

基于模糊观测器的模糊混沌系统的延迟同步*

唐林俊^{1,2}, 李 东³, 王汉兴^{1,4}

- (1. 上海大学 理学院, 上海 200444;
2. 嘉兴学院 数学与信息工程学院, 浙江 嘉兴 314001;
3. 重庆大学 数理学院, 重庆 400030;
4. 上海立信会计学院 数学与统计系, 上海 201620)

(陈立群推荐)

摘要: 引入了一种新的模糊观测器分析混沌系统的同步, 构造了一种基于模糊观测器的驱动响应延迟同步结构, 利用 Liapunov 稳定性定理为其设计了一个简单的延迟同步标准, 并证明对应控制增益矩阵可以通过 LMI 方法获得. 最后, 通过 Chen 系统的例子验证所得结果的有效性.

关键词: 模糊混沌系统; 延迟同步; 模糊观测器

中图分类号: O231.2 文献标识码: A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2009.06.015

引 言

两个混沌系统的同步在工程应用领域(例如安全通信)中具有重要的应用价值^[1]. 然而, 实验结果表明在信号传输速度有限的条件下不能实现混沌系统的完全同步^[2], 但可以实现延迟同步^[3]. 迄今, 已出现许多经典的延迟同步研究: Shahverdiev^[4]研究了两个单向耦合 Ikeda 系统的混沌同步问题; Barsella 和 Lepers^[5]讨论了两个交互激光的混沌延迟同步; Li 等^[6]利用一个时间的滞后观测器讨论延迟同步问题, 并在文献[7]中提出了脉冲完全延迟同步.

近年来, 模糊同步已成为非线性控制的一个强有力的工具. 在几种模糊方法中, T-S 系统是一种模糊控制系统设计和分析的常用工具, 研究 T-S 模型的非线性系统的同步有多种方法, 其中最经典的方法是精确线性化技术. Tanaka 等^[8]引入模糊反馈律处理混沌系统的同步问题, 其中反馈律经过精确线性化后求解 LMI 问题实现. 文献[9-11]在模糊稳定控制问题中提出了调节器和观测器概念, 另外, Lian 等^[12]给出了模糊混沌同步和通信的完全模糊方法, 并且为混沌同步和通讯提出了 4 种类型的驱动响应结构. 然而, 这些方法和研究结果主要针对非模糊延迟同步, 本文将尝试为模糊延迟混沌同步与控制提出一种系统的设计方法.

* 收稿日期: 2008-08-03; 修订日期: 2009-05-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60872060); 上海市教委重点资助项目(06ZZ84)

作者简介: 唐林俊(1976—), 男, 湖南永州人, 讲师, 博士生(联系人. Tel: + 86-573-83646660; E-mail: tljqz@163.com).

1 基于模糊观测器的模糊延迟同步

文献[6, 7, 13]给出了非模糊混沌系统同步的定义, 对于给定两个混沌系统(1)和(2),

$$\dot{x} = F(x), \quad (1)$$

$$\dot{y} = F(y), \quad (2)$$

其中, $x \in R^n, y \in R^n$, 且 $F: R^n \rightarrow R^n$. 若式(3)成立则系统(1)与(2)延迟同步,

$$\dot{e}(t) = y(t) - x(t - \tau) \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow \infty), \quad (3)$$

这里 $e(t)$ 表示延迟同步误差, $\tau > 0$ 为同步延迟时间.

文献[8, 12]提出了混沌系统模糊的概念, 并给出了 T-S 模糊混沌系统的广义形式:

规则 i : IF $z_1(t)$ is $F_{i1}, z_2(t)$ is $F_{i2}, \dots, z_n(t)$ is F_{in} THEN

$$\dot{x} = A_i x(t) + B_i \mu(t) \quad (4)$$

$$y(t) = C_i x(t)$$

这里 F_{ij} 是模糊集, r 是 IF THEN 规则数, $z(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)]^T$ 为可观测量, $x(t)$, $y(t)$ 和 $\mu(t)$ 分别为状态变量、输出变量和输入向量, A_i 和 B_i 是常数矩阵, C_i 是控制增益矩阵. 若取

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{j=1}^n F_{ij}(z_j(t)), \quad h_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(z(t))},$$

则模糊系统的最终输出可以通过系统(5)得到.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i \mu(t)\}, \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t). \end{cases} \quad (5)$$

以模糊系统(5)作为驱动系统, 我们容易构造其对应的同步响应系统. 根据前面的讨论, 整个系统包含一个模糊观测器, 并且当 $t \rightarrow \infty$ 时, $x(t) - x(t - \tau) \rightarrow 0$. 因此系统(5)基于模糊观测器的延迟响应系统能够表示如下形式:

模糊观测器规则 i : IF $\hat{z}_1(t)$ is $F_{i1}, \hat{z}_2(t)$ is $F_{i2}, \dots, \hat{z}_n(t)$ is F_{in} THEN

$$\dot{\hat{x}} = A_i \hat{x}(t) + B_i \mu(t - \tau) + K_i (y(t - \tau) - \hat{y}(t)) \quad (6)$$

$$\hat{y}(t) = C_i \hat{x}(t)$$

这时 $\tau > 0$ 表示延迟, $y(t - \tau)$ 和 $\hat{y}(t)$ 分别表示驱动系统在 $t - \tau$ 时刻的输出和模糊观测器在 t 时刻的输出. 所以, 系统(5)的延迟响应模糊系统可以表示为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) \{A_i \hat{x}(t) + B_i (\mu(t - \tau)) + K_i (y(t - \tau) - \hat{y}(t))\}, \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) C_i \hat{x}(t), \end{cases} \quad (7)$$

其中 $K_i (i = 1, 2, \dots, r)$ 表示观测器的增益矩阵.

系统(5)和系统(7)组成一个包含模糊观测器的驱动-响应延迟模糊混沌系统. 系统(5)和(7)可用图1描述, 图中(a)和(b)属于模糊动态对象, (c)是模糊观测器, 且

$$A(z) = \frac{\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i}{\sum_{i=1}^r h_i(z(t))}, \quad A(\hat{z}) = \frac{\sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) A_i}{\sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t))}, \quad B(z) = \frac{\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) B_i}{\sum_{i=1}^r h_i(z(t))},$$

$$B(\hat{z}) = \frac{\sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) B_i}{\sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t))}, \quad C(\hat{z}) = \frac{\sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) C_i}{\sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t))}, \quad K(\hat{z}) = \frac{\sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) K_i}{\sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t))}.$$

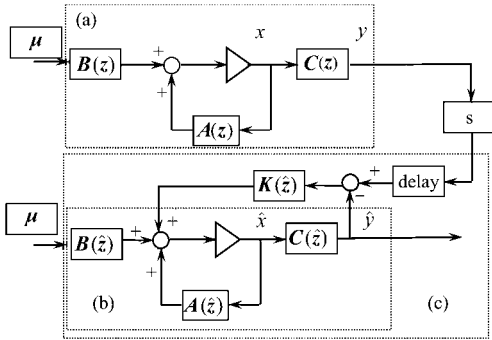


图1 基于模糊观测器驱动延迟响应模糊混沌系统结构图

$$\left\{ B_i \mu(t - \tau) + K_i y(t - \tau) \right\}.$$

根据误差定义,若

$$e(t) = \hat{x}(t) - x(t - \tau) \rightarrow \mathbf{0} \quad (t \rightarrow \infty),$$

则称系统(5)和(7)延迟同步,也就是说,系统(5)和(7)延迟同步等价于误差系统(8)在原点是平稳的.

2 基于模糊观测器的模糊延迟同步标准

由第1节的推导易知,寻找系统(5)和(7)的延迟同步标准等价于求误差系统(8)的平稳条件.下面我们将运用精确线性化技术^[10],推导误差系统(8)的平稳条件,也就是模糊延迟同步标准.

引理1 在误差系统(8)中,若 $K = K_i$, $B = B_i$ ($i = 1, 2, \dots, r$) 和下式(9)成立,则误差系统(8)能够精确线性化.

$$\left\{ (A_1 - KC_1) - (A_i - KC_i) \right\}^T \times \left\{ (A_1 - KC_1) - (A_i - KC_i) \right\} = \mathbf{0}, \quad 2 \leq i \leq r. \quad (9)$$

证明 当 $B_i = B$ 且 $K_i = K$ ($i = 1, 2, \dots, r$) 时,下式显然成立,

$$\sum_{i=1}^r \left\{ h_i(\hat{z}(t)) - h_i(z(t - \tau)) \right\} \left\{ B_i \mu(t - \tau) + K_i y(t - \tau) \right\} = \mathbf{0}. \quad (10)$$

进一步,若式(9)成立,则误差系统(8)能够写成

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) (A_i - KC_i) \hat{x}(t) - \\ & \sum_{i=1}^r h_i(z(t - \tau)) (A_i - KC_i) x(t - \tau), \end{aligned} \quad (11)$$

取 $G = A_1 - KC_1 = A_i - KC_i$ ($i = 2, 3, \dots, r$), 则方程(11)能够表示成

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) G \hat{x}(t) - \sum_{i=1}^r h_i(z(t - \tau)) G x(t - \tau) = \\ & G \hat{x}(t) - G x(t - \tau) = G e(t), \end{aligned}$$

定义信号误差 $e(t) = \hat{x}(t) - x(t - \tau)$, 根据系统(5)和系统(7),误差系统的动态特征可表示成如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \dot{\hat{x}}(t) - \dot{x}(t - \tau) = \\ & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\hat{z}(t)) h_j(\hat{z}(t)) (A_i - \\ & K_i C_j) \hat{x}(t) - \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t - \tau) \\ & h_j(z(t - \tau)) (A_i - K_i C_j) x(t - \tau) + \\ & \sum_{i=1}^r \left\{ h_i(\hat{z}(t)) - h_i(z(t - \tau)) \right\} \times \end{aligned} \quad (8)$$

故引理得证. \square

显然, 若 K 是非奇异矩阵, 则系统(8) 能够利用 $C_i = K^{-1}(G - A_i)$ 进行精确线性化, 然而, 矩阵 K 的非奇异假设是一个比较严格的条件, 这里我们去掉这一限制条件, 得到下面的定理结果.

定理 1 假设存在一个公共正定矩阵 P 和增益矩阵 $C_i (i = 1, 2, \dots, r)$ 满足下面两个条件:

- 1) $\left\{ A_1 X - KM_1 - (A_1 X - KM_1) \right\}^T \left\{ A_1 X - KM_1 - (A_1 X - KM_1) \right\} \leq \alpha I$;
- 2) $-A_i X - X A_i^T + M_i^T K^T + K M_i > 0$,

这里 $M_i = C_i P (i = 1, 2, \dots, r)$, $X = P^{-1}$, $\alpha > 0$ 为任意常数, 则误差系统(8) 在原点处渐近稳定, 即系统(5) 与(7) 延迟同步.

证明 由条件 1) 可得下面 3 式等价, 即

$$\begin{aligned} & \left\{ A_1 X - KM_1 - (A_1 X - KM_1) \right\}^T \left\{ A_1 X - KM_1 - (A_1 X - KM_1) \right\} \leq \alpha I \Leftrightarrow \\ & X^{-1} \left\{ A_1 X - KM_1 - (A_1 X - KM_1) \right\}^T \left\{ A_1 X - KM_1 - (A_1 X - KM_1) \right\} X^{-1} \leq \alpha X^{-2} \Leftrightarrow \\ & \left\{ (A_1 - KC_1) - (A_1 - KC_1) \right\}^T \left\{ (A_1 - KC_1) - (A_1 - KC_1) \right\} \leq \alpha X^{-2}. \end{aligned}$$

若 αX^{-2} 中所有元素近似为 0, 即取适当的 $\alpha > 0$, $X > 0$ 使得 $\alpha X^{-2} \approx 0$, 则定理条件 1) 与式(9) 等价. 所以根据定理条件 1), 误差系统(8) 能够精确线性化, 即 $e(t) = Ge(t)$. 另一方面, 设 Liapunov 候选函数为 $V(e(t)) = e(t)^T P e(t)$, 则

$$\begin{aligned} V(e(t)) &= e(t)^T (G^T P + PG) e(t) = \\ & e(t)^T \left\{ (A_i - KC_i)^T P + P(A_i - KC_i) \right\} e(t) = \\ & e(t)^T (A_i^T P - C_i^T K^T P + P A_i - P K C_i) e(t). \end{aligned} \quad (12)$$

显然 $A_i^T P - C_i^T K^T P + P A_i - P K C_i < 0$, 则 $V(e(t)) < 0$, 即误差系统在原点的平凡解是全局渐近稳定, 即系统(5) 与(7) 全局渐近同步. 又因为

$$A_i^T P - C_i^T K^T P + P A_i - P K C_i < 0 \Leftrightarrow \quad (13)$$

$$P^{-1} (A_i^T P - C_i^T K^T P + P A_i - P K C_i) P^{-1} = A_i X + X A_i^T - M_i^T K^T - K M_i < 0, \quad (14)$$

故定理得证. \square

值得注意的是, 利用 Schur 补定理可将定理 1 的条件可以转化为一个具有线性矩阵不等式约束的广义特征值问题(GEVP), 即

minimize α

subject to

$$\begin{cases} X > 0, \alpha > 0 \\ -A_i X - X A_i^T + M_i^T K^T + K M_i > 0, & i = 1, 2, \dots, r \\ \begin{bmatrix} \alpha I & \left\{ A_1 X - KM_1 - (A_1 X - KM_1) \right\}^T \\ \left[A_1 X - KM_1 - (A_1 X - KM_1) \right] & I \end{bmatrix} > 0 \end{cases} \quad (15) \\ 2 \leq i \leq r \end{cases}$$

其中 α 表示误差系统在原点稳定性收敛速度. 通过 IMIs 工具求解方程(15), 易得控制增益矩阵的解.

3 模糊混沌 Chen 系统的延迟同步

著名的 Chen 系统源自 Lorenz 系统, Chen 系统存在一个复杂然而精美的对称吸引子, 其简

单的闭形式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = (c - a)x_1 - x_1x_3 + cx_2, \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - bx_3, \end{cases} \quad (16)$$

这里, x_1, x_2 和 x_3 表示系统(16)的状态变量, a, b 和 c 为常数比例. 令 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ 且 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (0, -x_1x_3, x_1x_2)^T$, 则系统(16)可表示成如下形式:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{f}(\mathbf{x}),$$

$$\text{其中 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c-a & c & 0 \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix}.$$

由于混沌系统的状态变量有界, 不妨令 $x_i \in [x_{\min}, x_{\max}]$, 系统(16)能够精确地表示成如下模糊混沌系统:

$$\text{规则 } i: \text{ IF } x_i(t) \text{ is } F_i, \text{ THEN } \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_i \mathbf{x} \quad (17)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_i \mathbf{x}(t), \quad i = 1, 2$$

这里

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c-a & c & -x_{\min} \\ 0 & x_{\min} & -b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c-a & c & -x_{\max} \\ 0 & x_{\max} & -b \end{bmatrix},$$

并且隶属函数为

$$F_1 = \frac{-x_1 + x_{\max}}{x_{\max} - x_{\min}}, \quad F_2 = \frac{-x_2 + x_{\max}}{x_{\max} - x_{\min}}.$$

另一方面, 系统(17)基于模糊观测器的延迟响应系统可写成如下形式:

模糊观测器规则 i : IF $\hat{x}_i(t)$ is F_i ,

$$\text{THEN } \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_i \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_i(\mathbf{y}(t - \tau) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \quad (18)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_i \hat{\mathbf{x}}(t), \quad i = 1, 2$$

接下来我们利用一个实例分析系统(17)和(18)的模糊延迟同步, 取 $a = 35, b = 3, c = 7, x_{\max} = 30, x_{\min} = -30, \mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_2 = \text{diag}(10, 10, 10)$, 通过求解 GEVP, 得到系统(17)和(18)模糊延迟同步的控制增益矩阵 $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2$:

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0.1058 & -0.6618 & 0.0034 \\ -0.1205 & 9.8893 & -3.0100 \\ 0.0004 & 2.9900 & 4.2378 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0.1058 & -0.6618 & 0.0034 \\ -0.1205 & 9.8893 & 2.9900 \\ 0.0004 & -3.0100 & 4.2378 \end{bmatrix}.$$

进一步, 我们可得 $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$:

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} -36.0577 & 41.6183 & -0.0342 \\ -5.7953 & -70.8933 & 0.1023 \\ -0.0039 & 0.1004 & -45.3779 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} -36.0577 & 41.6183 & -0.0342 \\ -5.7953 & -70.8933 & 0.1023 \\ -0.0039 & 0.1004 & -45.3779 \end{bmatrix}.$$

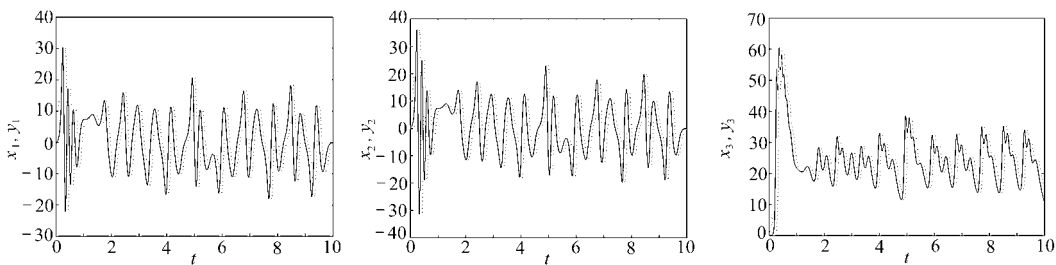


图2 实例中驱动和延迟响应系统的时间历程图(x_i 用 ‘—’ 表示, y_i 用 ‘...’ 表示)

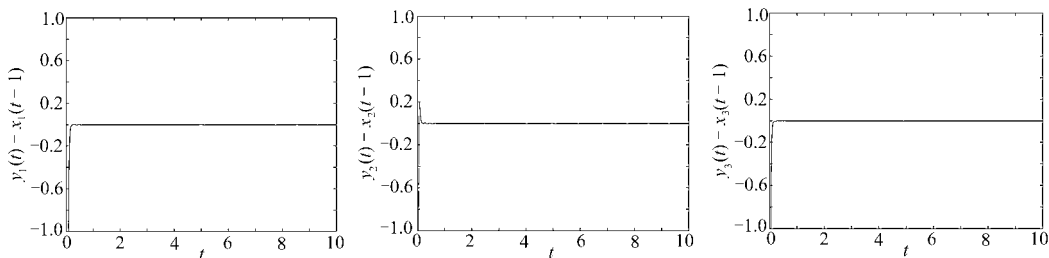


图3 实例中误差系统的时间历程图

显然 $G_1 = G_2$, 即满足精确线性化条件, 通过计算可得 G_1 和 G_2 的最大特征值小于 0, 且 $\alpha = 4.158\ 805E-7$. 根据定理 1, 实例中的驱动系统(17)与延迟响应系统(18)渐近延迟同步. 图 2 表示实例中的驱动系统与响应系统的在初始值为 $x(0) = (0, 0, 0)$ 和 $y(0) = (-1, -1, -1)$ 时的时间历程图; 图 3 显示了实例中驱动系统与延迟时间 $\tau = 1$ 的响应系统延迟同步误差的时间历程图. 通过比较发现, 数值模拟结果与我们提出的理论分析结论是一致的.

4 结 论

本文研究了模糊混沌系统的延迟同步问题, 设计了一个基于模糊观测器的延迟同步结构. 通过 Liapunov 直接法, 得到了一个基于 LMIs 形式的延迟同步标准, 其对应的控制增益矩阵可以通过求解 GEVP 获得. 最后, 将所得的方法应用到著名的 Chen 系统中, 数字模拟结果显示本文的方法具有很高的效率.

[参 考 文 献]

- [1] Cuomo K M, Oppenheim A V, Strogatz S H. Synchronization of Lorenz based chaotic circuits with applications to communications[J]. IEEE Trans Circuits System, 1993, 40(10): 626-633.
- [2] Fujino H, Ohtsubo H. Experimental synchronization of chaotic oscillations in external cavity semiconductor lasers[J]. Optics Letters, 2000, 25(9): 625-627.
- [3] Ahlers V, Parlitz U, Lauterborn W. Hyperchaotic dynamics and synchronization of external cavity semiconductor lasers[J]. Physical Review E, 1998, 58(6): 7208-7213.
- [4] Shahverdiev E M. Lag synchronization in time delayed systems[J]. Physics Letters A, 2002, 292(4/6): 320-324.
- [5] Barsella A, Lepers C. Chaotic lag synchronization and pulse induced transient chaos in lasers coupled by saturable absorber[J]. Optics Communications, 2002, 205(4/6): 397-403.
- [6] Li C D, Liao X F. Lag synchronization of Rossler system and Chua circuit via a scalar signal[J]. Physics Letters A, 2004, 329(4/5): 301-308.

- [7] Li C D, Liao X F, Wong K W. Lag synchronization of hyperchaos with application to secure communications[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2005, **23**(1): 183-193.
- [8] Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMF based designs[J]. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 1998, **6**(2): 250-265.
- [9] Tanaka K, Sano M. On the concept of fuzzy regulators and fuzzy observers[A]. In: Proceedings of Third IEEE International Conference on Fuzzy Systems [C]. 2. Piscataway, NT: IEEE, 1994, 767-772.
- [10] Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMF based designs[J]. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 1998, **6**(2): 250-265.
- [11] Barajas Ramirez J G, Chen G R, Shieh L S. Sampled data chaos synchronization via fuzzy observer design[A]. In: Proceedings of the IEEE Inter Symposium on Intelligent Control [C]. 11. Piscataway, NT: IEEE, 2003, 241-245.
- [12] Lian K Y, Chiu C S, Chiang T S. LMF based fuzzy chaotic synchronization and communications[J]. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 2001, **9**(4): 539-553.
- [13] Li C D, Liao X F. Complete and lag synchronization of hyperchaotic systems using small impulses[J]. *Chaos Solitons and Fractals*, 2004, **22**(4): 857-867.

Lag Synchronization for Fuzzy Chaotic System Based on Fuzzy Observer

TANG Lin jun^{1,2}, LI Dong³, WANG Harr xing^{1,4}

(1. College of Science, Shanghai University, Shanghai 200444, P. R. China ;

2. School of Mathematics and Information, Jiaxing University,
Jiaxing, Zhejiang 314001, P. R. China ;

3. College of Mathematics and Physics Science, Chongqing University,
Chongqing 400030, P. R. China ;

4. Department of Mathematics and Statistics, Lixin University of
Commerce, Shanghai 201620, P. R. China)

Abstract: A new fuzzy observer for lag synchronization was given. By investigating synchronization of chaotic systems, the structure of drive-response lag synchronization for fuzzy chaos system based on fuzzy observer was proposed, and a new lag synchronization criterion was derived by Liapunov stability theorem, in which control gains are obtained by LMI condition. The proposed approach is applied to well known Chen's systems. And simulation example is presented to illustrate its effectiveness.

Key words: fuzzy chaotic system; lag synchronization; fuzzy observer