

可靠性分析中的最小二乘支持 向量机分类方法*

郭秩维, 白广忱

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

(岳珠峰推荐)

摘要: 为了提高支持向量分类机在处理大样本可靠性问题时的计算效率, 将最小二乘支持向量分类机引入到可靠性分析中, 使得支持向量机中的二次规划问题转化为求解线性方程组问题, 减少了计算量. 数值算例表明: 基于最小二乘支持向量分类机的可靠性方法与基于支持向量分类机的可靠性方法具有一样的计算精度, 而且前者的计算效率明显优于后者.

关键词: 最小二乘; 支持向量机; 分类; 可靠性; 功能函数

中图分类号: TB114.3 **文献标识码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2009.07.005

引 言

在设计中, 当设计变量的取值具有显著随机性的时候, 可靠性问题就显得尤为重要^[1]. 基于仿真模拟的蒙特卡罗方法(Monte Carlo simulation, MCS) 是一个对于可靠性问题非常有价值的方法, 被广泛应用在实际工程系统的可靠性评估中. 在这个方法中, 一个系统的可靠度可以认为是表征系统状态的功能函数的期望值. 这个功能函数对应着系统的两种典型的状态: 工作状态和失效状态. 由于这个方法要求对功能函数进行多次的估计, 对实际的系统而言, 就意味着多次的试验, 因此在实践中, 这种方法不是一种十分经济的做法. 目前, 许多近似的方法被提出, 用以解决这样的问题. 比较有代表性的方法有响应面方法^[2-6]和人工神经网络方法^[7-13]. 最近, 一种新的方法, 越来越受到研究人员的注意, 它就是支持向量机方法.

支持向量机方法(support vector machine, SVM) 是与人工神经网络类似的一种统计学习方法, 它包括支持向量机的分类方法(support vector machine for classification, SVC) 和支持向量机的回归方法(support vector machine for regression, SVR). Rocco 和 Moreno 首先将 SVM 方法引入到可靠性分析中^[14]. Hurtado 和 Alvarez 将结构可靠性分析问题考虑成模式识别问题, 将 SVM 方法与随机有限元方法相结合对结构进行可靠性分析^[15]. 李洪双、吕震宙和岳珠峰基于支持向量机提出了两种可靠性分析方法, 即支持向量分类机的蒙特卡罗方法(SVG-MCS) 和支持向量

* 收稿日期: 2008-05-19; 修订日期: 2009-05-18

基金项目: 国家高技术研究发展计划(863) 资助项目(2006AA04Z405)

作者简介: 郭秩维(1981—), 男, 山东人, 博士生(联系人. Tel: + 86-10-83929385;

E-mail: guozhiwei+guoshuai@vip.sina.com).

回归机的一次二阶矩方法(SVR-FORM)^[16].

从理论的角度, SVM 是一种适合于小样本的、基于统计学习理论的学习算法. 它把寻找两类之间的最优平面问题转化为求解最大分类间隔问题. 而最大间隔问题实际上是不等式约束的二次规划问题. 尽管 SVM 有很多的优点, 但是对于大规模的样本学习问题, 由于二次规划矩阵的规模是正比于训练的样本点数的, 因此标准的二次规划程序对大样本而言计算开销是非常大的^[17]. 为了弥补这个不足, 本文将最小二乘支持向量分类机(least squares support vector machine for classification, LSSVC) 引入到可靠性分析中, 提出了基于 LSSVC 的蒙特卡罗可靠性分析方法(LSSVG-MCS).

1 支持向量分类机

支持向量机分类方法包括线性的支持向量机分类方法和非线性的支持向量机分类方法. 而后者可以看作前者的推广. 下面着重介绍非线性支持向量分类机^[18].

给定样本容量为 N 的样本点集合 $\{x_i, y_i\}_{i=1}^N$, 其中 $x_i \in R^n$ 是第 i 个输入样本点向量, $y_i \in \{-1, 1\}$ 是所对应的输出模式. 设用非线性变换函数

$$z_j = \varphi_j(x), \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (1)$$

将输入空间中的向量 x 变为 m 维特征空间中的向量 z , 即

$$z = \varphi(x) = (\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_m(x))^T. \quad (2)$$

在特征空间中构造最优分界面, 涉及到计算 z^i 和 z^j 两个向量的内积

$$\langle z^i \cdot z^j \rangle = \varphi(x_i)^T \varphi(x_j) = \langle \varphi(x_i) \cdot \varphi(x_j) \rangle. \quad (3)$$

由于特征空间维数较高, 利用式(3)计算内积很困难, 因此支持向量机采用核函数 $K(x_i, x_j)$ 来代替高维空间中的内积运算 $\langle \varphi(x_i) \cdot \varphi(x_j) \rangle$. 与线性支持向量机类似, 分类函数为

$$f(x) = \text{sgn}[\omega^T \varphi(x) + b]. \quad (4)$$

求式(4)中的最优分类面问题可转化为下面的二次优化问题: 最小化函数

$$\frac{1}{2} \|\omega\|^2, \quad (5)$$

约束条件为

$$y_i[\omega^T \varphi(x_i) + b] \geq 1, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

该问题的对偶问题为: 最大化函数

$$W(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(x_i, x_j), \quad (7)$$

约束条件为

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

与线性支持向量机类似, 非线性支持向量机也存在“软间隔”模型. 通过引入松弛变量 $\varepsilon_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 得到放松的约束条件为

$$y_i[\omega^T \varphi(x_i) + b] \geq 1 - \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

这样, 优化问题(5)变为

$$\min_{\omega, \varepsilon, b} J(\omega, \varepsilon) = \frac{1}{2} \omega^T \omega + \gamma \sum_{i=1}^N \varepsilon_i, \quad (10)$$

约束条件为式(9). 其中 γ 是一个惩罚参数.

上述问题的对偶问题为: 求使下列二次函数取极大值

$$W(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \quad (11)$$

约束条件为

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0, \quad 0 \leq \alpha_i \leq \gamma, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

2 最小二乘支持向量分类机

Suykens 和 Vandewalle 改变了 Vapnik 标准的支持向量分类机的求解形式, 将式(9)的不等式约束变为等式约束, 并引入了误差项 e , 这样式(10)及其所对应的约束条件变为^[17, 19]

$$\min_{\omega, b, e} J(\omega, e) = \frac{1}{2} \omega^T \omega + \gamma \sum_{i=1}^N e_i^2, \quad (13)$$

约束条件为

$$y_i [\omega^T \Phi(\mathbf{x}_i) + b] = 1 - e_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (14)$$

对应上面的优化问题的 Lagrange 函数为

$$L(\omega, b, e, \alpha) = J(\omega, e) - \sum_{i=1}^N \alpha_i \{y_i [\omega^T \Phi(\mathbf{x}_i) + b] - 1 + e_i\}, \quad (15)$$

α_i 为 Lagrange 乘子. 最优解的条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \omega} = 0 \rightarrow \omega = \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i \Phi(\mathbf{x}_i), \\ \frac{\partial L}{\partial b} = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial e_i} = 0 \rightarrow \alpha_i = \gamma e_i, & i = 1, 2, \dots, N, \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \rightarrow y_i [\omega^T \Phi(\mathbf{x}_i) + b] + e_i - 1 = 0, & i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (16)$$

式(16)可以写成如下的线性方程组:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 & -\mathbf{Z}^T \\ 0 & 0 & 0 & -\mathbf{y}^T \\ 0 & 0 & \mathbf{V} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{Z} & \mathbf{y} & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ b \\ \mathbf{e} \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

这里

$$\mathbf{Z} = [\Phi(\mathbf{x}_1) y_1, \Phi(\mathbf{x}_2) y_2, \dots, \Phi(\mathbf{x}_N) y_N]^T, \quad \mathbf{e} = [e_1, e_2, \dots, e_N]^T, \\ \mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T, \quad \mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T, \quad \alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T.$$

消去 e 和 ω , 再利用 Mercer 条件

$$\Omega_{ij} = y_i y_j \Phi(\mathbf{x}_i)^T \Phi(\mathbf{x}_j) = y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \quad (18)$$

得到的方程组只与 b, α 有关, 这样, 方程组(17)就转化为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{y}^T \\ \mathbf{y} & \Omega + \gamma^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

设 $A = \Omega + \gamma^{-1}I$, 由于 A 是一个对称半正定矩阵, A^{-1} 存在. 解线性方程组(19), 得到的解如下:

$$b = \frac{\mathbf{y}^T A^{-1} \mathbf{1}}{\mathbf{y}^T A^{-1} \mathbf{y}}, \quad \alpha = A^{-1}(\mathbf{1} - \mathbf{y}b). \quad (20)$$

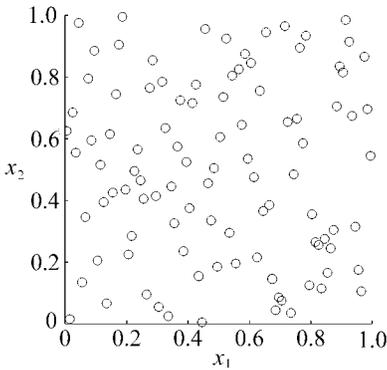
用方程组(16)中的第1个等式替换式(4)中的 ω , 并且利用式(18)得到

$$f(\mathbf{x}) = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^N \alpha_i y_i K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + b\right], \quad (21)$$

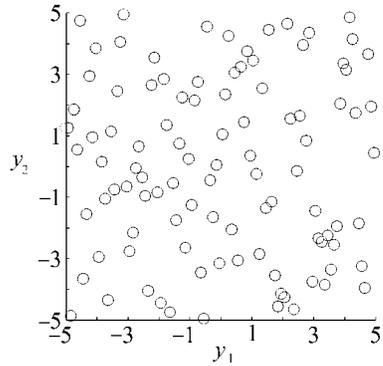
这里 α_i, b 是方程组(20)的解, $f(\mathbf{x})$ 为所求的分类函数.

3 算 例

本节, 3个数值算例被用来比较 SVG-MCS 方法和 LSSVG-MCS 方法. 在方法应用过程中, 需要注意3方面的问题: 1) 样本的抽取; 2) 尺度变换; 3) 惩罚参数 γ 、核函数及其参数的选择.

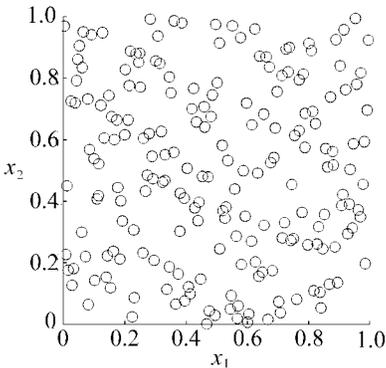


(a) 设计空间

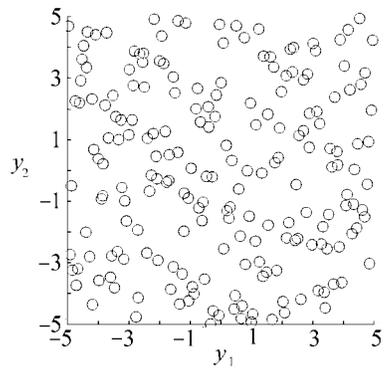


(b) 物理空间

图1 例1的样本点分布图



(a) 设计空间



(b) 物理空间

图2 例2的样本点分布图

无论是 SVC 方法还是 LSSVC 方法, 都是根据样本信息构造分类器的. 因此, 用于构造分类器的样本信息, 应该具备好的性质. 一个最基本的要求就是选取的样本点能够较好的反映

总体的信息,也就是说样本点要比较均匀的分布在总体的空间中. 一个实用的方法是满空间设计方法,它可以通过拉丁超立方抽样实现. 由此产生的样本点,我们称为“设计样本点”. 取得了设计样本点,还要将它们变换为具体物理空间中的样本点. 本文例 1 和例 2 中, $k = 5$, 设计样本点数分别为 100 和 200; 例 3 中, $k = 3$, 设计样本点数为 300. 下面的图 1、图 2、图 3 分别为对应例 1、例 2 和例 3 的样本点在设计空间和物理空间的分布图.

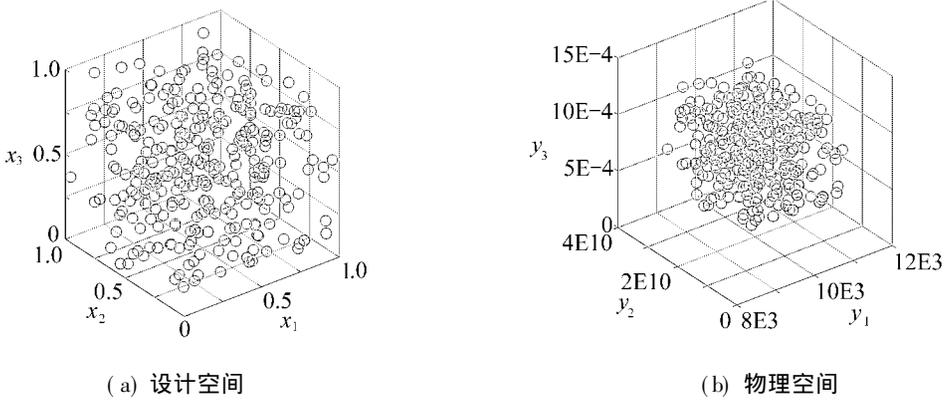


图 3 例 3 的样本点分布图

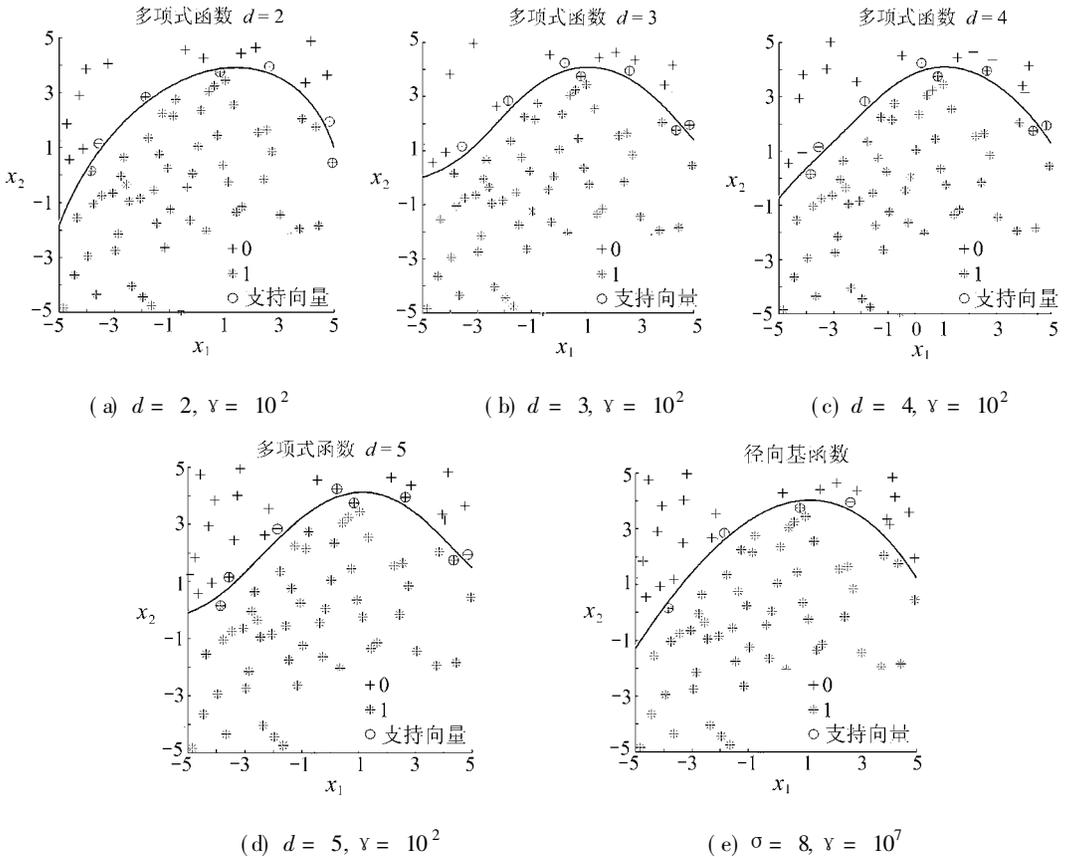


图 4 例 1 SVC 方法得到的分类面

取得了物理空间中的样本点后,在产生分类器之前还要对样本点进行尺度变换. 这样做

的一个好处是避免产生数值计算上的困难. 因为核函数经常采用的是特征向量的内积形式. 以最简单的线性核函数为例, 其核函数表示为

$$K(x_i, x_j) = x_i^T x_j. \tag{22}$$

如果不进行尺度变换, 假如 x 的各个分量的量级差别很大, 则在运算中就会产生计算的误差, 导致不利的结果发生. 为了避免这种情况, 一个较为实用的尺度变换方法在文献[16]中采用.

构造分类器的最后一个问题是惩罚参数 γ 、核函数以及相应参数的选取. 目前, 较为常用的核函数有: 线性核函数、多项式核函数、径向基核函数(radial basis function, RBF)等. 对于参数 γ 和核函数的参数的选取, 一个实用的方法是网格搜索与交叉验证技术相结合的方法. 网格搜索就是将参数在其取值区间进行离散, 考虑所有可能的组合. 每次考虑一种参数组合进行试验, 试验过程中要用到交叉验证技术. k 折交叉验证技术, 就是把样本点随机分成 k 份, 每次取其中的 $k-1$ 份作为训练集构造支持向量机, 剩下的一份作为验证集, 来验证预测的准确性. 一般以样本点被正确分开的正确率(correct rate, R_c)来表示, 定义为

$$R_c = \frac{n_r}{l}, \tag{23}$$

其中 n_r 表示被正确分开的样本点数, l 表示样本点总数.

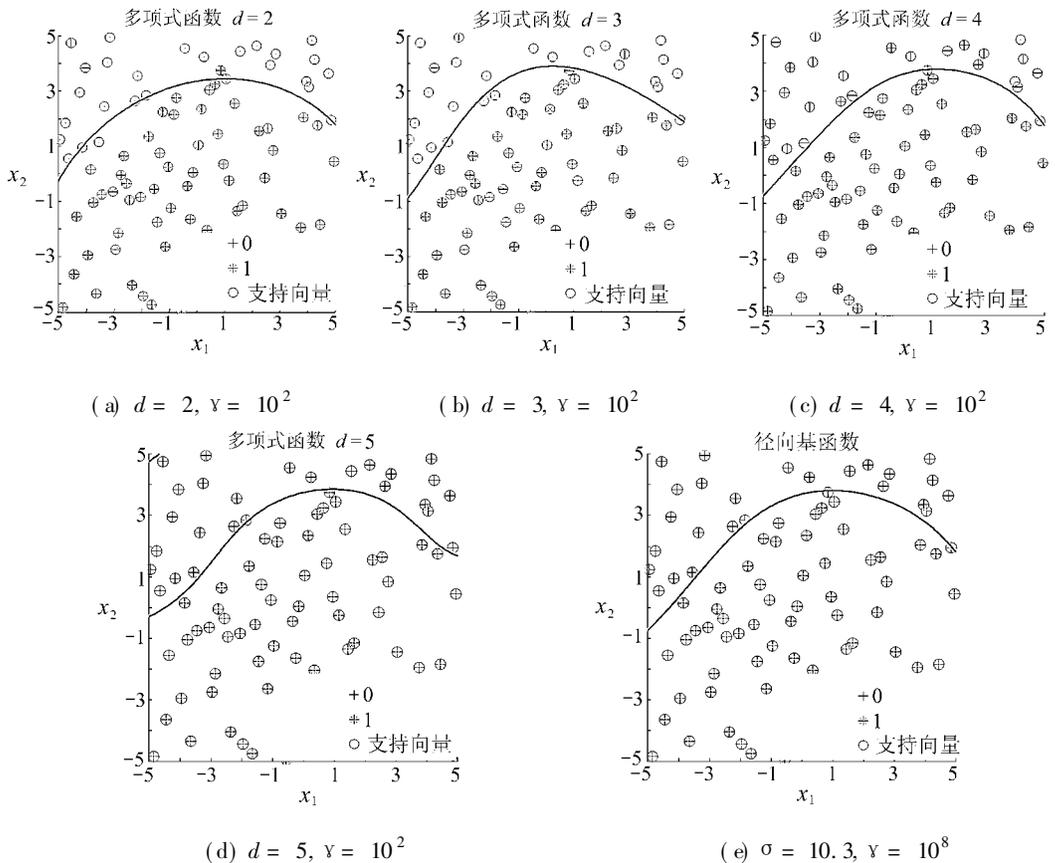


图5 例1 LSSVC方法得到的分类面

本文分别选取了多项式核函数和径向基核函数来构造支持向量分类器. 下面的每个算例对于不同方法, 不同核函数以及不同的参数, 所采用的设计样本点, 测试样本点都是相同的.

例 1 二次极限状态函数的可靠性分析

式(24)给出了一个常用来考核隐式极限状态可靠性分析精度的二次极限状态函数^[16]

$$g(x) = 4 - \frac{4}{25}(x_1 - 1)^2 - x_2, \quad (24)$$

式中 x_1, x_2 为标准正态随机变量. 图 4、图 5 分别给出了对应不同核函数和参数下 SVC 和 LSSVC 方法构造的分类面. 其中符号“+”表示处于失效域的样本点; 符号“*”表示处于安全域的样本点; 符号“o”表示计算得到的支持向量. 表 1 给出了不同方法、不同核函数和不同参数下, SVC 和 LSSVC 方法得到的分类面的正确率以及失效概率. 两种方法的学习时间列于表 2 中. 图 6 为对于测试样本, 不同方法、不同核函数和参数下的分类正确率图.

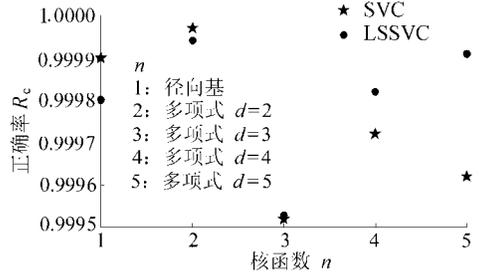


图 6 例 1 测试集的正确率

表 1(a) 例 1 SVC 的正确率 R_c 和失效概率 ($P_f \times 10^{-4}$)

MCS	径向基函数		多项式函数							
	$\sigma = 8, \gamma = 10^7$		$d = 2, \gamma = 10^2$		$d = 3, \gamma = 10^2$		$d = 4, \gamma = 10^2$		$d = 5, \gamma = 10^2$	
	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f
8.2	0.99	9.2	0.99	8.5	0.99	13	1.0	11	1	12

表 1(b) 例 1 LSSVC 的正确率 R_c 和失效概率 ($P_f \times 10^{-4}$)

MCS	径向基函数		多项式函数							
	$\sigma = 10.3, \gamma = 10^8$		$d = 2, \gamma = 10^2$		$d = 3, \gamma = 10^2$		$d = 4, \gamma = 10^2$		$d = 5, \gamma = 10^2$	
	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f
8.2	0.97	10.2	0.94	7.6	0.95	3.5	0.97	10	0.91	7.3

表 2(a) 例 1 SVC 方法的学习计算时间

径向基核函数	多项式核函数			
$\sigma = 8, \gamma = 10^7$	$d = 2, \gamma = 10^2$	$d = 3, \gamma = 10^2$	$d = 4, \gamma = 10^2$	$d = 5, \gamma = 10^2$
0.301 652	0.265 257	0.306 220	0.305 547	0.281 131

表 2(b) 例 1 LSSVC 方法的学习计算时间

径向基核函数	多项式核函数			
$\sigma = 10.3, \gamma = 10^8$	$d = 2, \gamma = 10^2$	$d = 3, \gamma = 10^2$	$d = 4, \gamma = 10^2$	$d = 5, \gamma = 10^2$
0.005 913	0.009 217	0.009 089	0.007 266	0.009 814

例 2 四次极限状态函数的可靠性分析

式(25)给出了一个四次极限状态函数^[16]:

$$g(x) = 2 + \exp\left[\frac{-x_1^2}{10}\right] + \left[\frac{x_1}{5}\right]^4 - x_2, \quad (25)$$

式中 x_1 和 x_2 是标准正态随机变量. 与例 1 类似, 图 7 和图 8 给出了 SVC 和 LSSVC 方法所得到的分类面. 这两种方法对应不同核函数以及不同参数所得到的失效概率以及两种方法计算时间的对比结果分别列在表 3 和表 4 中. 图 9 为对于测试样本, 不同方法、不同核函数和参数下的分类正确率图.

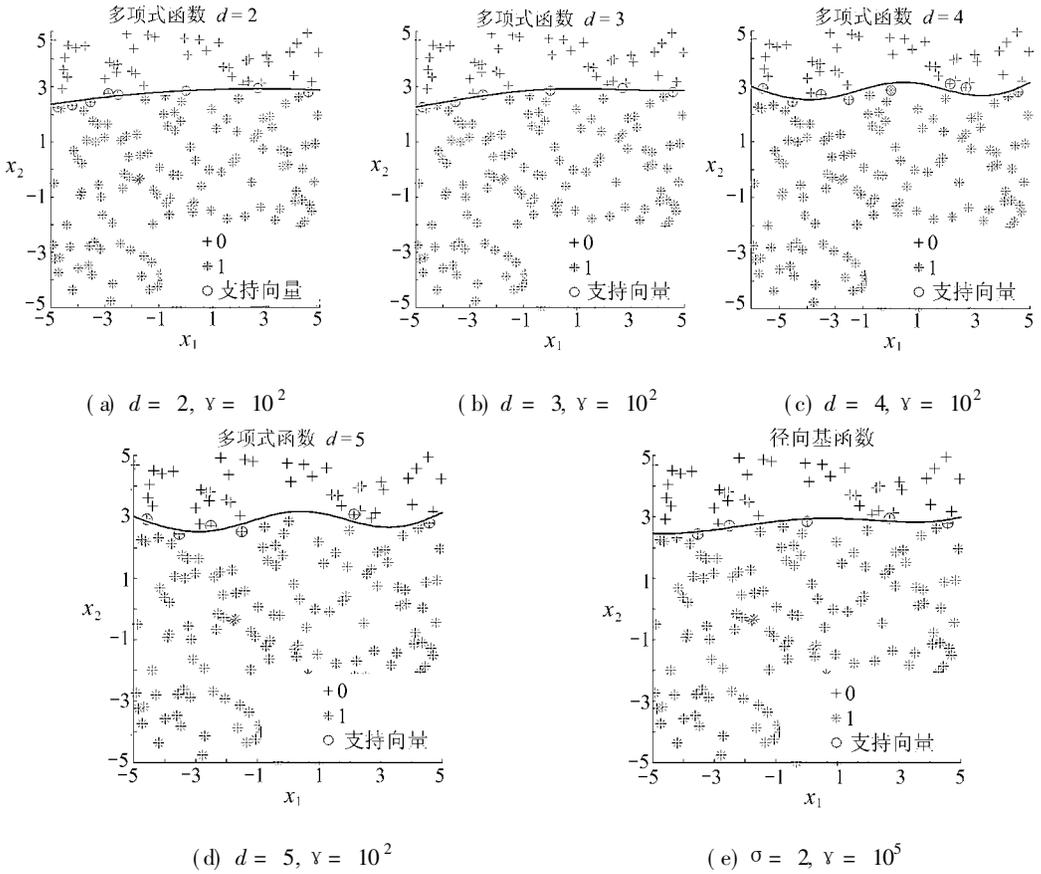


图 7 例 2 SVC 方法得到的分类面

表 3(a)

例 2 SVC 的正确率 R_c 和失效概率 ($P_f \times 10^{-3}$)

MCS	径向基函数		多项式函数							
	$\sigma = 2, \gamma = 10^5$		$d = 2, \gamma = 10^2$	$d = 3, \gamma = 10^2$	$d = 4, \gamma = 10^2$	$d = 5, \gamma = 10^2$				
	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f
1.90	0.98	1.90	0.985	2.6	0.980	1.9	0.995	1.5	0.99	1.4

表 3(b)

例 2 LSSVC 的正确率 R_c 和失效概率 ($P_f \times 10^{-3}$)

MCS	径向基函数		多项式函数							
	$\sigma = 3.8, \gamma = 10^2$		$d = 2, \gamma = 10^2$	$d = 3, \gamma = 10^2$	$d = 4, \gamma = 10^2$	$d = 5, \gamma = 10^2$				
	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f
1.90	0.99	1.90	0.980	2.1	0.970	1.2	0.980	1.8	0.985	1.9

表 4(a)

例 2 SVC 方法的时间

s

径向基核函数		多项式核函数							
$\sigma = 2, \gamma = 10^5$		$d = 2, \gamma = 10^2$	$d = 3, \gamma = 10^2$	$d = 4, \gamma = 10^2$	$d = 5, \gamma = 10^2$				
2.313	149	2.085	427	2.491	741	2.763	291	2.325	328

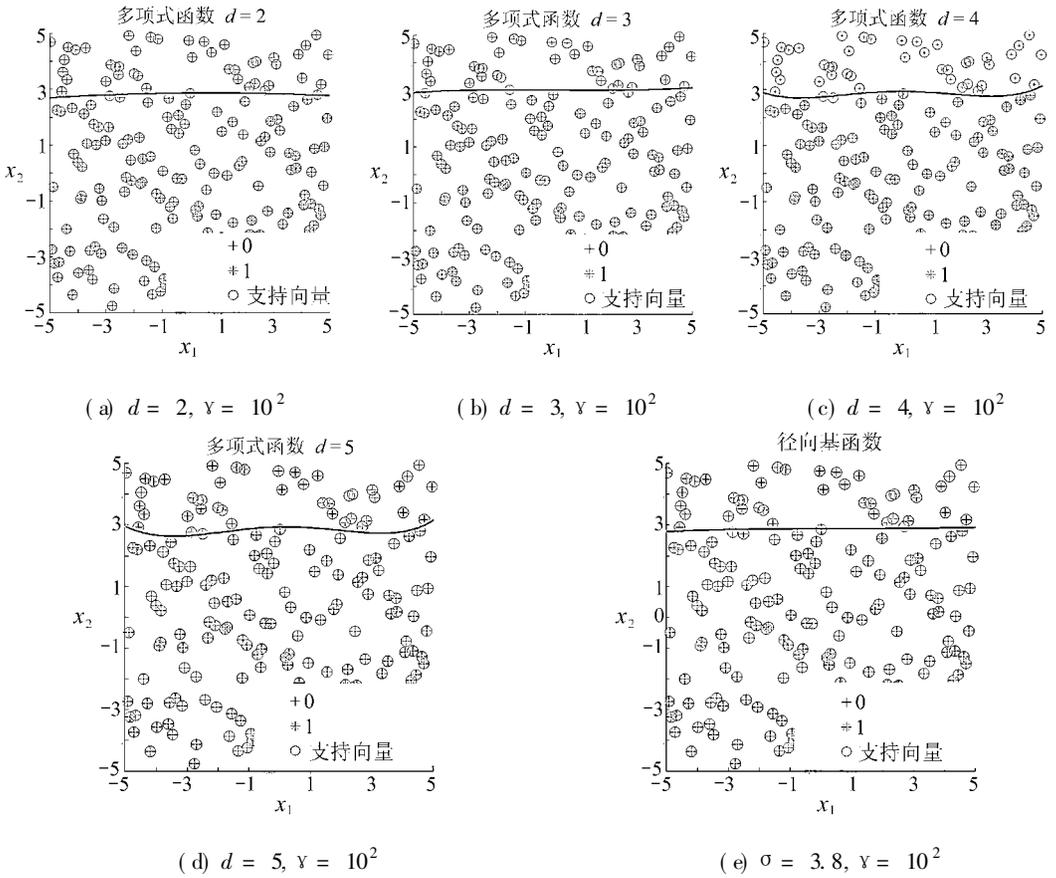


图8 例2 LSSVC方法得到的分类面

表4(b)

例2 LSSVC方法的时间

s

径向基核函数	多项式核函数			
$\sigma = 3.8, \gamma = 10^2$	$d = 2, \gamma = 10^2$	$d = 3, \gamma = 10^2$	$d = 4, \gamma = 10^2$	$d = 5, \gamma = 10^2$
0.024 167	0.021 144	0.020 458	0.020 462	0.020 733

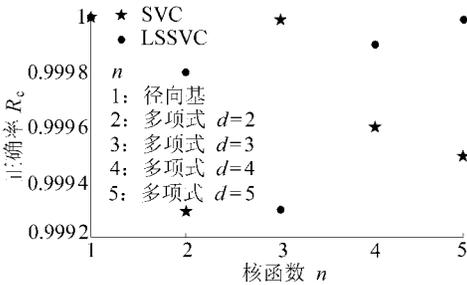


图9 例2测试集的正确率

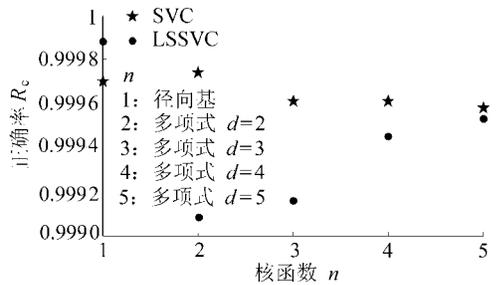


图10 例3测试集的正确率

例3 三跨度梁的可靠性分析

这里考虑1个三跨度梁的可靠性,其中 $L = 5\text{ m}$,规定其最大挠度不能超过 $L/360$,则极限状态函数为^[16]

$$g(q, E, I) = \frac{L}{360} - 0.0069 \frac{qL^4}{EI}, \quad (26)$$

式中 q 为分布载荷, E 为弹性模量, I 为截面惯性矩, 它们之间相互独立, 服从正态分布. 其分布参数见表 5 所示. 表 6 给出了不同方法、不同核函数和不同参数下, SVC 和 LSSVC 方法得到的分类面的正确率以及失效概率. 两种方法的学习时间列于表 7 中. 图 10 为对于测试样本, 不同方法、不同核函数和参数下的分类正确率图.

表 5 例 3 随机变量的特征参数

随机变量 q, E, I	均值	标准方差
$q / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	10	0.4
$E / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-2})$	2×10^7	0.5×10^7
$I / (\text{m}^4)$	8×10^{-4}	1.5×10^{-4}

表 6 (a) 例 3 中 SVC 的正确率 R_c 和失效概率 ($P_f \times 10^{-4}$)

MCS	径向基函数		多项式函数							
	$\sigma = 8, \gamma = 10^8$		$d = 2, \gamma = 10^2$		$d = 3, \gamma = 10^2$		$d = 4, \gamma = 10^2$		$d = 5, \gamma = 10^2$	
	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f
9	0.993	6.0	0.997	6.4	0.997	5.1	0.993	5.1	0.993	4.8

表 6 (b) 例 6 LSSVC 的正确率 R_c 和失效概率 ($P_f \times 10^{-4}$)

MCS	径向基函数		多项式函数							
	$\sigma = 1, \gamma = 10^{10}$		$d = 2, \gamma = 10^2$		$d = 3, \gamma = 10^2$		$d = 4, \gamma = 10^2$		$d = 5, \gamma = 10^2$	
	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f	R_c	P_f
9	0.98	7.8	0.9867	0	0.9867	0.6	0.9900	3.5	0.9933	4.3

表 7 (a) 例 3 SVC 方法的时间

径向基核函数	多项式核函数			
$\sigma = 8, \gamma = 10^8$	$d = 2, \gamma = 10^2$	$d = 3, \gamma = 10^2$	$d = 4, \gamma = 10^2$	$d = 5, \gamma = 10^2$
8.124 172	7.969 601	7.979 351	8.057 664	8.003 791

表 7 (b) 例 3 LSSVC 方法的时间

径向基核函数	多项式核函数			
$\sigma = 1, \gamma = 10^{10}$	$d = 2, \gamma = 10^2$	$d = 3, \gamma = 10^2$	$d = 4, \gamma = 10^2$	$d = 5, \gamma = 10^2$
0.042 036	0.029 060	0.032 576	0.032 599	0.033 161

4 结 论

本文提出了基于 SVM 的可靠性分析的改进方法, 即 LSSVG-MCS 方法. 它利用 LSSVC 算法把 SVC 的不等式约束转换成等式约束, 从而使得支持向量机的求解由二次规划问题转化为 1 个线性方程组, 降低了求解难度. 算例结果表明: 对于相同的训练样本点集合, 以及相同的测试样本点集合, 无论是对 SVC 方法或是 LSSVC 方法, 计算所得到的失效概率并非一致的; 对于相同的方法、相同的核函数, 不同的参数, 其结果也会有差异. 如果从失效概率的角度来看, 以例 3 中的 LSSVC 方法为例, 测试集的样本容量为 10^5 , 位于失效域的样本点个数为 90 个, 因此对于这组测试集失效概率为 $9\text{E}-4$. 如果选取多项式核函数, 参数为 $d = 5, \gamma = 10^2$, 计算的失效概率为 $4.3\text{E}-4$, 相对误差为 52.2%, 显然这样高的误差是不能被接受的. 但是, 从分类正确率的角度来看, 对于给定的问题, 给定的训练样本, 如果所选择的核函数以及参数使得

对于训练样本而言,通过交叉验证技术,能够获得较好的正确率,那么这种核函数以及相应的参数对于测试样本而言,也能取得较好的结果.对于上面的例子,考虑到样本容量,上面的失效概率结果意味着 10^5 个样本中,只有47个样本被分错,分类的正确率高达0.995.而对于实际的工程系统而言,真实的失效概率是未知的,通过单纯的仿真试验来获得其失效概率,开销也是巨大的.如果能够通过已有的数据,得到一个合适的分类模型,虽然这个模型并不能十分准确的给出真实的失效概率,但是通过上面的算例的验证可知,这样的模型总可以给出与真实失效概率大致相当的一个量级的估计.因此,从工程实践的角度来看,这样的结果是可以接受的,是一个好的结果.从SVC方法和LSSVC方法的结果比较上来看,LSSVC方法能够给出如SVC方法一样好的对失效概率的估计,它和SVC方法一样都能对测试样本进行有效的分类,分类的正确率都高达0.999以上,但是LSSVC方法的学习时间却只是SVC方法的1%甚至1%的量级,因此在计算效率上LSSVC方法明显优于SVC方法.

[参 考 文 献]

- [1] Gomes H M, Awruch A M. Comparison of response surface and neural network with other methods for structural reliability analysis[J]. *Structural Safety*, 2004, **26**(1): 49-67.
- [2] Lee S H, Kwak B M. Response surface augmented moment method for efficient reliability analysis [J]. *Structural Safety*, 2006, **28**(3): 261-272.
- [3] Bucher C G, Bourgund U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems[J]. *Structural Safety*, 1990, **7**(1): 57-66.
- [4] Rajashekhara M R, Ellingwood B R. A new look at the response surface approach for reliability analysis[J]. *Structural Safety*, 1993, **12**(3): 205-220.
- [5] Kim S H, Na S W. Response surface method using vector projected sampling points[J]. *Structural Safety*, 1997, **19**(1): 3-19.
- [6] Guan H L, Melchers R E. Effect of response surface parameter variation on structural reliability estimates[J]. *Structural Safety*, 2001, **23**(4): 429-444.
- [7] Schueremans L, Gemert D V. Benefit of splines and neural networks in simulation based structural reliability analysis[J]. *Structural Safety*, 2005, **27**(3): 246-261.
- [8] Hurtado J E, Alvarez D A. Neural-network-based reliability analysis: a comparative study [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, **191**(1/2): 113-132.
- [9] Papadrakakis M, Lagaros N D. Reliability-based structural optimization using neural networks and Monte Carlo simulation[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2002, **191**(32): 3491-3507.
- [10] Deng J, Gu D S, Li X B, et al. Structural reliability analysis for implicit performance functions using artificial neural network[J]. *Structural Safety*, 2005, **27**(1): 25-48.
- [11] Elhewy A H, Mesbahi M, Pu Y. Reliability analysis of structures using neural network method[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2006, **21**(1): 44-53.
- [12] Cheng J, Li Q S. Reliability analysis of structures using artificial neural network based genetic algorithms[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2008, **197**(45/48): 3742-3750.
- [13] Cardoso J B, Almeida J R, Dias J M, et al. Structural reliability analysis using Monte Carlo simulation and neural networks[J]. *Advances in Engineering Software*, 2008, **39**(6): 505-513.
- [14] Rocco C M, Moreno J A. Fast Monte Carlo reliability evaluation using support vector machine[J].

- Reliability Engineering and System Safety, 2002, **76**(3): 237-243.
- [15] Hurtado J E, Alvarez D A. Classification approach for reliability analysis with stochastic finite element modeling [J]. Journal of Structural Engineering, 2003, **129**(8): 1144-1149.
- [16] 李洪双, 吕震宙, 岳珠峰. 结构可靠性分析的支持向量机方法 [J]. 应用数学和力学, 2006, **27**(10): 1135-1143.
- [17] Chua K S. Efficient computations for large least square support vector machine classifiers [J]. Pattern Recognition Letters, 2003, **24**(1/3): 75-80.
- [18] Vapnik V N. Statistical Learning Theory [M]. New York John Wiley, 1998.
- [19] Suykens J A K, Vandewalle J. Least squares support vector machine classifiers [J]. Neural Processing, Letters, 1999, **9**(3): 293-300.

Classification Using Least Squares Support Vector Machine for Reliability Analysis

GUO Zhi-wei, BAI Guang-chen

(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
Beijing 100191, P. R. China)

Abstract: In order to improve efficiency of support vector machine for classification on dealing with large amount of samples, least squares support vector machine for classification method was introduced into the reliability analysis, in which the solving of support vector machine was transformed from a quadratic programming to a group of linear equations to reduce computational cost. The numerical results indicate that the reliability method based on least squares vector for classification has excellent accuracy and a smaller computational cost than support vector machine method.

Key words: least squares; support vector machine; classification; reliability; performance function