, 加卸载曲线重合, 随着 K_4 增大, 串联单元的负刚度响应逐渐减弱. 如图7(b)所示, 当 $|K_4| < |K_2|$, 即 $Y < 1$ 时, 串联单元产生突跳行为, 且随着 K_4 的减小, 突跳程度逐渐增强, 卸载曲线滞后更加明显, 加卸载曲线的围成面积更大, 串联单元的能量耗散量可由 $Y = 0.8$ 时的 0.83 mJ 提升至 $Y = 0.4$ 时的 5.43 mJ .

基于上述针对“铰接梁-线性弹簧”串联单元的仿真研究, 本文进一步研究了刚度匹配关系对负刚度扭转单元力学响应的影响, 其中扭转子结构由铰接梁与斜杆串联而成, 斜杆刚度 K_4 通过取其力-位移曲线的中间斜率近似得到, 仿真所用的材料参数与串联单元的设置一致. 图8(a)为不同刚度匹配关系 $Y (Y = |K_4/K_2|)$ 下的负刚度扭转单元力-位移曲线. 随着 Y 的减小, 负刚度响应逐渐增强, 当 Y 减小至小于 1 后开始产生突跳行为, 卸载曲线表现出滞后趋势; 随着 Y 的进一步减小, 结构的突跳行为逐渐增强, 卸载曲线的滞后现象也更加明显, 加卸载曲线的滞回面积逐渐增大, 结构的能量耗散量逐渐增大, 这与上述串联单元的仿真分析结果一致. 因此, 通过改变结构参数可以调整刚度匹配关系, 从而实现对负刚度扭转单元力学响应的调控. 需要注意的是, 随着 Y 的减小, 负刚度扭转单元的峰值力与谷值力也逐渐减小, 这是由于斜杆连接在其中一个铰接梁的粗梁部分, 进而随着加载的进行, 铰接梁两端的变形不一致, 但并不影响结构力学响应尤其是突跳及滞后行为的变化趋势. 斜杆的引入使稳态切换后的结构具有了更大的扭转变形空间, 减小了屈曲变形后力的增长速度, 增大了结构的允许压缩量, 从而可以在一定程度上避免应力集中、塑性变形, 实现过载保护.

图8(b)为扭转角 α 与结构整体位移的关系曲线, 其中扭转角 α 为结构下压过程中底板绕 P 轴的扭转角

度.在加载过程中,当单元进入负刚度响应阶段,起到正刚度弹簧作用的斜杆会发生变形回复,因此底板会产生一定程度的回转变形;随着 Y 的减小,角度回转更迅速且回转角度增大,当 Y 减小至超结构可以产生突跳行为时,底板会在瞬间产生大角度回转.

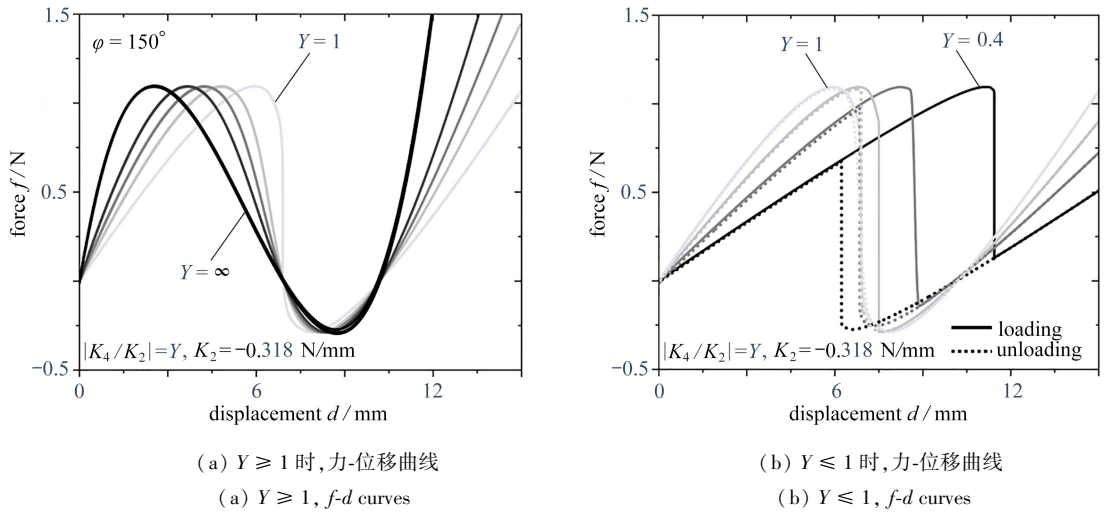


图 7 不同弹簧刚度下串联单元的力-位移曲线

Fig. 7 The f - d curves of series elements

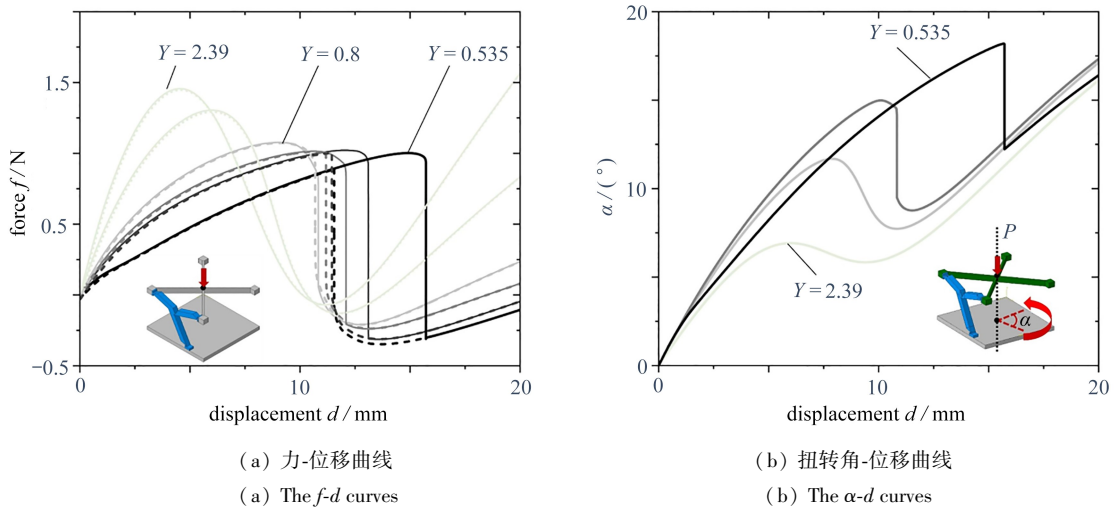


图 8 不同刚度匹配关系对负刚度扭转单元力学响应的影响

Fig. 8 Mechanical responses of negative stiffness torsion elements with different stiffness matching relations

2 结构设计与验证

2.1 结构设计与实验设置

基于 1.3 小节的仿真分析可知,通过改变结构参数可实现对串联单元耗散性能及结构稳定性的调控.为验证这一结论,我们制备了负刚度扭转超结构试件并开展实验进行力学性能测试.选用热塑性聚氨酯(TPU)及聚乳酸(PLA),结合 3D 打印 FDM 技术制备了如图 9(a)所示的蓝色 PLA 支架、图 9(b)所示的白色 TPU 负刚度扭转子结构以及图 9(d)所示的 TPU 材料拉伸试件和结果,通过嵌锁组装得到图 9(c)所示的双层负刚度扭转超结构.具体负刚度扭转子结构试样的数据见表 2.使用 Instron 万能试验机对试样进行准静态压缩实验,加卸载速率为 0.1 mm/s.

2.2 实验及仿真结果分析

2.2.1 负刚度扭转超结构稳定性及耗能性能

首先进行了变铰接梁参数 l/L 下的负刚度扭转超结构压缩实验,图 10(a)、10(b)为单层负刚度扭转单

元的力-位移曲线,在有限元仿真和实验中,随着 t/L 的减小,均可以观察到单层单元负刚度响应减弱、曲线峰值力与谷值力减小的现象,并且加卸载曲线围成面积(能量耗散量 E_D) 变化不明显.图 10(c)、10(d)为双层负刚度扭转超结构的力-位移曲线,与单层单元相似,随着 t/L 的减小,突跳行为减弱,峰值力与谷值力明显减小,负刚度响应的减弱导致由两个单元串联的双层结构能量耗散量明显减小,在实验和仿真中具有-致性.单层单元的仿真出现突跳而实验没有突跳的原因主要在于 TPU 的黏弹性以及试件在制备和组装时精度不足、尺寸存在偏差,进而在压缩实验中同层单元的子结构无法同时切换所致,上述原因也导致了仿真能耗和实验能耗在数值上存在差异,但在总体的变化趋势上仍然保持一致;虽然 TPU 的黏弹性会通过率相关的变形影响能量耗散,使实验结果与仿真结果存在偏差,但负刚度扭转超结构的峰谷值力及负刚度响应的变化趋势是根据所设计结构在不同串联刚度匹配关系下的准静态响应而定义的,并不会受到制备材料(即 TPU)黏弹性的影响^[21].

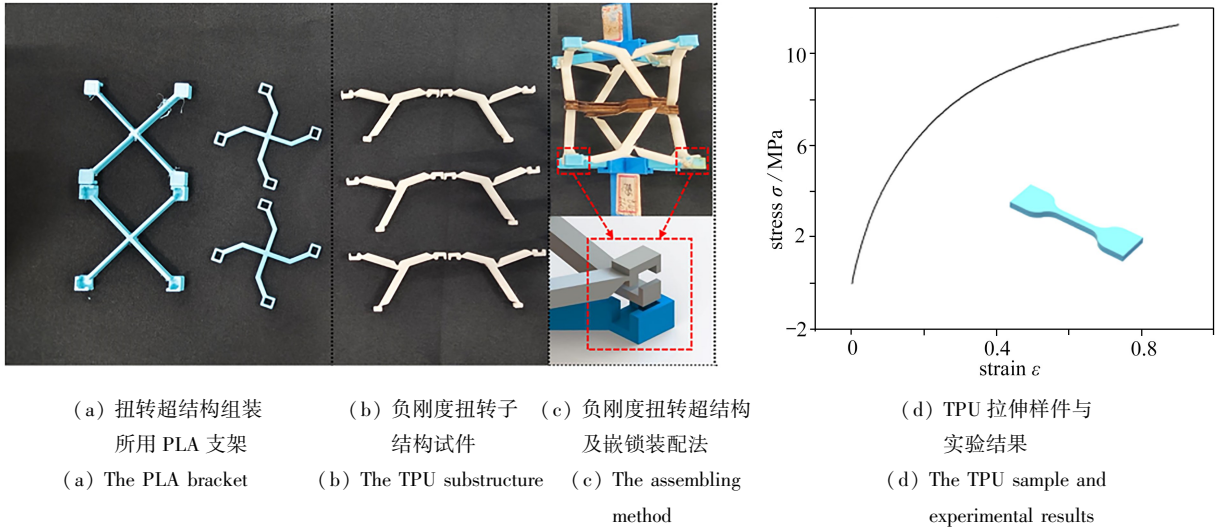


图 9 负刚度扭转超结构制备及装配

Fig. 9 Fabrication and assembling of negative stiffness torsion metastructures

表 2 负刚度扭转子结构尺寸参数及刚度

Table 2 The geometric parameters and stiffnesses of negative stiffness torsion metastructures

No.	t	t_2	t/L	t_2/l_2	$\varphi / (^\circ)$	$K_2 / (N/mm)$	$K_4 / (N/mm)$
U_1	0.54	1	0.024	1	145	-0.235	0.35
U_2	1.125	1	0.050	1	145	-0.455	0.35
U_3	1	0.6	0.044	1	145	-0.428	0.29
U_4	1	2.6	0.044	4.3	145	-0.428	0.38

图 11 为负刚度扭转超结构在变斜杆参数 t_2/l_2 情况下的实验与仿真力-位移曲线.图 11(a)、11(b)为单层负刚度扭转单元的力-位移曲线,随着 t_2/l_2 的减小, Y 逐渐减小,结构的负刚度响应有所增强,且谷值力与峰值力略微减小.图 11(c)、11(d)为双层负刚度扭转超结构力-位移曲线,可以观察到由突跳行为引起的加卸载曲线不重合,从而耗散能量.与图 10 的结果类似,在仿真中忽略了材料黏弹性的影响,无法观察到由于黏滞耗散引起的加卸载曲线不重合现象,因此与实验曲线之间存在一定的误差,同时由于材料黏弹性的迟滞效应,使超结构在较短的卸载时间内无法一次性完全回复,进而当卸载至变形量为零时超结构反而被拉起,导致其作用力为负值.此外,受到结构设计的最大尺寸限制,仅改变斜杆参数对刚度关系的影响较小,因此图 11 中的两种负刚度扭转结构力学曲线相似,能量耗散能力接近.

为确保上述实验结论的有效性,本文选取了试件 $U_1(t/L = 0.024)$ 、 $U_2(t/L = 0.05)$ 开展了 10 次重复加卸载实验,以验证负刚度扭转超结构力学性能曲线的可重复性,如图 12 所示.图 12(a)、12(b)分别为 U_2 、 U_1 的曲线结果,对比二者可发现,随着 t/L 的减小,峰值力和谷值力均有所减小,且相较于 U_1 、 U_2 第一层结构的突跳行为(即加载时的第一次负刚度响应),第二层结构的突跳行为有明显的减弱现象,上述分析与图 10 中所

表现出的实验现象近似,说明所设计的负刚度扭转超结构具有一定的可重复性。综上所述,铰接梁参数 t/L 对负刚度扭转超结构的构型稳定性有显著影响,随着 t/L 的减小,负刚度扭转超结构的稳定性可以实现由单稳态向双稳态的切换;铰接梁参数 t/L 还对负刚度响应及能量耗散能力产生影响,当 t/L 减小时,铰接梁与斜杆的刚度关系发生变化,导致负刚度扭转超结构的负刚度响应逐渐减弱,并且结构的能量耗散量也逐渐降低。相反,在实际过程中,受到最大尺寸的限制,斜杆参数 t_2/l_2 对于刚度匹配关系及构型稳定性的影响较小。

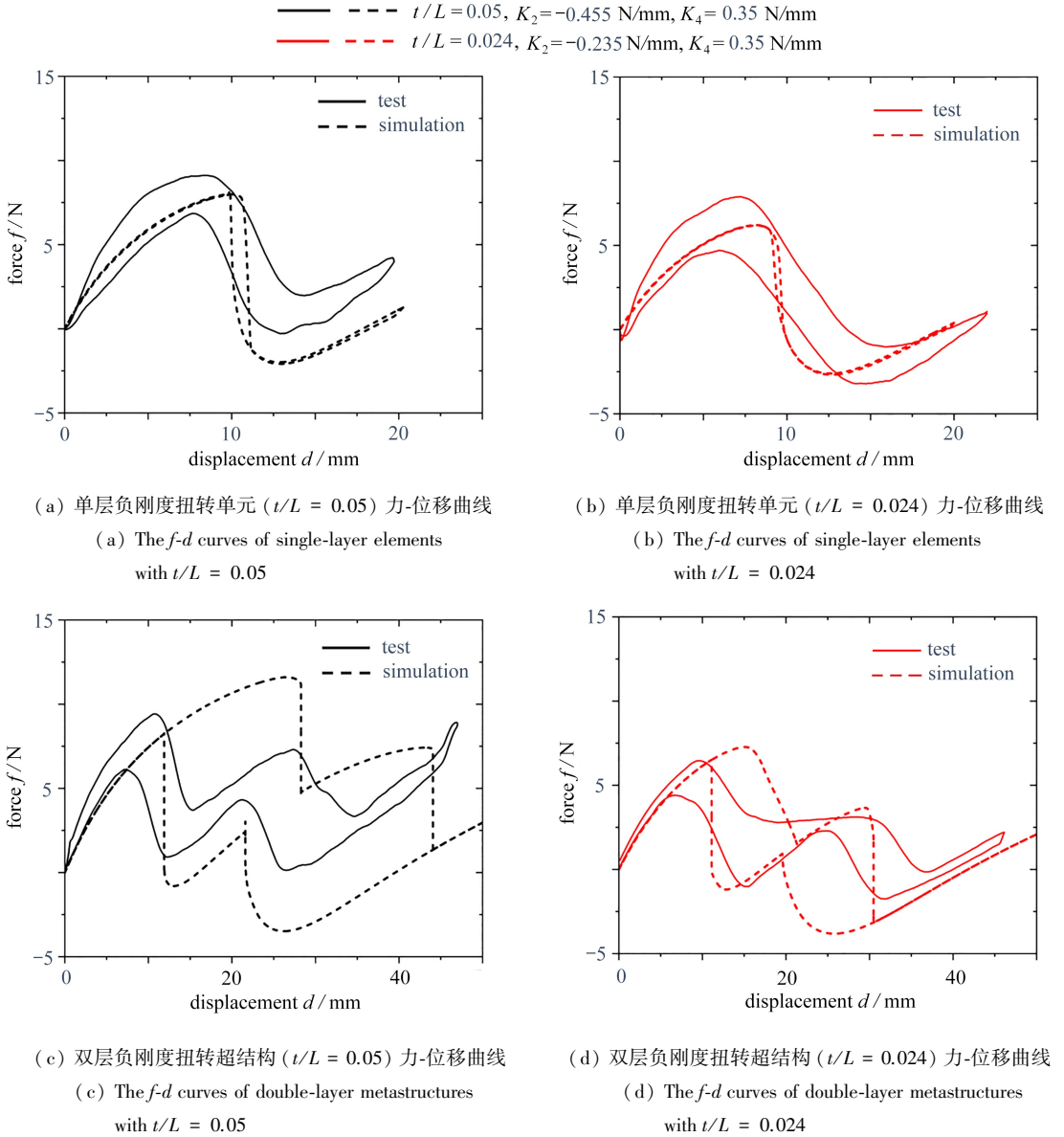


图 10 不同铰接梁参数 t/L 下负刚度扭转超结构实验与仿真结果

Fig. 10 Experiment and simulation results of negative stiffness torsion elements/metastructures with different t/L values

2.2.2 能量耗散性能及最大允许压缩能力

为评估负刚度扭转超结构的能量耗散性能,本文进一步利用式(3)耗散因子 η 对其耗散效率进行量化^[22],并与其他双层传统屈曲梁超结构进行对比,如表 3 所示。双层负刚度扭转超结构的 η 是相同层数下传统屈曲梁超结构 η 的两倍,

$$\eta = \frac{E_D}{2\pi E_J}, \tag{3}$$

式中, E_D 为超结构的能量耗散量, E_J 为超结构的能量吸收量。

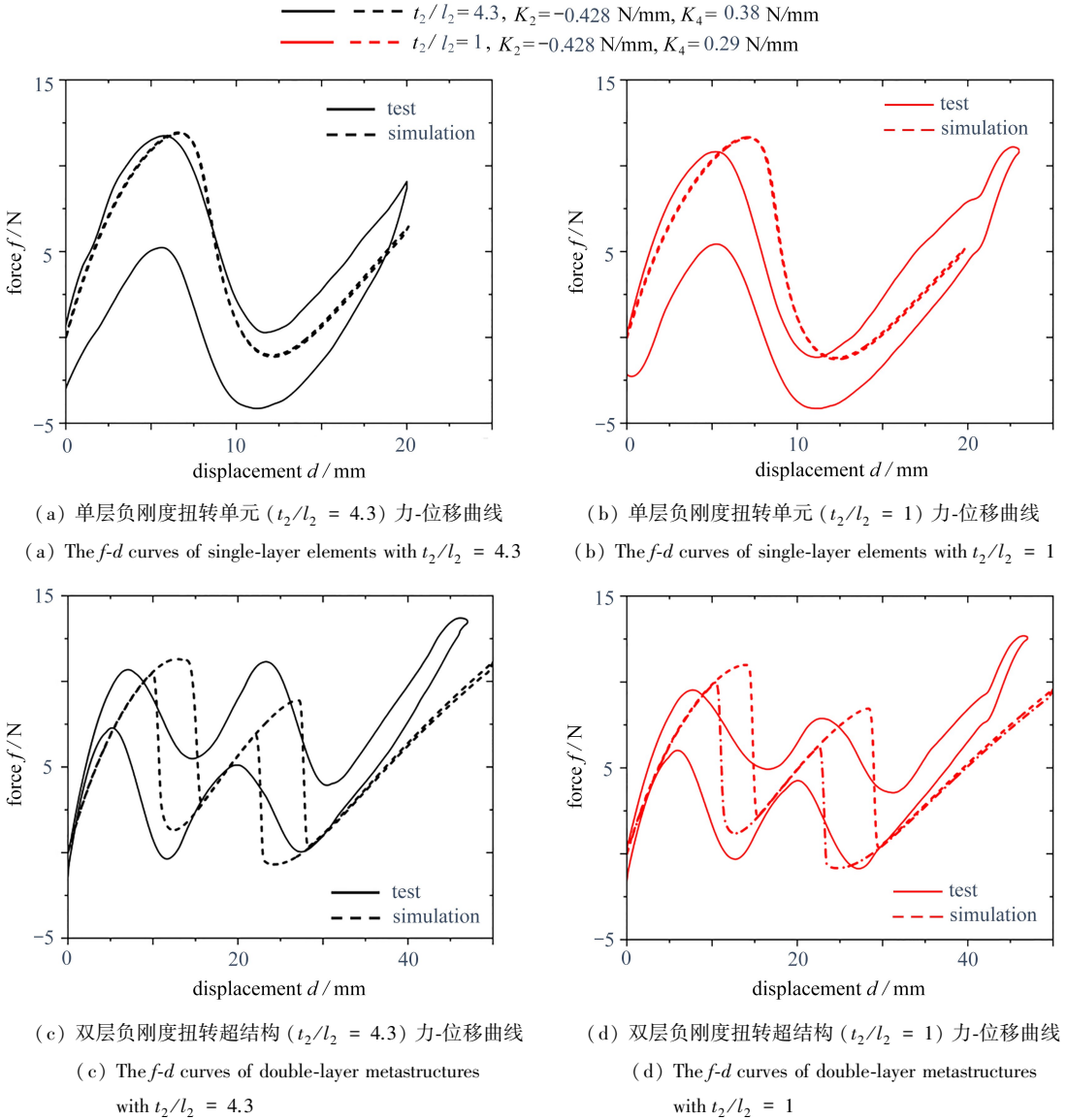


图 11 不同斜杆参数 t_2/l_2 下负刚度扭转超结构实验与仿真结果

Fig. 11 Experiment and simulation results of negative stiffness torsion elements/metastructures with different t_2/l_2 values

此外,由于串联斜杆的引入,使得负刚度扭转超结构的最大允许压缩变形量有所提升,当超结构压缩至无法进一步压缩时(如果继续压缩则可能导致内部杆件相互接触),此时其状态即为最大压缩变形状态.本文对 2.2.1 小节所设计的试样进行了压缩前后的变形量统计,并依据式(4)计算了最大等效压缩应变 $\tilde{\varepsilon}$:

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{H_1 - H_2}{H_1} \times 100\%, \tag{4}$$

式中, H_1, H_2 分别为负刚度扭转超结构压缩前、后的高度.

表 3 双层负刚度超结构耗散性能对比

Table 3 Comparisons of the dissipation performances of double-layer negative stiffness metastructures

author	η
Tan et al. [19]	0.034
Chen et al. [23]	0.042
this paper	0.09

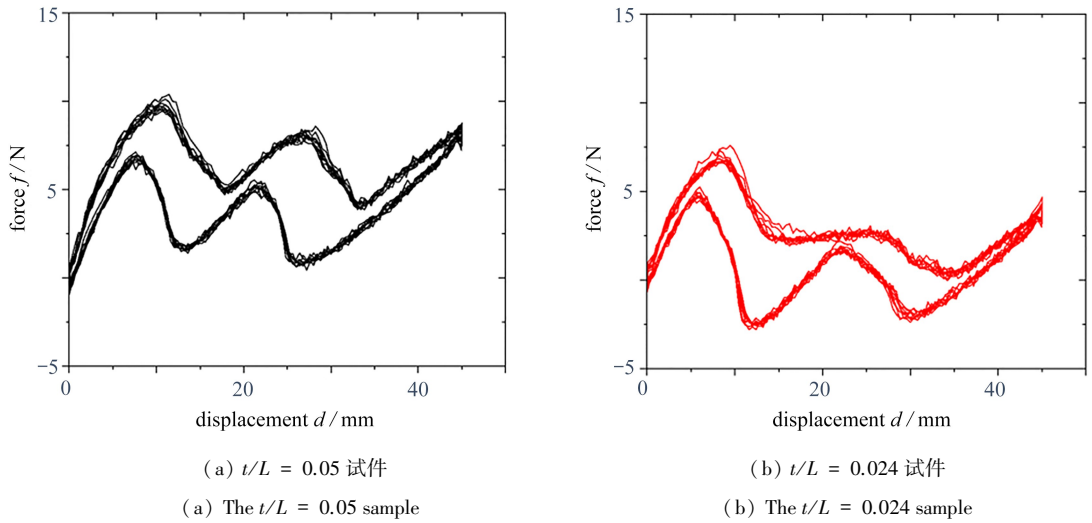


图 12 重复性试验

Fig. 12 Repetitive experiments

如表 4 所示,经过改动斜杆参数设计的超结构具有更大的允许压缩变形量,相较于未改动前的超结构,其最大等效压缩应变 $\tilde{\varepsilon}$ 可提升至 71%。图 13 给出了负刚度扭转超结构压缩前后示意图。

表 4 负刚度扭转超结构的最大等效压缩应变

Table 4 Maximum allowable compressive displacements of negative stiffness torsion metastructures

No.	H_1 /mm	H_2 /mm	$\tilde{\varepsilon}$ /%
U_1	72	26	64
U_2	72	27	62
U_3	72	21	71
U_4	72	28	61

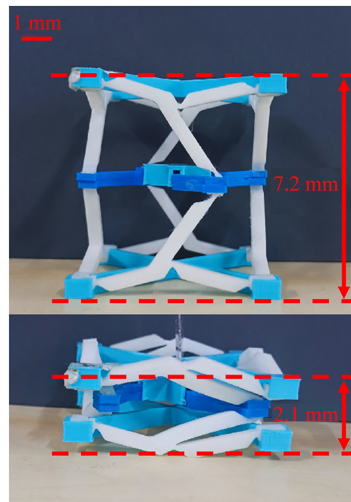


图 13 负刚度扭转超结构压缩前后示意图

Fig. 13 The diagram of the negative stiffness torsion metastructure before and after compression

3 结 论

本文针对目前负刚度超结构耗散能力弱、难以实现过载保护等缺点,通过将负刚度铰接梁与具有压扭效应的斜杆串联组合,提出了一种负刚度扭转超结构。通过建立串联组合模型,我们分析了突跳行为及卸载滞

后现象的产生原因,并且分别改变了铰接梁及斜杆的结构参数,研究了刚度匹配关系对负刚度扭转单元力学响应的影响,最后通过制备试件并开展实验对结论进行了验证.结果表明:随着铰接梁 t/L 的减小,峰值力与谷值力逐渐减小,负刚度扭转超结构从单稳态转变为双稳态,负刚度响应逐渐减弱,结构的能量耗散量逐渐降低;而斜杆参数 t_2/l_2 的减小对铰接梁与斜杆的刚度匹配关系影响较小,结构的构型稳定性、负刚度响应以及能量耗散性能的变化并不明显.此外,实验表明本文所设计的双层负刚度扭转超结构,经过刚度匹配设计后能量耗散因子可达 0.09,为相同层数的传统屈曲梁超结构的两倍;通过引入压缩-扭转耦合效应,负刚度扭转超结构的最大等效压缩应变可提升至 71%,能够在过载时提供额外的变形空间防止塑性变形,实现过载保护.

参考文献(References):

- [1] DARWISH Y, ELGAWADY M A. Numerical and experimental investigation of negative stiffness beams and honeycomb structures[J]. *Engineering Structures*, 2024, **301**: 117163.
- [2] LI X Y, WANG J X, CHAI Y J, et al. A novel frog-like meta-structure with linkage mechanism for low-frequency vibration isolation[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2024, **57**: 135304.
- [3] 杨航, 马力. 多材料点阵结构的热可编程力学行为[J]. 应用数学和力学, 2022, **43**(5): 534-552.(YANG Hang, MA Li. Multimaterial lattice structures with thermally programmable mechanical behaviors[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, **43**(5): 534-522.(in Chinese))
- [4] 王竞哲, 陈保才, 朱绍伟, 等. 圆锥形负刚度超材料吸能性能研究[J]. 应用数学和力学, 2023, **44**(10): 1172-1179.(WANG Jingzhe, CHEN Baocai, ZHU Shaowei, et al. Study on energy absorption performances of conical negative stiffness metamaterials[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2023, **44**(10): 1172-1179.(in Chinese))
- [5] VALENCIA C, RESTREPO D, MANKAME N D, et al. Computational characterization of the wave propagation behavior of multi-stable periodic cellular materials[J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2019, **33**(C): 100565.
- [6] GOLDSBERRY B M, HABERMAN M R. Negative stiffness honeycombs as tunable elastic metamaterials[J]. *Journal of Applied Physics*, 2018, **123**(9): 091711.
- [7] FRAZIER M J. Multi-stable acoustic metamaterials with re-configurable mass distribution[J]. *Journal of Applied Physics*, 2022, **131**(16): 165105.
- [8] HU N, LI B, BAI R Y, et al. A torsion-bending antagonistic bistable actuator enables untethered crawling and swimming of miniature robots[J]. *Research*, 2023, **6**: 0116.
- [9] MUNGEKAR M, MA L X, YAN W Z, et al. Design of bistable soft deployable structures via a kirigami-inspired planar fabrication approach[J]. *Advanced Materials Technologies*, 2023, **8**(16): 00088.
- [10] CHI Y D, HONG Y Y, ZHAO Y, et al. Snapping for high-speed and high-efficient butterfly stroke-like soft swimmer[J]. *Science Advances*, 2022, **8**(46): eadd3788.
- [11] WANG J, ZHAO T H, FAN Y Y, et al. Leveraging bioinspired structural constraints for tunable and programmable snapping dynamics in high-speed soft actuators[J]. *Advanced Functional Materials*, 2022, **33**(2): 09798.
- [12] ZHOU S X, CAO J Y, ERTURK A, et al. Enhanced broadband piezoelectric energy harvesting using rotatable magnets[J]. *Applied Physics Letters*, 2013, **102**(17): 173901.
- [13] ZHOU S X, CAO J Y, INMAN D J, et al. Broadband tristable energy harvester: modeling and experiment verification[J]. *Applied Energy*, 2014, **133**: 33-39.
- [14] BARTON DAW, BURROW S G, CLARE L R. Energy harvesting from vibrations with a nonlinear oscillator[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2010, **132**(2): 427-436.
- [15] SHAN S C, KANG S H, RANEY J R, et al. Multistable architected materials for trapping elastic strain energy

- [J]. *Advanced Materials*, 2015, **27**(29): 4296-4301.
- [16] FRENZEL T, FINDISEN C, KADIC M, et al. Tailored buckling microlattices as reusable light-weight shock absorbers[J]. *Advanced Materials*, 2016, **28**(28): 5865-5870.
- [17] WANG B, TAN X J, ZHU S W, et al. Cushion performance of cylindrical negative stiffness structures: analysis and optimization[J]. *Composite Structures*, 2019, **227**: 111276.
- [18] ZHANG Y, TICHEM M, VAN KEULEN F. A novel design of multi-stable metastructures for energy dissipation [J]. *Materials Design*, 2021, **212**: 110234.
- [19] TAN X J, WANG L C, ZHU S W, et al. A general strategy for performance enhancement of negative stiffness mechanical metamaterials[J]. *European Journal of Mechanics A: Solids*, 2022, **96**: 104702.
- [20] MENG Z Q, OUYANG Z, CHEN C Q. Multi-step metamaterials with two phases of elastic and plastic deformation[J]. *Composite Structures*, 2021, **271**: 114152.
- [21] SHI J H, MOFATTEH H, MIRABOLGHASEMI A, et al. Programmable multistable perforated shellular[J]. *Advanced Materials*, 2021, **33**(42): 210243.
- [22] LIU S H, AZAD A, BURGUENO R. Architected materials for tailorable shear behavior with energy dissipation [J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2019, **28**: 1-7.
- [23] CHEN S, WANG B, ZHU S W, et al. A novel composite negative stiffness structure for recoverable trapping energy[J]. *Composites Part A*, 2020, **129**: 105697.