

# 考虑滩地植被的复式断面河道水流的二维解析解\*

槐文信, 高敏, 曾玉红, 李丹

(武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉 430072)

(刘宇陆推荐)

摘要: 针对滩地植被化的复式断面河道的水流特性, 从沿水深积分的紊流时均运动微分方程出发, 基于恒定均匀流的假设, 给出了植被作用下河道水流水深平均流速沿横向分布的二维解析解. 其中, 将植被对水流的影响归结为拖曳力项, 在模型中计及了二次流的影响, 并对二次流强度系数  $K$  的取值进行了初步探讨. 分别对顺直河道横断面和蜿蜒河道的顶点断面进行了计算, 计算结果与试验资料符合良好, 表明给出的二维解析解可用于植被作用下复式断面河道水流水深平均流速沿横向分布的数值预报.

关键词: 复式河道; 植被; 拖曳力; 二次流

中图分类号: TV133.1 文献标识码: A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2009.09.006

## 引 言

在天然河道中, 岸滩有植被的情况十分普遍. 植被在水体的生态修复以及水土保持方面有一定的作用. 同时, 植被的存在改变了水流内部的原有的结构, 增加了河床的阻力, 降低了河道的行洪能力, 使河道的水流问题复杂化.

近年来, 国内外陆续有学者针对植被作用下的水流特性进行了相关的数值模拟研究. Shimizu 等<sup>[1]</sup>、Fischer-Antze 等<sup>[2]</sup>运用  $k-\varepsilon$  紊流模型对植被作用下的明渠水流进行了模拟. Naot 等<sup>[3]</sup>应用三维代数应力模型对植被作用下明渠水流的水动力特性进行了研究. Nadaoka 等<sup>[4]</sup>、宿晓辉等<sup>[5-6]</sup>针对部分植被化的明渠水流特性, 应用大涡模拟的方法进行了数值计算. Li 和 Yan<sup>[7]</sup>基于  $k-\varepsilon$  紊流模型, 模拟了波-水流-植被三者之间的相互作用, 取得了有价值的成果.

在解析解的研究方面, Rameshwaran 和 Shiono<sup>[8]</sup>基于 SKM 方法, 建立了滩地植被化复式断面顺直河道漫滩水流的准二维模型; 槐文信等<sup>[9]</sup>应用涡粘模型理论, 不计二次流的影响, 得到了复式断面水深平均流速横向分布的解析解, 模型的应用范围为顺直河道.

Ervin 等<sup>[10]</sup>对顺直河道和蜿蜒河道的漫滩水流特性进行了研究, 引入了二次流强度系数,

\* 收稿日期: 2008-09-16; 修订日期: 2009-07-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50679061; 50709025; 50749031)

作者简介: 槐文信(1963-), 男, 陕西乾县人, 教授, 博士生导师(联系人, E-mail: wxhui@whu.edu.cn).

得出了无植被情况下纵向水深平均流速横向分布的解析解,但模型针对岸滩用竖杆加糙的蜿蜒河道顶点断面的计算结果与试验值吻合较差,而本文认为针对用竖杆加糙的工况,应计及拖曳力的作用.因此,在 Ervine 等人的工作基础上,本文从紊流时均运动微分方程式出发,基于恒定均匀流的假设,引入植被作用的拖曳力项,计及二次流的影响,给出了滩地非淹没刚性植被情况下的河道纵向水深平均流速横向分布的二维解析解,并用 UK-FCF 的试验数据(Rameshwaran 和 Shiono<sup>[8]</sup>; Ervine 等<sup>[10]</sup>)对模型进行了验证,结果表明本文给出的解析解是行之有效的,对植被作用引入拖曳力的效应优于单纯提高糙率的方法,二次流的作用是不可低估的.

## 1 理论分析

在恒定均匀流条件下,非淹没刚性植被作用下的纵向紊流时均微分方程可以简化为

$$\rho \frac{\partial \overline{u_x u_y}}{\partial y} = \rho g S_0 - \frac{\partial \overline{u_x u_y}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u_x u_z}}{\partial z} - \rho \frac{u_x^2}{2} C_d \lambda \quad (1)$$

式中  $\rho$  为水体密度,  $x, y, z$  分别为纵向、横向和垂向(见图1),  $u_x, u_y, u_z$  分别为  $x, y, z$  方向上的时均流速,  $g$  为重力加速度,  $S_0$  为河床底坡的纵向坡度, Reynolds 应力  $\tau_{yx} = -\rho \overline{u_x u_y}$ ,  $\tau_{zx} = -\rho \overline{u_x u_z}$ , 其中  $u'_x, u'_y, u'_z$  为对应于  $x, y, z$  方向的脉动速度,  $C_d$  为植被拖曳力系数,  $\lambda$  为植被系数:  $\lambda = D \cdot N_v$ ,  $D$  为单颗植株的直径,  $N_v$  是单位面积的植株数.

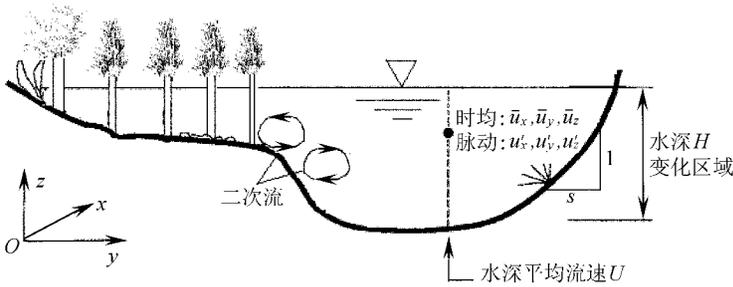


图1 植被作用下的河道断面示意图

对(1)式沿水深  $H$  积分,可得到水深平均方程:

$$\rho \frac{\partial H(\overline{u_x u_y})}{\partial y} = \rho g H S_0 + \frac{\partial H \tau_{yx}}{\partial y} - \tau_b \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} - \rho \frac{U^2}{2} C_d H, \quad (2)$$

式中

$$\tau_b \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} = - \int_0^H \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz,$$

其中  $\tau_b$  为河床切应力,  $s$  为边坡系数.  $U$  为水深平均流速:

$$U = \frac{1}{H} \int_0^H u_x dz.$$

采用涡粘模型理论,即

$$\tau_{yx} = \rho \nu_1 \frac{\partial U}{\partial y}, \quad \nu_1 = \xi H U_* = \xi H \left( \frac{f}{8} \right)^{1/2} U,$$

可得

$$\tau_{yx} = \xi H \left( \frac{f}{8} \right)^{1/2} U \frac{\partial U}{\partial y},$$

其中  $\nu_1$  为粘度,  $\xi$  为涡粘系数.

此外, Darcy-Weisbach 阻力系数:  $f = 8 \tau_b / (\rho U^2)$ , 则(2)式可表示为

$$\rho \frac{\partial H(u_x u_y)_d}{\partial y} = \rho g H S_0 + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \alpha \Phi H^2 \sqrt{\frac{f}{8}} U \frac{\partial U}{\partial y} \right] - \frac{1}{8} \Phi U^2 \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} - \rho \frac{U^2}{2} C_d \mathcal{H}, \quad (3)$$

上式中, 二次流项为  $\rho \partial H(u_x u_y)_d / \partial y$ , 本文采用 Ervine 等(2000)<sup>[10]</sup>对二次流的简化形式, 即  $u_x = K_1 U$ ,  $u_y = K_2 U$ ,  $u_x u_y = K U^2$ , 则上式可变为

$$\rho g H S_0 + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \alpha \Phi H^2 \sqrt{\frac{f}{8}} U \frac{\partial U}{\partial y} - \Phi K U^2 \right] - \frac{1}{8} \Phi U^2 \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} - \rho \frac{U^2}{2} C_d \mathcal{H} = 0, \quad (4)$$

其中  $K$  是二次流强度系数.

考虑植被的阻水效应, 引入阻水系数  $\alpha$ , 参照 Rameshwaran 和 Shiono(2007)<sup>[8]</sup>给出的  $\alpha$  的计算公式:  $\alpha = 1 - N_v A_v$ , 其中, 单颗植株的截面积  $A_v = \pi D^2 / 4$ . 在无植被区域,  $\alpha = 1$ .

对于水深  $H$  恒定区域, 即复式断面的主河道及边滩部分, 上式可变为

$$\alpha \rho g H S_0 + \alpha \frac{\partial}{\partial y} \left[ \alpha \Phi H^2 \sqrt{\frac{f}{8}} U \frac{\partial U}{\partial y} - \Phi K U^2 \right] - \frac{1}{8} \alpha \Phi U^2 - \rho \frac{U^2}{2} C_d \mathcal{H} = 0. \quad (5)$$

方程(5)为二阶常系数线性非齐次微分方程, 其通解为对应的齐次方程的通解与非齐次方程的一个特解之和. 通过求解, 方程(5)的解析解为

$$U = (\sigma + C_1 e^{\beta y} + C_2 e^{-\beta y})^{1/2}, \quad (6)$$

式中

$$\sigma = \frac{\alpha \rho g H S_0}{\alpha f / 8 + C_d \mathcal{H} / 2}, \quad \beta = \frac{\tau_2 + \sqrt{\tau_2^2 + \tau_1 (\alpha \Phi / 2 + 2 \rho C_d \mathcal{H})}}{2 \tau_1},$$

$$y = \frac{\tau_2 - \sqrt{\tau_2^2 + \tau_1 (\alpha \Phi / 2 + 2 \rho C_d \mathcal{H})}}{2 \tau_1},$$

$$\tau_1 = \frac{1}{2} \alpha \Phi H^2 \sqrt{\frac{f}{8}}, \quad \tau_2 = \alpha \Phi K,$$

$C_1, C_2$  为微分常数.

对于线性边坡区, 水深呈线性变化, 见图 2, 水深函数  $\Phi = H - (y - y_0) / s$ .

(4)式可变为

$$\rho g \Phi S_0 + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \alpha \Phi^2 \sqrt{\frac{f}{8}} U \frac{\partial U}{\partial y} - \rho \Phi K U^2 \right] - \frac{1}{8} \Phi U^2 \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} = 0. \quad (7)$$

方程(7)的解析解为

$$U = (\omega \Phi + C_3 \Phi^{\theta_1} + C_4 \Phi^{\theta_2})^{1/2}, \quad (8)$$

式中

$$\omega = g S_0 \sqrt{\left[ \frac{f}{8} \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} - \frac{\xi}{s^2} \sqrt{\frac{f}{8}} - \frac{2K}{s} \right]}, \quad \theta_1 = \frac{L - M + \sqrt{(L - M)^2 - 4LN}}{2L},$$

$$\theta_2 = \frac{L - M - \sqrt{(L - M)^2 - 4LN}}{2L}, \quad L = \frac{\xi}{2s^2} \sqrt{\frac{f}{8}}, \quad M = \frac{\xi}{s^2} \sqrt{\frac{f}{8}} + \frac{K}{s},$$

$$N = \frac{K}{s} - \frac{f}{8} \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}},$$

$C_3, C_4$  为微分常数.

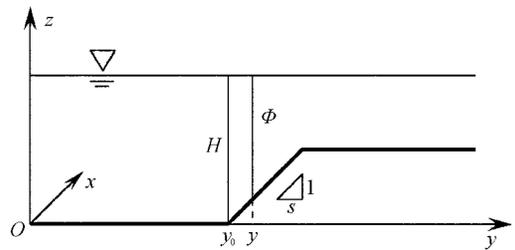


图 2 水深函数  $\Phi$  示意图

## 2 试验数据

### 2.1 顺直河道

本文顺直河道的计算采用 UK Flood Channel Facility(Rameshwaran 和 Shiono 2007<sup>[8]</sup>) 的试验数据, 试验是在长 60 m, 宽 10 m 的渠道中进行的, 渠道断面如图 3 所示.

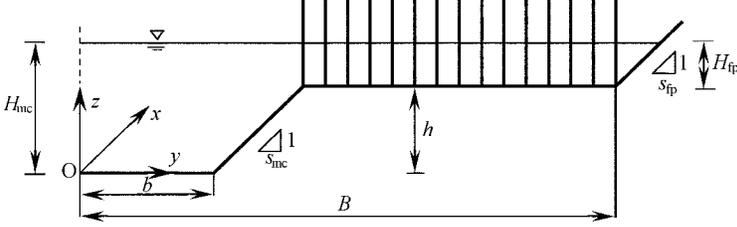


图 3 顺直河道断面示意图

表 1 给出了相关参数, 其中, 相对水深  $D_r = H_{fp}/H_{mc}$ ,  $H_{fp}$  和  $H_{mc}$  分别为岸滩、主槽水深.

表 1 渠道参数表

$D_r$	$b/m$	$B/m$	$h/m$	$s_{mc}$	$s_{fp}$	$S_0$	$D/mm$	$N_v/m^{-2}$
0.20	0.75	3.15	0.15	1.00	1.00	$1.027 \times 10^{-3}$	25	12
0.25	0.75	3.15	0.15	1.00	1.00	$1.027 \times 10^{-3}$	25	12

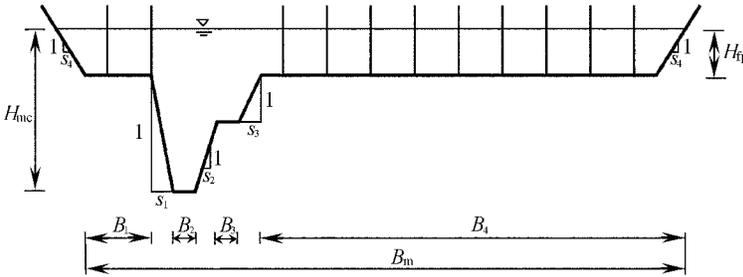


图 4 蜿蜒河道顶点断面示意图

### 2.2 蜿蜒河道顶点断面

蜿蜒河道的计算采用 UK Flood Channel Facility(Ervine 等 2000<sup>[10]</sup>) 的  $60^\circ$  (B37) 和  $110^\circ$  (B45) 蜿蜒河道的试验数据, 该组试验是在长 60 m, 宽 10 m 的蜿蜒渠道中进行的.

图 4 和图 5 分别给出了渠道的断面形状以及顶点断面处的速度方向, B37 和 B45 工况的参数见表 2, 其中, 蜿蜒度= 河道长度/河谷直线长度.

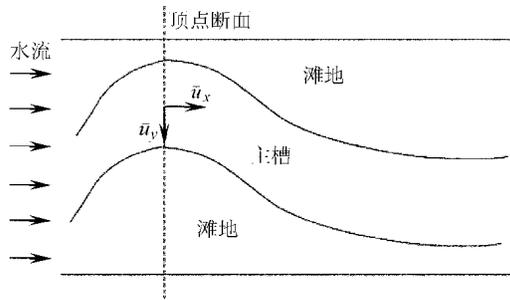


图 5 蜿蜒河道顶点断面纵向和横向流速示意图

表 2 B37 和 B45 的参数表

名称	$D_r$	蜿蜒度	主槽水深 $H_{mc}/m$	$Q/(m^3/s)$	滩地边坡 $s_4 \times 10^{-3}$	$D/mm$	$N_v/m^{-2}$
B37	0.40	1.374	0.250	0.264 0	0.996	25	12
B45	0.25	2.040	0.200	0.115 7	1.021	25	12

### 3 边界条件

#### 3.1 顺直河道

本文将图 3 所示断面分为 3 个子区域: 主槽区、滩槽连接处的线性边坡区、岸滩区, 确定解析解所需的边界条件为

- 1) 对称性条件:  $\partial U / \partial y |_{y=0} = 0$ ;
- 2) 相邻区域的连接处必须满足速度和速度梯度的连续性, 即

$$U_i = U_{i+1}, \quad \partial U_i / \partial y = \partial U_{i+1} / \partial y;$$

- 3) 河漫滩边缘处流速为 0 ( $U = 0$ ).

#### 3.2 蜿蜒河道顶点断面

将图 4 所示的断面按照水深不变以及水深线性变化进行分区, 确定解析解所需的边界条件为

- 1) 相邻区域的连接处必须满足速度和速度梯度的连续性, 即

$$U_i = U_{i+1}, \quad \partial U_i / \partial y = \partial U_{i+1} / \partial y;$$

- 2) 河漫滩边缘处流速为 0 ( $U = 0$ ).

### 4 参数的确定

对于各区的阻力系数  $f$ , 本文根据水力学的基本公式进行确定: 摩阻流速  $U_* = \sqrt{gHS_0}$ ,  $f = 8U_*^2 / U^2$ ,  $U = R^{2/3} J^{1/2} / n$ , 可以得到近似公式

$$f = 8gHn^2 / R^{4/3}, \quad (9)$$

式中  $n$  为糙率,  $R$  为水力半径,  $g$  为重力加速度.

为了验证上述公式的可用性, 将式(9)用于计算 Rameshwaran 和 Shiono(2007)<sup>[8]</sup> 的  $D_r = 0.20$  时的阻力系数的分布情况, 工况 B 的几何参数见表 1, 工况 A 滩地无植被, 其余几何参数与工况 B 相同. 计算结果见图 6, 计算值与试验值符合较好, 表明式(9)可以用来计算阻力系数  $f$ .

对于无量纲涡粘模型

$$\nu_t = \xi H U_* = \xi H (f/8)^{1/2} U$$

中的常数  $\xi$  在主槽及河漫滩处取不同的  $\xi$  值.

主槽区为无植被水流, 可取为明渠流标准值  $\xi = \kappa/6 = 0.067$  (其中  $\kappa$  为  $K_{mn}$  常数). 对于有植被的岸滩区  $\xi$  值的选定, 可参考 Abril 和 Knight(2004)<sup>[11]</sup> 的模型, 即:  $\xi_{fp} = \xi_{mc}(-2.0 + 1.20D_r^{-1.44})$ , 主槽线性边坡区的  $\xi$  值取主槽区的 2 倍左右.

由于植被的阻力作用, 岸滩的流速较小, 因此, 不考虑岸滩的二次流影响, 取  $K_{fp} = 0$ . 对于主槽区  $K_{mc}$  的取值, 参考 Ervine 等(2000)<sup>[10]</sup> 给出的复式断面顺直河道无植被情况下  $K$  值的范围(顺直河道  $K < 0.5\%$ ; 蜿蜒河道的顶点断面  $2\% < K < 5\%$ ), 通过试算确定. 图 7 分别给出了表 1 和表 2 中各工况  $K_{mc}$  取不同值时水深平均流速横向分布的对比图, 从图中可以看出, 当给出合适的  $K_{mc}$  值时, 计算结果更接近试验值. 图中各工况  $K_{mc}$  的最佳取值分别为:  $-0.3\%$ 、 $-0.5\%$ 、 $7\%$ 、 $9\%$ .

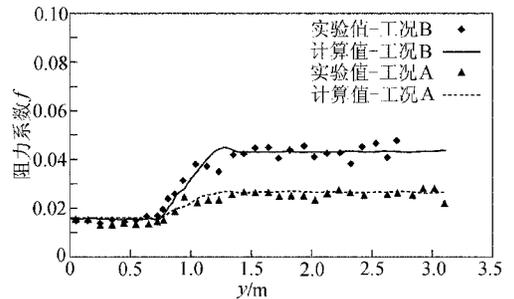
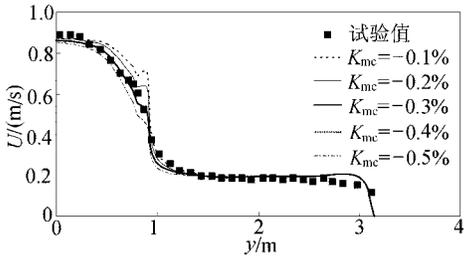
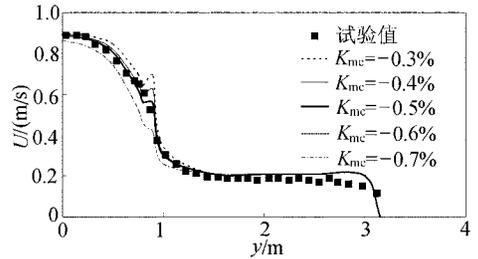


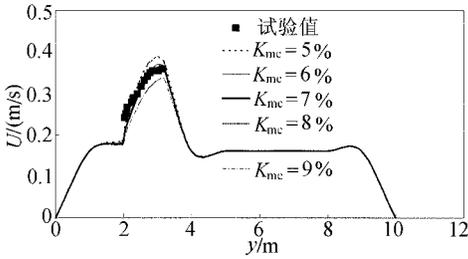
图 6 阻力系数  $f$  的横向分布图



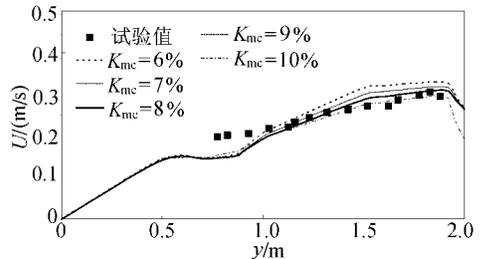
(a)  $D_r = 0.20$



(b)  $D_r = 0.25$



(c) 蜿蜒河道 B37 顶点断面



(d) 蜿蜒河道 B45 顶点断面

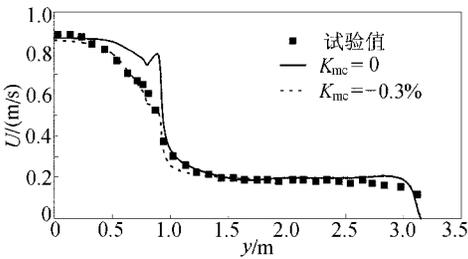
图7 顺直河道和蜿蜒河道顶点断面不同  $K_{mc}$  值下水深平均流速横向分布图

### 5 计算结果与分析

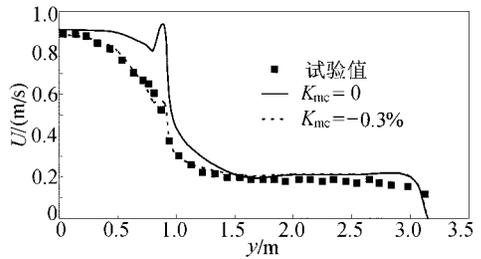
利用上述模型参数, 最终可得到水深平均流速的横向分布的解析解. 为了验证该解析解模型的有效性, 本文分别对顺直河道以及蜿蜒河道的顶点断面进行了计算.

#### 5.1 顺直河道

图8给出了表1中  $D_r = 0.20$  和  $D_r = 0.25$  工况时, 顺直河道水深平均流速的横向分布, 并与不考虑二次流的情况( $K_{mc} = 0$ ) 进行了比较. 结果表明: 考虑二次流时, 计算结果与试验值符合较好.



(a)  $D_r = 0.20$



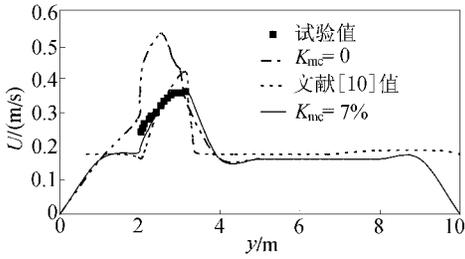
(b)  $D_r = 0.25$

图8 顺直河道水深平均流速试验值与计算值横向分布图

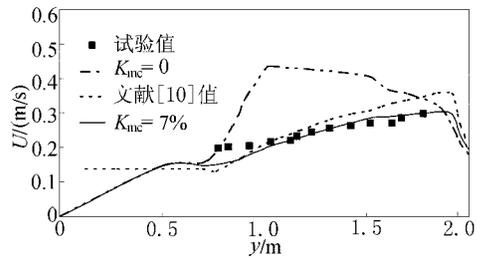
#### 5.2 蜿蜒河道顶点断面

针对表2中蜿蜒河道 B37 和 B45 的工况, Ervine 等(2000)<sup>[10]</sup>从单纯增大糙率的角度进行了计算, 而本文在此基础上引入了拖曳力项. 图9给出了 B37 和 B45 顶点断面水深平均流速的横向分布, 并与不考虑二次流的情况( $K_{mc} = 0$ ) 以及 Ervine 等(2000)的计算结果进行了对比. 从图9中可以看出, 引入二次流项和拖曳力项可以更好地反映水深平均流速的横向变化. 与顺直河道相比, 蜿蜒河道顶点断面处的  $K$  值较大, 这可能是由于蜿蜒河道主槽下部的水流沿纵

向边界流动时, 边界形状发生改变, 水体内部结构不断调整, 流线发生弯曲, 使水体之间的相互作用加强, 导致其二次流强度较大.



(a) B37



(b) B45

图9 蜿蜒河道顶点断面水深平均流速试验值与计算值横向分布图

## 6 结 论

1) 本文基于恒定均匀流的假定, 对岸滩上有非淹没刚性植被的情况进行了研究, 建立了基于植被作用的考虑二次流时的二维解析解模型, 并对二次流强度系数  $K$  的取值进行了初步探讨. 将该模型应用于顺直河道横断面及蜿蜒河道的顶点断面, 通过与有效的试验资料的对比表明本文的解析解是行之有效的.

2) 对于阻力系数  $f$  和无量纲涡粘系数  $\xi$  的确定, 分别采用了近似公式和经验公式, 从计算结果可以看出, 选值比较合理.

3) 对于二次流项, 本文采用了 Ervine 等(2000)<sup>[10]</sup> 的简化形式, 引入了二次流强度系数  $K$ , 参考无植被水流  $K$  的取值, 采用试算法确定  $K$  值. 由本文计算的几种工况可以得出一些初步结论: 对于顺直河道,  $K$  值的取值大约在 0.5% 左右; 对于蜿蜒河道顶点断面,  $K$  值得取值大约在 8% 左右. 此外,  $K$  的取值有正有负, 这主要取决于水流掺混沿水深平均的结果, 反映了水流的掺混方向.

4) 针对蜿蜒河道竖杆加糙的岸滩, 在考虑糙率的基础上, 本文引入了拖曳力项, 与原有的单纯增大糙率的计算方法相比, 本文的计算结果更好.

### [参 考 文 献]

- [1] Shimizu Y, Tsujimoto T. Numerical analysis of turbulent open-channel flow over vegetation layer using a  $k-\epsilon$  turbulence model[J]. J Hydrosc Hydr Eng, 1994, 11(2): 57-67.
- [2] Fischer-Antze T, Stoesser T, Bates P, et al. 3D numerical modelling of open-channel flow with submerged vegetation[J]. J Hydraulic Research, 2001, 39(3): 303-310.
- [3] Naot D, Nezu I, Nakagawa H. Hydrodynamic behavior of partly vegetated open channels[J]. J Hydraulic Engineering, ASCE, 1996, 122(11): 625-663.
- [4] Nadaoka K, Yagi H. Shallow-water turbulence modeling and horizontal large-eddy computation of river flow[J]. J Hydraulic Engineering, ASCE, 1998, 124(5): 493-500.
- [5] SU Xiaohui, Li CW. Large eddy simulation of free surface turbulent flow in partly vegetated open channels[J]. Int J Numer Methods Fluids, 2002, 39(10): 919-937.
- [6] 宿晓辉, 张建新, 李志伟, 等. 带有植物的河道水流浅水紊流运动大涡模拟[J]. 大连理工大学学报, 2003, 43(2): 223-230.

- [7] Li C W, Yan K. Numerical investigation of wave-current-vegetation interaction[J]. J Hydraulic Engineering, ASCE, 2007, **133**(7): 794-803.
- [8] Rameshwaran P, Shiono K. Quasi two-dimensional model for straight overbank flows through emergent vegetation on floodplains[J]. J Hydraulic Research, 2007, **45**(3): 302-315.
- [9] 槐文信, 徐治钢, 杨中华, 等. 部分植被化复式河道水流的二维解析解[J]. 应用数学和力学, 2008, **29**(8): 964-971.
- [10] Ervine A D, Babaeyan Koopaei K, Robert H J Sellin. Two-dimensional solution for straight and meandering overbank flows[J]. J Hydraulic Engineering, ASCE, 2000, **126**(9): 653-669.
- [11] Abril J B, Knight D W. Stage-discharge prediction for rivers in flood applying a depth-averaged model [J]. J Hydraulic Research, 2004, **42**(6): 616-629.

## Two-Dimensional Analytical Solution for Compound Channel Flows With Vegetated Floodplains

HUAI Wen-xin, GAO Min, ZENG Yu-hong, LI Dan

(State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science,  
Wuhan University, Wuhan 430072, P. R. China)

**Abstract:** A 2-D analytical solution for compound channel flows with vegetated floodplains is presented. For steady uniform flow, the depth-integrated N-S equation was used for analysis. The effects of the vegetation were considered as the drag force item. The secondary currents were also taken into account in the governing equations and preliminary estimation of the secondary current intensity coefficient  $K$  was discussed. Predicted results for the straight channels and apex cross-section of meandering channels agree well with the experimental data, which shows that the analytical model presented here can be applied to predict the flow in compound channels with vegetated floodplains.

**Key words:** compound channel; vegetation; drag force; secondary currents