

多孔固体充满黏性流体时的边界条件

M D 夏玛

(库鲁克西查大学 数学系, 136 119, 印度)

(周哲玮推荐)

摘要: 基于物理学基本原理和能量守恒定律的精确检查, 导出充满黏性流体多孔固体边界呈连续性要求的边界条件。当孔隙流体具有黏性时, 多孔弹性固体就是一个耗散的充满黏性流体的多孔固体。孔隙流体的黏性造成的耗散应力准确地表达了边界条件。边界上两种固体连接的不完全, 导致孔隙流体的流出, 多孔骨料两边微粒运动的不平衡。导出多孔-多孔固体界面孔隙局部连接时的数学模型。在该界面上, 滑移的松-紧, 以及孔隙开-合, 能造成一部分应变能的耗散。数值结果表明, 在水和饱和油砂岩之间的界面上, 修正的边界条件将影响各向同性多孔介质中折射波的能量。

关键词: 多孔固体; 耗散; 边界条件; 流-固耦合问题; 广义 Darcy 定律

中图分类号: O347.4⁺ 1; O357.3 **文献标识码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2009.07.002

引 言

本文研究多孔介质充满流体时的动力学性能, 该问题在石油勘探、地震工程、结构工程、土动力学和水文学等领域非常重要。可以将这种介质视为充满黏性流体的弹性基。Biot^[1-3] 在研究波在多孔弹性介质中传播问题的基础上, 提出了该问题的动力学方程。Deresiewicz 和 Skalak^[4] 将 Neumann 的唯一性定理推广到多孔固体, 并给出了相应的边界条件。然后应用这些边界条件, 求解多孔介质中波的传播问题。然而, 在此期间已有一些修正这些边界条件的认真尝试^[5-10]。

具有粘性的孔隙流体, 是更为实际的多孔弹性材料模型。该模型考虑了由多孔弹性固体的界面两边相对运动产生的摩擦力。因此, 给出了孔隙流体从多孔基中流出的意义。在流体微粒相对于固体微粒运动项中, Biot 理论考虑了孔隙流体粘性的动力学影响。在文献[4]的能量导数中包含了孔隙流体黏性引起的能量耗散。逐步均质法^[11-13] 没有忽略孔隙流体中微极级的黏性应力。但是, 对含孔隙黏性流体的有限多孔介质的边界条件^[14] 仍保持不变。在一个多孔固体的平面表面或横截面上, 孔隙率定义为孔隙占有面积的百分率。因此, 表面为非黏性孔隙流体占有的部分没有偏应力, 但是黏性的出现, 孔隙流体中的黏性应力, 产生骨料的表面应力。当孔隙率较大(例如泡沫材料)或孔隙流体粘度很高时, 这一影响非常大。因此, 在有限

收稿日期: 2008-07-29; 修订日期: 2009-04-28

作者简介: M. D. Sharma (E-mail: mohan_here@rediffmail.com).

本文原文为英文, 黄绍红译, 张禄坤校。

多孔固体的边界上,不再主张假定只有孔隙压力是起作用的应力条件,并且不提孔隙流体黏性造成的偏应力

应该指出,对多孔介质的大多数研究^[9-10,15-17],比较偏爱采用 Biot 理论的弹性动力学和文献[4]的边界条件 该领域中的研究者可能认可并继续看好该 40 年来的老边界条件 况且,这类固体上感到满意的条件将被修正剥离为边界黏性流体应力的作用 本文的一个任务是,当波沿着/横着多孔弹性固体边界传播时,提出适当又真实的边界条件 将文献[4]的基本方程修正合并为偏应力,偏应力是由于黏性压力下的孔隙流体造成的,在所建议的边界条件下,给出了耗散应力的预期表达式

1 多孔弹性

根据文献[2],在各向异性多孔弹性材料中,多孔骨料中的应力 $\bar{\sigma}_j$ 和孔隙流体压力 p_f 的本构方程为

$$\bar{\sigma}_j = A_{jkl} u_{k,l} + m_{ij} w_{k,k} - p_f = m_{ij} u_{i,j} + R w_{k,k}, \quad (1)$$

其中 A_{jkl} 为多孔骨料的弹性张量; m_{ij} 为弹性常数,表示固相和液相之间的弹性耦合; R 为弹性常数,用于度量孔隙上作用的饱和流体的压力 重复指标遵循求和约定 w_j 为流体相对于固体的平均位移分量,定义为

$$w_j = f(U_j - u_j) \quad (j = 1, 2, 3), \quad (2)$$

其中 f 为固体基的孔隙率, U_j 为流体微粒的位移, $()$ 表示对时间的导数 当黏度为 η 时,边界上的流体压力 p_f 可用应力张量替换^[18]

$$s_{\bar{j}} = -p_f \delta_{ij} + \bar{\sigma}_{ij}, \quad (3)$$

其中 δ_{ij} 为 Kronecker 符号 对称张量 $\bar{\sigma}_{ij}$ 定义黏性孔隙流体中的偏应力(或畸变应力) 在无黏性流体中没有该应力

按照 Biot 的文献[2-3],充满黏性流体的一般各向异性多孔固体,其孔隙的渗透率也是各向异性的,控制微粒运动的微分方程组在不计体力时,为

$$\bar{\sigma}_{j,j} = \rho u_i + \rho w_i, \quad s_{ij,j} = \rho u_i + q_{ij} w_j + r_{ij} w_j, \quad (4)$$

其中 ρ 和 ρ_f 分别为多孔骨料密度和孔隙流体密度 惯性参数 q_{ij} 控制着液相和固相的动力学耦合 另一个张量 r_{ij} 表示流-固耦合的广义 Darcy 定律,并表示各向异性渗透率张量的逆

2 能量研究

利用上节定义的参数,单位体积多孔骨料中,动能和应变能的时间变化率为^[2]

$$T_o = \rho u_i u_i + \rho_f (u_i w_i + u_i w_i) + m_{ij} w_j w_i, \quad W_o = \bar{\sigma}_{ij} u_{i,j} + s_{\bar{j}} w_i, \quad (5)$$

单位体积多孔骨料的耗散函数为

$$D_o = \frac{1}{2} r_{ij} w_i w_j \quad (6)$$

设体积单元为 V , 其表面为 S 在该体积单元上所做功的时间变化率为

$$T + W + 2D = \int_V (T_o + W_o + 2D_o) dV \quad (7)$$

将能量密度表达式(5)和控制方程(4)代入式(7) 利用 Gauss 散度定理,导出能量表达式为

$$T + W + 2D = \int_S (\bar{\sigma}_{ij} u_i + s_{\bar{j}} w_i) n_j dS \quad (8)$$

3 边界条件

现在研究来自物理情况的边界条件 需要添加对介质的能量项和对液体流动的连续性方程 式(8)用于计算多孔弹性体中的能量,来自物体表面处液体和固体微粒的应力和速度 下标 n 和 t 分别表示表面的法矢量 \hat{n} 的平行方向和正交方向 下文文中 n 的重复指标不表示求和约定 变量顶上的黑点,表示变量对时间的导数 在多孔固体表面,不考虑越过多孔壁的孔隙流体的流动,用 $w_t = 0$ 来表示 因此 ${}_{mn}u_n + {}_{nt}u_t + s_{mn}w_n$ 的连续性确保了能量的守恒 $w_n = 0$ 表示孔隙表面封闭或者界面没有渗透性 当孔隙表面开放时,粘性流体覆盖孔隙骨料表面积的部分为 f (即孔隙率) 该流体表面的耗散应力,考虑为多孔介质不同类型边界的修正条件,表面状态详细讨论如下

3.1 多孔固体充满流体时的自由表面

考虑一无应力的平面表面 在多孔材料表面的每一点上,其总能量必为 0,即在物体材料表面的每一点上,有

$$\int_{j=n,t} [{}_{ij}u_j + s_{mn}w_n] = 0, \quad (9)$$

因此,当多孔骨料表面无应力时,固体部分应力 ${}_{nj}$ 以及流体部分应力 s_{mn} 将各自为 0 对于完全开放的孔隙表面,自由表面上没有法向应力作用^[2],即 $s_{nn} - {}_{nn} = 0$ 对于封闭的孔隙表面,自由表面上没有流体流出,即 $w_n = 0$ 对于部分开放的孔隙表面,空隙流体的流出与该处有效法向应力成正比^[8] 因此,多孔固体充满流体时的自由表面边界条件为

$$) \quad {}_{mn} = 0; \quad) \quad {}_{nt} = 0; \quad) \quad s_{nn} - {}_{nn} = Z w_n, \quad (10)$$

其中常数 Z 为孔隙流体的表面流动阻力^[10] 值 $Z = 0$ 对应于完全开放的孔隙;而 Z 对应于封闭的孔隙;值 $0 < Z < \infty$ 对应于孔隙表面的部分开放,此时关系式(9)不成立 这意味着,能量守恒仅在孔隙完全封闭或完全开放时成立

还常用另一个参数 来表示材料表面孔隙的开放情况 假设 Z 非 0,为表示表面流动阻力的有限常数 的极端值 0 和 1,分别表示孔隙的封闭和开放; 的中间值,表示孔隙有限的或部分的开放 最终边界条件可写为

$$({}_{mn} - {}_{nn}) = Z(1 -)w_n \quad (11)$$

的应用有着特别重要的意义,它表明,表面上相互连接的孔隙,即使很小的开放,也可能会引起孔隙流体压力的大幅度下降

3.2 流体和多孔固体充满流体时的界面

设流体介质中的应力分量为 S_{ij} ,微粒的速度分量为 U_j 界面上能量的平衡要求满足如下方程:

$$\int_{j=n,t} [{}_{ij}u_j + s_{mn}w_n] = \int_{j=n,t} S_{ij}U_j \quad (12)$$

两种连续介质间的物理关系,定义它们共同表面的边界条件 类似于文献[4],界面上的物理条件要求应力连续,即 ${}_{nj} = S_{nj}$ 多孔固体中骨料微粒的法向速度 $u_n + w_n$ 与流体介质中微粒的法向速度 U_n 相等 第4个条件是表示孔隙流体的流出速度 w_n 和有效的法向应力 $s_{mn} - {}_{mn}$ 之间的关系 这样,黏性流体介质和耗散多孔介质界面间有 4 个条件,表达为

$$\begin{cases}) \quad {}_{mn} = S_{mn}; &) \quad u_n + w_n = U_n; \\) \quad (s_{nn} - {}_{nn}) = Z(1 -)w_n; &) \quad {}_{nt} = S_{nt} \end{cases} \quad (13)$$

若不允許黏性流体在多孔固体表面滑移, 则该界面上第 5 个边界条件为 $u_t = U_t$ 反之, 表面上的切向应力将与滑移量成正比, 即 $S_{nt} = (u_t - U_t)$ 该组边界条件允许发生这种滑移, 但不能保证界面上能量的守恒 若不考虑流体介质的黏性, 边界条件就减少为 4 个, 前面 3 个为式(13)中的 () ~ (), 第 4 个为 $u_n = 0$

3.3 弹性固体和多孔固体充满流体时的界面

在一个不可渗透的弹性固体中, 设 T_{ij} 为应力分量, u_j 为微粒速度分量 能量守恒满足如下方程:

$$m(u_n + w_n) + n u_t + (s_{nm} - m)w_n = T_{mn} u_n + T_{nt} u_t \quad (14)$$

按照两种固体间界面的物理条件: 界面的紧密结合, 意味着这时速度分量是连续的, 即 $u_j = u_j$ 动力学条件意味着应力分量也是连续的, 即 $T_{ij} = T_{ij}$ 弹性固体是不可渗透材料, 要求孔隙流体的法向流出速度必须为 0, 即在界面上 $w_n = 0$ 因此, 弹性固体和多孔固体紧密结合时, 界面边界条件为

$$() m = T_{mn}; () u_n = u_n; () n_t = T_{nt}; () u_t = u_t; () w_n = 0 \quad (15)$$

后两个边界条件表明表面孔隙是封闭的 用有效法向应力为 0 (即 $s_{nm} - m = 0$) 替换边界条件 (), 限制多孔介质边界上流体的流出^[2] 这对界面上的能量守恒没有影响

孔隙流体沿着饱和多孔固体平面边界的渗漏, 能够在表面上形成一层非常薄的流体层 削弱了多孔固体和另一种固体的结合, 称为不完全连接^[19] 这时允许沿界面的滑移, 即 $u_t + w_t = u_t$ 因此, 多孔固体和弹性固体间不完全连接界面上的边界条件为

$$\begin{cases} () m = T_{nn}; () u_n + w_n = u_n; () n_t = T_{nt}; \\ () s_{nn} - m = 0; () T_{nt} = (u_t + w_t - u_t), \end{cases} \quad (16)$$

其中参数 度量连接的松散程度 取值为 0, 表示界面光滑, 无剪应力; 取值 , 表示界面完全吻合; 取非零的有限值, 表示界面不完全连接, 界面上允许滑移, 并存在能量的耗散 波沿着不完全连接界面的横向传播, 将损失一部分能量

3.4 两个不同的充满流体的多孔固体间的界面

考虑两个不同的饱和多孔耗散固体的一段公共边界 根据文献[2], 有效应力或应力差 (多孔基和孔隙流体中的法向应力差) 控制着多孔骨架中孔隙流体的流动 用有效应力分量表示的能量平衡方程为

$$m(u_n + w_n) + n u_t + (s_{nm} - n_n)w_n = n_n(u_n + w_n) + n u_t + (s_{nm} - m)w_n, \quad (17)$$

其中上角带撇的量表示另一个多孔介质 我们从最简单的界面完全结合着手 假设两种介质的孔隙表面完全结合, 合理的边界条件为

$$\begin{cases} () m = m; () u_n + w_n = u_n + w_n; () n_t = n_t; () u_t = u_t; \\ () s_{nn} - S_m = s_{nn}^c - S_m^c; () w_n = w_n^c \end{cases} \quad (18)$$

边界条件 () 不像令人满意的孔隙流体的连续性方程 实际上, 它表示流体从孔隙表面流出的平均速度的连续性 当 $Q_t = Q$ 时, 它就是连续性方程, 例如, 在界面两边的孔隙中有着相同的空隙流体 换句话说, 边界条件 () 和 () 可以变为

$$() (s_{nn}^c - S_m^c) / Q = (s_{nn} - S_m) / Q; () Q w_n = Q w_n^c \quad (19)$$

现在的式(19)的条件 (), 保证了界面上流体从孔隙流出质量(而不是速度)的连续性, 因而它是孔隙流体的连续性方程 式(19)中的条件 (), 不能保证两种介质界面上有效的法向应力的

连续性, 除非两边的孔隙流体有着相同的密度 ρ 。它允许孔隙流体在界面横向流动(即置换为水平流体) ρ 。注意, 对每组边界条件, 界面上的能量是守恒的 ρ 。

孔隙表面的渗漏可能导致完全结合界面的松动 ρ 。在两种多孔介质不完全结合的情况下, 式(18)中的边界条件()变为

$$\rho S_{ni} = N(u_i + w_i - u_i^c - w_i^c)I \quad (20)$$

当两种介质的孔隙表面不完全结合时, 可能出现沿界面的渗漏 ρ 。我们用参数 \langle 表示两种介质孔隙表面间的连接部分, 定义为

$$\langle = \frac{\min(f, f^c)}{\max(f, f^c)} K \quad (21)$$

其中 f 和 f^c 为两种介质的空隙率, \langle 在 0 和 1 之间取值 ρ 。当 $K = 0$, 或者其中一个空隙率为 0 时, \langle 可能为 0, 意味着界面上孔隙间不连接 ρ 。 \langle 取值为 1, 表示孔隙完全连接, 只有 $f = f^c$ 和 $K = 1$ 时才能达到 ρ 。因此, K 相当于一个似然率参数, 定义为密度相同的两种多孔固体表面孔隙完全连接的概率 ρ 。由于渗漏的存在, 边界条件()和()变为

$$\rho \langle (s_{nm} - S_{nn}) = Z(1 - \langle)w_n; \quad \rho \langle (s_{nm}^c - S_{nm}^c) = Z(1 - \langle)w_n^c \quad (22)$$

其中参数 Z 表示部分连接孔隙($0 < \langle < 1$) 表面流动的阻力 ρ 。这些边界条件不会影响界面上的能量守恒 ρ 。

$\langle = 1$ 是一个理想的但并不现实的情况, 这时式(18)中后面两个边界条件退化为

$$\rho s_{nm} - S_{nn} = 0; \quad \rho s_{nm}^c - S_{nm}^c = 0 \quad (23)$$

它是式(18)孔隙完全连接边界条件()和()的一个可供选择的办法 ρ 。对于两种介质孔隙表面不相连的理论上的情况, $\langle = 0$ 改变了文献[4]中对应的边界条件, 即

$$\rho w_n = 0; \quad \rho w_n^c = 0 \quad (24)$$

4 数值算例

数值算例的目的是验证所建议的边界条件, 对弹性波沿耗散多孔弹性固体表面横向传播时的影响 ρ 。对于各向同性多孔介质, 多孔骨料中的有效应力 S_{ij} 和孔隙流体中的有效应力 s_{ij} 为

$$\begin{cases} S_{ij} = R_{ij} + A(-p_f)D_{ij} + BM_{ij}, & R_{ij} = K u_{k,k} D_{ij} + L(u_{i,j} + u_{j,i}), \\ s_{ij} = -p_f D_{ij} + M_{ij}, & -p_f = (A - f)Mu_{k,k} + fMU_{k,k}, \end{cases} \quad (25)$$

其中 K, L, M 为弹性常数^[2], A 为液相和固相耦合时的 Biot 参数 ρ 。 B 为各向同性剪切耦合时的类似参数 ρ 。黏性流体中偏应力^[13]的表达式为

$$M_{ij} = G \left[U_{i,j} + U_{j,i} - \frac{2}{3} U_{k,k} D_{ij} \right] + V_f U_{k,k} D_{ij}, \quad (26)$$

其中 G 和 V_f 分别为孔隙流体的剪切(或第一)黏度和体(或第二)黏度 ρ 。注意到, 体黏度对孔隙流体压力的影响很小, 为简化数值计算, 我们忽略了第二黏度 ρ 。考虑流-固耦合问题, 多孔骨料的流体要素中的黏性应力为

$$M_{ij} = (B - f)L \left[u_{i,j} + u_{j,i} - \frac{2}{3} u_{k,k} D_{ij} \right] + fG \left[U_{i,j} + U_{j,i} - \frac{2}{3} U_{k,k} D_{ij} \right], \quad (27)$$

其中 L 为各向同性剪切耦合弹性参数, 类似于 Biot 理论的体参数 M

4.1 问题的提出

为了分析孔隙流体剪应力对波传播的影响, 在非黏性流体和耗散多孔固体的平面界面上, 研究了反射折射 ρ 。考虑 $z \geq 0$ 的半空间为流体, 而另一半空间 $z < 0$ 为各向同性多孔固体 ρ 。

平面 $z = 0$ 为两种介质的通常边界 1 声波穿过非黏性流体传播, 入射点位于界面上并与界面的法向(即 z 轴)成角 H_1 随同该入射声波的反射的同时, 在多孔弹性介质中出现 3 个折射波 (P_f, P_s, S) 1 对于 $x-z$ 平面上的二维流动, 流体半空间中的位移 U_i^c 为

$$\begin{cases} U_x^c = \sin H \left[\exp i X \left[\frac{x \sin H + z \cos H}{v_0} - t \right] + \# \exp i X \left[\frac{x \sin H - z \cos H}{v_0} - t \right] \right], \\ U_z^c = \cos H \left[\exp i X \left[\frac{x \sin H + z \cos H}{v_0} - t \right] - \# \exp i X \left[\frac{x \sin H - z \cos H}{v_0} - t \right] \right], \end{cases} \quad (28)$$

其中 v_0 为流体中的声速, $\#$ 为反射波的波幅, 而 K 为体积模量, $S_z = K(5U_z^c/5z + 5U_x^c/5x)$ 为流体介质中的法向应力 1

多孔弹性介质中的位移分量为

$$\begin{cases} u_j = \sum_{m=1}^3 f_m S_j^{(m)} \exp \left\{ i X \left[\frac{1}{V_m} n_k^{(m)} x_k - t \right] \right\}, \\ w_j = \sum_{m=1}^3 f_m F_j^{(m)} \exp \left\{ i X \left[\frac{1}{V_m} n_k^{(m)} x_k - t \right] \right\} \quad (j = x, y, z), \end{cases} \quad (29)$$

其中单位矢量 $(n_1^{(m)}, n_2^{(m)}, n_3^{(m)})$ 表示耗散多孔介质中折射波的相方向 1 f_m 和 V_m 为与折射波有关的激发因子和复速度 1 下标 m 取 1 到 3 分别表示 P_f 波、 P_s 波和 S 波 1 我们有 $(n_3^{(m)})^2 + (n_1^{(m)})^2 = 1$, 并且由 Snell 定律, $n_1^{(m)}/V_m = \sin H/v_0$, $n_2^{(m)} = 0$

考虑耗散多孔固体和非黏性流体间界面的边界条件(见 3.2 小节) 1 满足 4 个边界条件的 4 个关于 f_1, f_2, f_3 和 $\#$ 的非齐次线性方程为

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^3 f_k \frac{1}{V_k} [A_1 n_1^{(k)} S_1^{(k)} + A_2 n_1^{(k)} F_1^{(k)} + (A_1 + 2A_3) n_3^{(k)} S_3^{(k)} + \\ (A_2 + 2A_4) n_3^{(k)} F_3^{(k)}] - \frac{K}{v_0} \# = \frac{K}{v_0}, \\ \sum_{k=1}^3 f_k \frac{1}{V_k} [A_3 (n_1^{(k)} S_3^{(k)} + n_3^{(k)} S_1^{(k)}) + A_4 (n_1^{(k)} F_3^{(k)} + n_3^{(k)} F_1^{(k)})] = 0, \\ \sum_{k=1}^3 f_k [S_3^{(k)} + F_3^{(k)}] + \# \cos H = \cos H, \\ D \sum_{k=1}^3 f_k \frac{1}{V_k} [(B_1 - A_1) n_1^{(k)} S_1^{(k)} + (B_2 - A_2) n_1^{(k)} F_1^{(k)} + \\ (B_1 - A_1 + 2B_3 - 2A_3) n_3^{(k)} S_3^{(k)} + (B_2 - A_2 + 2B_4 - 2A_4) n_3^{(k)} F_3^{(k)}] + \\ Z(1 - D) \sum_{k=1}^4 f_k F_3^{(k)} = 0, \end{cases} \quad (30)$$

其中 $E = GX$,

$$A_1 = K + A^2 M - \frac{2}{3} B[(B-f)L - ifE], \quad A_2 = AM + \frac{2}{3} iBE,$$

$$A_3 = L + B(B-f)L - ifBE, \quad A_4 = -iBE,$$

$$B_1 = AM - \frac{2}{3} [(B-f)L - ifE], \quad B_2 = M + \frac{2}{3} iE,$$

$$B_3 = (B-f)L - ifE, \quad B_4 = -iE$$

可以看出, 当 $B = f$ (或 $L = 0$) 和 $E = 0$ (或黏度 $G = 0$) 时, 该方程组简化为 Biot 理论^[2-3]

得到的方程和 Dersiewicz-Skalak 边界条件^[4]

4.2 反射系数和折射系数

在 $z = 0$ 平面单位面积表面单元的垂直方向上, 考虑不同的反射波和折射波之间的能量分配 1 将表面牵引力和微粒速度的标量积在一个时间周期上的平均, 定义为平均能量通量, 记为 $3P_{i4}^*$ 表面的外法向取为 z 轴, 则流体介质中入射波的平均能量通量为

$$3P_{i4}^* = -0.15 X^2 (K/v_0) \cos H_1$$

反射波的平均能量通量为

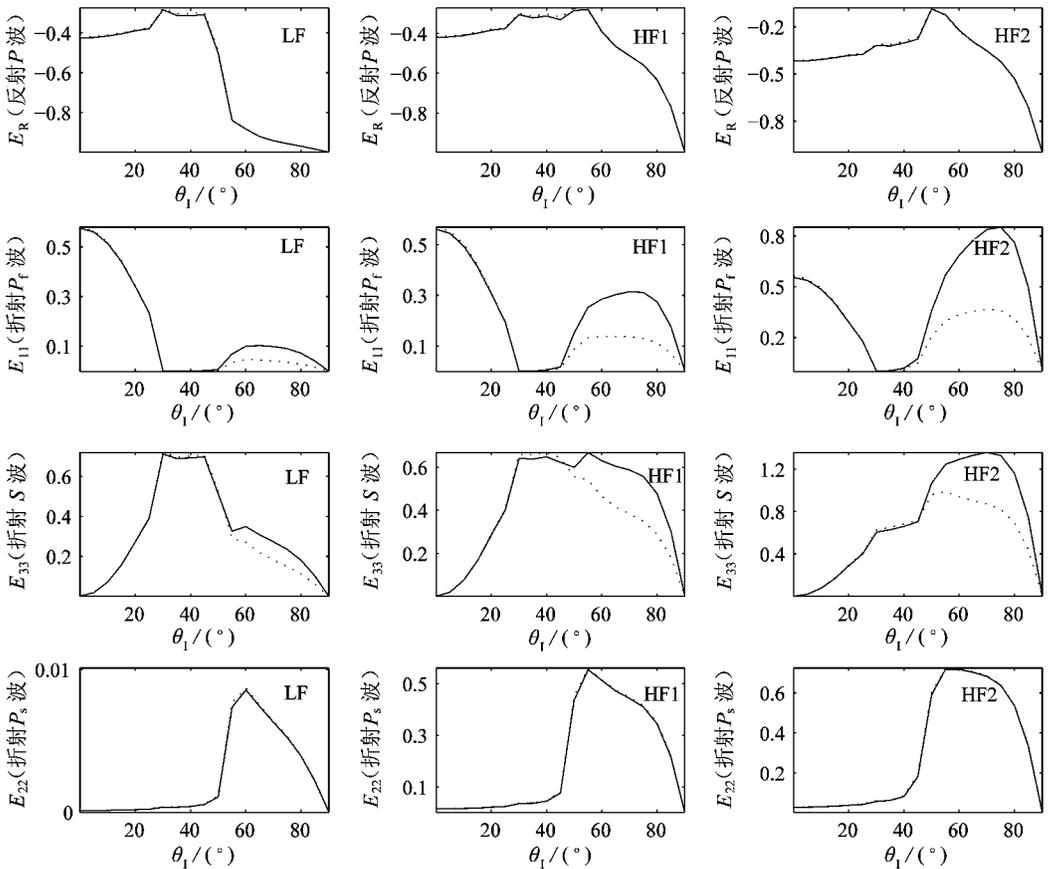
$$3P_{R4}^* = 0.5 X^2 (K/v_0) \cos H_1 \# |^2_1$$

定义反射波的能量比为

$$E_R = 3P_{R4}^*/3P_{i4}^*$$

入射声波的能量传递到多孔骨料的流体部分, 折射波的平均能量通量为

$$3P_{jk4}^* = 0.5 \text{Re} [S_{zz}^{(j)} \text{conj}(u_z^{(k)}) + S_{zx}^{(j)} \text{conj}(u_x^{(k)}) + s_z^{(j)} \text{conj}(w_z^{(k)}) + s_{zx}^{(j)} \text{conj}(w_x^{(k)})] J_1$$



) 修正边界条件; , 原边界条件

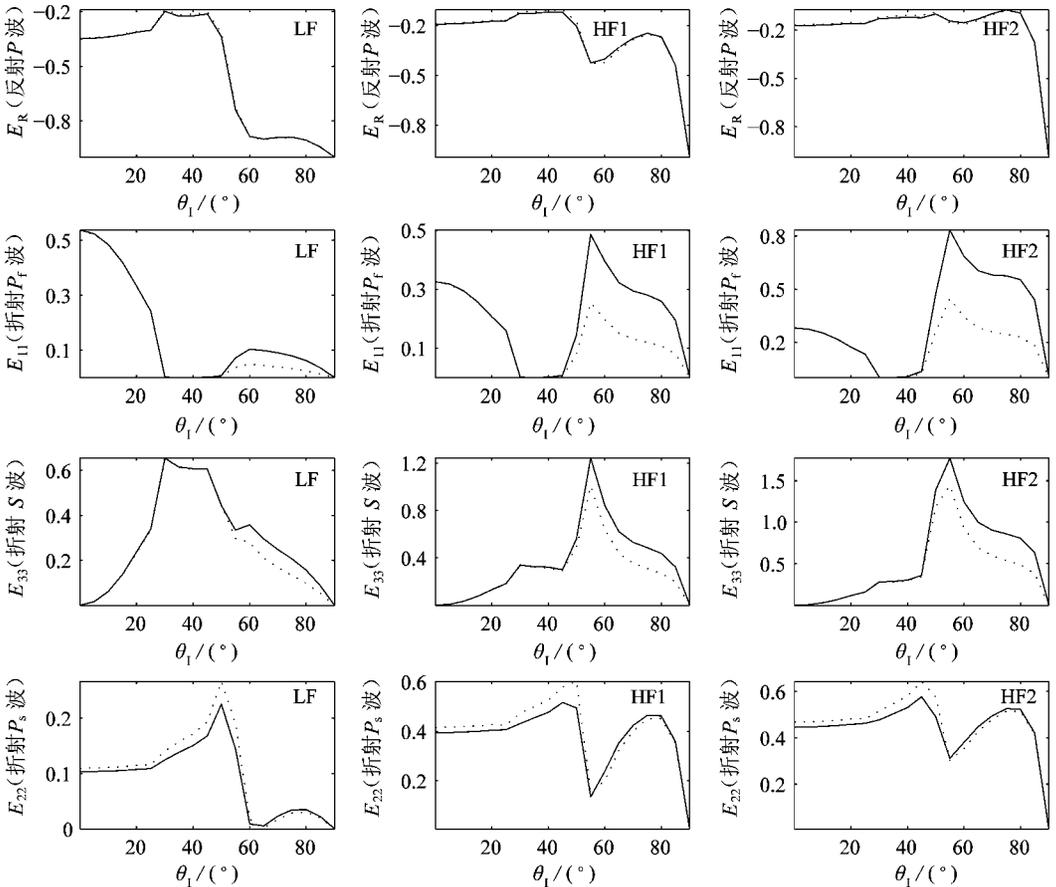
图 1 孔隙封闭 ($D = 0$), 入射波通过液体半空间时, 反射波和折射波的能量分布

一个相应的能量矩阵 $E_{jk} = 3P_{jk4}^*/3P_{i4}^*$ ($j, k = 1, 2, 3$) 定义了耗散多孔弹性介质中 3 个折射波之间能量的分配 1 因此, 矩阵 E 的对角线项表示折射波的能量比, 反之, 该能量矩阵的所有非对角线项的和, 给出了折射波之间交互作用能量的份额^[20] 1 因此, 由关系式

$$\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 E_{jk} - E_R = 1 \text{ 得到能量守恒1}$$

4.3 数值模型

选择储水饱和油岩石(砂岩)作为耗散多孔介质的数值模型1 研究水平界面反射折射1 水的密度为 1000 kg/m^3 , 音速为 1.463 km/s 1 多孔岩石的弹性常数和动力学常数利用文献[21]提供的各向异性材料常数, 即 $K= 3.7 \text{ GPa}$, $L= 7.9 \text{ GPa}$, $M= 5 \text{ GPa}$, $L= 0.9 \text{ m}$, $A= 0.6$, $B= 0.3$, $f= 0.16$, $Q= 2216 \text{ kg/m}^3$ 1 设饱和流体(油)的密度为 $Q_f= 950 \text{ kg/m}^3$ 且 $q= AQ/f$ 1 表示修正边界条件的主要参数是 $E1$ 对于给定流体(油), 其黏度 $G= 0.25 @ 10^{-9} \text{ GPa}\cdot\text{s}$, 重要参数 $E(U 0.01 \text{ GPa})$ 只能在高频时得到1 该值对孔隙中避免 Poiseuille 流, 可能足够大了, 因此, 该值遍及 Biot 理论的高频范围1 特征频率 X_c 可判定 Biot 理论^[1] 的频率范围1 数值计算时, 取 $X/X_c= 0.1$ 为低频域(LF); $X/X_c= 10$ 为高频域, 其中域 HF1 对应参数 $J= 0.1$ (高黏度), 域 HF2 对应参数 $J= 10$ (大孔隙) 1 对高黏度油来说, X_c 将变大, 则在低频范围内, 大的 X 值也可能发生1 这样更适合 3 个频率范围(LF, HF1, HF2) 内数值结果的计算1



) 修正边界条件; , 原边界条件

图2 孔隙部分开放 ($D= 0.5$), 入射波通过液体半空间时, 反射波和折射波的能量分布

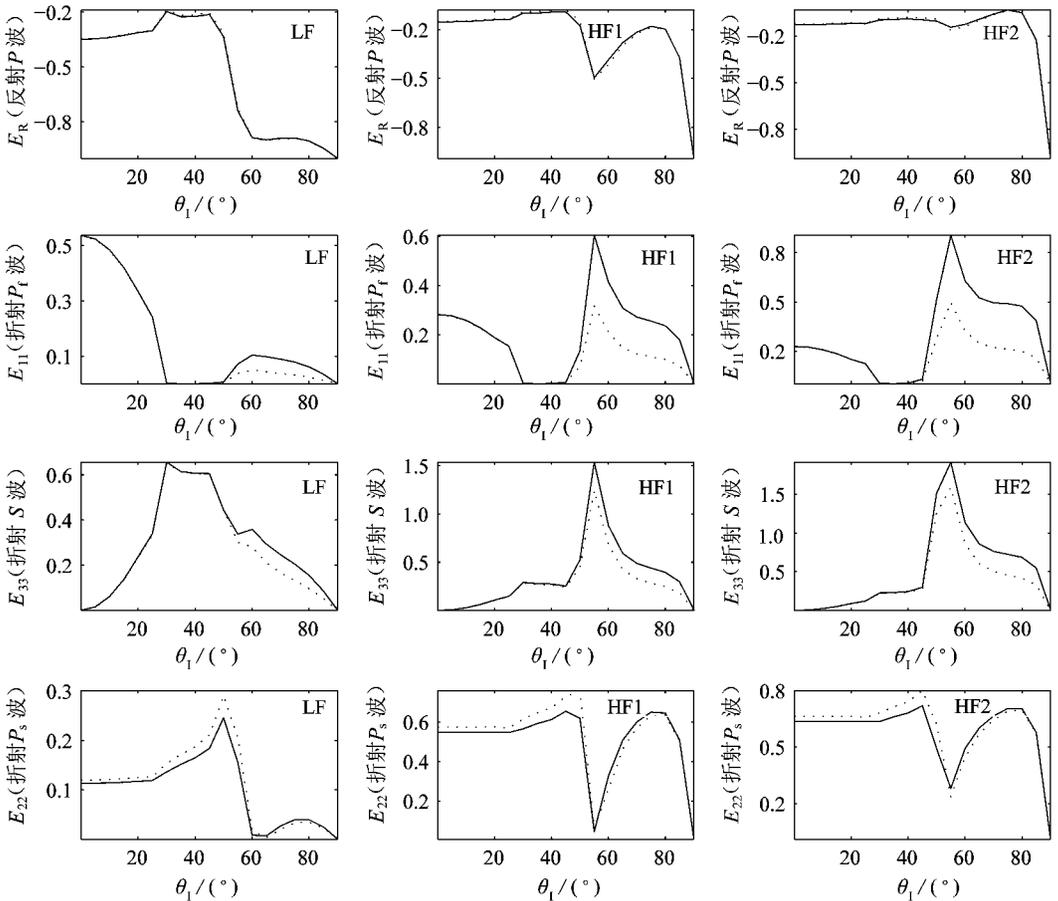
4.4 数值结果和讨论

计算折射波 P_f, P_s, S 和反射波 P 的能量比1 多孔固体中耗散的存在, 引起折射波的衰减1

在这些衰减波之中能量的交互作用,一部分能量沿界面横向分布1 图1~ 3给出了折射波和反射波的能量比 (E_{11} , E_{22} , E_{33} , E_R) 随入射角 θ_1 的变化1 P 波的入射角从 0° 到 90° 变化1

图1 示出不同频率范围中, 能量分布随入射角的变化1 $D = 0$ 表示界面上的孔隙封闭1 由图中可以看出, 对反射波 P 和折射波 P_s 没有影响1 对修正边界条件来说, 当入射角大于 50° 时, 折射波 P_f 和 S 的能量大得多1 耦合参数 ($B = 0.3$) 大于孔隙率 ($f = 0.16$) 的情况非常偶然, 相反观察到的都是 B 小于 f 的情况1 当 $B = f$ 时, 修正边界条件没有影响1 由于边界条件变化的差别, 耗散多孔介质中衰减波产生的交互作用能量得到了调整, 正交于界面传播的总能量得以保存1 修正边界条件增强了高频 (HF1, HF2) 范围内波的传播1 从 HF1 情况到 HF2 情况的变化, 缘于孔隙的增大1

孔隙的开放还要影响到折射波能量的分布1 将图2 的曲线和其对应的图1 曲线加以比较, 这是显然的1 图2 显示了多孔固体边界上孔隙部分开放 ($D = 0.5$) 时得到的数值结果1 此时能量不守恒, 部分能量消耗在阻碍黏性流体从多孔固体中的自由流出1 完全开放孔隙 ($D = 1$) 时, 能量分布示于图31 这些图形显示了图2 中对应图形的极限位置1



) 修正边界条件; , 原边界条件

图3 孔隙完全开放 ($D = 1$), 入射波通过液体半空间时, 反射波和折射波的能量分布

数值算例中主要关注, 非黏性流体和耗散多孔固体间的界面上, 黏性应力对反射-折射现象的影响1 这些影响通过3 组图形用实线和其对应的虚线分别显示1 一些观测结果说明如

下:

- 1) 修正的边界条件对反射波 P 几乎没有影响;
- 2) 只有当界面孔隙(部分或完全)开放时,边界条件对折射波 P_s 有影响;
- 3) 当入射角超过某一角度时,折射波 P_r 和 S 对边界条件非常敏感;
- 4) 边界条件的作用随着波的传播(空隙流体)频率(黏度)的增大而增强,同时随着孔隙的增大而增强;
- 5) 边界条件的作用随着孔隙的开放程度增大而减弱,高频范围尤其明显¹

5 结 论

本文在修正的 Deresiewicz 和 Skalak^[4] 边界条件下,研究了耗散多孔介质中波的传播问题,同时提出了饱和多孔固体表面边界条件的一些新的组合¹ 建议的组合表达了某些实际的物理状态,在说明这些物理状态时,要始终注意边界上的能量平衡¹ 对于耗散多孔固体中波的传播现象,建议的边界条件更为完备¹ 这些边界条件,包括黏性孔隙流体的剪应力(或偏应力),可以提供更为精确的动力学解¹ 令人满意的是,提出了更多的组合类型,足以表达可能出现的各种状况¹ 作者相信,勘探和结构工程领域的研究者,在他们类似的研究中,会喜欢使用这些边界条件¹

[参 考 文 献]

- [1] Biot M A. The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid) : low-frequency range; : higher frequency range[J]. J Acoust Soc Am , 1956, 28(2): 168-191.
- [2] Biot M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media[J]. J Appl Phys , 1962, 33(4): 1482-1498.
- [3] Biot M A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media[J]. J Acoust Soc Am , 1962, 34(9A): 1254-1264.
- [4] Deresiewicz H, Skalak R. On uniqueness in dynamic poroelasticity[J]. Bull Seism Soc Am , 1963, 53(4): 793-799.
- [5] Dutta N C, Ode H. Seismic reflections from a gas-water contact[J]. Geophysics , 1983, 48(2): 148-162.
- [6] Lovera O M. Boundary conditions for a fluid-saturated porous solid[J]. Geophysics , 1987, 52(2): 174-178.
- [7] De La Cruz V, Spanos T J T. Seismic boundary conditions for porous media[J]. J Geophys Res , 1989, 94(B3): 3025-3029.
- [8] Sharma M D, Saini T N. Pore alignment between two dissimilar saturated poroelastic media: reflection and refraction at the interface[J]. Int J Solids Struct , 1992, 29(11): 1361-1377.
- [9] Gurevich B, Schoenberg M. Interface conditions for Biot's equations of poroelasticity[J]. J Acoust Soc Am , 1999, 105(5): 2585-2589.
- [10] Denneman A I M, Drijkoningen G G, Smeulders D M J, et al. Reflection and transmission of waves at a fluid/porous medium interface[J]. Geophysics , 2002, 67(1): 282-291.
- [11] Auriault J L. Dynamic behavior of a porous medium saturated by a Newtonian fluid[J]. Int J Engng Sci , 1980, 18(6): 775-785.
- [12] Burridge R, Keller J B. Poroelasticity equations derived from microstructure[J]. J Acoust Soc Am , 1981, 70(4): 1140-1147.

- [13] Pride S R, Gangi A F, Morgan F D. Deriving the equations of motion for porous isotropic media[J]. *J Acoust Soc Am*, 1992, 92(6): 3278-3290.
- [14] Deresiewicz H, Rice J T. The effect of boundaries on wave propagation in a liquid-filled porous solid : reflection of plane waves at a free plane boundary (general case)[J]. *Bull Seism Soc Am* , 1962, 52(3): 595-625.
- [15] Chen J. Time domain fundamental solution to Biot's complete equations of dynamic poroelasticity part : two-dimensional solution[J]. *Int J Solids Struct* , 1994, 31(10) : 1447-1490.
- [16] Sharma M D. 3-D wave propagation in a general anisotropic poroelastic medium: reflection and refraction at an interface with fluid[J]. *Geophys J Int* , 2004, 157(2): 947-957.
- [17] Sharma M D. Wave propagation in a general anisotropic poroelastic medium with anisotropic permeability: phase velocity and attenuation[J]. *Int J Solids Struct* , 2004, 41(16/ 17) : 4587-4597.
- [18] Morse P M, Feshbach H. *Methods of Theoretical Physics*[M]. New York: McGraw-Hill, 1953.
- [19] Vashisth A K, Sharma M D, Gogna M L. Reflection and transmission of elastic waves at a loosely bonded interface between an elastic solid and liquid-saturated porous solid[J]. *Geophys J Int* , 1991, 105(3): 601-617.
- [20] Borchardt R D. Reflection-refraction of type S waves in elastic and inelastic media[J]. *Bull Seism Soc Am* , 1977, 67: 43-67.
- [21] Rasolofosaon P N J, Zinszner B E. Comparison between permeability anisotropy and elasticity anisotropy of reservoir rocks[J]. *Geophysics* , 2002, 67(1) : 230-240.

B o u n d a r y C o n d i t i o n s f o r P o r o u s S o l i d s S a t u r a t e d
W i t h V i s c o u s F l u i d

M. D. Sharma

(Department of Mathematics , Kurukshetra University , India-136 119)

Abstract: Boundary conditions were derived to represent the continuity requirements at the boundaries of a porous solid saturated with viscous fluid. These were derived from the physically grounded principles with a mathematical check on the conservation of energy. The poroelastic solid is a dissipative one, for the presence of viscosity in interstitial fluid. The dissipative stresses due to the viscosity of pore-fluid, are well represented in the boundary conditions. The unequal particle motions of two constituents of porous aggregate at a boundary between two solids were explained in terms of drainage of pore-fluid leading to imperfect bonding. Mathematical model was derived for the partial connection of surface pores at the porous-porous interface. At this interface, the loose-contact slipping and partial pore opening/ connection may dissipate a part of strain energy. Numerical example shows that, at the interface between water and oil-saturated sandstone, the modified boundary conditions do affect the energies of the waves refracting into the isotropic porous medium.

Key words: porous solid; dissipative; boundary conditions; fluid-solid coupling; Darcy law