

力学超结构设计方法研究进展*

姚 谦^{1,2}, 杨 钊^{1,2}, 王 昕², 翟 智¹,
李 振², 耿新宇², 李秉洋², 王鹏飞²

(1. 西安交通大学 空间智能制造研究中心, 西安 710049;
2. 中国航天科技创新研究院 先进材料与能源研究中心, 北京 100088)

摘要: 力学超结构是具有超常力学性能的人工设计结构,其独特属性主要来自特殊设计的代表性单元的拓扑结构,其数学基础、超常特性、工程制造、多功能集成与应用近年来受到广泛关注.为优化力学超结构设计流程、确定未来趋势与潜在跨学科创新,该文聚焦力学超结构基本设计理念与研究进展,探讨了优化方向.首先,按照正向设计与逆向设计概念针对力学超结构设计方法进行分类;其次,针对正向设计分类型探讨周期性超结构、表面缺陷超结构与数学模型启发超结构设计方法的设计原理、适用领域与优化方向,针对逆向设计分析了各类优化算法与学习算法近年在力学超结构领域取得的进展与存在的问题;最后,对开放性问题与未来挑战进行了总结.

关键词: 力学超结构; 点阵结构; 折纸; 极小曲面; 逆向设计; 机器学习
中图分类号: O347 **文献标志码:** A **DOI:** 10.21656/1000-0887.450106

A Review of Design Methods for Mechanical Metastructures

YAO Qian^{1,2}, YANG Zhao^{1,2}, WANG Xin², ZHAI Zhi¹,
LI Zhen², GENG Xinyu², LI Bingyang², WANG Pengfei²

(1. *Space Intelligent Manufacturing Research Center, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, P.R.China;*
2. *Advanced Materials and Energy Center, China Academy of Aerospace Science and Innovation, Beijing 100088, P.R.China*)

Abstract: Mechanical metastructures have superior mechanical properties coming from the topology of specially designed representative elements, and have attracted wide attention due to their mathematical basis, super-normal features and broad applications. To optimize the design procedure, grasp the future trends and promote the interdisciplinary innovation, the fundamental design concepts and research advancements of mechanical metastructures were reviewed. First, the design methods for mechanical metastructures were classified based on the forward and inverse design concepts. Second, within the forward design category, the principles, applicable fields, and optimization directions of periodic superstructures, surface defect superstructures, and mathematical model-based superstructures were discussed. For the reverse design category, the progresses and ex-

* 收稿日期: 2024-04-19; 修订日期: 2024-06-19

基金项目: 国家自然科学基金(U22B2013;12402407);北京市科技新星项目(20230484287)

作者简介: 姚谦(2000—),女,博士生(E-mail: fairy157367146@stu.xjtu.edu.cn);

王昕(1994—),男,工程师,博士(通讯作者. E-mail: wxtj_9449@163.com);

王鹏飞(1985—),男,研究员,博士(通讯作者. E-mail: hvhe@163.com).

引用格式: 姚谦, 杨钊, 王昕, 翟智, 李振, 耿新宇, 李秉洋, 王鹏飞. 力学超结构设计方法研究进展[J]. 应用数学和力学, 2024, 45(8): 974-1000.

isting problems in the application of optimization algorithms and learning algorithms in the field of mechanical metastructures were analyzed, with future challenges and open issues concluded.

Key words: mechanical metastructure; lattice structure; origami; TPMS; inverse design; machine learning

0 引 言

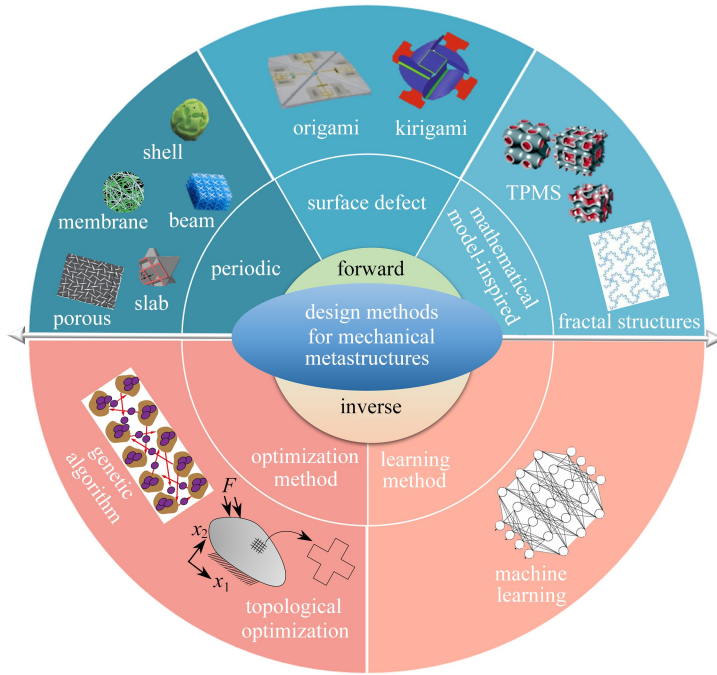
力学超材料(mechanical metamaterials)是具有超常力学性质的人工微结构,其宏观性能取决于几何结构而非材料本征参数,其单元特征尺寸范围在十几纳米到几百微米间^[1],整体尺寸在厘米级及以上.力学超结构(mechanical metastructures)是移植到结构设计中的超材料概念^[2],其单元特征尺寸得以扩充到米级,有效地实现了弹性模量、剪切模量、体积模量与 Poisson 比等材料力学特性的调控^[1-15].近二十年来,有关力学超结构理论、设计和实验验证等工作雨后春笋般涌现,工程应用需求牵引着设计方法的变革,从结构出发推导性能的正向设计方法得到极大扩充,基于期望的性能反演结构几何特征的逆向设计方法也蓬勃发展,整体上超结构发展呈现出数字化、信息化、智能化、集成化等趋势^[3].

力学超材料和超结构的设计理念已经引发了材料科学和工程领域的一场革命.这些材料通过精确设计的微观结构展现出独特的宏观力学性能,为解决传统材料无法克服的工程挑战提供了新的可能性.然而,尽管在力学超材料的基础理论和特性探索方面取得了显著进展,将这些理论成果转化为满足具体工程需求的实际应用,仍面临着重大挑战.已经发表的关于力学超材料与超结构设计的几篇专题评论,涵盖了力学超结构的数学基础与机理表征^[4]、超常特性^[5-9]、制造^[10-12]、多功能集成应用^[13-15]与人工智能驱动计算^[16]等方面,但在面向工程应用的力学超结构设计方法和工具方面,仍然缺少相关的专题论述,限制了超结构从理论到实践的转化工作.

超结构的主要设计目标是通过构建小规模结构拓扑产生所需的大规模结构特性,从特定的设计理念与方法出发进行研究,不仅对于建立微结构与大规模属性的预测关系很重要,而且在尝试解决与任何特定目标相关的实际逆问题时也是必要的,这是因为所有可能的微结构设计空间都太大和复杂,无法通过可行的计算方法进行现实探索.因此,有必要聚焦超结构设计理论与方法,将可能的设计空间限制在源于物理推理的结构类型上.

在结构设计领域,正向设计(forward design)和逆向设计(inverse design)是两种基本的设计方法,它们根据设计过程中信息流的方向和设计目标的确定性来进行区分.正向设计是从小规模结构的几何特征出发,通过设计规则和物理原理来预测和实现所需的宏观性能的设计过程,如:以均匀化理论为设计基础的周期性结构,包括点阵结构(lattice structure)、多孔结构(cellular structure)、泡沫结构(foam structure)等;由表面缺陷与拓扑特征诱发的非线性力学超结构,如折纸结构(origami)、剪纸结构(kirigami)等;以清晰的函数表达式为设计指导的数学模型启发结构,包括极小曲面函数指导的三重周期极小曲面结构(triple periodic minimal surface structure, TPMS)、递归函数指导的自相似分形结构(fractal structure)等.正向设计过程直观、易于理解和控制,但需要大量的经验和试错过程.逆向设计则是从期望的宏观性能出发逆向推导结构方案与设计参数,通常依赖于算法优化和计算模拟,如通过迭代搜索过程逼近问题最优解的优化算法和通过数据集学习规律和模式从而做出新决策的学习算法,力学超结构的逆向设计大大加速了广泛设计空间与高性能结构的探索,但需要复杂的算法设计和大量的计算资源.

本文旨在通过回顾近年来力学超结构的设计与应用,简明地将种类繁多的力学超结构按照设计方法进行了系统性的分类,包括正向设计方法与逆向设计方法(如图 1 所示),回顾了周期性结构、表面缺陷结构设计及数学模型启发结构的研究进展,列举了使用优化算法与学习算法的逆向设计案例,扼要地论述了每种类型力学超结构的基本设计理念与优化方向,并着重关注几何结构与超常力学性能的联系,提炼出具有概括性和普遍性的设计特征,从而为设计流程与计算工具的优化提供依据与启示,确定力学超结构未来趋势与潜在的跨学科创新.

图1 力学超结构设计方法^[1-15]Fig. 1 Design methods for mechanical metastructures^[1-15]

注 为了解释图中的颜色,读者可以参考本文的电子网页版本,后同。

1 正向设计方法

在力学超结构设计领域,正向设计方法作为传统的设计途径,其核心在于从基本的设计概念出发,通过系统化的方法逐步实现结构的详细设计。正向设计本质上是一种基于工程原理和科学方法的系统化设计过程,遵循需求分析、概念设计、参数定义、几何建模、性能评估、详细优化与设计验证的设计流程,设计者基于对自然规律的深刻理解,通过合理划分结构类型、精确定义结构特征以及有效控制结构的组织形式的方式实现对结构性能的直接和精确控制。本文根据正向设计中结构的几何特征将力学超结构划分为周期性结构、表面缺陷结构与数学模型启发结构,针对各类型结构分别介绍了其核心理念、设计原则、分析方法、优化策略与实际应用。

1.1 周期性超结构

周期性超结构(periodic metastructures)是一类通过规则重复单元格实现的特殊力学性能超结构^[14-16],如点阵结构、多孔结构等。这些结构分布均匀,具有轻质、高强和多功能等特点,精确控制单元的材料组成、几何构型、尺寸和排列方式进而优化其物理性能是实现周期性超结构正向设计的关键,本文从单元几何设计、构型方式、排列方式、材料组成与性能设计五个方面进行探讨。

从超结构的几何构型来看,周期性超结构单元包括拉伸梁结构、弯曲梁结构、平板结构、多孔曲壳结构与复合薄膜结构等,如图2所示。拉伸主导梁变形的单元包括八角体桁架、立方体、体心立方体、截断立方体、八面体等^[17-20],如图2(a)所示;弯曲主导梁变形的单元包括理想的开孔泡沫、Kelvin泡沫和截断八面体等^[17-20],如图2(b)所示;板与薄壳的超结构有效改善了结构应力分布具有达到最大同向刚度的潜力^[21-22],如图2(c)、2(d)所示;复合网格薄膜超结构相较于普通薄膜具有更高的拉伸强度、韧性、阻燃性和耐水性^[23],如图2(e)所示。这些结构由连续介质固体力学方法设计,基于经典理论人工设计的超结构单元从一维到三维构型逐渐丰富,采用拓扑结构、形状和参数优化设计技术在不同目标和约束条件下超结构的力学性能不断提升,更先进的超结构构型与设计方案也在不断提出。

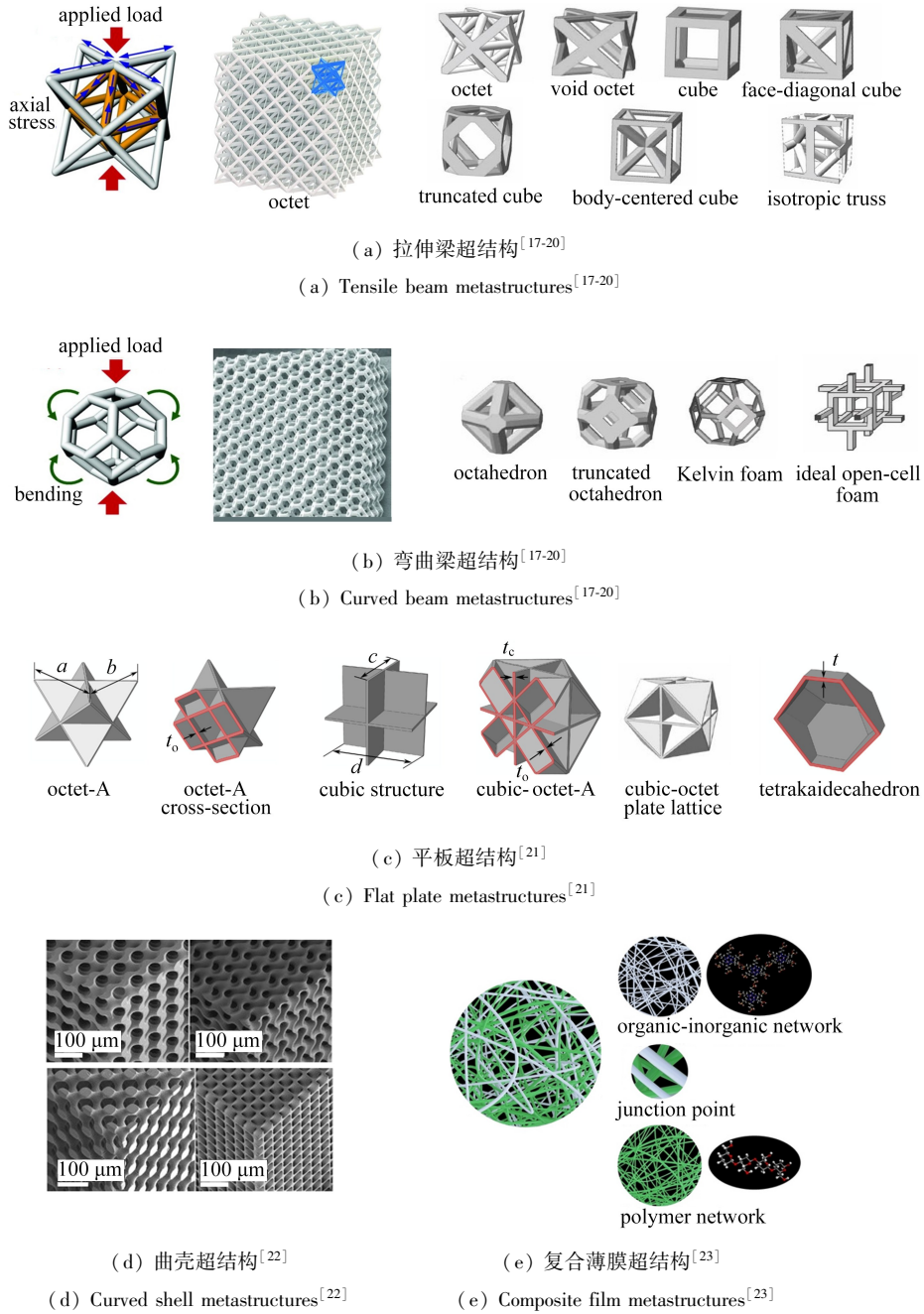


图 2 超结构基本单元

Fig. 2 Directly designed metastructures

从超结构单元的构型优化方案来看,力学超结构通过 3 种策略在细观尺度上对单元构型进行优化并产生新的单胞,即混杂策略、弯曲策略和增强策略,如图 3 所示.混杂设计是将现有的不同结构单元连接起来,形成新的结构,理论上任意构型通过材料补充都可以连接在一起,形成具有多种连接类型的新型混杂单元. Fu 等^[24]提出了一种通过将菱形嵌入到折返构型中来实现增强的负 Poisson 比超结构,如图 3(a)所示,数值结果表明其应力-应变曲线和横向应变-纵向应变曲线均具有双线弹性性能;Xu 等^[25]设计了具有六边形和折返组合构型的 AuxHex 超结构,如图 3(b)所示,具有更高的弹性模量和强度,同时在 x 方向的能量吸收能力增加了 38%.弯曲设计是将单胞中的结构改善为 U 型、V 型、球面等曲面结构,弯曲的双 V 型超结构^[26],波浪形多边形超结构^[27]等曲面设计有效改善了部分构型的弹性模量、压缩强度和比吸能特性等,如图 3(c)、3(d)所示.增强设计是通过人为增加一些加强支柱或局部增强结构来提高蜂窝结构的力学性能,包括调整单

元的厚度、改变接头的拓扑结构或增加额外的筋条与肋板等^[28-29],如图3(e)、3(f)所示.通过混杂、弯曲与增强优化的超结构在保留了原有单元特性的基础上,实现了性能强化与功能创新,大大拓展了超结构设计范围.

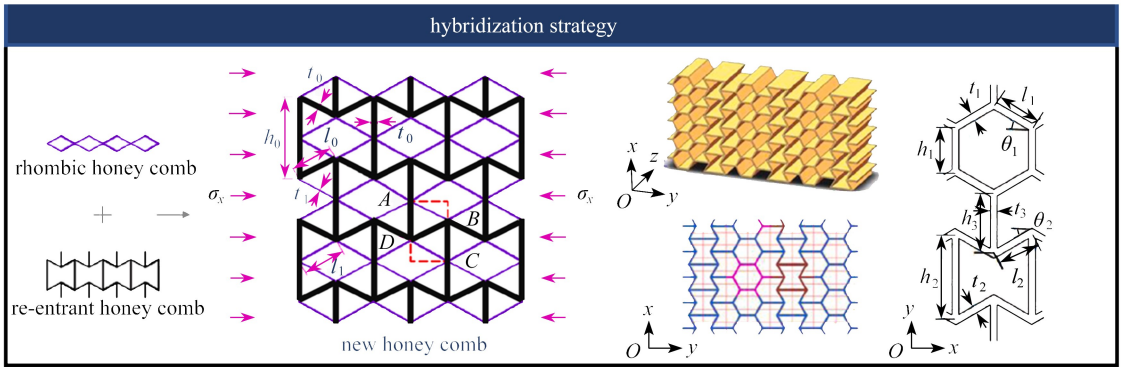
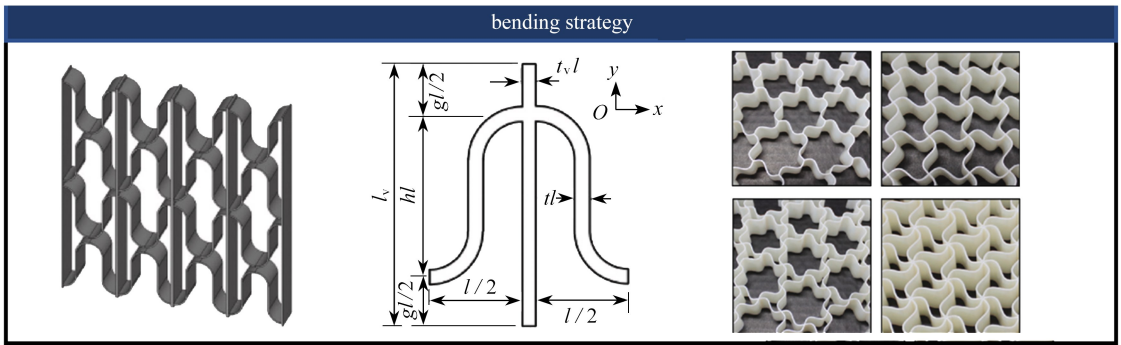
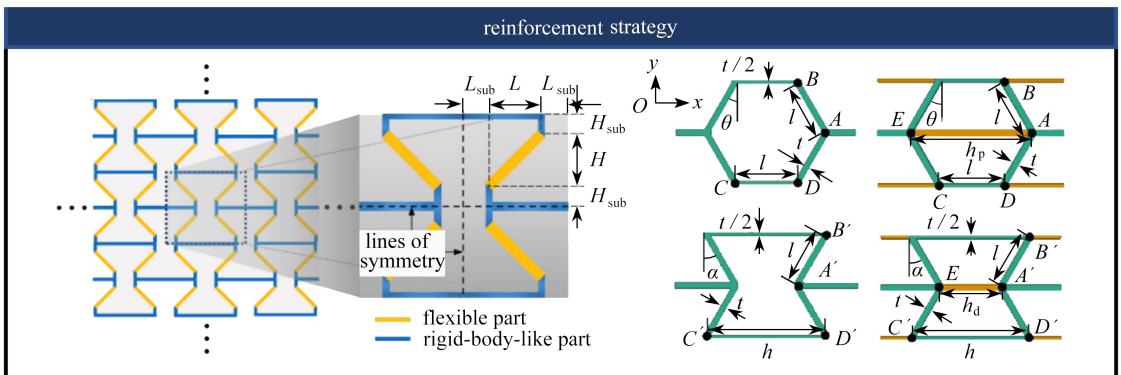
(a) 混杂设计的负 Poisson 比超结构^[24](b) 混杂设计的 AuxHex^[25](a) The negative Poisson's ratio metastructure by hybrid design^[24](b) The auxHex honeycomb by hybrid design^[25](c) 弯曲设计的双 V 型超结构^[26](d) 弯曲设计的多边波浪超结构^[27](c) The double V-shaped metastructure by curved design^[26](d) The multilateral wave metastructure by curved design^[27](e) 增强设计的负 Poisson 比超结构^[28](f) 增强设计的 Poisson 比可调超结构^[29](e) The negative Poisson's ratio metastructure by enhanced design^[28](f) The adjustable Poisson's ratio superstructure by enhanced design^[29]

图3 超结构基本单元构型优化

Fig. 3 Optimization of the configurations of the metastructures

从超结构单元的排列方式来看,力学超结构的宏观尺度设计可以归纳为3种策略,即分层策略、梯度策略与无序策略^[30-31].图4显示了3种设计策略下超结构的力学性能提升情况.分层策略根据小尺度构型的不同位置可分为基于顶点、基于边界、手性分层3种类型,如图4(a)所示.其中手性分层的单元镜面不对称排列被广泛研究^[32],大量研究证明分层策略对力学超结构性能强化效果显著,如图4(b)所示,这是因为

不同层次参数改变应力波的局部动态演化从而导致不同尺度的变形模式实现性能强化.另外由于分层级设计的超结构可以实现跨尺度的结构设计,将不同性能的多尺度结构单元可控一体化集成并实现多功能设计,有望成为未来有发展前景的研究方向.梯度策略的概念是通过人为有规律地构建不同构型、不同材料、不同设计参数与不同层次结构的超结构单元来组成新的超结构^[30-31],单胞的梯度布局方向依据线性、载荷方向,甚至是圆形的与不规则的,如图 4(c)所示.采用梯度设计策略可以显著提高超结构模量、强度与能量吸收率^[30-31],如图 4(d)所示.

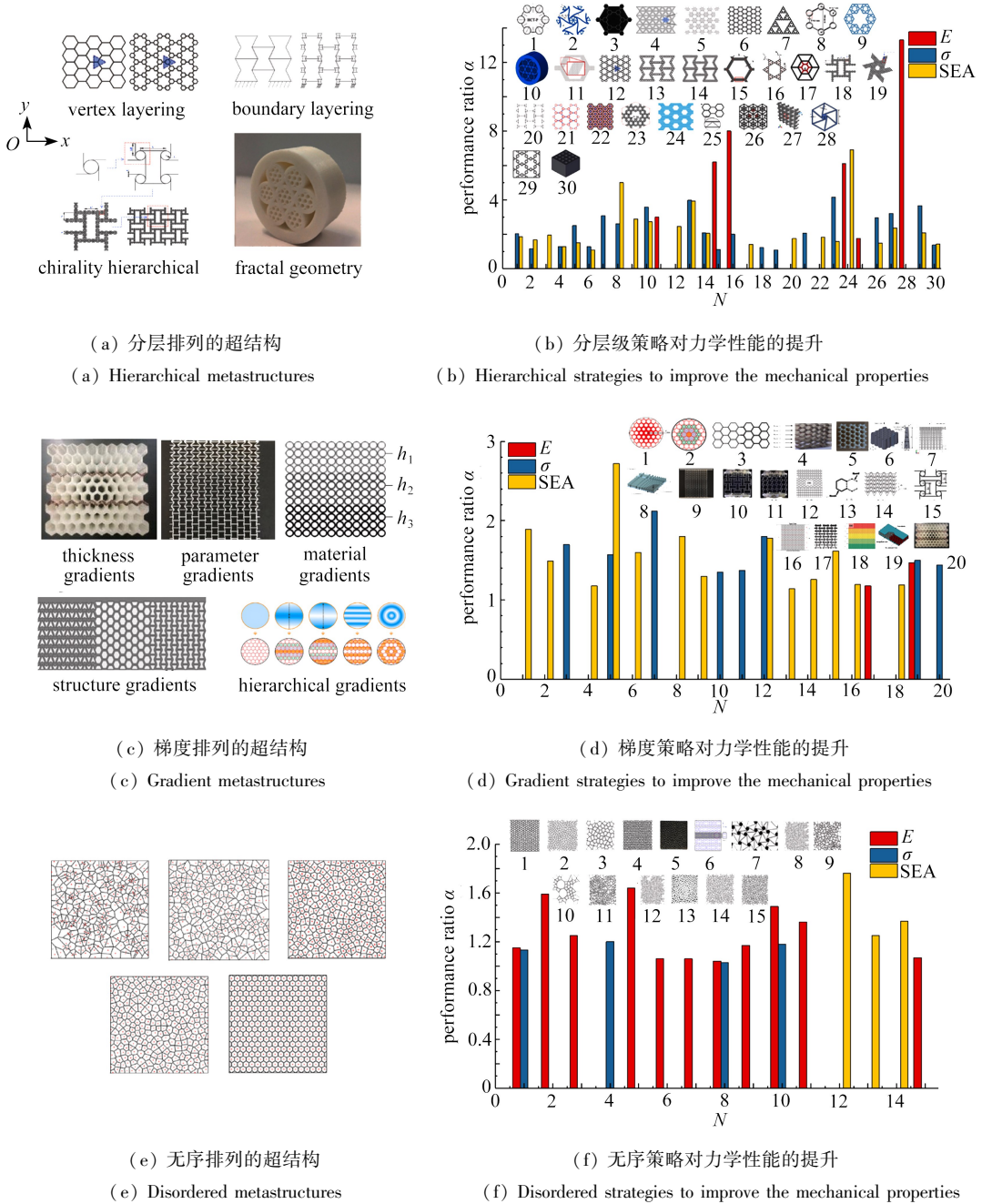


图 4 超结构单元排列方式^[30-31]

Fig. 4 Arrangements of metastructures^[30-31]

但是,目前梯度设计模型多以经验构造与实验表征为主,缺乏统一的理论框架,其挑战在于建立相应多个结构梯度的塑性应变梯度与应力之间强非线性耦合计算模型.无序策略通过使用不规则的单元形状与随机排列的单元构型参数独立控制超结构力学性能^[30-31],即存在局部无序而整体上存在重复的模式,仍然可以使用均匀化理论预测结构性能,如图 4(e)所示.无序力学超结构具有介于完美晶格和完全无序之间的一

种全新的物质状态,这类超结构在长程范围内表现出无密度涨落的特点,使用统计方法计量随机程度与超结构力学性能的关系可能会降低某些力学性能,但显著地扩大了参数设计范围,为力学超结构设计开辟了新的方向,如图4(f)所示.尽管无序力学超结构的研究取得了大量进展,但在实现精确的无序结构控制和功能集成方面仍存在挑战,需要更先进的制造技术和理论模型来提高结构性能的稳定性和可预测性.

超结构单元组织排列设计极大地丰富了超结构体系,扩展了超结构设计空间,在应用对象与应用场景上越来越具有针对性.对单元排列方式的深入理解和有效控制是实现超结构性能优化和功能扩展的有效手段,通过发展理论模型和计算方法以精确描述和预测不同排列策略对力学性能的影响、探索先进的制造技术以实现复杂排列结构的精确构建、深入研究无序排列带来的新物理现象和性能以及应用,力学超结构的设计和应用将更加精准和高效,为材料科学和工程技术的进步提供强有力的支持.

从超结构的材料组成来看,多相超结构是指由两种或多种材料共同参与构建形成的超结构^[33],与广泛研究的单相超结构相比,多相超结构涉及两种或两种以上材料的协同构建,不仅增加了设计的复杂度,也提高了制造难度,导致其在实际应用中的普及度相对较低.理论上,单相超结构的应用场景也适用于多相超结构,通过合理的材料分布设计可以实现单相超结构所有的超常性能,如负刚度^[34]、负压缩性^[35]、五模^[36]与负 Poisson 比^[37]等,如图5(a)—5(d)所示,正确选择和设计不同材料通常有助于提高力学性能.除对普通材料的组合创新外,智能材料的引入也为多相超结构进入智能化应用提供了可行方向.

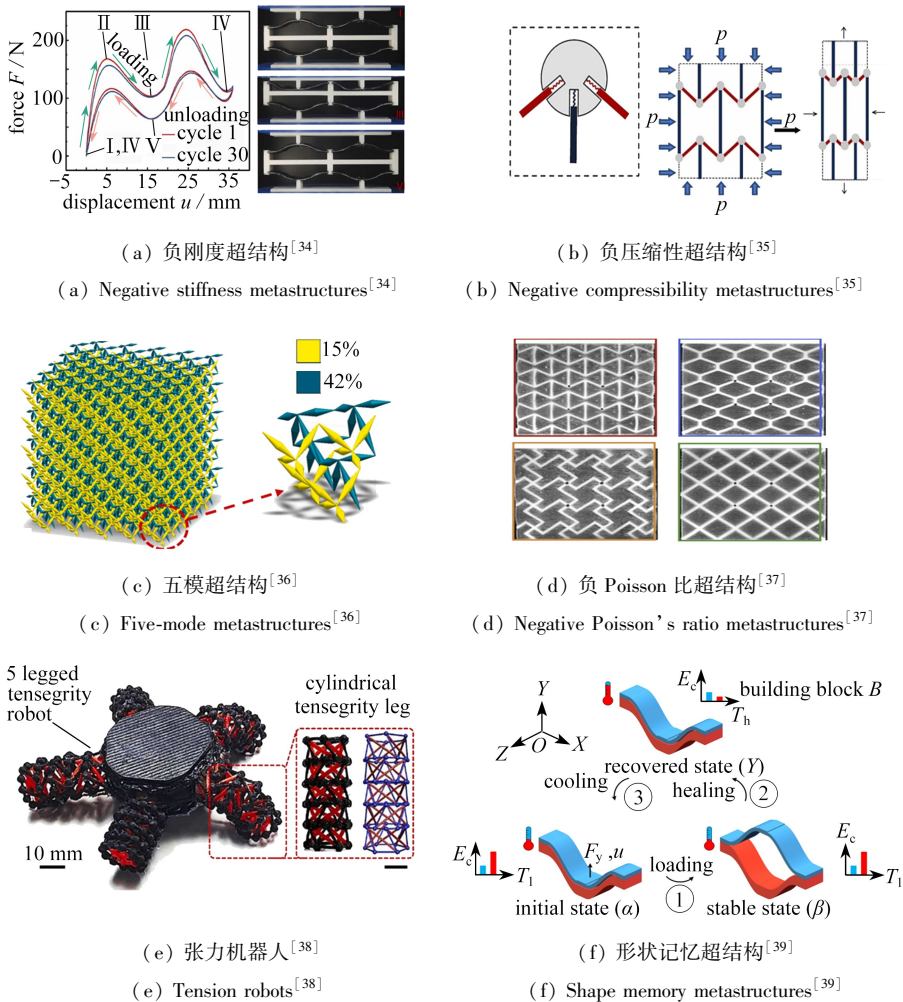


图5 多相超结构及其应用

Fig. 5 Multiphase metastructures and applications

Lee 等^[38]借助协调的柔性元件与刚性元件,在不进行额外组装过程的情况下,实现了由磁性肌腱与张力结构组成的机器人,可以向任意方向行走且具有系统级力学编程能力,如图5(e)所示.Yang 等^[39]利用两

种不依赖于形状记忆效应的热稳定材料与热膨胀材料,设计了一种形状记忆超结构,其形状重构和快速恢复完全受载荷和温度变化的控制,如图 5(f)所示.Ji 等^[40]使用形状记忆聚合物和 4D 打印技术设计了一种形状可重构、自展开、机械可调 and 可重复使用的智能折返超结构,实现了局部变形和应力-应变曲线的可控性和选择性.多相力学超结构与使用功能材料的超结构的研究首先需要解决的问题是,如何实现不同材料的有效整合和性能协同,这涉及对材料界面特性的深入理解以及对材料分布和结构设计的精确控制.

从超结构的性能来看,过去的力学超结构设计主要为调控几个基本属性参数与关系,如体积模量、剪切模量等.近年来,对超结构的性能追求出现几个趋势:一是设计阶段由定性获得超常规物理性能到定量设计性能参数,即可编程性(programmability).这意味着研究者们不再仅仅满足于创造出具有非常规性能的材料,而是开始追求能够精确控制和调节这些性能参数的能力,如可编程刚度超结构使得材料的刚度可以根据需要进行精确的调节^[41-42],从而适应复杂的应用场景和工作条件.二是应用阶段通过主动或被动变构来主动调控性能以适应环境,即可调控性(tunability).通过主动或被动的变构机制响应外部温度、压力、电磁场等刺激,从而主动地调整其性能以适应环境变化,如热变形自适应超结构根据温度变化调整自身的形状和尺寸实现对热应力的有效管理^[43].三是从单一领域应用的超结构推广到同时满足多领域复合要求的超结构,如同时具有力学负 Poisson 比和热学负热膨胀特性的双负超结构^[44],即多功能性.四是由具体的特性参数需求到更加抽象的功能需求,即面向功能设计,如 Yang 等^[39]在可重构单元中利用两种不具有形状记忆效应的聚合材料的本构温度相关模量的不匹配设计出具有形状记忆响应的超结构,实现了力学超结构的可顺序编程多稳态、超弹性、巨大的热变形和形状记忆能力.综上所述,力学超结构的性能追求呈现出由单一性能调控向多性能、多功能、可调控和面向功能的综合发展,这些趋势不仅反映了科学技术的进步,也体现了工程技术对于材料性能的多样化和高度集成需求.

总的来看,周期性力学超结构以其独特的设计和性能在现代工程和材料科学中占有重要地位.这些超结构通过精确控制单元格的几何构型、材料组成、尺寸、排列方式以及优化策略,实现了宏观物理性能的显著提升.通过对单元构型采用混杂、弯曲和增强等优化策略,力学超结构不仅在原有特性上实现了性能强化,同时也开拓了功能创新的可能性.而超结构单元的排列方式,包括分层级、梯度和无序策略,进一步丰富了设计的多样性,使得超结构能够更加针对性地适应不同的应用需求.在材料组成方面,多相超结构的引入为力学超结构增加了更多的设计维度和功能性,尽管这带来了更高的设计和制造复杂性.智能材料的应用,如形状记忆聚合物,为超结构的智能化和自适应性能提供了新的方向.最终,力学超结构的性能追求已经从单一的基本属性调控,发展到多性能、多功能、可调控和面向功能的综合发展,这反映了工程技术对材料性能多样化和高度集成的需求.随着理论模型的完善、计算方法的发展以及先进制造技术的实现,力学超结构的设计和应用将不断进步,为未来的材料科学和工程技术提供强大的支持和创新动力.

1.2 表面缺陷超结构

在超结构设计领域,人为制造的表面缺陷如褶皱、刻痕、缺口以及其他类似的非理想结构特征可以显著改变材料的应力分布、变形模式和破坏机制,从而诱发非线性力学行为,如屈曲和后屈曲行为、多稳态行为、能量吸收与耗散特性、分叉和失稳现象,以及非线性振动模式等^[45],为结构设计和分析带来新的挑战与机遇.

折纸超结构泛指一切将二维薄片不粘合、不裁剪按照折痕图(crease pattern)折叠形成的三维结构^[45],自顶向下的折纸设计理念为折纸结构的三维快速成型提供了简便的设计方式,其广阔的设计空间、丰富的变形模式、超常的力学特性使其成为可展结构研究热点.折纸结构的基本术语有包括谷折(valley fold)、山折(mountain fold)、折面(face)、顶点(vertex)等,如图 6 所示.谷折是向下折叠使折叠部分形成山谷形状的折痕,山折是向上折叠使折叠部分形成山峰形状的折痕,折面是由折痕包围的平面,折面是构成三维折叠结构的主体部分,工程应用中通常不允许发生弯曲、扭转等变形.

对折纸结构的理论研究集中在折痕图与三维构型设计与力学性能分析,常见的构型有 Z 型、单顶点多折痕、Miura-ori、waterbomb、Yoshimura、Flashe 和 Kresling^[45],用于折纸设计的参数图形软件有 TreeMaker、Origamizer、Rigid Origami Simulator 和 E-origami 等^[46],通过这些软件可以快速实现折痕图到空间结构的转换.

对折纸超结构的动力学研究方法主要包括：基于模型的动力学分析方法（如空间桁架等效动力学模型、非线性弹簧等效动力学模型、基于广义 Hamilton 原理的等效动力学模型和数据驱动动力学模型）、有限元计算方法和动力学实验方法等^[47]。折纸结构按折面是否发生变形可分为刚性折纸与非刚性折纸，刚性折纸结构可以在展开状态和完全折叠状态间连续变化，且折展过程中折面不屈曲、折痕顶点不移位、折叠过程中不发生物理干涉，设计过程将折痕视为无摩擦的铰链。非刚性折纸允许折面变形，具有复杂的折叠形式和多样几何构型。通过对微观结构参数的精确调整和优化设计折纸超结构表现出大量非凡物理性质，如多重稳定性^[48]、可编程刚度^[49]、准零刚度^[50]、自锁^[51]和拓扑机械相位^[52]等，如图 7 所示，其突出的空间变拓扑能力被用来设计多种性能卓越的力学超结构。

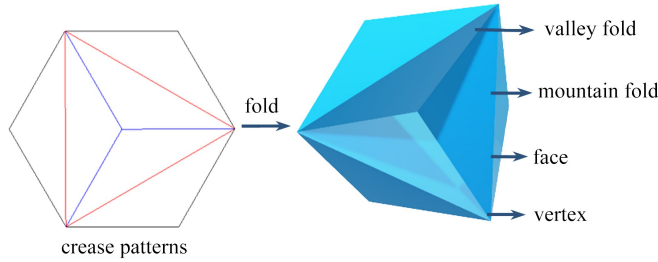


图 6 折纸结构基本术语

Fig. 6 Origami structure basic terms

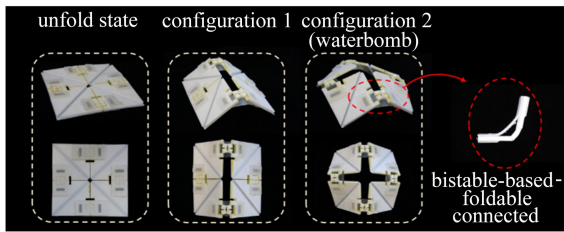
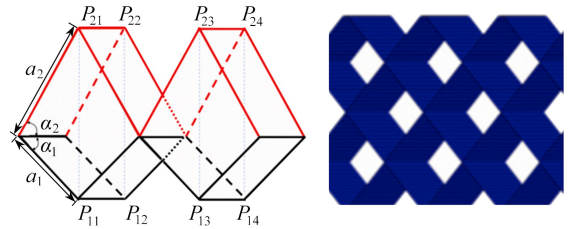
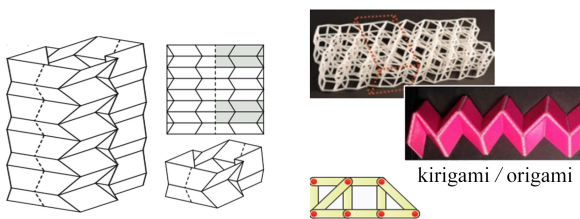
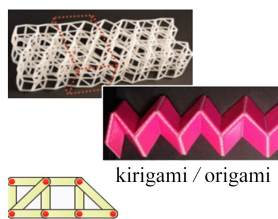
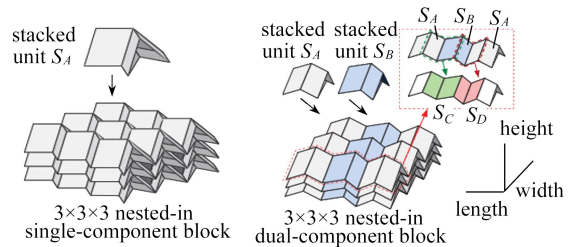
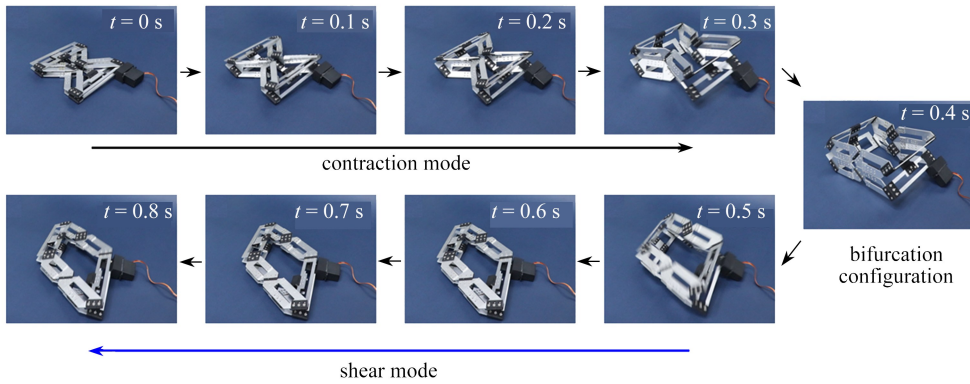
(a) 双稳态 Waterbomb 逻辑门^[48](a) Bistable logic gates^[48](b) 折叠诱发的可编程刚度^[49](b) Fold-induced programmable stiffness^[49](c) 准零刚度^[50](c) Quasi-zero stiffness^[50](d) G-4 折纸自锁^[51](d) G-4 origami self-locking^[51](e) 拓扑机械相位^[52](e) Topological mechanical phase^[52]

图 7 折纸超结构的特殊性质

Fig. 7 Special properties of origami metastructures

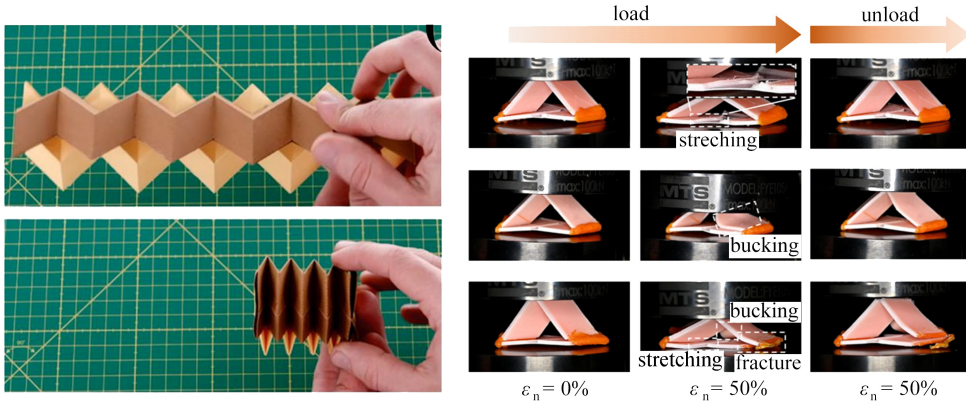
对折纸结构的应用研究，正逐渐深入到技术实用性的探索中，特别是在折展设备的研发上取得了显著进展。刚性折纸结构的设计原理在于其变形主要集中在折痕处，而成型后的结构能够最大限度地保持材料的原始刚性。这种特性使得刚性折纸结构在稳定性和可编程性方面具有显著优势，能够通过精确控制弯曲和铰接能量的关系来设计出多样化的超结构。Liu 等^[53]将厚板理论与切割相结合应用于具有多个分叉路径的折纸管，构建可以在两种所需形态之间精确分叉的厚板折纸管，证明了厚板折纸管在运动学上等同于其零厚度形式具有一自由度 (DOF)，制造了通过单个执行器实现可靠的分岔控制的厚板折纸超材料，如图 8(a) 所示；Filipov 等^[54]引入了一种以拉链方式将折纸管组装成“zipper”耦合管的新方法，使片材在拉伸、压缩和剪切中啮合，产生了异常大的特征值带隙，将折纸刚度提高了两个数量级，如图 8(b) 所示；Ye 等^[55]通过单熔融沉

积建模多材料 3D 打印机直接打印厚板折纸,用高度可拉伸的软部件包裹和连接刚性面板开发一种 3D 自锁厚板折纸结构,使折纸结构能够支撑超过其自身重量 11 000 倍的负载,并承受 100 多个 40% 压缩应变的循环,如图 8(c) 所示;Wang 等^[56]提出了一种连续纤维增强复合材料 4D 打印折纸的精确部署控制策略,制造了电-热-机械多物理场仿真模型指导的智能复合材料电控驱动样机,拓宽了折纸的实际工程应用,如图 8(d) 所示.这些成果表明,在折纸结构各类可变形设备研发中具有巨大的潜力和价值.随着材料科学、制造技术以及控制理论的不 断进步,预计未来折纸结构将在空间结构、可穿戴设备、生物医学工程以及软体机器人等领域发挥更加重要的作用.同时,这也为力学超结构设计提供了新的设计思路 and 实现途径,推动了对传统结构设计方法的创新和突破.



(a) 基于堆叠折纸管的可重构厚板结构^[53]

(a) Reconfigurable thick-panel structures based on a stacked origami tube^[53]

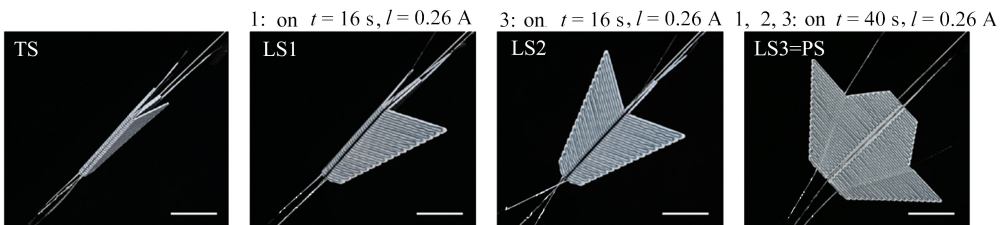


(b) 高刚度、可重构的“zipper”耦合管^[54]

(b) Origami tubes assembled into stiff, yet reconfigurable structures^[54]

(c) 多材料 3D 打印自锁厚板折纸超材料^[55]

(c) Multimaterial 3D printed self-locking thick-panel origami metamaterials^[55]



(d) Miura 纤维增强电热折纸^[56]

(d) Electrothermally controlled origami fabricated by 4D printing of continuous fiber-reinforced composites^[56]

图 8 刚性折纸结构工程应用

Fig. 8 Engineering applications of stiff origami metastructures

剪纸结构是二维结构通过切割或雕刻后再经拉伸、折叠或其他外部刺激形成的三维结构^[57],切割有助于在整个结构中实现施加载荷的特定分配^[58],通过剪纸结构非线性机械屈曲弹性结构的三维几何形状可以实现不同的变形模式,具有许多更复杂的可调特性,如图9(a)所示.Tang等^[59]以正方形为特例的实心矩形切割单元,通过切割单元的刚性旋转实现了极致的拉伸性,使用不可拉伸复印纸和高度可拉伸硅橡胶的实验证明了该剪纸超结构可以实现81%的极端压缩变形,如图9(b)所示;Hwang等^[60]使用大切口和小切口混合模式引入边界条件和非棱柱梁以实现高度可调的机械响应,与单个切口模式相比这种方法将刚度降低了30倍,同时实现了高达750%的极限应变,如图9(c)所示;Sussman等^[61]通过排列晶格离散缺陷阵列并选择适当的褶皱模式设计出目标阶梯表面,实现了一定曲率范围内的 Gauss 曲面拟合,如图9(d)所示。

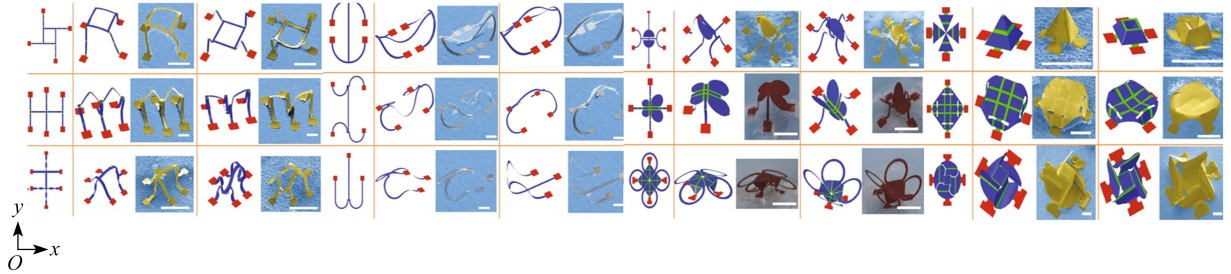
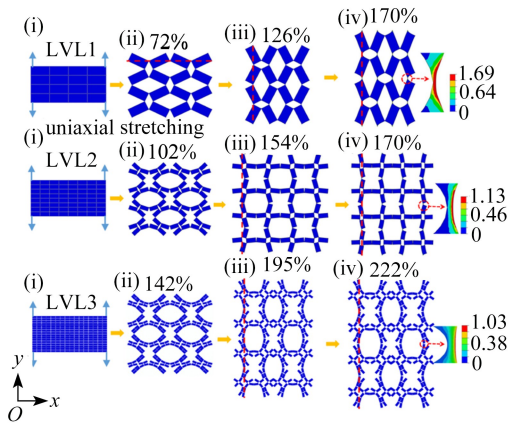
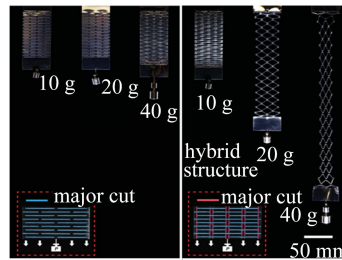
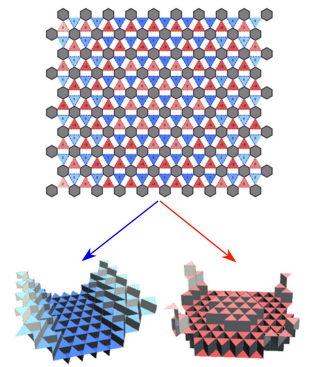
(a) 带状剪纸结构^[58](a) Ribbon-shaped kirigami^[58](b) 矩形剪纸结构^[59](b) Rectangular kirigami^[59](c) 双层切口剪纸结构^[60](c) Double-layer cut-out kirigami^[60](d) 六晶格剪纸结构^[61](d) Six-lattice kirigami^[61]

图9 剪纸超结构

Fig. 9 Kirigami metastructures

折纸和剪纸超结构代表了一种创新的设计范式,它们通过内部微结构的连续变形来实现宏观尺度上的大变形,从而在不改变材料本质属性的前提下调控力学性能的演化.折纸/剪纸超结构展现出了一系列独特的力学特性,包括可调节的 Poisson 比、可转变的稳态、非线性刚度以及可变模量、尺度无关性和组分无关性等^[52],可以用于探索高度复杂的结构.折纸/剪纸超结构的设计原理允许预编程的变形路径和力学响应,可以成功地取代传统自组装设计^[62],在可穿戴电子设备^[63]、人造肌肉、望远镜或空间结构中的太阳能电池阵列、自主机器人以及传感器、天线和执行器等领域具有巨大应用前景^[64],折纸/剪纸超结构的引入不仅能够提高设备的性能,还能够在设计和制造过程中引入新的概念和方法,推动相关领域的技术进步和创新。

总的来说,折纸/剪纸超结构属于一个新兴的研究方向,相关的基础研究及应用研究尚不系统和完善,目前面向应用的研究大多还停留在概念设计阶段,包括对新型折纸/剪纸结构的构想、可行性分析以及原型制作.为了将这些概念设计转化为实际应用,亟须发展新的设计理论和工具以支持复杂和高效的折纸/剪纸结构设计,关键问题是对结构的几何形态、折叠机制和变形路径的创新以及对新材料和制造技术的整合应用;考虑到实际应用中材料的厚度与特性,研究如何将折纸/剪纸技术应用于具体工程,并优化其力学性能和折

展特性;开发精确的动力学模型和仿真工具预测和分析这些折纸/剪纸在动态环境下的行为,提升其可靠性;将智能化功能集成到折纸/剪纸超结构中,实现自适应调节和控制以扩展其应用范围和性能。

1.3 数学模型启发超结构

由数学模型启发的力学超结构是一类以数学函数和几何形态为基础,通过精确的几何设计实现独特力学性能的超结构。这些结构包括由最小曲面函数建立的 TPMS^[65] 和与自相似递归函数建立的分形结构^[66] 等。它们通过数学上的严格性和美学性,展现出在力学上的高刚度与损伤容忍,适用于高度定制化和创新的工程应用。

TPMS 是一种复杂的 3D 数学定义曲面^[65],具有拓扑均匀性和零平均曲率。TPMS 超结构由 TPMS 函数表建立,继承其高表面积比、全连通性、高平滑度和可控性。目前广泛研究的 TPMS 包括 primitive (P)、gyroid (G)、diamond (D)、I-wrapped package (IWP)、Fischer-Kock (FK)、Neovius (N)、I-Y 和 F-rhombic dodecahedra (FRD) lattices 共 8 种类型,如图 10 所示。针对这 8 种曲面的超结构性能优化方法包括两种:第一种是通过加厚最小表面实现基于片状的 TPMS 结构,这种方法能够强化结构力学性能,保持均匀性;其次是通过填充被最小表面包围的固体体积实现 TPMS 骨架结构,这种结构不仅避免尖锐的角和边缘带来的应力集中现象,而且在三维空间中展现出高度的周期性,有助于实现更为复杂的功能。TPMS 超结构具有卓越的机械能吸收特性、数学上可控的孔径、散热、巨大的表面积、高刚度重量比和相互连接的孔隙率,可广泛应用于结构工程、组织工程、抗爆夹层结构和生物监测传感器^[65],针对 TPMS 超结构的拓扑性质探索与性能模拟问题涉及多个学科方向,需要跨学科的合作和技术创新。

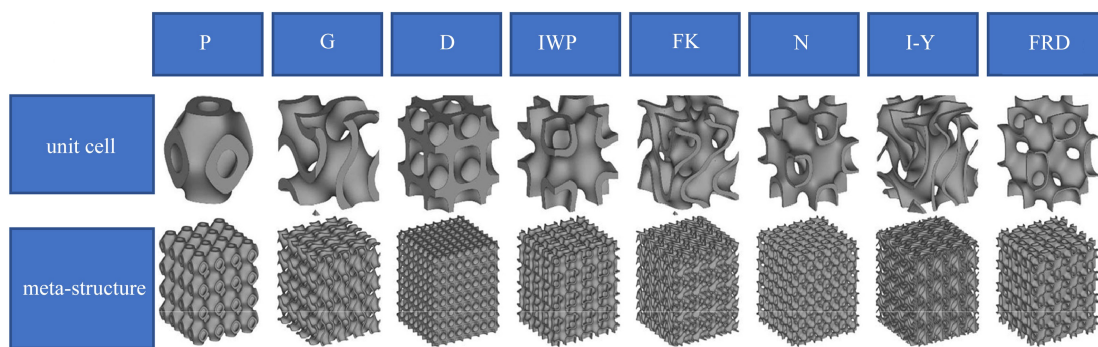


图 10 TPMS 超结构^[65]

Fig. 10 Metastructures based on triple periodic minimum surface (TPMS) ^[65]

分形结构用递归关系描述分形结构产生的递归过程,用维数描述分形结构的不规则程度,是一种典型的多级复合结构^[66]。分形几何因其独特的自相似性、跨尺度对称性和非整数维度特性,在力学超结构中展现出广泛的应用潜力,被用于设计具有特殊力学性能的材料,如提高材料的刚度、强度和能量吸收能力^[66], Meza 等^[67]通过分形结构实现了载荷转移,有效提升了结构的可恢复性,保障结构在极端机械环境下具有稳定性。同时,分形结构具有较高的空间利用率,相比于简单几何形状,分形结构通过蜿蜒的方式填满平面,提升有效结构的数量,减小整体尺寸,实现小型化^[68]。分形几何超结构已被广泛应用于柔性电子、软体机器人、生物医学工程以及航空航天等诸多领域,其带来的优势也日益彰显,但目前分形结构的数据库还不够完善,未来需要针对不同领域提出更具有物理意义的数学参数,使得分形结构的探讨不仅仅局限于级数,在设计 and 选择分形结构时能有效提升效率,针对性地解决问题。另外,由于分形结构可以实现跨尺度的结构设计,将不同性能的多尺度结构单元可控一体化集成并实现多功能设计,有望成为未来有发展前景的研究方向。

以 TPMS 与分形几何超结构为代表的数学模型启发的力学超结构作为领域内的一个前沿且活跃的研究方向,以其独特的几何形态和数学定义,实现了对力学性能的精确控制和优化。TPMS 结构以其高表面积比和全连通性,在结构工程和生物监测传感器等领域展现出卓越的性能;而分形结构则利用其自相似性和跨尺度特性,为柔性电子和软体机器人等领域提供了创新解决方案。尽管在设计和制造上面临挑战,如几何形态的复杂性和对新材料及制造技术的整合需求,但数学模型启发的力学超结构在提升设计效率、实现功能集成以及跨尺度结构设计方面展现出巨大潜力,预示着在智能材料和结构系统发展中将扮演关键角色,随着跨学科研究的深入和相关技术的进步,这些超结构有望在多个工程领域实现突破性应用,推动力学超材料向更高功

能化和智能化的方向发展。

总的来看,力学超结构的主要设计目标是通过构建小规模结构拓扑产生所需的大规模超常力学特性。因此该领域研究人员面临的关键科学问题是:如何精确地、数学地掌握结构拓扑与超常力学特性的关系?不幸的是,这个问题没有一个唯一的答案,也没有一个通用的统一方案可以使人们掌握目前为止发现的超结构的所有行为。事实上,研究人员经常提出新的结构拓扑突破已有的结构类型与设计流程,这些发展使该领域变得更加有趣和活跃。过去数十年间,正向设计的力学超结构飞速发展,在机器人、生物医学工程、柔性电子、航空航天等诸多领域展现出优势,然而正向设计超结构也面临着一系列科学问题,包括如何高效地处理复杂结构设计参数的爆炸性增长、如何在设计阶段准确预测结构在实际工作条件下的性能以及如何实现设计与制造过程的无缝对接。这些问题的解决需要跨学科的合作,涉及力学、材料科学、计算机科学和工程制造等多个领域。总结而言,正向设计超结构是一个充满挑战和机遇的领域。它不仅要求设计者具备深厚的专业知识和创新能力,还需要不断地探索和融合新兴技术。随着研究的深入和技术的发展,未来的超结构设计将更加智能化、个性化,能够满足多样化和复杂化的应用需求,为材料科学和工程技术的进步提供强有力的支持。

2 逆向设计方法

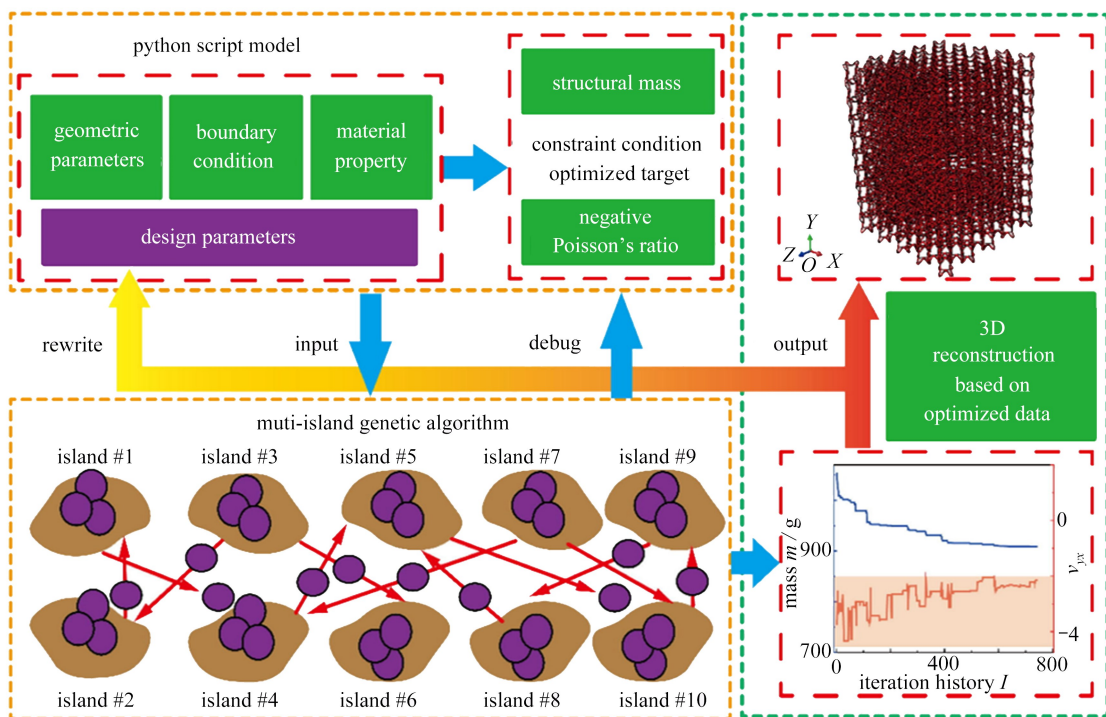
传统的力学超结构正向设计方法有依赖直觉和经验的局限性,随着力学超结构与算法研究的深度融合,通过建立超结构几何参数与物理响应(目标性能)之间的映射关系以加速设计过程的逆向设计越来越受到研究人员的青睐。在设计方法层面,力学超结构的逆向设计本质上是各类优化方法在结构设计领域的应用,将性能作为优化目标逆向求解结构参数或几何模型,以期实现超结构的性能最优化和创新构型设计。本文按照不同算法在求解问题类型、数据需求、迭代过程以及结果形式等方面的差异,将力学超结构逆向设计方法分为优化算法和学习算法两类,并分别选取两个类别中当前应用较为广泛的算法进行介绍。其中,优化算法列举了遗传算法和拓扑优化;学习算法介绍了几种机器学习算法,下面将分别介绍其基本原理和在超结构逆向设计领域的研究进展。

2.1 优化算法

优化算法的特征是依赖于数学优化理论,通过迭代搜索过程来逼近问题的最优解,解决的是确定性问题,对数据量要求较小,结果通常是具体的解或解决方案。其中,遗传算法(genetic algorithm, GA)是力学超结构逆向设计中应用十分广泛的一种优化算法,通过模拟自然界生物进化过程进行随机搜索和优化^[69-71],由美国科学家 John Holland 于 20 世纪 70 年代提出。遗传算法的核心思想源于达尔文的生物进化论,基本原理为“物竞天择,适者生存”^[72]。遗传算法的基本流程包括:编码、初始化、适应度评估、选择、交叉、变异和解码。首先将问题的解表示为染色体,并对其进行编码,然后使用随机生成等方法形成初始种群,在每一代的演化过程中,根据适应度函数对个体进行评估,保留适应度较高的个体,之后通过交叉和变异算子对个体进行更新,最后通过解码过程获取优化问题的解^[73]。

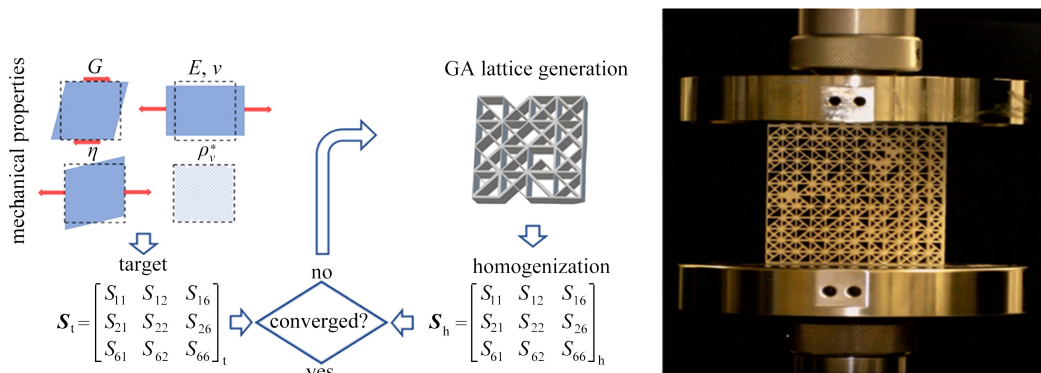
目前,已有许多研究工作通过遗传算法来逆向设计力学超结构。2021年,Wang等^[74]基于遗传算法对负 Poisson 比蜂窝超结构进行逆向设计,将蜂窝结构的 Poisson 比和质量分别作为约束条件,得到了受约束下的最小质量及最大 Poisson 比的蜂窝超结构(图 11(a)),表明利用遗传算法的参数优化可以避免局部解的出现,在阵列型立方体结构的逆向设计中具有很好的效果。2022年,Dos等^[75]将渐近均匀化方法与遗传算法相结合,提出了一种可得到目标结构宏观尺度弹性模量、剪切模量、Poisson 比和法向剪切应变耦合性能的晶格结构逆向设计方法(图 11(b)),具有用于设计轻质、各向同/异性结构的潜力。Dong等^[76]通过人工神经网络与遗传算法相结合,逆向设计了一种手性超结构(图 11(c)),根据有限元仿真结果训练人工神经网络模型,优化后的结构具有良好的应力分布、能量吸收和抗屈曲性。2023年,Liu等^[77]基于遗传算法研究了不同力学超结构胞元的力学性能(等效弹性模量和等效 Poisson 比)与结构参数的关系(图 11(d)),该方法具有应用于具有高维离散设计参数的超结构逆向设计的潜力,如桁架超结构和细胞超结构。遗传算法的优势在于较强的全局搜索能力,寻优过程不依赖梯度,可以通过交叉、变异在多个局部最优解之间进行平衡,降低了陷入局部最优解的风险;同时各个步骤的具体实现可以高度自定义,并且可以作为其他算法的外部框架或子程序进行耦合使用,即可扩展性强,可以灵活调节算法以适配不同性能需求的力学超结构逆向设计。遗传算法的缺点在于容易过早收敛,表现为群体中所有个体之间相似度很高,进而导致进化缓慢甚至停止^[78]。

相较于遗传算法依靠自然选择和遗传机制进行迭代搜索的寻优策略,拓扑优化可以结合物理模型和数学优化方法来寻求最优解,其优化结果依赖于对问题本身的深入理解和准确建模,具有明显的模型驱动特性,在求解复杂构型设计问题上具有显著优势.其优化过程可以表述为在给定支撑、负载等约束下通过算法控制结构中孔洞的数量、形状、位置及区域连通性等特征以寻求设计域内材料的最优布局^[79].1981年,Cheng和Olhoff^[80]对实心弹性薄板最小柔度优化设计的相关工作被认为对近代连续体结构拓扑优化的研究具有重要启示作用.1988年,Bendsoe和Kikuchi^[81]提出了均匀化拓扑优化方法,随后结构拓扑优化的研究工作进入高速发展阶段.当前主流的拓扑优化方法按照结构拓扑表征方式和演变法则^[82]可分为两类:一类是以设计域离散的网格单元密度作为基本设计要素,包括以固体各向同性微结构材料惩罚法^[83]和材料属性的合理近似法^[84]等为代表的变密度法、渐进结构优化方法^[85]、独立连续映射法^[86]等.另一类是通过控制结构边界的演化实现结构拓扑的迭代优化,包括水平集方法^[87]、相场法^[88]、移动可变形组合法^[89]和特征驱动法^[90]等.对于不同的优化问题,密度类方法迭代过程中模型的直观性和收敛稳定性更好,边界类方法更善于处理结构复杂界面问题,优化后的结构边界往往更加光滑.



(a) 优化蜂窝超结构设计参数^[74]

(a) Optimization of the design parameters of the cellular metastructure^[74]



(b) 生成晶格超结构^[75]

(b) The lattice structure design method^[75]

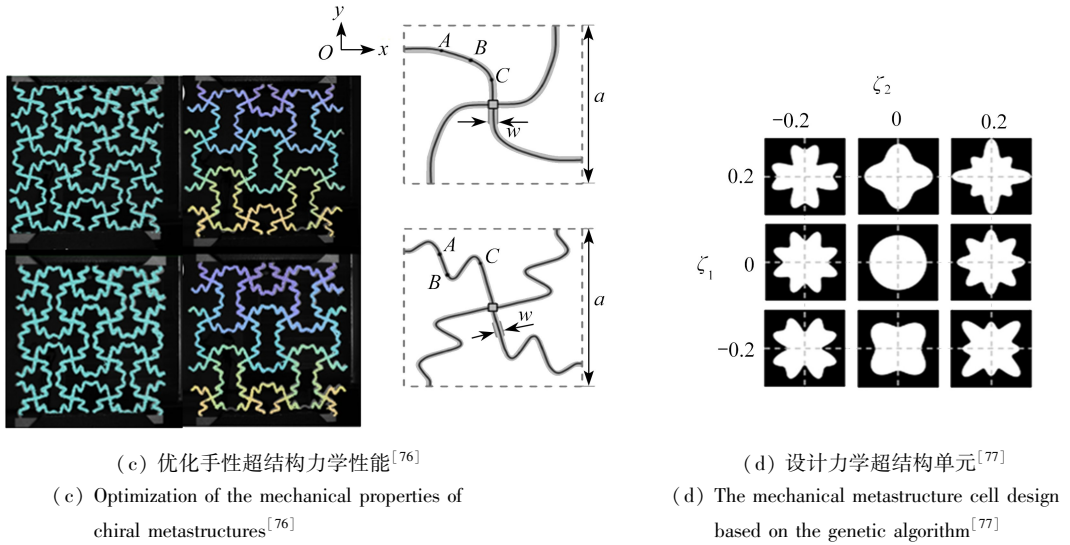
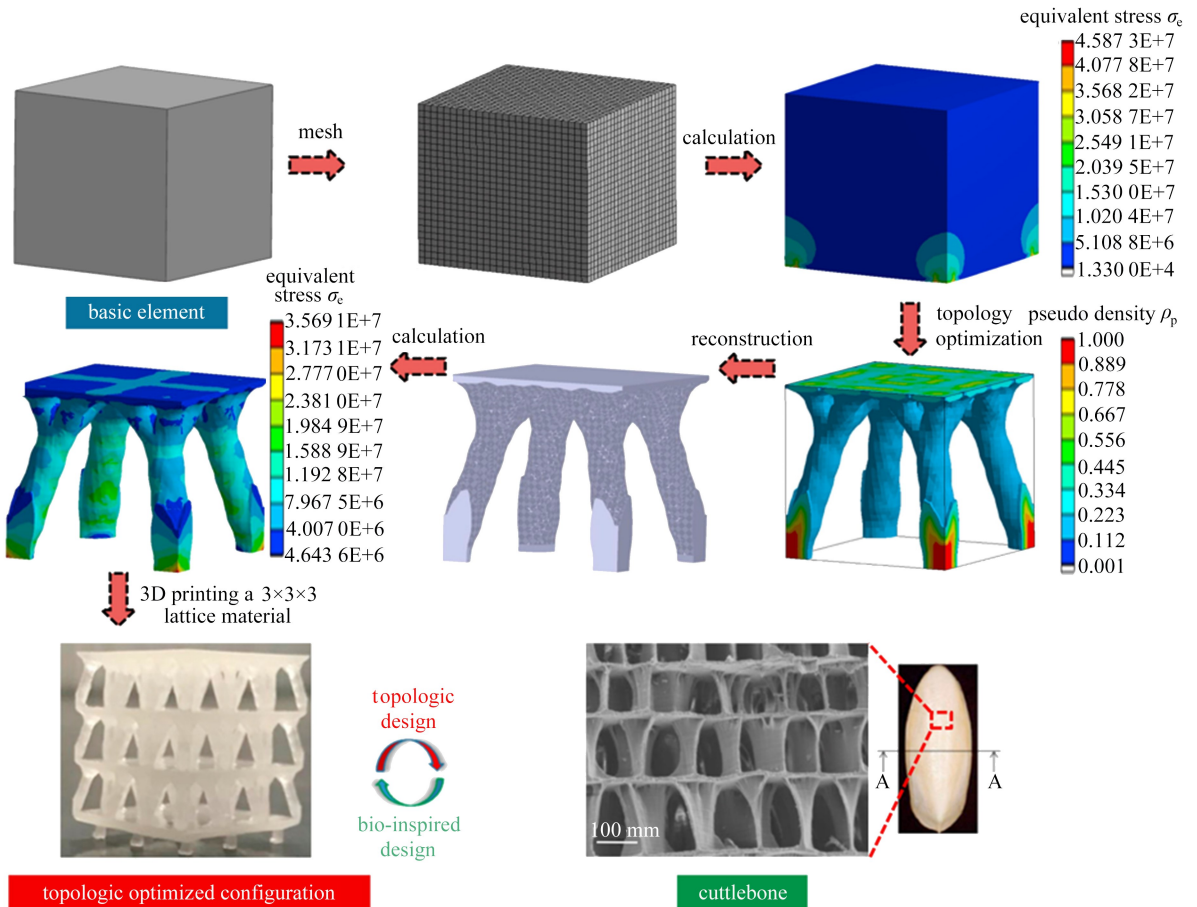


图 11 遗传算法在力学超结构逆向设计中的应用

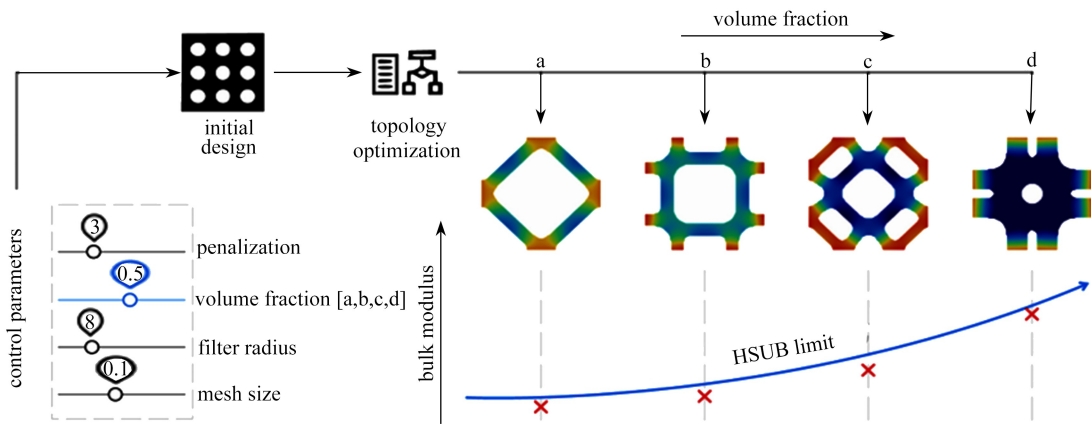
Fig. 11 Application of genetic algorithms in the reverse design of mechanical metastructures

在力学超结构的逆向设计中,通过对设计变量、优化目标、约束条件的合理考量,拓扑优化可实现具有高刚度、高强度、多材料及特殊性能/功能需求等复杂构型超结构的优化设计,2019年,Song等^[91]以最大刚度为设计目标,采用变密度法对三维晶格结构进行拓扑优化得到了一种形似“墨鱼骨”的晶格结构复合材料,如图12(a)所示,在材料占比只有20%的条件下,实现了高比压缩模量的轻质承载一体化设计。



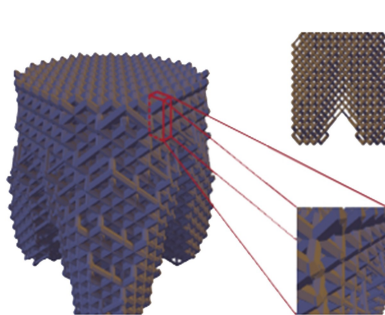
(a) 变密度法^[91]

(a) The variable density method^[91]



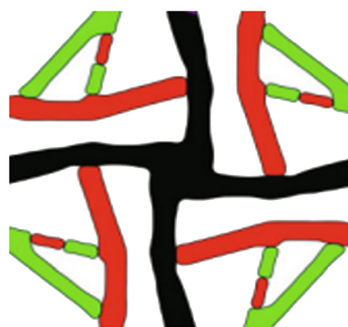
(b) 双向渐进结构法^[92]

(b) The bidirectional progressive structure method^[92]



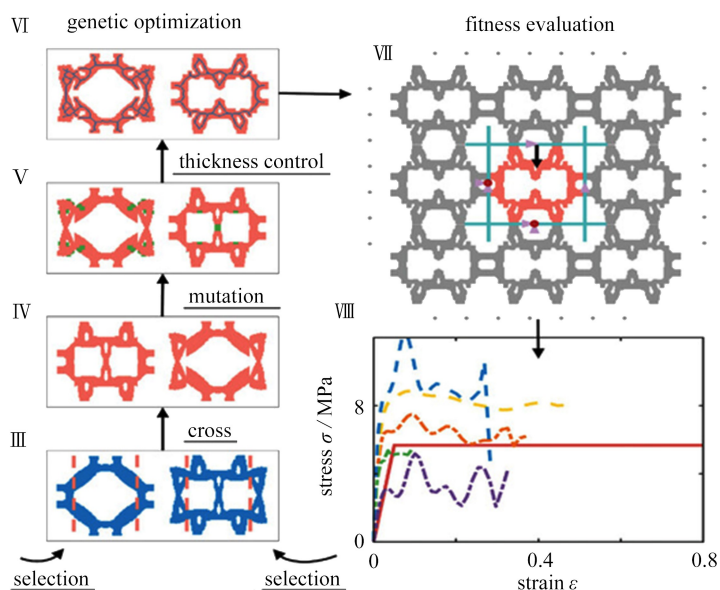
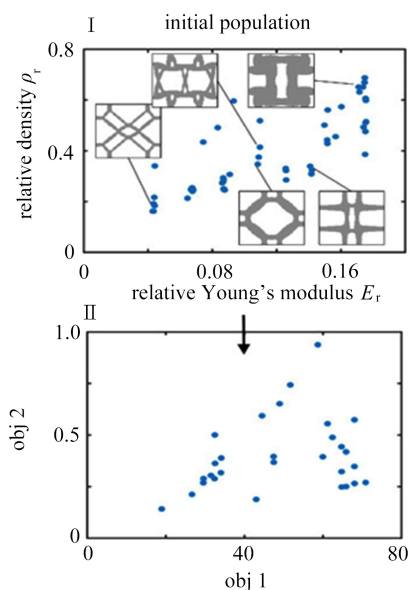
(c) 变量均匀化方法^[93]

(c) The variable homogenization method^[93]



(d) 等几何拓扑优化^[94]

(d) The isometric topology optimization^[94]



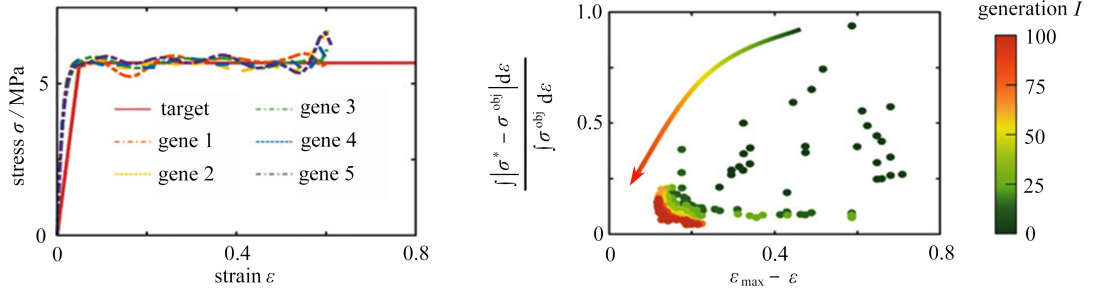
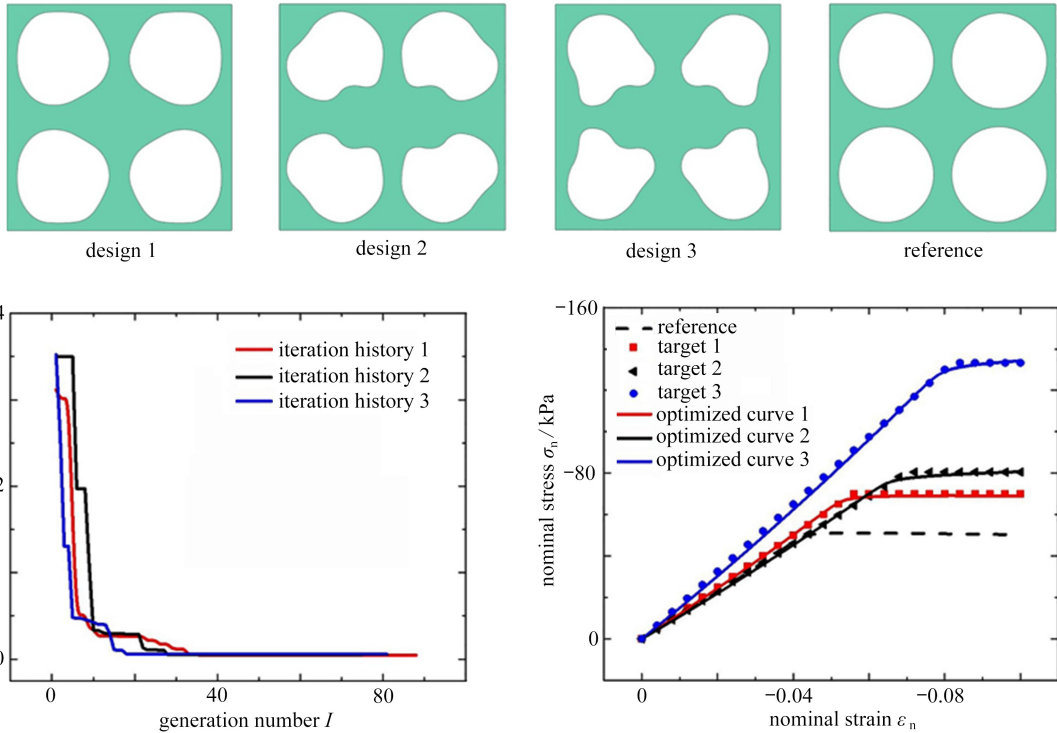
(e) 吸能超结构的拓扑优化逆向设计^[96](e) The topology optimization and reverse design of energy-absorbing metastructures^[96](f) 给定本构曲线超结构的拓扑优化逆向设计^[97](f) The inverse design of topology optimization under given metastructure constitutive curves^[97]

图 12 拓扑优化在力学超结构中的应用

Fig. 12 Application of topological optimization in mechanical metastructures

2020年, Duan等^[92]采用双向渐进结构法对晶格结构进行拓扑优化,如图12(b)所示,在体积约束下实现刚度最大化,通过设置不同拓扑参数得到了多种晶格结构,随后与传统桁架晶格的模量和强度进行对比,发现优化后的晶格具有更好的弹塑性力学性能,通过拓扑优化可以同时获得高刚度(模量)和强度,从而实现刚度最大化. Ben-Yelun等^[93]提出了基于力学变量均匀化的拓扑优化方法,实现了具有功能梯度力学超结构的优化设计,如图12(c)所示. 2021年, Gao等^[94]提出了一种等几何拓扑优化方法,对具有三材料微结构的力学超结构胞元进行优化设计,如图12(d)所示,发现三材料拓扑描述模型能够准确地表示三材料在整体结构中的排列与组合,可以满足折返和手性变形机制类型的力学超结构逆向设计需求. 2023年, Saurabh等^[95]研究了不同拓扑参数,如体积分数、网格尺寸、初始几何特征等对二维力学超结构的拓扑结果的影响,发现通过控制优化过程中的拓扑参数,可以使得超结构的微观结构性能得到显著增强.

此外,拓扑优化方法与其他算法的结合使用,展示了在力学超结构设计中提升优化能力的巨大潜力. 2022年, Zeng等^[96]通过梯度拓扑优化算法,成功获得了具有特定期望弹性张量的超结构单胞构型,在此基础上进一步应用遗传算法,实现了对吸能超结构的优化设计,这种设计能够满足任意给定的应力-应变曲线,

为弹塑性材料或结构在经历大变形时的逆向设计提供了创新的解决方案,如图 12(e)所示.2024年, Du 等^[97]针对相变超结构在外部载荷作用下可能出现的屈曲变形行为,采用移动可变形组件法来描述晶胞,开发了一种显式拓扑优化的逆向设计方法,如图 12(f)所示,这种方法在已知超结构本构关系的前提下,能够有效地设计出具有不同机械行为的相变超结构.这项研究不仅丰富了拓扑优化方法的应用范围,也为逆向设计具有非线性力学响应的超结构提供了新的途径.通过结合不同的优化算法,可以更全面地探索设计空间,发现更多创新的超结构设计方案.这种多算法融合的策略,不仅提高了设计效率,还增强了对复杂力学行为的控制能力,为力学超结构设计提供了更为强大和灵活的工具.

从不同的设计尺度来看,现有的拓扑优化策略可以分为微观尺度拓扑优化和宏观-微观一体化拓扑优化.其中,微观尺度的拓扑优化一般先指定宏观结构的几何外形,然后设计其微观胞元,更多关注于结构局部的性能需求,而忽视了材料在宏观层面上的分布.而同时考虑结构宏微观力学性能需求的多尺度拓扑优化方法在实现轻量化、结构功能按需设计等领域具有明显优势,其核心思想在于通过建立不同尺度之间的关联和耦合模型实现结构信息的跨尺度传递和交换,在尽可能保持计算精度的同时降低计算成本^[82].但是多尺度设计在加工、制造等方面仍存在许多问题,以及其结构的破坏、失效等机理仍待进一步研究.在力学超结构设计中,许多学者探索了从宏观尺度出发,设计出满足力学性能要求的宏微观一体化拓扑结构.2019年,杨德庆等^[98]通过对功能基元的宏观拓扑优化实现了任意正 Poisson 比超结构的宏微观一体化优化设计,得到具有性能良好的轻质承载功能一体化的超结构,如图 13(a)所示.2023年,孟军辉等^[99]提出了一种宏观尺度下的超结构拓扑优化设计方法,分别应用优化准则法和移动渐近线法进行了指定 Poisson 比约束的超结构拓扑优化设计,得到了在横向、纵向两个方向上的 Poisson 比都满足约束的负 Poisson 比超结构,如图 13(b)所示.此外,从多尺度拓扑优化出发,将多材料与多尺度设计相结合,力学超结构将获得更大的设计空间.

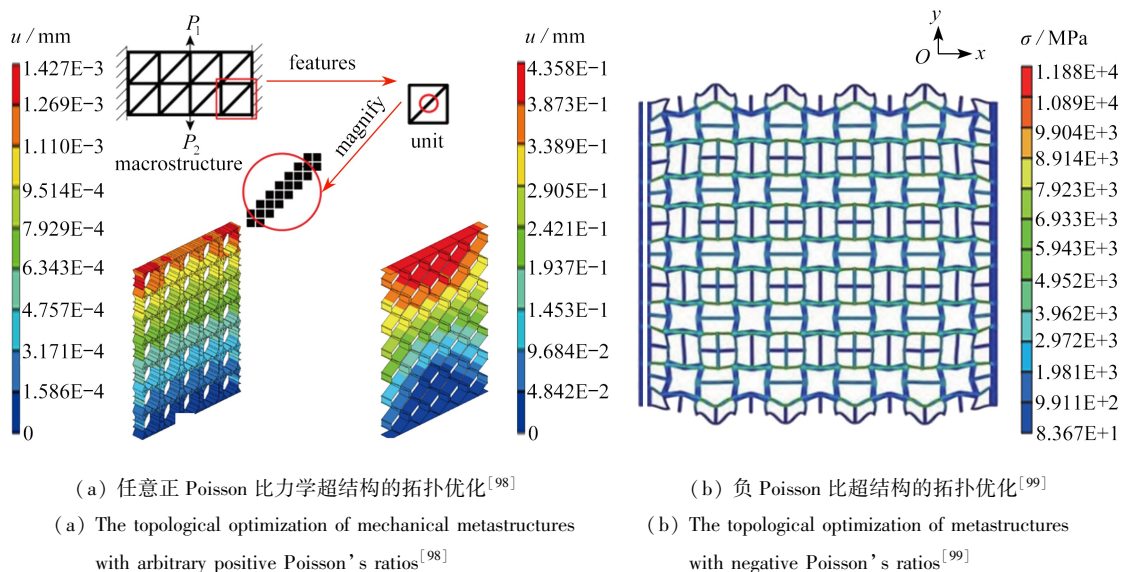


图 13 力学超结构在宏观尺度下的拓扑优化

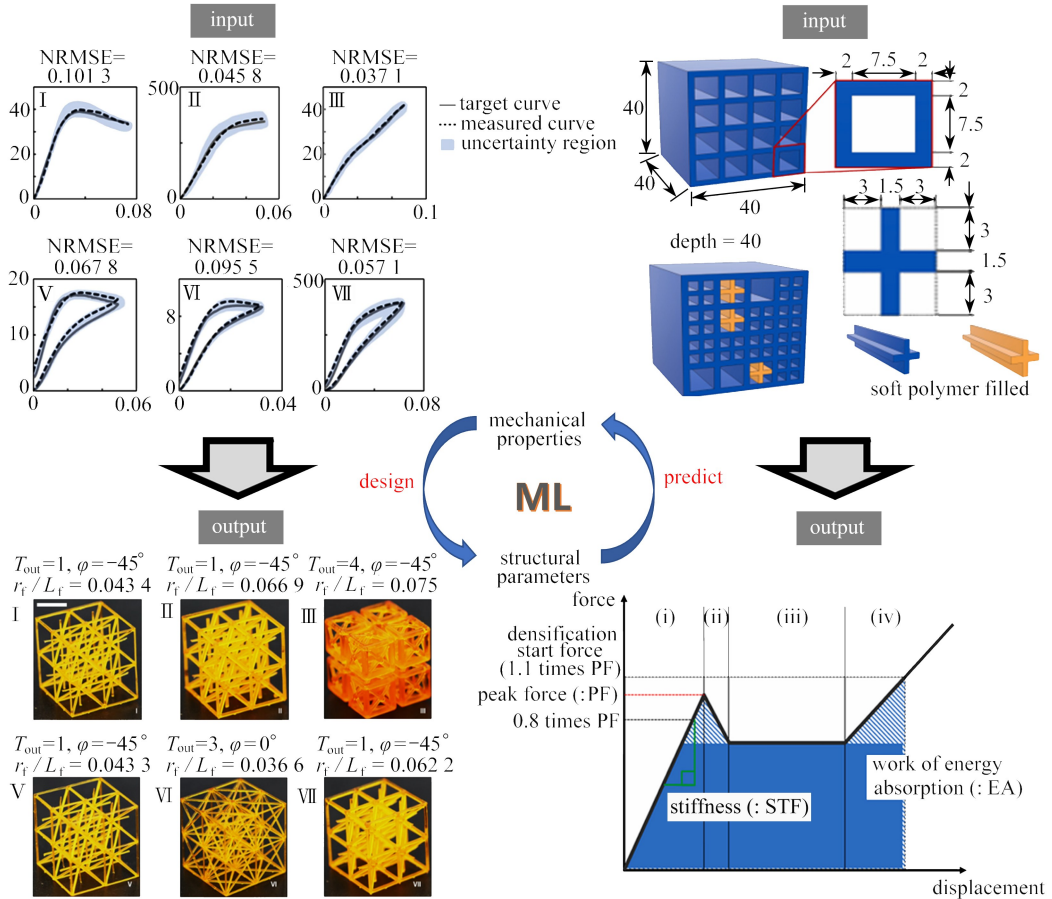
Fig. 13 The topological optimization of mechanical metastructures at the macroscopic scale

总的来看,拓扑优化以其高设计自由度、高材料利用率等显著优势在力学超结构设计中扮演着日益重要的角色.但是仍要指出,通过拓扑优化得到的力学超结构可能带有大量细节特征,这将使得模型背后的优化过程难以得到直观的物理解释,同时也会导致制造难度的提高;此外,基于梯度的拓扑优化需要相对大量的数值计算,即求解许多有限元问题,在处理复杂物理场模拟时需要耗费大量的计算资源和计算时长,因此通过深度学习等学习算法加速拓扑优化的过程也是很有潜力的解决方式^[100].

2.2 学习算法

学习算法的特征是求解过程侧重于从数据集中学习规律和模式,优化结果的可靠性更多依赖于数据的质量和数量,解决基于数据的不确定性问题,优化结果是模型参数或者能够对新数据进行预测的决策边界.其中,机器学习是一门基于统计学原理,研究怎样模拟或实现人类学习过程的计算机科学,通过对输入数据

的特征提取和识别不断学习“经验”,归纳规则或总结规律,以此对新的输入数据做出合理的判断,达到分类识别或预测的目的^[101].由于在训练或使用模型时,不需要了解具体问题的物理或数学含义,因此机器学习具有通用性,可以用于解决各种问题,包括分类、回归、聚类和结构化预测^[102-103].在力学超结构逆向设计中,机器学习算法可用于两种情况的辅助设计,一方面是通过算法对训练样本进行学习,使用大量数据构建设计规则而后根据所需超结构性能对单元构型进行快速设计^[78];另一方面是使用经过训练的模型响应向其输入的未知数据,因此也可用于对超结构性能的预测.



(a) 从超结构力学性能/行为到几何参数的设计^[106]

(a) From mechanical properties/behaviors of metastructures to the design of geometric parameters^[106]

(b) 根据输入超结构的几何参数预测超结构的力学性能^[107]

(b) Prediction of the mechanical properties/behaviors of the metastructure based on the geometric parameters of the input metastructure^[107]

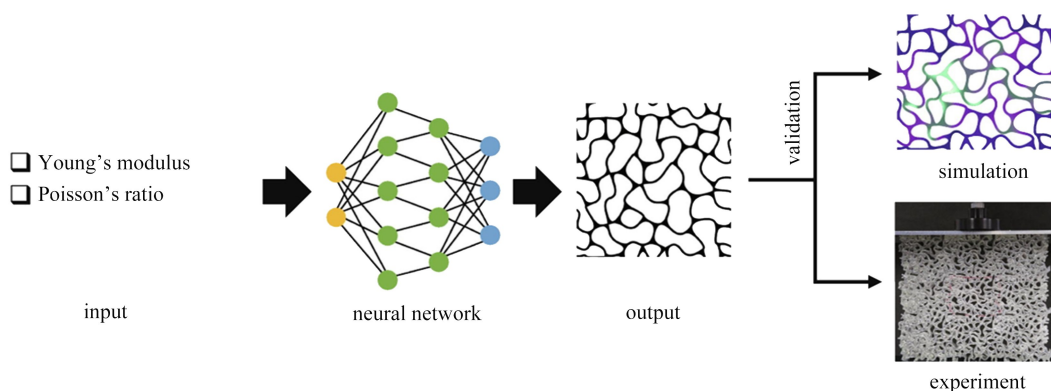
图 14 机器学习在力学超结构逆向设计中的应用

Fig. 14 Application of machine learning in reverse design of mechanical metastructures

2021年,Challapalli等^[104]提出了一种用于晶格单胞优化的逆向设计机器学习框架,通过对训练后的模型输入晶格单胞所需的属性(低质量、高抗压强度或对称桁架分布等),输出一组最佳晶格单胞结构,可用于逆向设计具有优异力学性能的晶格超结构,具有良好的工程应用前景.2022年,Tian等^[105]提出了一种能够预测 Poisson 比动态特性的机器学习算法,在考虑二维力学超结构压缩过程中 Poisson 比动态变化的条件下,实现了基于目标连续 Poisson 比-应变曲线的超结构逆向设计.2023年,Ha等^[106]提出了一种利用生成式机器学习和考虑增材制造过程的快速逆向设计方法,如图 14(a)所示,通过学习超结构的各种机械行为、拓扑结构和与工艺相关的制造误差之间的关系建立设计空间,对模型输入任意单轴压应力-应变曲线,得到具有接近该力学行为的晶格超结构最优设计参数,从而简化设计制造周期.Takagi等^[107]提出了一种机器学习方法预测细胞结构的力学响应,如图 14(b)所示,使用有限元法模拟压缩载荷下的力学响应用于训练和测试数据,对模型输入结构参数从而获得预测的力学响应.总的来看,在力学超结构设计中,机器学习的应用主要包

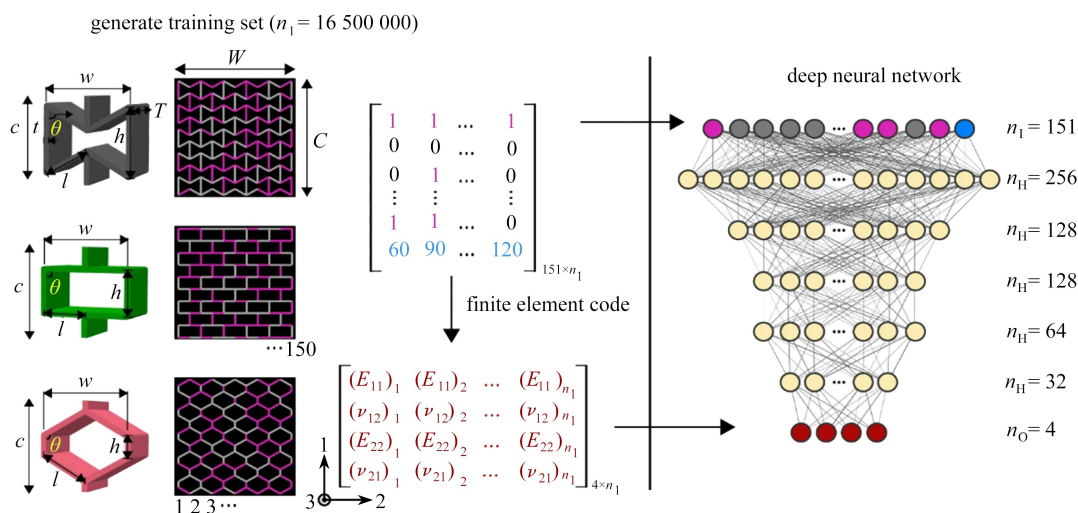
括从超结构的力学性能到几何参数的逆向设计以及对所设计超结构力学性能的准确预测,二者相辅相成互为补充。

深度学习是机器学习的一个重要分支,侧重于使用深层神经网络(具有多个隐藏层的神经网络)来学习数据中的复杂模式,在数据规模、计算资源等方面相比机器学习具有更高的要求。深度学习本质上可以抽象为利用统计学习方法寻找特定的函数实现输入到输出的快速映射^[108]。近年来深度学习领域先后发展出了众多不同类型的神经网络,常用的包括以乘累加计算为核心的多层感知机网络、以卷积运算为核心的卷积神经网络、带有反馈回路的循环神经网络等。这些基本网络相互组合又创造出更加复杂的网络,比如常见的自编码器、生成对抗网络等。伴随着多种多样的神经网络,深度学习在生物、医疗、图像、物理等众多领域发挥了巨大的作用^[109]。2021年,Zheng等^[110]提出了一种使用深度学习的力学超结构逆向设计方法,经过训练的条件生成对抗网络可以生成具有所需的弹性模量和 Poisson 比的二维力学超结构,如图 15(a)所示。2022年,Pahlavani等^[111]建立深度学习模型来预测多材料力学超结构的力学性能,建立了从设计参数空间到各向异性弹性属性空间的映射关系,如图 15(b)所示,实现了高效快速地构建高性能(如高刚度、高负 Poisson 比)力学超结构。深度学习方法代替数值模拟可以节省大量时间和精力,并且在其训练集所包络的数据空间之内时,深度学习模型具有很好的计算准确度^[112]。因此,将深度学习与超结构的结构设计相结合可以实现对力学超结构的快速设计。



(a) 通过深度学习逆向设计二维力学超结构^[110]

(a) Reverse design of 2D mechanical metastructures through deep learning^[110]



(b) 通过深度学习预测多材料力学超结构性能^[111]

(b) Prediction of multi-material mechanical metastructure properties through deep learning^[111]

图 15 深度学习在力学超结构逆向设计中的应用

Fig. 15 Application of deep learning to reverse design of mechanical metastructures

总的来看,随着力学超结构的结构复杂度的提高以及制造尺度的增大,结构参数的数量将会爆炸式上升,新的问题也随之产生。问题之一便是需要生成具有大量数据的训练集,而数据集的获取需要通过大量有限元模拟或实验积累,在计算资源有限的情况下,这将导致较高的计算成本和时间成本。同时大量结构参数将带来更大的解空间,这使得非常复杂的神经网络也难以学习单胞结构和物理响应之间的内在关系^[113]。因此,未来高复杂度、大尺度超结构逆向设计需要超越标准深度学习的新方法。解决这个问题的一个可能方向是使用无监督或半监督学习方法进行数据聚类和降维从而显著减少准备训练数据的所需时间^[114-115]。在训练数据量有限的情况下,还可以通过使用优化算法对所建立的力学模型进行初步优化,再使用深度学习算法进一步精细化优化,从而使得有限的训练数据得到高效利用^[116]。此外,如何通过深度学习等智能算法进一步实现智能材料在力学超结构中的设计,以及联合4D打印等先进制造技术实现设计-制造过程的协同优化,制备出具有智能响应潜力的力学超结构等均是值得探索与突破的领域。

3 总结与展望

本文探讨了力学超结构的设计实现与基础理念,涵盖了周期性超结构、表面缺陷超结构、数学模型启发超结构的正向设计方法,以及利用优化算法与学习算法的逆向设计策略。研究揭示,力学超结构设计能够有效应对不同特性和规模的工程挑战。尽管力学超结构的应用前景广阔,但在设计和制造过程中仍存在普遍问题,主要包括设计过程的复杂性、高效设计工具的缺乏以及与制造相关的技术限制,这些挑战限制了力学超结构设计的广泛应用和发展。为了克服这些问题,本研究提出了以下几个关键的研究方向和挑战:

1) 高效的设计工具:精确、数学建立结构拓扑与超常力学特性的关系是力学超结构设计的首要问题,解决这一问题需要精确地定义和控制结构的几何拓扑、材料属性和力学响应,而目前针对材料非均质、几何多尺度、边界非连续和构型可切换的复杂超结构还缺少高效、精准的设计工具。因此,亟需深化理论研究,开发高效的设计工具以探索广泛的设计空间,其不仅有助于提高正向优化的准确性,更能为逆向设计方法提供先验知识以解决高维度模型算力不足的问题。

2) 集成的设计环境:力学超结构的超常特性与功能材料的使用紧密相关,功能材料的使用可以实现结构的灵活性、适应性和自驱动能力,响应外部刺激以适应更复杂多变的应用环境。然而,功能材料引入的多物理场(如力、热、电磁等)的相互作用,导致了复杂的多场耦合问题,各物理场之间存在多重非线性、多尺度关联和高度耦合特性,已不能用单一的理论框架与计算方法解决。因此,亟需构建集成的多物理场设计环境,提供一个综合的建模框架以准确捕捉不同物理场之间的相互作用;支持跨学科团队的协同工作与经验共享,实现知识的集成,它将促进力学超结构设计的创新和发展,加速从概念到实际应用的转化。

3) 通用的设计流程:在力学超结构设计过程中,采用正向设计方法通常需要针对不同类型结构查找适用的理论模型与分析方法,如周期性结构适用的均匀化理论与多尺度建模技术,表面缺陷结构适用的非线性力学与运动学理论,数学模型启发结构适用的微分几何原理与拓扑原理,这种方法虽然直观,但在处理大规模和复杂结构时存在效率低下、高度依赖经验、学习成本高昂的问题;逆向设计方法又仅适用于特定类型超结构单元,且产生大量细节特征,存在制造不可行问题。为了进一步提升设计效率和创新能力,亟需定义一个通用的设计流程以整合现有的设计理论和工具,同时提供系统化的方法以便在设计、优化和制造过程中实现高效的信息交流和数据共享。

4) 直观的超结构数据库:为提高力学超结构正向设计效率与结构重用率,为逆向设计提供先验知识,本研究认为有必要建立直观的超结构数据库,收录具备特殊物理性质的特征结构,类似于元素周期表或基因工程。建立直观的超结构参数库对于解决大规模超结构反向建模问题至关重要,通过超结构参数库直接关联结构的几何形貌参数与力学性能,实现力学超结构的按需设计。另外,目前存在的超结构数据库主要存储形式是矩阵数据与像素结构信息,以满足计算需求,未来的超结构数据库若完成从概念设计的形貌参数到工业化制造模型与仿真模型直接转换,将实现设计与制造技术的无缝对接,大大提高超结构设计的工程实用性。

综上所述,通过解决上述挑战力学超结构设计有望实现更高效、更集成、更可调可控的发展,这些研究方

向不仅将推动力学超结构设计的理论进步,还将促进其在实际工程问题中的应用和推广。

参考文献(References):

- [1] MONTEMAYOR L, CHERNOW V, GREER J R. Materials by design: using architecture in material design to reach new property spaces[J]. *MRS Bulletin*, 2015, **40**(12): 1122-1129.
- [2] GUPTA V, ADHIKARI S, BHATTACHARYA B. Exploring the dynamics of hourglass shaped lattice metastructures[J]. *Scientific Reports*, 2020, **10**(1): 20943.
- [3] JIAO P, MUELLER J, RANEY J R, et al. Mechanical metamaterials and beyond[J]. *Nature Communications*, 2023, **14**(1): 6004.
- [4] CRASTER R, GUENNEAU S, KADIC M, et al. Mechanical metamaterials[J]. *Reports on Progress in Physics*, 2023, **86**(9): 094501.
- [5] 于相龙,周济.力学超材料的构筑及其超常新功能[J].中国材料进展,2019,**38**(1):14-21.(YU Xianglong, ZHOU Ji. Mechanical metamaterials: architected materials and unexplored properties[J]. *Materials China*, 2019, **38**(1): 14-21. (in Chinese))
- [6] BERTOLDI K, VITELLI V, CHRISTENSEN J, et al. Flexible mechanical metamaterials[J]. *Nature Reviews Materials*, 2017, **2**(11): 1-11.
- [7] LI X, PENG W, WU W, et al. Auxetic mechanical metamaterials: from soft to stiff[J]. *International Journal of Extreme Manufacturing*, 2023, **5**(4): 042003.
- [8] XU R, CHEN C, SUN J, et al. The design, manufacture and application of multistable mechanical metamaterials: a state-of-the-art review[J]. *International Journal of Extreme Manufacturing*, 2023, **5**(4): 042013.
- [9] YU X, ZHOU J, LIANG H, et al. Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: a brief review[J]. *Progress in Materials Science*, 2018, **94**: 114-173.
- [10] AMBEKAR R S, KUSHWAHA B, SHARMA P, et al. Topologically engineered 3D printed architectures with superior mechanical strength[J]. *Materials Today*, 2021, **48**: 72-94.
- [11] CHEN Z, LIN Y T, SALEHI H, et al. Advanced fabrication of mechanical metamaterials based on micro/nanoscale technology[J]. *Advanced Engineering Materials*, 2023, **25**(22): 2300750.
- [12] SU R, CHEN J, ZHANG X, et al. 3D-printed micro/nano-scaled mechanical metamaterials: fundamentals, technologies, progress, applications, and challenges[J]. *Small*, 2023, **19**(29): 2206391.
- [13] JIAO P, MUELLER J, RANEY J R, et al. Mechanical metamaterials and beyond[J]. *Nature Communications*, 2023, **14**(1): 6004.
- [14] WANG H, LYU Y, BOSIAKOV S, et al. A review on the mechanical metamaterials and their applications in the field of biomedical engineering[J]. *Frontiers in Materials*, 2023, **10**: 1273961.
- [15] ZHOU X, REN L, SONG Z, et al. Advances in 3D/4D printing of mechanical metamaterials: from manufacturing to applications[J]. *Composites (Part B): Engineering*, 2023, **254**: 110585.
- [16] JIAO P, ALAVI A H. Artificial intelligence-enabled smart mechanical metamaterials: advent and future trends[J]. *International Materials Reviews*, 2021, **66**(6): 365-393.
- [17] BERGER J B, WADLEY H N G, MCMEEKING R M. Mechanical metamaterials at the theoretical limit of isotropic elastic stiffness[J]. *Nature*, 2017, **543**(7646): 533-537.
- [18] LU C, HSIEH M, HUANG Z, et al. Architectural design and additive manufacturing of mechanical metamaterials: a review[J]. *Engineering*, 2022, **17**: 44-63.
- [19] MEZA L R, DAS S, GREER J R. Strong, lightweight, and recoverable three-dimensional ceramic nanolattices[J]. *Science*, 2014, **345**(6202): 1322-1326.
- [20] ZHENG X, LEE H, WEISGRABER T H, et al. Ultralight, ultrastiff mechanical metamaterials[J]. *Science*, 2014, **344**(6190): 1373-1377.
- [21] KADER M A, HAZELL P J, BROWN A D, et al. Novel design of closed-cell foam structures for property enhancement[J]. *Additive Manufacturing*, 2020, **31**: 100976.

- [22] AL-KETAN O, REZGUI R, ROWSHAN R, et al. Microarchitected stretching-dominated mechanical metamaterials with minimal surface topologies[J]. *Advanced Engineering Materials*, 2018, **20**(9): 1800029.
- [23] WANG D, SHI S, MAO Y, et al. Biodegradable dual-network cellulosic composite bioplastic metafilm for plastic substitute[J]. *Angewandte Chemie International Edition*, 2023, **62**(50): e202310995.
- [24] FU M H, CHEN Y, HU L L. Bilinear elastic characteristic of enhanced auxetic honeycombs[J]. *Composite Structures*, 2017, **175**: 101-110.
- [25] XU M, XU Z, ZHANG Z, et al. Mechanical properties and energy absorption capability of AuxHex structure under in-plane compression: theoretical and experimental studies[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, **159**: 43-57.
- [26] LIU W, LI H, ZHANG J, et al. Theoretical analysis on the elasticity of a novel accordion cellular honeycomb core with in-plane curved beams [J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2020, **22**(3): 109963621876817.
- [27] CHEN Y, QIAN F, ZUO L, et al. Broadband and multiband vibration mitigation in lattice metamaterials with sinusoidally-shaped ligaments[J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2017, **17**: 24-32.
- [28] JEONG S, YOO H H. Shape optimization of bowtie-shaped auxetic structures using beam theory[J]. *Composite Structures*, 2019, **224**: 111020.
- [29] LI X, LU Z, YANG Z, et al. Yield surfaces of periodic honeycombs with tunable Poisson's ratio[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, **141**: 290-302.
- [30] QI C, JIANG F, YANG S. Advanced honeycomb designs for improving mechanical properties: a review[J]. *Composites (Part B): Engineering*, 2021, **227**: 109393.
- [31] ZAISER M, ZAPPERI S. Disordered mechanical metamaterials[J]. *Nature Reviews Physics*, 2023, **5**(11): 679-688.
- [32] ASEFA S A, SHIM S, SEONG M, et al. Chiral metasurfaces: a review of the fundamentals and research advances[J]. *Applied Sciences*, 2023, **13**(19): 10590.
- [33] CHEN Y, MAI Y W, YE L. Perspectives for multiphase mechanical metamaterials[J]. *Materials Science and Engineering R: Reports*, 2023, **153**: 100725.
- [34] CHEN S, WANG B, ZHU S, et al. A novel composite negative stiffness structure for recoverable trapping energy[J]. *Composites (Part A): Applied Science and Manufacturing*, 2020, **129**: 105697.
- [35] GRIMA J N, CARUANA-GAUCI R, WOJCIECHOWSKI K, et al. Smart hexagonal truss systems exhibiting negative compressibility through constrained angle stretching[J]. *Smart Materials and Structures*, 2013, **22**(8): 084015.
- [36] MOHAMMADI K, MOVAHHEDI M R, SHISHKOSKY I, et al. Hybrid anisotropic pentamode mechanical metamaterial produced by additive manufacturing technique[J]. *Applied Physics Letters*, 2020, **117**: 061901.
- [37] JIANG Y, LI Y. 3D printed auxetic mechanical metamaterial with chiral cells and re-entrant cores[J]. *Scientific Reports*, 2018, **8**: 2397.
- [38] LEE H, JANG Y, CHOE J K, et al. 3D-printed programmable tensegrity for soft robotics[J]. *Science Robotics*, 2020, **5**(45): eaay9024.
- [39] YANG H, D'AMBROSIO N, LIU P, et al. Shape memory mechanical metamaterials[J]. *Materials Today*, 2023, **66**: 36-49.
- [40] JI L, HU W, TAO R, et al. Compression behavior of the 4D printed reentrant honeycomb: experiment and finite element analysis[J]. *Smart Materials and Structures*, 2020, **29**(11): 115016.
- [41] SILVERBERG J L, EVANS A A, MCLEOD L, et al. Using origami design principles to fold reprogrammable mechanical metamaterials[J]. *Science*, 2014, **345**(6197): 647-650.
- [42] SINHA P, MUKHOPADHYAY T. Programmable multi-physical mechanics of mechanical metamaterials[J]. *Materials Science and Engineering R: Reports*, 2023, **155**: 100745.
- [43] BERTAGNE C L, COGNATA T J, SHETH R B, et al. Testing and analysis of a morphing radiator concept for thermal control of crewed space vehicles[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2017, **124**: 986-1002.

- [44] LI X, GAO L, ZHOU W, et al. Novel 2D metamaterials with negative Poisson's ratio and negative thermal expansion[J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2019, **30**: 100498.
- [45] MELONI M, CAI J, ZHANG Q, et al. Engineering origami: a comprehensive review of recent applications, design methods, and tools[J]. *Advanced Science*, 2021, **8**(13): 2000636.
- [46] 夏进军, 李洁, 张雨萌, 等. 折纸结构及其特性的工程应用策略[J]. 材料导报, 2021, **35**(11): 12. (XIA Jinjun, LI Jie, ZHANG Yumeng, et al. Strategies for the engineering application of origami structures and their properties[J]. *Material Reports*, 2021, **35**(11): 12. (in Chinese))
- [47] 方虹斌, 吴海平, 刘作林, 等. 折纸结构和折纸超材料动力学研究进展[J]. 力学学报, 2022, **54**(1): 1-38. (FANG Hongbin, WU Haiping, LIU Zuolin, et al. Advances in the dynamics of origami structures and origami metamaterials[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, **54**(1): 1-38. (in Chinese))
- [48] MENG Z, CHEN W, MEI T, et al. Bistability-based foldable origami mechanical logic gates[J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2021, **43**: 101180.
- [49] XIANG X, QIANG W, HOU B, et al. Quasi-static and dynamic mechanical properties of Miura-ori metamaterials[J]. *Thin-Walled Structures*, 2020, **157**: 106993.
- [50] LIU S, PENG G, JIN K. Design and characteristics of a novel QZS vibration isolation system with origami-inspired corrector[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, **106**: 255-277.
- [51] FANG H, LI S, WANG K W. Self-locking degree-4 vertex origami structures[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2016, **472**(2195): 20160682.
- [52] CHEN B G, LIU B, EVANS A A, et al. Topological mechanics of origami and kirigami[J]. *Physical Review Letters*, 2016, **116**(13): 135501.
- [53] LIU W, SONG Y, CHEN Y, et al. Reconfigurable thick-panel structures based on a stacked origami tube[J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2024, **16**(12): 121005.
- [54] FILIPOV E T, TACHI T, PAULINO G H. Origami tubes assembled into stiff, yet reconfigurable structures and metamaterials[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2015, **112**(40): 12321-12326.
- [55] YE H, LIU Q, CHENG J, et al. Multimaterial 3D printed self-locking thick-panel origami metamaterials[J]. *Nature Communications*, 2023, **14**(1): 1607.
- [56] WANG Y, YE H, HE J, et al. Electrothermally controlled origami fabricated by 4D printing of continuous fiber-reinforced composites[J]. *Nature Communications*, 2024, **15**(1): 2322.
- [57] YAN Z, ZHANG F, LIU F, et al. Mechanical assembly of complex, 3D mesostructures from releasable multilayers of advanced materials[J]. *Science Advances*, 2016, **2**(9): e1601014.
- [58] FU H, NAN K, BAI W, et al. Morphable 3D mesostructures and microelectronic devices by multistable buckling mechanics[J]. *Nature Materials*, 2018, **17**(3): 268-276.
- [59] TANG Y, YIN J. Design of cut unit geometry in hierarchical kirigami-based auxetic metamaterials for high stretchability and compressibility[J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2017, **12**: 77-85.
- [60] HWANG D G, BARTLETT M D. Tunable mechanical metamaterials through hybrid kirigami structures[J]. *Scientific Reports*, 2018, **8**: 3378.
- [61] SUSSMAN D M, CHO Y, CASTLE T, et al. Algorithmic lattice kirigami: a route to pluripotent materials[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2015, **112**(24): 7449-7453.
- [62] CHEN S, CHEN J, ZHANG X, et al. Kirigami/origami: unfolding the new regime of advanced 3D microfabrication/nanofabrication with "folding"[J]. *Light: Science & Applications*, 2020, **9**(1): 75.
- [63] NAKAJIMA J, FAYAZBAKSH K, TESHIMA Y. Experimental study on tensile properties of 3D printed flexible kirigami specimens[J]. *Additive Manufacturing*, 2020, **32**: 101100.
- [64] WANG L C, SONG W L, FANG D. Twistable origami and kirigami: from structure-guided smartness to mechanical energy storage[J]. *ACS Applied Materials & Interfaces*, 2019, **11**(3): 3450-3458.
- [65] QIU N, WAN Y, SHEN Y, et al. Experimental and numerical studies on mechanical properties of TPMS structures[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2024, **261**: 108657.

- [66] BILLON K, ZAMPETAKIS I, SCARPA F, et al. Mechanics and band gaps in hierarchical auxetic rectangular perforated composite metamaterials[J]. *Composite Structures*, 2017, **160**: 1042-1050.
- [67] MEZA L R, ZELHOFER A J, CLARKE N, et al. Resilient 3D hierarchical architected metamaterials[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2015, **112**(37): 11502-11507.
- [68] MAN X, LIU T, XIA B, et al. Space-coiling fractal metamaterial with multi-bandgaps on subwavelength scale [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, **423**: 322-339.
- [69] MICHALEWICZ Z, SCHOENAUER M. Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems[J]. *Evolutionary Computation*, 1996, **4**(1): 1-32.
- [70] MICHALEWICZ Z, JANIKOW C Z, KRAWCZYK J B. A modified genetic algorithm for optimal control problems [J]. *Computers & Mathematics With Applications*, 1992, **23**(12): 83-94.
- [71] JANIKOW C Z, MICHALEWICZ Z. A specialized genetic algorithm for numerical optimization problems[C]// *Proceedings of the 2nd International IEEE Conference on Tools for Artificial Intelligence*. Herndon, VA, USA, 1990: 798-804.
- [72] SLOWIK A, KWASNICKA H. Evolutionary algorithms and their applications to engineering problems[J]. *Neural Computing & Applications*, 2020, **32**(16): 12363-12379.
- [73] KATOCH S, CHAUHAN S S, KUMAR V. A review on genetic algorithm: past, present, and future[J]. *Multi-media Tools and Applications*, 2021, **80**(5): 8091-8126.
- [74] WANG L, LIU H T. Parameter optimization of bidirectional re-entrant auxetic honeycomb metamaterial based on genetic algorithm[J]. *Composite Structures*, 2021, **267**: 113915.
- [75] DOS R F, KARATHANASOPOULOS N. Inverse metamaterial design combining genetic algorithms with asymptotic homogenization schemes[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2022, **250**: 111702.
- [76] DONG J, HU C, HOLMES J, et al. Structural optimisation of cross-chiral metamaterial structures via genetic algorithm[J]. *Composite Structures*, 2022, **282**: 115035.
- [77] LIU S, ACAR P. Parameter space exploration of cellular mechanical metamaterials using genetic algorithms [J]. *AIAA Journal*, 2023, **61**(8): 3633-3643.
- [78] 贾宇翔, 王甲富, 陈维, 等. 基于智能算法的超材料快速优化设计方法研究进展[J]. 雷达学报, 2021, **10**(2): 220-239. (JIA Yuxiang, WANG Jiafu, CHEN Wei, et al. Research progress on rapid optimization design methods of metamaterials based on intelligent algorithms[J]. *Journal of Radars*, 2021, **10**(2): 220-239. (in Chinese))
- [79] BENDSOE M P, LUND E, OLHOFF N, et al. Topology optimization-broadening the areas of application[J]. *Control and Cybernetics*, 2005, **34**(1): 7-35.
- [80] CHENG K T, OLHOFF N. An investigation concerning optimal-design of solid elastic plates[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1981, **17**(3): 305-323.
- [81] BENDSOE M P, KIKUCHI N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988, **71**(2): 197-224.
- [82] 陈小前, 赵勇, 霍森林, 等. 多尺度结构拓扑优化设计方法综述[J]. 航空学报, 2023, **44**(15): 25-60. (CHEN Xiaoqian, ZHAO Yong, HUO Senlin, et al. A review of topology optimization design methods for multi-scale structures[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2023, **44**(15): 25-60. (in Chinese))
- [83] ZHOU M, ROZVANY G I N. The COC algorithm, part II: topological, geometrical and generalized shape optimization[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1991, **89**(1/3): 309-336.
- [84] STOLPE M, SVANBERG K. On the trajectories of penalization methods for topology optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, **21**(2): 128-139.
- [85] XIE Y M, STEVEN G P. A simple evolutionary procedure for structure optimization[J]. *Computers & Structures*, 1993, **49**(5): 885-896.
- [86] 杨德庆, 刘正兴, 隋允康. 连续体结构拓扑优化设计的 ICM 方法[J]. 上海交通大学学报, 1999, **33**(6): 734-736. (YANG Deqing, LIU Zhengxing, SUI Yunkang. An ICM method for topological optimization design of continuum structures[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 1999, **33**(6): 734-736. (in Chinese))

- [87] WANG M Y, WANG X M, GUO D M. A level set method for structural topology optimization[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2003, **192**(1/2): 227-246.
- [88] WANG M Y, ZHOU S W. Phase field: a variational method for structural topology optimization[J]. *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2004, **6**(6): 547-566.
- [89] GUO X, ZHANG W S, ZHONG W L. Doing topology optimization explicitly and geometrically—a new moving morphable components based framework[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2014, **81**(8): 081009.
- [90] ZHOU Y, ZHANG W H, ZHU J H, et al. Feature-driven topology optimization method with signed distance function[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2016, **310**: 1-32.
- [91] SONG J, WANG Y, ZHOU W, et al. Topology optimization-guided lattice composites and their mechanical characterizations[J]. *Composites (Part B): Engineering*, 2019, **160**: 402-411.
- [92] DUAN S, XI L, WEN W, et al. Mechanical performance of topology-optimized 3D lattice materials manufactured via selective laser sintering[J]. *Composite Structures*, 2020, **238**: 111985.
- [93] BEN-YELUN I, SAUCEDO-MORA L, SANZ M A, et al. Topology optimization approach for functionally graded metamaterial components based on homogenization of mechanical variables[J]. *Computers & Structures*, 2023, **289**: 107151.
- [94] GAO J, WANG L, XIAO M, et al. An isogeometric approach to topological optimization design of auxetic composites with tri-material micro-architectures[J]. *Composite Structures*, 2021, **271**: 114163.
- [95] SAURABH S, GUPTA A, CHOWDHURY R. Impact of parametric variation to achieve extreme mechanical metamaterials through topology optimization[J]. *Composite Structures*, 2023, **326**: 117611.
- [96] ZENG Q, DUAN S, ZHAO Z, et al. Inverse design of energy-absorbing metamaterials by topology optimization [J]. *Advanced Science*, 2022, **10**(4): 2204977.
- [97] DU Z, BIAN T, REN X, et al. Inverse design of mechanical metamaterial achieving a prescribed constitutive curve[J]. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 2024, **14**(1): 100486.
- [98] 杨德庆, 秦浩星. 基于功能基元拓扑优化法的任意正泊松比超材料结构设计[J]. 上海交通大学学报, 2019, **53**(7): 819-829. (YANG Deqing, QIN Haoxing. Metamaterials design with arbitrary Poisson's ratio by functional element topology optimization[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2019, **53**(7): 819-829. (in Chinese))
- [99] 孟军辉, 刘清洋, 金泽华. 基于复杂约束拓扑优化的负泊松比超材料设计[J]. 北京理工大学学报, 2023, **43**(8): 852-862. (MENG Junhui, LIU Qingyang, JIN Zehua. Negative Poisson's ratio metamaterial design based on topology optimization with complex constraints[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2023, **43**(8): 852-862. (in Chinese))
- [100] KOLLMANN H T, ABUEIDDA D W, KORIC S, et al. Deep learning for topology optimization of 2D metamaterials[J]. *Materials & Design*, 2020, **196**: 109098.
- [101] 刘文俭, 熊家军, 范亚, 等. 机器学习在超材料智能设计中的研究现状[J]. 信阳师范学院学报, 2021, **34**(3): 501-509. (LIU Wenjian, XIONG Jiajun, FAN Ya, et al. Research status of intelligent design of metamaterials based on machine learning[J]. *Journal of Xinyang Normal University*, 2021, **34**(3): 501-509. (in Chinese))
- [102] ALZUBI J, NAYYAR A, KUMAR A. Machine learning from theory to algorithms: an overview[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, **1142**: 012202.
- [103] CARLEO G, CIRAC I, CRANMER K, et al. Machine learning and the physical sciences[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2019, **91**(4): 045002.
- [104] CHALLAPALLI A, PATEL D, LI G. Inverse machine learning framework for optimizing lightweight metamaterials[J]. *Materials & Design*, 2021, **208**: 109937.
- [105] TIAN J, TANG K, CHEN X, et al. Machine learning-based prediction and inverse design of 2D metamaterial structures with tunable deformation-dependent Poisson's ratio[J]. *Nanoscale*, 2022, **14**(35): 12677-12691.
- [106] HA C S, YAO D, XU Z, et al. Rapid inverse design of metamaterials based on prescribed mechanical behavior through machine learning[J]. *Nature Communications*, 2023, **14**(1): 5765.

- [107] TAKAGI A, ICHIKAWA R, MIYAGAWA T, et al. Machine learning-based estimation method for the mechanical response of composite cellular structures[J]. *Polymer Testing*, 2023, **126**: 108161.
- [108] 罗仪豪, 张峻, 杜世银, 等. 基于深度学习的超材料设计及光纤光束控制研究进展[J]. 中国激光, 2023, **50**(11): 104-122. (LUO Yihao, ZHANG Jun, DU Shiyin, et al. Research progress in metamaterial design and fiber beam control based on deep learning[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2023, **50**(11): 104-122. (in Chinese))
- [109] ZHU S, YU T, XU T, et al. Intelligent computing: the latest advances, challenges and future[J]. *Intelligent Computing*, 2022, **2**: 0006.
- [110] ZHENG X, CHEN T T, GUO X, et al. Controllable inverse design of auxetic metamaterials using deep learning[J]. *Materials & Design*, 2021, **211**: 110178.
- [111] PAHLAVANI H, AMANI M, SALDIVAR M C, et al. Deep learning for the rare-event rational design of 3D printed multi-material mechanical metamaterials[J]. *Communications Materials*, 2022, **3**: 46.
- [112] 李想, 严子铭, 柳占立, 等. 基于仿真和数据驱动的高级结构材料设计[J]. 力学进展, 2021, **51**(1): 82-105. (LI Xiang, YAN Ziming, LIU Zhanli, et al. Advanced structural material design based on simulation and data-driven method[J]. *Advances in Mechanics*, 2021, **51**(1): 82-105. (in Chinese))
- [113] QIAN C, CHEN H. A perspective on the next generation of invisibility cloaks-intelligent cloaks[J]. *Applied Physics Letters*, 2021, **118**(18): 180501.
- [114] LIU Z C, ZHU D Y, RODRIGUES S P, et al. Generative model for the inverse design of metasurfaces[J]. *Nano Letters*, 2018, **18**(10): 6570-6576.
- [115] MELATI D, GRINBERG Y, DEZFOULI M K, et al. Mapping the global design space of nanophotonic components using machine learning pattern recognition[J]. *Nature Communications*, 2019, **10**: 4775.
- [116] CHEN J, HU S, ZHU S, et al. Metamaterials: from fundamental physics to intelligent design[J]. *Interdisciplinary Materials*, 2023, **2**(1): 5-29.