

# 纳米粒子在弯管中的运输和沉降特性<sup>\*</sup>

林培锋<sup>1</sup>, 林建忠<sup>1,2</sup>

(1. 浙江大学 流体传动及控制国家重点实验室, 杭州 310027;

2. 中国计量学院, 杭州 310018)

(本刊编委林建忠来稿)

**摘要:** 用摄动法对不同 Reynolds 数和 Schmidt 数的纳米粒子在圆截面弯管中的运输和沉积进行了求解. 结果表明, 当悬浮纳米粒子在直管中流动时, 粒子运输模式不依赖于粒子的大小和其它参数. 在弯管中运动时, 管道外弯侧具有最多的沉积粒子而内弯侧的沉积粒子最少. 在管道的上部和下部, 不同 Schmidt 数粒子的沉降特性一致. 管道曲率、Reynolds 数和 Schmidt 数对粒子相对沉积效率的影响具有二阶, 四阶和一阶的作用.

**关键词:** 纳米粒子; 运输; 沉降; 弯管; 摄动法

中图分类号: O359 文献标识码: A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2009.08.002

## 引 言

自然界中充满着各种各样大小不同的粒子, 它们的运动机理一直都是人们关注的焦点. 管道中极小粒子的运输与沉降悬浮, 在微器件热传导作用的加强、人体肺部内药粉粒子的传送方面都有非常重要现实的意义<sup>[1-7]</sup>.

Comer, Kleinstreuer 和 Kim<sup>[8]</sup>模拟了球形无相互作用的粒子(相对 Stokes 数  $St = 0.04, 0.12, 0.4$  量级)在稳定、不可压缩流中的沉降, 结果表明粒子沉积模式和表面浓度, 不仅在很大程度上取决于当地的 Stokes 数, 而且还取决于流体粒子入口条件以及流场通道的几何因素. 当粒径达到 nm 量级, 除了惯性力, Brown 扩散力成为颗粒沉积的主要因素<sup>[9]</sup>. 纳米粒子的沉积作为整体, 而不是单一的微粒轨迹, 成为更有吸引力和更可能来计算的对象. 因此, 对微米粒子通常采用 Euler-Lagrange 方法, 而对纳米粒子则多用 Euler-Euler 法. Zhang 等<sup>[10]</sup>模拟了在人类上呼吸道模型中微米粒子和纳米粒子两者的沉积模式和局部浓度, 数值模拟和之前的实验结果都表明: Stokes 数颗粒较小的粒子沉积率较小, 即纳米粒子的沉积率为小, 然而, 纳米粒子的沉积分布更均匀. 微米粒子的最大沉积增强因子幅度要大于纳米粒子的增强幅度. Malet 等<sup>[11]</sup>介绍了 218 Po 纳米粒子在层流和湍流管道流动中沉积的实验和数值研究. 他们观察纳

\* 收稿日期: 2009-02-24; 修订日期: 2009-06-15

基金项目: 国家自然科学基金(重点)资助项目(10632070)

作者简介: 林培锋(1982—), 男, 浙江温州人, 博士生(Tel: + 86-571-87952221; E-mail: okey@zju.edu.cn);  
林建忠(联系人, Tel: + 86-571-87952882; Fax: + 86-571-87951464; E-mail: jzlin@sfp.zju.edu.cn).

米颗粒沉积时有意想不到的表面效应,即使表面是动力学光滑的.他们还用实验评估了表面粗糙度对纳米粒子沉积的影响,并且观察到了表面纹理对沉积速率的影响. Zhang 和 Kleinstreuer<sup>[12]</sup> 利用商业有限体积软件与用户自定义程序作为求解器,模拟分析了在周期和稳定流动条件下人体上呼吸道模型中的气流结构和纳米粒子沉积.他们的结果表明口腔气流中的瞬态影响最为突出;循环吸气流与稳定流的纳米粒子的总沉积率没有显著不同;比起在直管部分,更多的纳米粒子沉积于龙骨突脊梁附近. Sun, Lin 和 Bao<sup>[13]</sup> 模拟了在充分发展的层流中不同条件下纳米粒子的沉积过程.计算结果表明,小粒子比较容易沉积到壁面.比起上壁面,更多的大粒子沉积到下壁面.层流条件下,沉积的粒子数目不依赖于流率. Zamankhan 等<sup>[14]</sup> 数值模拟了三维真实的人类鼻腔通道内纳米粒子的输运和沉积.结果表明,在层流范围内,纳米粒子的沉积效率与粒子扩散性和流量之比紧密相关,特别是对小于 20 nm 的粒子. Lin 等<sup>[15]</sup> 数值模拟了弯管中在不同 Reynolds 数和 Dean 数下纳米粒子的输运和沉积,并发现沉积增强因子的最大和最小值分别出现于管道壁面的外侧和内侧边缘附近.

然而,对在圆形横截面弯管中的纳米粒子的运输和沉积,虽然可以在许多应用中发现,但还未曾有理论方面的研究.因此,本文将对在不同 Reynolds 数(流率)和 Schmidt 数(粒子尺寸)下,弯管中的纳米粒子的运输和沉积进行一个深入研究.

## 1 控制方程

弯管与直管不同,如果在弯管中采用直角坐

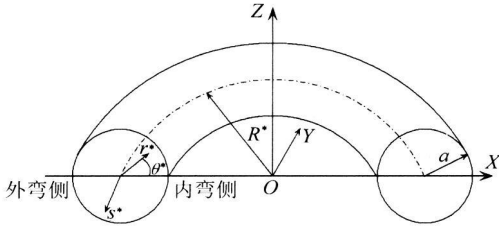


图1 弯曲管道坐标系

标系进行数值计算,会使控制方程和边界条件的形式变得复杂,所以本文选用贴体弯曲坐标.如图1所示,弯管的中心轴线  $s^*$  在全局坐标  $X$ - $Y$  平面内,坐标  $r^*$  和  $\theta^*$  是定义在给定任一截面上的极坐标,沿  $(r^*, \theta^*, s^*)$  方向的速度分量分别是  $(u^*, v^*, w^*)$ . 弯管的几何参数分别是:管道半径  $a$ ,弯曲半径  $R^*$ ,则曲率  $\kappa^* = 1/R^*$ . 那么局部坐标分量和全局坐标分量之间的变换关系式为

$$\begin{cases} X = (R^* - r^* \cdot \cos\theta^*) \cos \frac{s^*}{R^*}, \\ Y = (R^* - r^* \cdot \cos\theta^*) \sin \frac{s^*}{R^*}, \\ Z = r^* \cdot \sin\theta^*. \end{cases} \quad (1)$$

因此,可以得出贴体弯曲坐标系基矢量  $(e_{r^*}, e_{\theta^*}, e_{s^*})$  与全局直角坐标系基矢量  $(i, j, k)$  之间的转化关系如下:

$$\begin{cases} e_{r^*} = -i \cos\theta^* \cos \frac{s^*}{R^*} - j \cos\theta^* \sin \frac{s^*}{R^*} + k \sin\theta^*, \\ e_{\theta^*} = i \sin\theta^* \cos \frac{s^*}{R^*} + j \sin\theta^* \sin \frac{s^*}{R^*} + k \cos\theta^*, \\ e_{s^*} = -i \sin \frac{s^*}{R^*} + j \cos \frac{s^*}{R^*}. \end{cases} \quad (2)$$

假定管道流动为层流、等温、不可压缩,并且充满单弥散悬浮刚性粒子.连续性以及动量方程的矢量形式是

$$\nabla \cdot \mathbf{V}^* = 0, \tag{3}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}^*}{Dt} = - \nabla p^* + \mu \Delta \mathbf{V}^*, \tag{4}$$

其中,  $\rho$  是密度,  $\mathbf{V}^*$  是流体速度矢量,  $p^*$  是压力,  $\mu$  是流体粘性系数.

纳米粒子的输运方程为

$$\frac{DQ^*}{Dt} = \nabla \cdot [D_p(\nabla Q^*)] + S_Q, \tag{5}$$

其中,  $Q$  是粒子质量分数,  $S_Q$  是源项, 用来描述除了对流和扩散之外的对粒子有贡献的其他机理, 比如 Brown 凝并、表面增长以及成核现象等, 不过这部分机理会在以后的其他文章中讨论, 而本文暂时将源项设为 0. 另外, 轴向扩散在本文中也是不考虑的.  $D_p$  是由 Brown 运动造成的粒子扩散系数, 由下式给出<sup>[16]</sup>:

$$D_p = \frac{kT C_c}{3\pi\mu d_p}, \tag{6}$$

式中,  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  J/K 是 Boltzmann 常数,  $T$  是绝对温度,  $d_p$  是粒子直径,  $C_c$  是 Cunningham 滑移修正系数.

定义如下的无量纲系数来对上述控制方程进行无量纲化:

$$\begin{cases} (r, s, R) = \left( \frac{r^*, s^*, R^*}{d_h} \right), \theta = \theta^*, \kappa = \kappa^* d_h, \\ (u, v, w) = \left( \frac{u^*, v^*, w^*}{w_m} \right), p = \frac{d_h p^*}{4\mu w_m}, \frac{\partial p}{\partial s} = -G, w_m = \frac{G d_h^2}{4\mu}, \\ Re = \frac{w_m d_h \rho}{\mu}, Q = \frac{Q^*}{Q_m^*}, Q_m^* = -Sc \cdot d_h \cdot \frac{\partial Q^*}{\partial s^*}, Sc = \frac{\mu}{\rho D_p}, \end{cases} \tag{7}$$

上式中, 带上标\* 的为原始变量, 不带上标的为无量纲量, 其中  $d_h$  是特征长度, 对本文的圆管有  $d_h = a$ .  $Re$  是 Reynolds 数,  $Sc$  是 Schmidt 数. 易知,  $-\partial p/\partial s$  的值是 4, 因为

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\partial p^*}{\partial s^*} \frac{d_h^2}{4\mu w_m} = -G \frac{d_h^2}{4\mu w_m} = - \left[ \frac{4\mu w_m}{d_h^2} \right] \frac{d_h^2}{4\mu w_m} = -4.$$

进一步假定流动为充分发展(即有:  $\partial/\partial t = 0, \partial u/\partial s = \partial v/\partial s = \partial w/\partial s = 0$ ), 对控制方程(3)~(5)进行矢量展开(具体可参看文献[17]), 并应用式(7)进行无量纲化, 可以得到贴体弯曲坐标下无量纲形式的控制方程组如下:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\kappa v \sin \theta}{M} + \frac{2u}{r} - \frac{u}{rM} = 0, \tag{8}$$

$$Re \left[ u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} + \frac{w^2 \cos \theta \kappa}{M} \right] = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \left[ - \frac{1}{r^2 M^2} + \frac{2}{r^2 M} - \frac{2}{r^2} \right] u + \left[ \frac{\kappa \sin \theta}{r M^2} - \frac{2 \kappa \sin \theta}{r M} \right] v + \left[ \frac{2}{r} - \frac{1}{r M} \right] \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\kappa \sin \theta}{r M} \frac{\partial u}{\partial \theta}, \tag{9}$$

$$Re \left[ u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} - \frac{w^2 \kappa \sin \theta}{M} \right] = - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\kappa v \sin \theta}{r M^2} + \left[ \frac{1}{r^2 M^2} - \frac{2}{r^2 M} - \frac{\kappa^2}{M^2} \right] v + \left[ \frac{2}{r} - \frac{1}{r M} \right] \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\kappa \sin \theta}{r M} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \tag{10}$$

$$\operatorname{Re} \left[ u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{uw \kappa \cos \theta}{M} + \frac{w \kappa \sin \theta}{M} \right] = \frac{4}{M} + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{w \kappa^2}{M^2} + \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{rM} \right) \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\kappa \sin \theta}{rM} \frac{\partial w}{\partial \theta}, \quad (11)$$

$$\operatorname{Re} \left[ Sc \left[ u \frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial Q}{\partial \theta} \right] - \frac{w}{M} \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta^2} - \frac{\kappa \cos \theta}{M} \frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{\kappa \sin \theta}{rM} \frac{\partial Q}{\partial \theta}, \quad (12)$$

这里  $M = 1 - \kappa \cdot r \cdot \cos \theta$ .

在之前的文献中, 研究者通常使用如下几个参数来表征  $\mu\text{m}$  量级的粒子在弯管中的扩散问题<sup>[18-20]</sup>: (i) 流动 Reynolds 数; (ii) 粒子在无穷远处自由流的 Reynolds 数; (iii) 粒子 Stokes 数; (iv) 管道弯曲角度; (v) 管道弯曲比率. 几乎所有的研究者都使用粒子 Stokes 数来表示结果<sup>[18]</sup>, Stokes 数定义为粒子的停止距离和障碍物的无量纲长度之比, 是一个表示粒子惯性的相对重要性的量. 但当粒子直径接近 nm 量级, 惯性驱动已不再是沉降的主导因素<sup>[9, 21]</sup> (对纳米粒子, Stokes 数是  $1.0\text{E}-5$  量级), 而扩散沉降变得重要, 因此我们使用 Schmidt 数  $Sc = \nu / D_p$  来表征粒子同时发生的质量对流和扩散过程. 因此正如我们在式(12)中看到的, 纳米粒子的沉降依赖于3个无量纲数: 流动 Reynolds 数, 粒子 Stokes 数和管道几何参数  $\kappa$ .

引入一个能自动满足连续性方程(8)的流函数:  $\phi = \phi(r, \theta)$  如下:

$$u = \frac{1}{rM} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}, \quad v = -\frac{1}{M} \frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad (13)$$

从式(9)和(10)中消去压力项, 并根据式(13), 我们可以得到只包含流函数和轴向速度为独立变量的方程组.

我们选用摄动法来求解这系列方程. 在  $\kappa \ll 1$  时, 我们得到如下形式的解:

$$w = \sum_{n=0}^{\infty} w_n \kappa^n, \quad \phi = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n \kappa^n, \quad Q = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \kappa^n; \quad (14)$$

边界条件为

$$w_n = \phi_{n+1} = \frac{\partial \phi_{n+1}}{\partial r} = Q_n = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots, \text{当 } r = 1). \quad (15)$$

## 2 摄动解

将式(14)代入我们得到的以流函数和轴向速度为独立变量的方程组, 按  $\kappa$  的阶数合并同类项并求解, 便得到一系列不同阶摄动解.

### 2.1 零阶摄动解

零阶轴向速度控制方程为

$$\Delta w_0 = -4, \quad (16)$$

其中  $\Delta$  为 Laplace 算子

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}.$$

式(16)的解是

$$w_0 = 1 - r^2. \quad (17)$$

### 2.2 一阶摄动解

一阶流函数控制方程为

$$\Delta(\Delta \phi_1) = -4(1 - r^2)r \cdot \operatorname{Re} \cdot \sin \theta. \quad (18)$$

代入边界条件(15),求得解如下:

$$\phi_1 = \left[ \frac{1}{288}r^7 - \frac{1}{48}r^5 + \frac{1}{24}r^3 - \frac{7}{288}r \right] \sin\theta \cdot Re. \quad (19)$$

因此,一阶轴向速度  $w_1$  的控制方程是

$$\Delta w_1 = \left[ \left[ -\frac{1}{144}r^7 + \frac{1}{24}r^5 - \frac{1}{12}r^3 + \frac{7}{144}r \right] Re^2 - 6r \right] \cos\theta. \quad (20)$$

其解如下:

$$w_1 = \left[ \left[ -\frac{1}{11\,520}r^9 + \frac{1}{1\,152}r^7 - \frac{1}{288}r^5 - \frac{7}{1\,152}r^3 \right] Re^2 - \frac{3}{4}r^3 + \frac{3}{4}r \right] \cos\theta. \quad (21)$$

### 2.3 高阶摄动解

同理,我们可以得到二阶(或以上阶)轴向速度  $w_n$  和流函数  $\phi_n$  的控制方程以及其解.二阶解如下:

$$\begin{aligned} \phi_2 = & \left[ \left( \frac{1}{46\,448\,640}r^{14} - \frac{1}{1\,612\,800}r^{12} + \frac{11}{1\,658\,880}r^{10} - \frac{7}{207\,360}r^8 + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{11}{122\,880}r^6 - \frac{337}{5\,806\,080}r^4 - \frac{871}{464\,486\,400}r^2 \right) Re^3 + \right. \\ & \left. \left[ \frac{7}{2\,880}r^8 - \frac{1}{96}r^6 + \frac{1}{128}r^4 + \frac{1}{11\,520}r^2 \right] Re \right] \cos\theta \sin\theta, \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_2 = & \left[ \left( \frac{47}{1\,857\,945\,600}r^{14} - \frac{83}{22\,118\,400}r^8 + \frac{167}{37\,158\,912}r^6 + \frac{11}{9\,953\,280}r^{10} - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{731\,566\,080}r^{16} - \frac{165\,677}{117\,050\,572\,800}r^2 - \frac{223}{928\,972\,800}r^4 - \frac{1}{4\,644\,864}r^{12} \right) Re^4 + \right. \\ & \left. \left( -\frac{67}{18\,432}r^6 - \frac{647}{276\,480}r^2 + \frac{7}{5\,760}r^8 + \frac{113}{23\,040}r^4 - \frac{7}{6\,912}r^{10} \right) Re^2 + \right. \\ & \left. \frac{5}{16}r^2 - \frac{5}{16}r^4 \right] \cos(2\theta) + \left[ \frac{479}{13\,271\,040}r^4 + \frac{91}{4\,423\,680}r^2 + \right. \\ & \left. \frac{1}{5\,806\,080}r^{14} - \frac{7}{4\,976\,640}r^{12} - \frac{1\,009}{53\,084\,160}r^8 + \frac{677}{19\,906\,560}r^6 - \right. \\ & \left. \frac{53\,741}{11\,147\,673\,600} - \frac{1}{106\,168\,320}r^{16} + \frac{437}{66\,355\,200}r^{10} \right] Re^4 + \\ & \left[ \frac{1}{3\,072}r^8 - \frac{1}{768}r^6 - \frac{7}{230\,400}r^{10} + \frac{31}{46\,080}r^2 + \frac{1}{576}r^4 - \frac{323}{230\,400} \right] Re^2 + \\ & \left. \frac{7}{16}r^2 - \frac{3}{32} - \frac{11}{32}r^4. \quad (23) \right. \end{aligned}$$

### 2.4 粒子质量分数解

零阶质量分数控制方程为

$$\Delta Q_0 = (r^2 - 1)Re. \quad (24)$$

求解它,可以得到

$$Q_0 = \left[ \frac{1}{16}r^4 - \frac{1}{4}r^2 + \frac{3}{16} \right] Re. \quad (25)$$

$Q_1$  的方程是

$$\begin{aligned} \Delta Q_1 = & \left\{ \left[ \left[ \frac{1}{1\,152}r^9 - \frac{1}{144}r^7 + \frac{1}{48}r^5 - \frac{31}{1\,152}r^3 + \frac{7}{576}r \right] Sc + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{11\,520}r^9 - \frac{1}{1\,152}r^7 + \frac{13}{3\,840}r - \frac{7}{1\,152}r^3 + \frac{1}{288}r^5 \right] Re^3 + \right. \\ & \left. \left[ \frac{9}{4}r + 2r^3 \right] Re \right\} \cos\theta. \quad (26) \end{aligned}$$

求解式(26), 我们得到  $Q_1$  的表达式:

$$Q_1 = \left\{ \left[ \left( \frac{1}{1\ 382\ 400} + \frac{Sc}{138\ 240} \right) r^{11} + \left( -\frac{1}{92\ 160} - \frac{Sc}{11\ 520} \right) r^9 + \left( \frac{Sc}{2\ 304} + \frac{1}{13\ 824} \right) r^7 + \left( -\frac{31}{27\ 648} Sc - \frac{7}{27\ 648} \right) r^5 + \left( \frac{7}{4\ 608} Sc + \frac{13}{30\ 720} \right) r^3 + \left( -\frac{13}{17\ 280} Sc - \frac{107}{460\ 800} \right) r \right] Re^3 + \left[ \frac{1}{12} r^5 - \frac{9}{32} r^3 + \frac{19}{96} r \right] Re \right\} \cos\theta. \quad (27)$$

于是我们可以求得关于粒子质量分数的二阶摄动解  $Q_2$  的形式:

$$Q_2 = R_1(r, Sc, Re) \cos 2\theta + R_2(r, Sc, Re). \quad (28)$$

为节省正文篇幅, 关于  $w_2, \phi_2$  的控制方程以及  $Q_2$  的完整形式, 将会在附录里面给出.

### 3 结果及讨论

#### 3.1 粒子质量分数

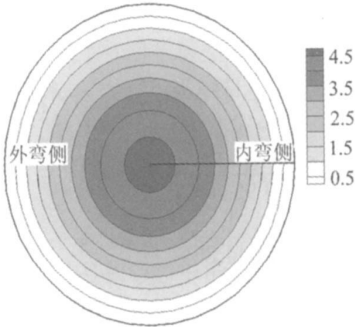
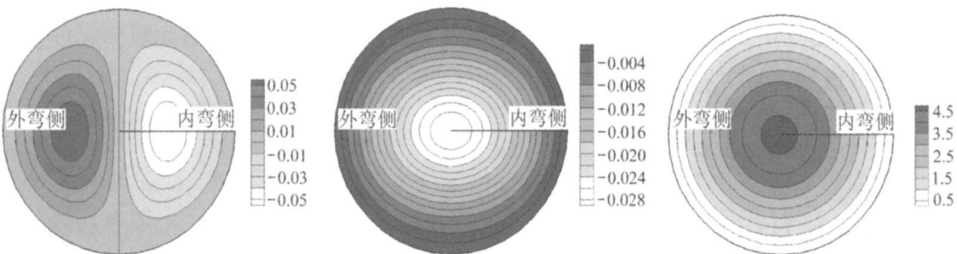


图2  $Q_0$  等值线图

( $Re = 25, Q_0 = [0, 4.688]$ )

如式(25)所示, 粒子质量分数的零阶摄动解  $Q_0$  实际上是  $\kappa = 0$  时的完整解, 它只与 Reynolds 数有关. 换言之, 当悬浮粒子流经直管道时, 粒子的输运模式将会相似而不依赖于粒子尺寸以及其他参数. 图2给出了一个典型的弯管横截面上粒子质量分数等值线分布图 ( $Re = 25, \kappa = 0.05$ ). 我们可以发现的质量分数等值线近似为一系列以坐标系原点为中心的同心圆, 唯一的区别是质量分数最大值的数量大小.

图3给出了在 Schmidt 数分别为0.5和5时候的一阶解  $Q_1 \kappa$ 、二阶解  $Q_2 \kappa^2$  以及前二阶完整解  $Q = Q_0 + Q_1 \kappa + Q_2 \kappa^2$ , 其中  $Re = 25, \kappa = 0.05$ . 容易发现在截面上,  $Q_1 \kappa$  等值线呈左右对称的分布模式, 而且外弯侧为正值, 内弯侧为负值. 这一现象导致  $Q$  的最大值相比较  $Q_0$  向弯管外侧移动.  $Q_2 \kappa^2$  由于在整个截面上都是负值, 因此这部分对  $Q$  的影响是降低整体  $Q$  的数值, 尤其是最大值. 比较图3(a)和3(b), 可以发现随着 Schmidt 数的增加, 由管道弯曲引起的  $Q_1 \kappa$  和  $Q_2 \kappa^2$  的最大绝对值都变大, 即曲率对  $Q$  整体的影响变大. 和以前对  $\mu_m$  量级粒子进行沉降研究中看到的一样, “相对较小”的微米粒子由于惯性较小能紧密地跟随流体流动<sup>[22]</sup>. 而“相对较大”的纳米粒子具有较大的 Schmidt 数, 受到流动的影响较大, 能较好的跟随流体, 因此被流动带来的粒子数较多, 表现为粒子质量分数最大值较高.



$Q_1 \kappa = [-0.060, 0.060]$

$Q_2 \kappa^2 = [-0.030, 0]$

$Q = [0, 4.660]$

(a)  $Sc = 0.5$

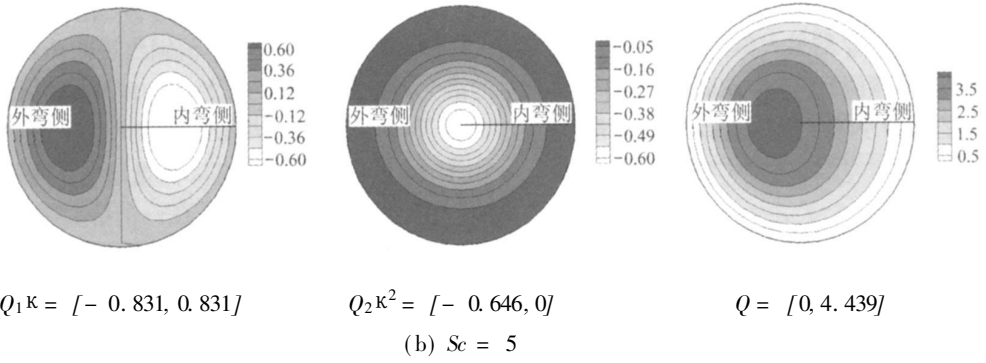


图3 不同  $Sc$  时的  $Q_{1k}$ ,  $Q_2k^2$  和  $Q$  等值线图

### 3.2 纳米粒子向壁面的沉降

对  $\mu m$  量级的粒子在层流管道中,最重要的机理是惯性驱动. 当粒子尺寸小于  $100\text{ nm}$  时 Brown 扩散变得重要<sup>[21]</sup>. 发生在弯管里将粒子由中央区域推向壁面的二次流动,对惯性驱动的沉降影响已经研究得较多,而对粒子扩散沉降的影响,由于以前技术的限制,相对较少<sup>[9]</sup>.

基于 Fick 第一扩散定律,在壁面附近单位面积上粒子向壁面的质量传输率为

$$J_{wall} = - \rho \cdot D_p \cdot \left. \frac{\partial Q}{\partial r} \right|_{wall} \quad (29)$$

因此,位于  $(1, \theta)$  处的壁面网格附近的质量流量是<sup>[23]</sup>

$$m_{\theta} = - \rho D_p \left[ \frac{\partial Q}{\partial r} r \cdot d\theta \right] \Big|_{r=1} \quad (30)$$

整个壁面的粒子扩散质量流量为

$$m_w = - \rho D_p \left[ \int_0^{2\pi} \frac{\partial Q}{\partial r} r \cdot d\theta \right] \Big|_{r=1} \quad (31)$$

定义用来表征当地沉降剧烈程度的沉降增强因子 (deposition enhancement factor) 为

$$D_{\theta} = \frac{m_{\theta} / (r \cdot d\theta)}{m_w / \int r \cdot d\theta} = \left[ \frac{\partial Q}{\partial r} \cdot \frac{2\pi}{m_w} \right] \Big|_{r=1} \quad (32)$$

将求得的结果(25)、(27)、(28)和表达式  $Q = Q_0 + Q_{1k} + Q_2k^2$  代入方程(32),我们就能得到沉降增强因子的具体表达式如下:

$$D_{\theta} = 2 \left\{ \left[ \left( \frac{10\ 877}{31\ 850\ 496\ 000} Sc - \frac{67}{2\ 388\ 787\ 200} Sc^2 + \frac{12\ 517}{200\ 658\ 124\ 800} \right) \cos 2\theta + \frac{1\ 133}{2\ 388\ 787\ 200} k^2 Re^5 + \left[ \left( \frac{13}{69\ 120} + \frac{37}{69\ 120} Sc \right) \cos \theta \cdot k + \left( \frac{37}{138\ 240} Sc + \frac{13}{27\ 648} + \left[ \frac{65}{516\ 096} Sc + \frac{137}{1\ 161\ 216} \right] \cos 2\theta \right) k^2 \right] Re^3 + \left[ -\frac{1}{4} - \frac{11}{48} \cos \theta \cdot k + \left[ -\frac{13}{128} \cos 2\theta - \frac{23}{192} \right] k^2 \right] Re \right\} \sqrt{ \left[ \frac{1\ 133}{1\ 194\ 393\ 600} k^2 Re^5 + \left( \frac{37}{69\ 120} Sc + \frac{13}{13\ 824} \right) k^2 Re^3 + \left[ -\frac{23}{96} k^2 - \frac{1}{2} \right] Re \right] } \quad (33)$$

如果我们给定  $Re = 25$ ,  $k = 0.05$ , 那么方程(33)看起来会直观很多:

$$D_{\theta} = \left[ (0.026\ 514\ 386\ 86Sc - 0.001\ 369\ 516\ 873Sc^2 - 0.000\ 432\ 257\ 40) \cos 2\theta + (-0.279\ 043\ 691\ 9 + 0.836\ 407\ 696\ 7Sc) \cos \theta - 12.455\ 080\ 69 + 0.020\ 910\ 192\ 42Sc \right] / (-12.455\ 080\ 69 + 0.020\ 910\ 192\ 42Sc) \quad (34)$$

图4给出了管道壁面上不同  $\theta$  处的  $D_{\theta}$  值. 我们可以发现,当  $Sc = 0.5$  时,整条  $D_{\theta}$  曲线

最接近常数 1, 这也意味着, 对于这一 Schmidt 数的纳米粒子而言, 它们在整个壁面上的沉降是最均匀的.  $D_0$  的最大值出现在  $\theta = \pi$  处(即管道外弯侧), 而  $D_0$  的最小值则出现在  $\theta = 0, 2\pi$  (即管道内弯侧). 随着 Schmidt 数的增加,  $D_0$  的最大值逐渐增加而  $D_0$  的最小值逐渐减小并且最大值与最小值之间的差值也逐渐增加.

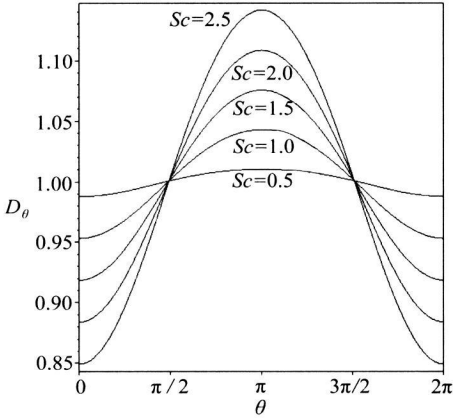


图 4 壁面上的沉降增强因子  
( $Re = 25, \kappa = 0.05$ )

由于  $D_0$  表征的是当地沉降流量增强的程度, 那么  $D_0$  最大值就表示出纳米粒子在一个给定区域内的沉降“热点”. 图 4 表明, 在外弯侧的沉积最剧烈, 相反地, 内弯侧的沉积在里面最薄弱. 众所周知, 由于存在曲率, 流体所受的离心力总是指向弯管的外缘, 因此, 截面上出现一个较小量级的二次流. 同时, 离心力也驱动流体中悬浮的纳米粒子向弯管外侧运动. 从  $Q$  最大值区域向壁面外侧,  $Q$  的梯度逐渐增大, 因此依赖于  $Q$  梯度值的  $D_0$  的最大值出现在  $\theta = \pi$  附近. 类似地,  $D_0$  最小值出现在  $\theta = 0$ , 因为这里的  $Q$  值梯度最小. 另外, 在图 4 中, 所有基于不同 Schmidt 数的  $D_0$  都相交于  $\pi/2$  和  $3\pi/2$  附近, 表明这两处的沉降受 Schmidt 数的影响很小. 这是因为离心力的指向是沿

着  $\theta = \pi$  的方向, 与之垂直的  $\pi/2$  和  $3\pi/2$  方向的壁面附近处的粒子质量分数梯度基本不受离心力影响. 在 Breuer 等人对微米粒子的研究中<sup>[22]</sup>, 结果也显示大部分的大粒子都会沉积到弯管外侧. 这和我们这里的结论看起来很像, 其实这两个沉降的机理是不同的(从而两者的粒子控制方程也不同). 对微米粒子, 主要的控制因素是粒子的惯性力, 而引起沉降的原因是粒子不能很好的跟随流体流动并因此撞到了管道外侧壁面; 对纳米粒子, Brown 运动引起沉降, 因此主要条件是纳米粒子的扩散性和管道壁面附近的质量分数梯度.

### 3.3 相对沉降效率

定义沉降效率如下<sup>[24]</sup>:

$$\eta_d = \frac{n\bar{v}_w}{n\bar{v}_s} \quad (35)$$

因此, 弯管相对直管沉降效率是

$$\eta_r = \frac{\eta_d}{\eta_d|_{\kappa=0}} = \frac{n\bar{v}_w}{n\bar{v}_w|_{\kappa=0}} \quad (36)$$

其中  $\eta_d|_{\kappa=0}$  是曲率为 0 的直管在相同流动和粒子条件下的沉降效率. 因此,  $\eta_r$  表明了弯曲对沉降效率的影响程度.

将  $Q = Q_0 + Q_1\kappa + Q_2\kappa^2$  代入方程(36), 可以得到

$$\eta_r = 1 + \left[ \frac{23}{48} - \frac{1133}{597196800}Re^4 - \frac{37}{34560}Re^2Sc - \frac{13}{6912}Re^2 \right] \kappa^2 \quad (37)$$

式(37)表明, 曲率对相对沉积效率具有二阶作用. 在括号内包括 Reynolds 数和 Schmidt 数的项可暂时称为  $C_{SR}$ ,  $C_{SR}$  表明 Reynolds 数和 Schmidt 数对相对沉积效率的贡献.

图 5 给出了在区间  $Re = [0, 25]$ ,  $Sc = [0, 10]$  中的  $C_{SR}$  值. 当  $Re = Sc = 0$  时,  $C_{SR}$  的最大值为  $23/48$ , 所以,  $\eta_r$  的最大值为  $1 + 23\kappa^2/48$ . 当 Reynolds 数和 Schmidt 数分别取零值线左侧的值时, 曲率和  $C_{SR}$  的乘积大于 0, 所以此时的  $\eta_r$  大于 1. 换言之, 曲率的出现使得管道中的沉降效率大于相同情况下在直管道中的沉降效率. 不过由于设定  $\kappa \ll 1$ ,  $\eta_r$  也只能略大于 1.



在图5中  $C_{SR}$  零值线的右侧,  $C_{SR}$  的值总是为负, 因此  $\eta_r$  将小于1. 对一个给定的曲率, 随着 Reynolds 数和 Schmidt 数的增加,  $\eta_r$  剧烈下降. 此外, Reynolds 数和 Schmidt 数对相对沉降效率分别有四阶和一阶作用, 如式(37)所示.

当  $Re = 25$  时, 图6给出不同曲率下的  $\eta_r$  对 Schmidt 数曲线. 基于图5, 我们知道当  $Re = 25$  时,  $C_{SR}$  恒小于0, 因此曲率将使得  $\eta_r$  下降, 并且这个趋势随着曲率的增加而变得更加明显.

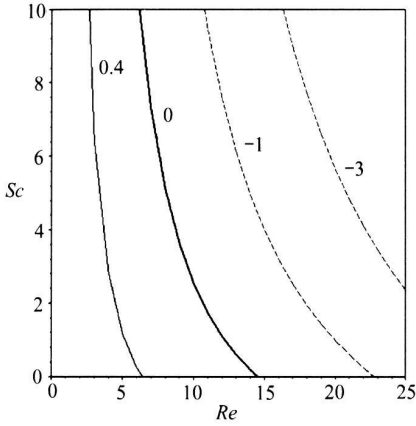


图5  $0 \leq Re \leq 25, 0 \leq Sc \leq 10$  时的  $C_{SR}$  曲线

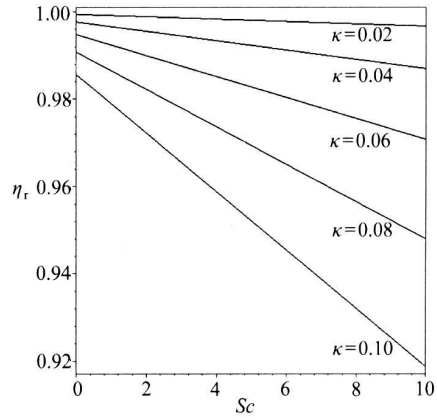


图6 不同曲率下  $\eta_r-Sc$  的曲线 ( $Re = 25$ )

## 4 总 结

- 1) 当纳米粒子悬浮流在直管中流动时, 粒子输运模式相似, 不依赖于粒子的尺寸大小和其他参数;
- 2) 在管道截面上,  $Q_1 \kappa$  呈左右对称分布的模式, 管道外弯侧为正值, 内弯侧为负值. 因此  $Q$  的最大值位置被向外推移. 全部截面上的  $Q_2 \kappa^2$  值都为负, 这使得  $Q$  整体值下降;
- 3) 粒子在外弯侧的沉积最剧烈, 相反地, 内弯侧的沉积在里面最薄弱. 在管道壁面的上部和下部, 对不同的 Schmidt 数, 沉降基本一致;
- 4) 管道曲率、Reynolds 数和 Schmidt 数对相对沉降效率分别有二阶、四阶和一阶作用.

## 附 录

关于  $\phi_2$  的方程是

$$\Delta(\Delta\phi_2) = \left[ \left[ -\frac{1}{120}r^8 + \frac{11}{288}r^6 - \frac{7}{108}r^4 + \frac{11}{320}r^2 + \frac{1}{1728}r^{10} \right] Re^3 + \left[ -4r^2 + \frac{14}{3}r^4 \right] Re \right] \cos\theta \sin\theta,$$

解出  $\phi_2$  后, 我们可以得到  $w_2$  的方程

$$\Delta w_2 = \left[ \frac{167}{1161216}Re^4r^4 - \frac{15}{4}r^2 + \frac{11}{103680}Re^4r^8 + \frac{7}{96}Re^2r^6 - \frac{1}{2903040}Re^4r^{14} - \frac{1}{72}Re^2r^8 - \frac{5}{165888}Re^4r^{10} - \frac{67}{576}Re^2r^4 + \frac{113}{1920}Re^2r^2 + \frac{47}{9676800}Re^4r^{12} - \frac{83}{368640}Re^4r^6 - \frac{223}{77414400}Re^4r^2 \right] \cos 2\theta - \frac{11}{2}r^2 - \frac{7}{2304}Re^2r^8 + \frac{1}{36}Re^2r^2 + \frac{91}{1105920}Re^4 - \frac{1}{414720}Re^4r^{14} + \frac{7}{207360}Re^4r^{12} - \frac{7}{34560}Re^4r^{10} + \frac{437}{663552}Re^4r^8 - \frac{1009}{829440}Re^4r^6 + \frac{677}{552960}Re^4r^4 - \frac{479}{829440}Re^4r^2 + \frac{31}{11520}Re^2 + \frac{7}{4} + \frac{1}{48}Re^2r^6 - \frac{3}{64}Re^2r^4.$$

关于  $Q_2$  的方程是

$$\begin{aligned} \Delta Q_2 = & \left\{ \left[ \left( -\frac{43}{1\ 105\ 920}r^6 - \frac{7}{414\ 720}r^{10} + \frac{461}{19\ 906\ 560}r^4 - \frac{37}{6\ 635\ 520}r^2 + \frac{113}{3\ 317\ 760}r^8 + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{19\ 906\ 560}r^{16} + \frac{1}{207\ 360}r^{12} - \frac{1}{1\ 327\ 104}r^{14} \right) Sc^2 + \left( -\frac{59\ 323}{928\ 972\ 800}r^6 + \frac{19}{58\ 060\ 800}r^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{29}{2\ 786\ 918\ 400}r^{16} + \frac{173\ 819}{5\ 573\ 836\ 800}r^4 + \frac{59}{23\ 224\ 320}r^{12} - \frac{11}{44\ 236\ 800}r^{14} + \frac{1}{23\ 040}r^8 - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{367}{26\ 542\ 080}r^{10} \right) Sc + \frac{223}{928\ 972\ 800}r^4 + \frac{1}{731\ 566\ 080}r^{16} + \frac{165\ 677}{117\ 050\ 572\ 800}r^2 - \right. \\ & \left. \frac{167}{37\ 158\ 912}r^6 + \frac{1}{4\ 644\ 864}r^{12} - \frac{47}{1\ 857\ 945\ 600}r^{14} - \frac{11}{9\ 953\ 280}r^{10} + \frac{83}{22\ 118\ 400}r^8 \right] Re^5 + \\ & \left[ \left( \frac{283}{46\ 080}r^2 + \frac{133}{9\ 216}r^6 + \frac{109}{138\ 240}r^{10} - \frac{131}{23\ 040}r^8 - \frac{709}{46\ 080}r^4 \right) Sc - \frac{73}{8\ 640}r^4 + \frac{77}{17\ 280}r^2 + \right. \\ & \left. \frac{53}{276\ 480}r^{10} - \frac{13}{7\ 680}r^8 + \frac{103}{18\ 432}r^6 \right] Re^3 + \left( \frac{71}{48}r^4 - \frac{55}{32}r^2 \right) Re \Big\} \cos 2\theta + \\ & \left[ \left( -\frac{1}{276\ 480}r^{14} - \frac{37}{368\ 640}r^{10} + \frac{1}{4\ 423\ 680}r^{16} - \frac{151}{1\ 105\ 920}r^2 - \frac{911}{2\ 488\ 320}r^6 + \frac{4\ 229}{13\ 271\ 040}r^4 + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{7}{276\ 480}r^{12} + \frac{91}{4\ 976\ 640} + \frac{1}{4\ 096}r^8 \right) Sc^2 + \left( \frac{133}{2\ 654\ 208}r^8 - \frac{883}{22\ 118\ 400}r^2 - \frac{7}{16\ 588\ 800}r^{14} - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{379}{22\ 118\ 400}r^{10} + \frac{749}{132\ 710\ 400} - \frac{8\ 731}{99\ 532\ 800}r^6 + \frac{1}{44\ 236\ 800}r^{16} + \frac{2\ 849}{33\ 177\ 600}r^4 + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{707}{199\ 065\ 600}r^{12} \right) Sc - \frac{91}{4\ 423\ 680}r^2 - \frac{437}{66\ 355\ 200}r^{10} + \frac{479}{13\ 271\ 040}r^4 + \frac{1\ 009}{53\ 084\ 160}r^8 - \right. \\ & \left. \frac{1}{5\ 806\ 080}r^{14} + \frac{7}{4\ 976\ 640}r^{12} + \frac{1}{106\ 168\ 320}r^{16} + \frac{53\ 741}{11\ 147\ 673\ 600} - \frac{677}{19\ 906\ 560}r^6 \right] Re^5 + \\ & \left[ \left( -\frac{161}{9\ 216}r^8 + \frac{361}{6\ 912}r^6 + \frac{181}{4\ 608}r^2 + \frac{17}{7\ 680}r^{10} - \frac{769}{138\ 240} - \frac{649}{9\ 216}r^4 \right) Sc - \frac{5}{6\ 144}r^8 + \right. \\ & \left. \frac{23}{6\ 912}r^6 + \frac{1}{12\ 800}r^{10} - \frac{17}{3\ 072}r^4 + \frac{43}{23\ 040}r^2 + \frac{539}{460\ 800} \right] Re^3 + \left( \frac{7}{24} - \frac{17}{8}r^2 + \frac{51}{32}r^4 \right) Re, \end{aligned}$$

这个方程的解是

$$\begin{aligned} Q_2 = & \left[ \left( -\frac{465\ 041}{5\ 618\ 427\ 494\ 400}r^2 + \frac{165\ 677}{1\ 404\ 606\ 873\ 600}r^4 - \frac{167}{2\ 229\ 534\ 720}r^8 + \frac{223}{29\ 727\ 129\ 600}r^6 + \right. \right. \\ & \left. \frac{1}{891\ 813\ 888}r^{14} + \frac{83}{2\ 123\ 366\ 400}r^{10} - \frac{11}{1\ 393\ 459\ 200}r^{12} - \frac{47}{468\ 202\ 291\ 200}r^{16} + \right. \\ & \left. \frac{29}{891\ 813\ 888\ 000}r^{18} Sc + \frac{1}{6\ 370\ 099\ 200}r^{18} Sc^2 - \frac{367}{3\ 715\ 891\ 200}r^{12} Sc + \frac{113}{318\ 504\ 960}r^{10} Sc^2 - \right. \\ & \left. \frac{1}{334\ 430\ 208}r^{16} Sc^2 - \frac{11}{11\ 147\ 673\ 600}r^{16} Sc + \frac{59}{4\ 459\ 069\ 440}r^{14} Sc + \frac{1}{39\ 813\ 120}r^{14} Sc^2 - \right. \\ & \left. \frac{1}{8\ 294\ 400}r^{12} Sc^2 - \frac{37}{79\ 626\ 240}r^4 Sc^2 + \frac{709}{5\ 350\ 883\ 328}r^2 Sc^2 + \frac{461}{637\ 009\ 920}r^6 Sc^2 - \right. \\ & \left. \frac{43}{66\ 355\ 200}r^8 Sc^2 + \frac{1}{2\ 211\ 840}r^{10} Sc - \frac{59\ 323}{55\ 738\ 368\ 000}r^8 Sc + \frac{1}{234\ 101\ 145\ 600}r^{18} - \right. \\ & \left. \frac{67\ 579}{222\ 953\ 472\ 000}r^2 Sc + \frac{19}{696\ 729\ 600}r^4 Sc + \frac{173\ 819}{178\ 362\ 777\ 600}r^6 Sc \right] Re^5 + \\ & \left( \frac{53}{38\ 707\ 200}r^{12} - \frac{131}{2\ 211\ 840}r^{10} Sc - \frac{33\ 737}{154\ 828\ 800}r^2 Sc + \frac{133}{552\ 960}r^8 Sc - \frac{709}{1\ 474\ 560}r^6 Sc + \right. \\ & \left. \frac{283}{552\ 960}r^4 Sc - \frac{42\ 773}{232\ 243\ 200}r^2 + \frac{103}{1\ 105\ 920}r^8 - \frac{73}{276\ 480}r^6 + \frac{77}{207\ 360}r^4 + \frac{109}{19\ 353\ 600}r^{12} Sc - \right. \\ & \left. \frac{13}{737\ 280}r^{10} \right) Re^3 + \left( \frac{149}{1\ 536}r^2 - \frac{55}{384}r^4 + \frac{71}{1\ 536}r^6 \right) Re \Big] \cos 2\theta + \\ & \left( \frac{53\ 741}{44\ 590\ 694\ 400}r^2 - \frac{91}{70\ 778\ 880}r^4 - \frac{677}{1\ 274\ 019\ 840}r^8 + \frac{479}{477\ 757\ 440}r^6 + \frac{1}{139\ 345\ 920}r^{14} + \right. \\ & \left. \frac{1\ 009}{5\ 308\ 416\ 000}r^{10} - \frac{437}{9\ 555\ 148\ 800}r^{12} - \frac{264\ 227}{802\ 632\ 499\ 200}Sc - \frac{206\ 513}{200\ 658\ 124\ 800}Sc^2 - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1\ 486\ 356\ 480}r^{16} + \frac{1}{14\ 332\ 723\ 200}r^{18}Sc + \frac{1}{1\ 433\ 272\ 320}r^{18}Sc^2 - \frac{379}{3\ 185\ 049\ 600}r^{12}Sc + \\ & \frac{1}{409\ 600}r^{10}Sc^2 - \frac{1}{70\ 778\ 880}r^{16}Sc^2 - \frac{7}{4\ 246\ 732\ 800}r^{16}Sc + \frac{101}{5\ 573\ 836\ 800}r^{14}Sc + \\ & \frac{1}{7\ 741\ 440}r^{14}Sc^2 - \frac{37}{53\ 084\ 160}r^{12}Sc^2 - \frac{151}{17\ 694\ 720}r^4Sc^2 + \frac{91}{19\ 906\ 560}r^2Sc^2 + \\ & \frac{4\ 229}{477\ 757\ 440}r^6Sc^2 - \frac{911}{159\ 252\ 480}r^8Sc^2 + \frac{133}{265\ 420\ 800}r^{10}Sc - \frac{8\ 731}{6\ 370\ 099\ 200}r^8Sc + \\ & \left. \frac{1}{34\ 398\ 535\ 680}r^{18} + \frac{749}{530\ 841\ 600}r^2Sc - \frac{883}{353\ 894\ 400}r^4Sc + \frac{2\ 849}{1\ 194\ 393\ 600}r^6Sc - \right. \\ & \left. \frac{3\ 260\ 281}{6\ 019\ 743\ 744\ 000} \right) Re^5 + \left[ -\frac{221}{737\ 280} + \frac{361}{442\ 368}r^8Sc + \frac{1}{1\ 843\ 200}r^{12} - \right. \\ & \left. \frac{1}{122\ 880}r^{10} + \frac{43}{368\ 640}r^4 + \frac{539}{1\ 843\ 200}r^2 + \frac{23}{442\ 368}r^8 - \frac{17}{110\ 592}r^6 - \right. \\ & \left. \frac{161}{921\ 600}r^{10}Sc + \frac{17}{1\ 105\ 920}r^{12}Sc + \frac{7\ 801}{33\ 177\ 600}Sc - \frac{649}{331\ 776}r^6Sc + \frac{181}{73\ 728}r^4Sc - \right. \\ & \left. \frac{769}{552\ 960}r^2Sc \right] Re^3 + \left[ \frac{7}{96}r^2 - \frac{17}{128}r^4 + \frac{17}{384}r^6 + \frac{1}{64} \right] Re. \end{aligned}$$

[参 考 文 献]

[1] Friedlander S K. Smoke, Dust, and Haze; Fundamentals of Aerosol Dynamics [M]. 2nd Ed. Oxford: Oxford University Press Inc, 2000.

[2] Kittelson David B. Engines and nanoparticles: a review[J]. Journal of Aerosol Science, 1998, **29**(5/6): 575-588.

[3] YU Ming-zhou, LIN Jian-zhong, CHEN Li-hua, et al. Large eddy simulation of a planar jet flow with nanoparticle coagulation[J]. Acta Mechanica Sinica, 2006, **22**(4): 293-300.

[4] Chan T L, Lin J Z, Zhou K, et al. Simultaneous numerical simulation of nano and fine particle coagulation and dispersion in a round jet[J]. Journal of Aerosol Science, 2006, **37**(11): 1545-1561.

[5] Lin J Z, Chan T L, Liu S, et al. Effects of coherent structures on nanoparticle coagulation and dispersion in a round jet[J]. International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation, 2007, **8**(1): 45-54.

[6] YU Ming-zhou, LIN Jian-zhong, CHAN Tat-leung. Numerical simulation of nanoparticle synthesis in diffusion flame reactor[J]. Powder Technology, 2008, **181**(1): 9-20.

[7] YU Ming-zhou, LIN Jian-zhong, CHAN Tat-leung. Effect of precursor loading on non-spherical TiO<sub>2</sub> nanoparticle synthesis in a diffusion flame reactor[J]. Chemical Engineering Science, 2008, **63**(9): 2317-2329.

[8] Comer J K, Kleinstreuer C, Kim C S. Flow structures and particle deposition patterns in double-bifurcation airway models—Part 2: Aerosol transport and deposition[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, **435**: 55-80.

[9] WANG Jian, Flagan Richard C, Seinfeld John H. Diffusional losses in particle sampling systems containing bends and elbows[J]. Journal of Aerosol Science, 2002, **33**(6): 843-857.

[10] Zhang Z, Kleinstreuer C, Donohue J F, et al. Comparison of micro- and nano-size particle depositions in a human upper airway model[J]. Journal of Aerosol Science, 2005, **36**(2): 211-233.

[11] Malet J, Alloul L, Michielsen N, et al. Deposition of nanosized particles in cylindrical tubes under laminar and turbulent flow conditions[J]. Journal of Aerosol Science, 2000, **31**(3): 335-348.

[12] Zhang Z, Kleinstreuer C. Airflow structures and nanoparticle deposition in a human upper airway model[J]. Journal of Computational Physics, 2004, **198**(1): 178-210.

[13] SUN Lei, LIN Jian-zhong, BAO Fu-bing. Numerical simulation on the deposition of nanoparticles under laminar conditions[J]. Journal of Hydrodynamics, 2006, **18**(6): 676-680.

- [14] Zamankhan P, Ahmadi G, Wang Z, et al. Airflow and deposition of nano-particles in a human nasal cavity[J]. *Aerosol Science and Technology*, 2006, **40**(6): 463-476.
- [15] LIN Pei-feng, LIN Jian-zhong. Transport and deposition of nanoparticles in bend tube with circular cross-section[J]. *Progress in Natural Science*, 2009, **19**(1): 33-39.
- [16] Hinds William C. *Aerosol Technology* [M]. New York: A Wiley-Interscience Publication, 1982.
- [17] Bolinder C J. Curvilinear coordinates and physical components: an application to the problem of viscous flow and heat transfer in smoothly curved ducts[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1996, **63**(4): 985-989.
- [18] Peters Thomas M, Leith David. Particle deposition in industrial duct bends[J]. *Ann Occup Hyg*, 2004, **48**(5): 483-490.
- [19] Pui David Y H, Romay-Novas Francisco, Liu Benjamin Y H. Experimental study of particle deposition in bends of circular cross-section[J]. *Aerosol Science & Technology*, 1987, **7**(3): 301-315.
- [20] Cheng Y S, Wang C S. Inertial deposition of particles in a bend[J]. *J Aerosol Sci*, 1975, **6**(2): 139-145.
- [21] Tsai C J, Pui D Yh. Numerical study of particle deposition in bends of a circular cross-section laminar flow regime[J]. *Aerosol Science and Technology*, 1990, **12**(4): 813-831.
- [22] Breuer M, Baytekin H T, Maida E A. Prediction of aerosol deposition in 90 bends using LES and an efficient Lagrangian tracking method[J]. *Journal of Aerosol Science*, 2006, **37**(11): 1407-1428.
- [23] Zhang Z, Kleinstreuer C. Airflow structures and nano-particle deposition in a human upper airway model[J]. *Journal of Computational Physics*, 2004, **198**(1): 178-210.
- [24] Shi H, Kleinstreuer C, Zhang Z, et al. Nanoparticle transport and deposition in bifurcating tubes with different inlet conditions[J]. *Physics of Fluids*, 2004, **16**(7): 2199-2213.

## Prediction of Nanoparticle Transport and Deposition in Bends

LIN Pei-feng<sup>1</sup>, LIN Jian-zhong<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Fluid Power Transmission and Control,  
Zhejiang University, Hangzhou 310027, P. R. China;

2. China Jiliang University, Hangzhou 310018, P. R. China)

**Abstract:** Nanoparticle transport and deposition in bends with circular cross-section were solved for different Reynolds number and Schmidt number. The perturbation method was used to solve the equations. The results show that the particle transport patterns are similar and not dependent on the particle size and other parameters when suspended nanoparticles are flowing in the straight tube. Particle deposition at the outside edge is most intensive, and oppositely, the deposition at the inside edge is the weakest. At the upper and lower tube, the depositions are approximately the same for different Schmidt number. Curvatures of tube, Reynolds number and Schmidt number have effects of second order, fourth order and first order on the relative deposition efficiency, respectively.

**Key words:** nanoparticles; transport; deposition; bends; perturbation method