

弹性和电-微拉伸广义热弹性固体中的平面波 在不完全边界上的传播*

R·库玛, 鲁班德

(库卢谢特拉大学 数学系, 库卢谢特拉-136 119, 印度)

(郭兴明推荐)

摘要: 讨论了平面波入射在弹性固体(介质 \hat{M})和电-微拉伸广义热弹性固体(介质 M)的界面上时, 波的反射和透射问题. 介质 M 中存在 5 种反射波(纵向位移(LD)波、热(T)波、纵向微拉伸(LM)波和 2 种横向耦合位移和微转动波(CD(I)和 CD(II)波)); 介质 \hat{M} 中存在 2 种透射波(纵(P)波和横(SV)波). 得到不完全边界上不同反射波和透射波的振幅比, 并导出法向力刚度、切向力刚度和完全粘接时的振幅比. 对 LD 波和 CD(I)波, 图示出振幅比随不同入射角的变化. 显示出反射波和透射波的振幅比受到介质的刚度、电场、拉伸和热特性的影响. 推演出一些有价值的特例.

关键词: 振幅比; 电-微拉伸热弹性固体; 法向力刚度; 切向力刚度; 完全粘接

中图分类号: O33 O343.6 **文献标识码:** A

DOI 10.3879/j.issn.1000-0887.2009.11.010

引 言

地球表面以下各层的确切特性仍不清楚. 因此, 我们必须考虑各种合适的模型来进行理论研究. 弹性波在地球传播的资料对于研究地球的内部结构, 以及勘探地下的有用物质是有帮助的. 地震信号在地球介质中的传播, 必须穿越地球各层不同类型的材料.

Eringen^[1-2]提出了一种热-微拉伸弹性固体和流体理论, 该理论包含了微结构的膨胀和收缩.

Eringen^[3]提出了一种在电磁作用下的各向异性微拉伸和微极流体的连续介质理论. Eringen^[4]介绍了微极电磁热弹性固体的连续介质理论. Eringen^[5]给出了包括电磁和热作用固体(微态、微拉伸、微极)的微连续场论. Eringen^[6]热-微拉伸弹性固体理论^[1]作了进一步的补充, 使其包括了电磁作用, 并将其命名为“微拉伸弹性的电磁理论”. 介绍了在电磁场作用下各向同性热-微拉伸弹性固体的本构关系和运动方程式. 若不计磁通量矢量, 微拉伸热弹性连续介质将只有电场作用. 我们称这种连续介质材料为电-微拉伸热弹性固体.

* 收稿日期: 2008-08-07; 修订日期: 2009-09-28

作者简介: Rajneesh Kumar 教授, 博士(联系人, E-mail: rajneesh_kuk@rediffmail.com);

Rupender(E-mail: nipee_kuk@rediffmail.com).

本文原文为英文, 黄雅意译, 张禄坤校.

本文研究的不完全粘接,意味着应力分量是连续的,而小位移场是不连续的.假设位移中细小的矢量差与牵引力矢量线性相关.更确切地说,假设位移分量中的跃变与其各自的界面分量成正比(界面参数术语“spring-factor-type”).界面参数的任一有限的正值,定义了一个不完全界面.

很多研究者通过不同的力学边界条件,对界面上物理条件的描述作了重要的工作.其中著名的有 Jones和 Whitter^[7], Murty^[8], Nayfeh和 Nassar^[9], Rokhlin等^[10], Lavrentyev和 Rokhlin^[11].

最近 Fan和 Sze^[12], Chen等^[13]和 Kumar等^[14]利用不完全界面条件来研究各种类型的问题.

本文对弹性固体(介质 \hat{M})和电-微拉伸广义热弹性固体(介质 M)界面上入射平面波的反射和透射问题进行了讨论.正因为在地壳中可能有符合这种模型的情况,故问题的解,可以应用于工程或地震学中一些特定的问题中,如基岩-土界面或地幔-地壳界面.

1 问题的数学描述

考虑 2种均匀介质,第 1种是各向同性电-微拉伸广义热弹性半空间(介质 M),第 2种是各向同性弹性半空间(介质 \hat{M}).选定这 2种介质的界面作为直角坐标系 $Oxyz$ 的 $y = 0$ 平面,原点在 $y = 0$ 平面上, y 轴垂直指向介质.

基本方程和二维问题中介质 M 的无量纲形式的方程,参见文献 [15]给出的式 (1)~式 (19).

对于均匀各向同性弹性固体(介质 \hat{M})来说,运动方程及应力-位移关系式如下给出:

$$(\lambda_e + \mu_e) \cdot \nabla (\nabla \cdot \hat{U}) + \mu_e \nabla^2 \hat{U} = \rho_e \frac{\partial^2 \hat{U}}{\partial t^2}, \tag{1}$$

$$\hat{\sigma}_{ij} = \lambda_e \hat{u}_{r,r} \delta_{ij} + \mu_e (\hat{u}_{i,j} + \hat{u}_{j,i}). \tag{2}$$

对于二维问题,取 $\hat{U} = (\hat{u}, \hat{v}, 0)$, 位移的 Helmholtz分解式用势函数形式表示为

$$\hat{u} = \frac{\partial \hat{\phi}_1}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\phi}_2}{\partial y}, \quad \hat{v} = \frac{\partial \hat{\phi}_1}{\partial y} - \frac{\partial \hat{\phi}_2}{\partial x}. \tag{3}$$

无量纲变量为

$$\hat{u}' = \frac{\omega}{c_1} \hat{u}, \quad \hat{v}' = \frac{\omega}{c_1} \hat{v}, \quad \hat{\sigma}'_{ij} = \frac{\hat{\sigma}_{ij}}{\mu_e}, \tag{4}$$

由式 (4)的无量纲变量和式 (3)的势函数,得

$$(1 + \hat{a}_1) \nabla^2 \hat{\phi}_1 - \hat{a}_2 \frac{\partial^2 \hat{\phi}_1}{\partial t^2} = 0 \tag{5}$$

$$\nabla^2 \hat{\phi}_2 - \hat{a}_2 \frac{\partial^2 \hat{\phi}_2}{\partial t^2} = 0 \tag{6}$$

其中

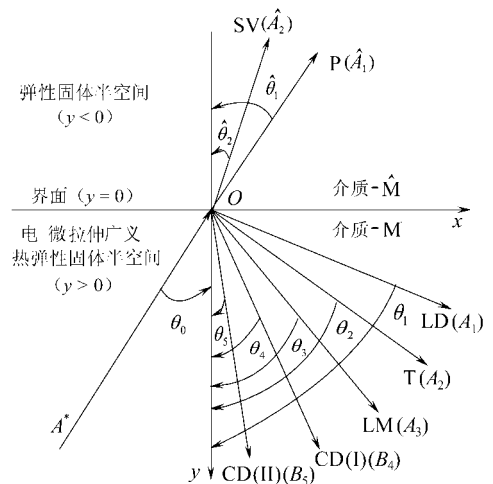


图 1 问题的几何图形

$$\hat{a}_1 = \frac{\lambda_e + \mu_e}{\mu_e}, \quad \hat{a}_2 = \frac{\lambda_e + 2\mu_e}{\mu_e}, \quad \hat{c}_1^2 = \frac{\lambda_e + 2\mu_e}{\rho_e}, \quad \hat{c}_2^2 = \frac{\mu_e}{\rho_e}.$$

2 反射和透射

考虑平面波(LD波、T波、IM波、CD(I)和CD(II)波)通过介质M(电-微拉伸广义热弹性固体半空间)传播,其传播区域为 $y > 0$ 且在 $y = 0$ 平面入射,传播方向与垂直于表面方向成 θ_0 角.对应于每一个入射波,在介质 \hat{M} (弹性固体半空间)得到反射的LD波、T波、IM波、CD(I)和CD(II)波以及透射的P波和SV波.在 $y > 0$ 区域(介质M)中的所有变量都不带顶标“ $\hat{\cdot}$ ”,在 $y < 0$ 区域(介质 \hat{M})中的变量都加顶标“ $\hat{\cdot}$ ”,如图1所示.

为求解方程(5)~(6)和文献[15]中的方程(14)~(19),假定

$$\left\{ \phi_1, T, \phi^*, \psi, \phi_2, \phi_3, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2 \right\} = \left\{ \bar{\phi}_1, \bar{T}, \bar{\phi}^*, \bar{\psi}, \bar{\phi}_2, \bar{\phi}_3, \bar{\hat{\phi}}_1, \bar{\hat{\phi}}_2 \right\} e^{k(x \sin \theta_0 - y \cos \theta_0) - \omega t}, \quad (7)$$

其中 k 为波数, ω 为复圆频率.

利用方程(7),得

$$N^3 + AN^2 + BN + C = 0 \quad (8)$$

$$N^2 + DN + E = 0 \quad (9)$$

其中, $N = V^2$, $V = \omega/k$, A, B, C, D, E 和其他常量见文献[15].

为求解方程(8),取 $Q = N + A/3$ 得

$$Q^3 + HQ + G = 0 \quad (10)$$

其中

$$H = \frac{1}{3} \left[B - \frac{A^2}{3} \right],$$

$$G = C - \frac{A}{3} \left[B - \frac{2A^2}{9} \right].$$

给出方程(10)的根如下:

$$Q_1 = R_1 + R_2, \quad Q_2 = R_1 g_1 + R_2 g_2, \quad Q_3 = R_1 g_2 + R_2 g_1,$$

其中

$$R_1^3 = \frac{-G + \sqrt{G^2 + 4H^3}}{2}, \quad R_2^3 = \frac{-G - \sqrt{G^2 + 4H^3}}{2},$$

$$g_{1,2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}.$$

因此,给出方程(8)的根如下:

$$N_1 = Q_1 - A/3, \quad N_2 = Q_2 - A/3, \quad N_3 = Q_3 - A/3$$

3种波(LD波、T波、IM波)的速度分别由 $N_1^{1/2}$, $N_2^{1/2}$, $N_3^{1/2}$ 给出,且记为 V_1, V_2, V_3 .

给出方程(9)的根如下:

$$N_4 = (-D + \sqrt{D^2 - 4E})/2$$

$$N_5 = (-D + \sqrt{D^2 - 4E})/2$$

2种波(CD(I)波, CD(II)波)的速度分别由 $N_4^{1/2}$, $N_5^{1/2}$ 给出, 且记为 V_4 , V_5 .

将方程(7)代入方程(5)~(6), 得到2个关于 V^2 的线性方程组, 即: $\hat{V}_1 = (1 + \hat{a}_1)/\hat{a}_2$ 和 $\hat{V}_2 = 1/\hat{a}_2$, 分别为 P 波和 SV 波的传播速度.

3 边界条件和问题的解

边界条件为

$$\begin{cases} (\sigma_{22})_{\hat{M}} = K_n [(v)_{\hat{M}} - (v)_{\hat{M}}], & (\sigma_{21})_{\hat{M}} = K_t [(u)_{\hat{M}} - (u)_{\hat{M}}], \\ (\sigma_{22})_{\hat{M}} = (\sigma_{22})_{\hat{M}}, & (\sigma_{21})_{\hat{M}} = (\sigma_{21})_{\hat{M}}, \\ (m_{23})_{\hat{M}} = 0 & (\partial T / \partial y)_{\hat{M}} = 0 & (m_2)_{\hat{M}} = 0, \end{cases} \quad (11)$$

其中, K_n , K_t 分别为法向力刚度和切向力刚度. 在介质 \hat{M} 中满足边界条件(11)的合适的势函数如下(介质 \hat{M} 见文献[15]的式(24)~(25)):

$$\begin{cases} \hat{\phi}_1 = \hat{A} e^{\{k_1(x \sin \hat{\theta}_1 - y \cos \hat{\theta}_1) - \omega t\}}, \\ \hat{\phi}_2 = \hat{A}_2 e^{\{k_2(x \sin \hat{\theta}_2 - y \cos \hat{\theta}_2) - \omega t\}}, \end{cases} \quad (12)$$

其中, \hat{A} 和 \hat{A}_2 分别为透射的 P 波和 SV 波的振幅.

为了满足边界条件, 将 Snell 定律推广为

$$\frac{\sin \theta_0}{V_0} = \frac{\sin \theta_1}{V_1} = \frac{\sin \theta_2}{V_2} = \frac{\sin \theta_3}{V_3} = \frac{\sin \theta_4}{V_4} = \frac{\sin \theta_5}{V_5} = \frac{\sin \hat{\theta}_1}{\hat{V}_1} = \frac{\sin \hat{\theta}_2}{\hat{V}_2}, \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} k_1 V_1 &= k_2 V_2 = k_3 V_3 = k_4 V_4 = k_5 V_5 = \\ k_1 \hat{V}_1 &= k_2 \hat{V}_2 = \omega \quad (\text{当 } y = 0 \text{ 时}). \end{aligned} \quad (14)$$

在边界条件(11)中, 利用方程(12)(介质 \hat{M})和文献[15]中的方程(24)~(25)(介质 \hat{M})给出的势函数, 并结合方程(13)和(14), 得到7个非齐次的联立方程组:

$$\sum_{i=1}^7 a_{ij} Z_j = Y_i \quad (j = 1, 2, \dots, 7), \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{1i} &= k_i K_n \cos \theta_i, & a_{2i} &= k_i K_t \sin \theta_i, \\ a_{3i} &= -k_i^2 (a_{16} \sin^2 \theta_i + \cos^2 \theta_i) + a_{17} \xi - \eta_i, & a_{4i} &= -k_i K_n \sin \theta_i, \\ a_{2j} &= k_j K_t \cos \theta_j, & a_{3j} &= -(a_{16} - 1) k_j^2 \sin \theta_j \cos \theta_j, \\ a_{16} &= (\hat{a}_3 \sin^2 \hat{\theta}_1 + \hat{a}_2 \cos^2 \hat{\theta}_1) k_1^2 + i k_1 K_n \cos \hat{\theta}_1, \\ a_{17} &= -(\hat{a}_2 + \hat{a}_3) k_2^2 \sin \hat{\theta}_2 \cos \hat{\theta}_2 + i k_2 \sin \hat{\theta}_2, \\ a_{26} &= -k_1^2 \sin \hat{\theta}_1 - i k_1 K_t \sin \hat{\theta}_1, & a_{27} &= k_2^2 + i k_2 K_t \cos \hat{\theta}_2, \\ a_{36} &= k_1^2 (\cos^2 \hat{\theta}_1 + \hat{a}_4 \sin^2 \hat{\theta}_1), & a_{37} &= -(1 + \hat{a}_4) k_2^2 \sin \hat{\theta}_2 \cos \hat{\theta}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{4i} &= - (a_{18} + a_{19}) k_i^2 \sin \theta_i \cos \theta_i, & a_{5i} &= - i_{21} k_i \xi \sin \theta_i, & a_{6i} &= k_i \eta_i \cos \theta_i, \\
 a_{4j} &= - k_j^2 (a_{18} \cos^2 \theta_j - a_{19} \sin^2 \theta_j) + a_{20} \eta_j, & a_{5j} &= k_j \eta_j \cos \theta_j, & a_{6j} &= 0 \\
 a_{46} &= - \hat{a}_5 k_1^2 \sin \hat{\theta}_1, & a_{47} &= \hat{a}_6 k_2^2, & a_{56} &= 0 & a_{57} &= 0 & a_{66} &= 0 & a_{67} &= 0 \\
 a_{7i} &= (a_{22} - 1/a_{15}) k_i \xi \cos \theta_i, & a_{7j} &= - i_{23} k_j \eta_j, & a_{76} &= 0 & a_{77} &= 0 \\
 & & & & & & & & & & & i = 1, 2, 3 \quad j = 4, 5.
 \end{aligned}$$

且

$$\left\{ \begin{aligned}
 \left\{ a_{16}, a_{17}, a_{18}, a_{19}, a_{20} \right\} &= \frac{1}{\rho_{c_1}^2} \left\{ \lambda, \lambda_0, (\mu + K), \mu, K \right\}, \\
 a_{21} &= \frac{b_0}{\gamma}, & a_{22} &= \frac{a_0 \omega^2}{\rho_{c_1}^4}, & a_{23} &= \frac{b_0 \omega^2}{\rho_{c_1}^4}, \\
 \hat{a}_3 &= \frac{\lambda_e}{\mu_e}, & \hat{a}_4 &= \frac{\lambda_e}{\lambda_e + 2\mu_e}, & \hat{a}_5 &= \frac{\mu_e}{\lambda_e + 2\mu_e}. \\
 Z_1 &= \frac{A_1}{A^*}, & Z_2 &= \frac{A_2}{A^*}, & Z_3 &= \frac{A_3}{A^*}, & Z_4 &= \frac{B_4}{A^*}, \\
 Z_5 &= \frac{B_5}{A^*}, & Z_6 &= \frac{\hat{A}}{A^*}, & Z_7 &= \frac{\hat{A}}{A^*}.
 \end{aligned} \right. \tag{16}$$

(i) 对入射 LD 波:

$$\begin{aligned}
 A^* &= A_{01}, \quad A_{02} = A_{03} = B_{04} = B_{05} = 0 \quad Y_1 = a_{11}, \quad Y_2 = -a_{21}, \\
 Y_3 &= -a_{31}, \quad Y_4 = a_{41}, \quad Y_5 = -a_{51}, \quad Y_6 = a_{61}, \quad Y_7 = a_{71};
 \end{aligned}$$

(ii) 对入射 T 波:

$$\begin{aligned}
 A^* &= A_{02}, \quad A_{01} = A_{03} = B_{04} = B_{05} = 0 \quad Y_1 = a_{12}, \quad Y_2 = -a_{22}, \\
 Y_3 &= -a_{32}, \quad Y_4 = a_{42}, \quad Y_5 = a_{52}, \quad Y_6 = a_{62}, \quad Y_7 = a_{72};
 \end{aligned}$$

(iii) 对入射 LM 波:

$$\begin{aligned}
 A^* &= A_{03}, \quad A_{01} = A_{02} = B_{04} = B_{05} = 0 \quad Y_1 = a_{13}, \quad Y_2 = -a_{23}, \\
 Y_3 &= -a_{33}, \quad Y_4 = a_{43}, \quad Y_5 = a_{53}, \quad Y_6 = a_{63}, \quad Y_7 = a_{73};
 \end{aligned}$$

(iv) 对入射 CD(I) 波:

$$\begin{aligned}
 A^* &= B_{04}, \quad A_{01} = A_{02} = A_{03} = B_{05} = 0 \quad Y_1 = -a_{14}, \quad Y_2 = a_{24}, \\
 Y_3 &= a_{34}, \quad Y_4 = -a_{44}, \quad Y_5 = a_{54}, \quad Y_6 = a_{64}, \quad Y_7 = -a_{74};
 \end{aligned}$$

(v) 对入射 CD(II) 波:

$$\begin{aligned}
 A^* &= B_{05}, \quad A_{01} = A_{02} = A_{03} = B_{04} = 0 \quad Y_1 = -a_{15}, \quad Y_2 = a_{25}, \\
 Y_3 &= a_{35}, \quad Y_4 = -a_{45}, \quad Y_5 = a_{55}, \quad Y_6 = a_{65}, \quad Y_7 = -a_{75}.
 \end{aligned}$$

4 特定情况

情况 1: 法向力刚度 ($K_n \neq 0, K_t \rightarrow \infty$) 对应于这种情况, 得到如方程 (15) 给出的 7 个非齐次的联立方程组, 其中 a_{mn} 的值取为

$$a_{2i} = k_i \sin \theta_i, \quad a_{2j} = k_j \cos \theta_j, \quad a_{26} = -ik_1 \sin \hat{\theta}_1, \quad a_{27} = ik_2 \cos \hat{\theta}_2$$

情况 2 切向力刚度 ($K_1 \neq 0, K_n \rightarrow \infty$) 对应于这种情况, 得到如方程 (15) 给出的 7 个非齐次的联立方程组, 其中 a_{mn} 的值为

$$a_{1i} = k_i \cos \theta_i, \quad a_{1j} = -k_j \sin \theta_j, \quad a_{16} = ik_1 \cos \hat{\theta}_1, \quad a_{17} = -ik_2 \sin \hat{\theta}_2$$

情况 3 完全粘接 ($K_n \rightarrow \infty, K_1 \rightarrow \infty$) 对应于这种情况, 得到如方程 (15) 给出的 7 个非齐次的联立方程组, 其中 a_{mn} 的值为

$$\begin{cases} a_{1i} = k_i \cos \theta_i, & a_{1j} = -k_j \sin \theta_j, & a_{16} = ik_1 \cos \hat{\theta}_1, & a_{17} = -ik_2 \sin \hat{\theta}_2, \\ a_{2i} = k_i \sin \theta_i, & a_{2j} = k_j \cos \theta_j, & a_{26} = -ik_1 \sin \hat{\theta}_1, & a_{27} = ik_2 \cos \hat{\theta}_2, \end{cases}$$

其中, $i = 1, 2, 3, j = 4, 5$.

特例

不考虑电场、拉伸和热效应, 将无量纲量转换为物理量, 我们得到的结果与 Kumar 和 Singh^[16] 的结果是相一致的.

5 数值结果和讨论

对于数值计算, 取

$$\lambda = 9.4 \times 10^{10} \text{ N/m}^2, \quad \mu = 4.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2, \quad K = 1.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2,$$

$$\rho = 1.74 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, \quad \gamma = 0.779 \times 10^{-9} \text{ N}, \quad J = 0.2 \times 10^{-19} \text{ m}^2,$$

$$c^* = 1.04 \times 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad K^* = 1.7 \times 10^2 \text{ J/(m} \cdot \text{s} \cdot \text{K)},$$

$$\alpha_1 = 0.5 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad \alpha_2 = 0.4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad \tau_0 = 0.2, \quad T_0 = 298 \text{ K},$$

$$J_0 = 0.19 \times 10^{-19} \text{ m}^2, \quad \alpha_0 = 0.45 \times 10^{-9} \text{ N}, \quad \lambda_0 = 0.92 \times 10^{10} \text{ N/m}^2,$$

$$\lambda_3 = 0.8 \times 10^{10} \text{ N/m}^2, \quad b_0 = 0.1 \times 10^{-9} \text{ N},$$

$$\sigma_0 = 2.4 \times 10^3 \text{ C/(m} \cdot \text{s)}, \quad \sigma_1 = 0.2 \times 10^6 \text{ N/s}, \quad \lambda_2 = 5.7 \times 10^{-4} \text{ C/m},$$

$$\chi_e = 318, \quad \omega/\omega = 0.6, \quad K_n = 0.5, \quad K_t = 0.25,$$

$$\lambda_e = 7.59 \times 10^9 \text{ N/m}^2, \quad \mu_e = 1.89 \times 10^9 \text{ N/m}^2, \quad \rho_e = 2.638 \times 10^3 \text{ kg/m}^3,$$

数值结果图 2~图 15 中, 实线-ENTS 和带“○”实线-NTS 分别对应同时考虑法向力刚度和切向力刚度的电-微拉伸广义热弹性介质和微拉伸广义热弹性介质. 点线-ENS 和带“△”点线-NS 分别对应只考虑法向力刚度的电-微拉伸广义热弹性介质和微拉伸广义热弹性介质. 短虚线-ETS 和带“×”短虚线-TS 分别对应只考虑切向力刚度的电-微拉伸广义热弹性介质和微拉伸广义热弹性介质. 长虚线-EWC 和带“+”长虚线-WC 分别对应不考虑刚度的电-微拉伸广义热弹性介质和微拉伸广义热弹性介质. 对 ENTS, ENS, ETS, EWC, NTS, NS, TS 和 WC, 入射 LD 波和入射 CD(I) 波的振幅比 $Z_1 \sim Z_7$ 随入射角 θ_0 的变化由图 2~图 15 给出.

5.1 入射 LD 波

由图 2 可以看出, 在整个入射角 θ_0 的范围内, 不考虑电场时 (NTS, NS, TS 和 WC) 振幅比 Z_1 的变化, 比考虑电场时 (ENTS, ENS, ETS 和 EWC) 显示出更为急剧的振荡. 对 NTS, NS, TS 和 WC (不考虑电场), Z_1 在不同入射角 θ_0 下达到极大值, 并注意, 在 $20^\circ < \theta_0 < 35^\circ$ 范围内, 对 WC (不考虑电场、法向刚度和切向刚度), Z_1 达到最大峰值. 在整个范围内, 不管是否考虑电

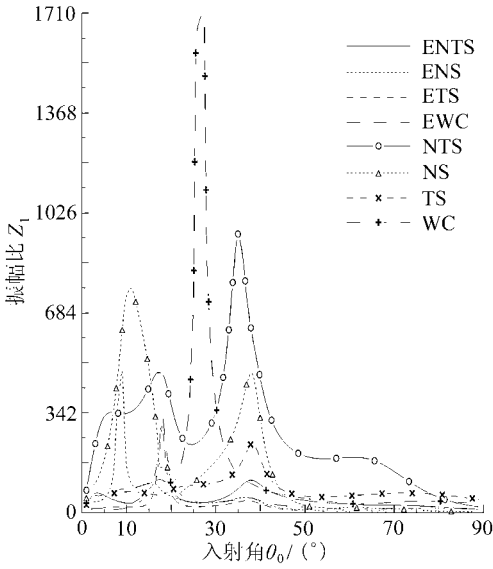


图 2 纵向位移 (LD) 波的振幅比 Z_1 随入射角 θ_0 的变化 (传播速度为 V_1)

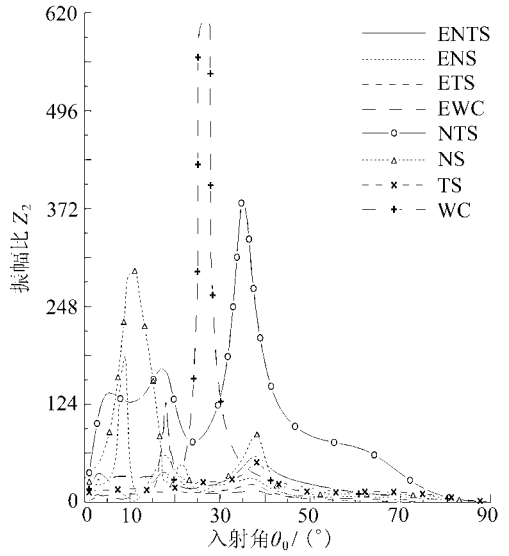


图 3 纵向位移 (LD) 波的振幅比 Z_2 随入射角 θ_0 的变化 (传播速度为 V_1)

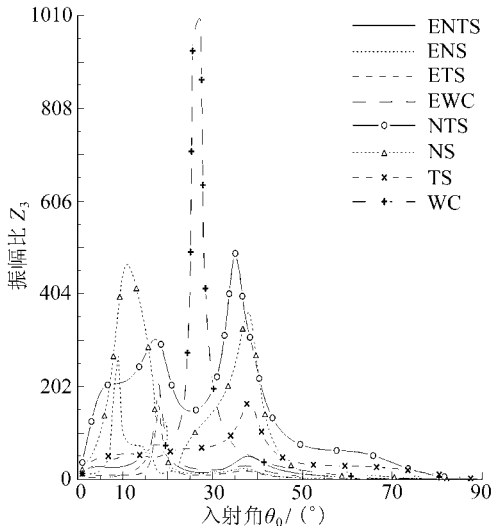


图 4 纵向位移 (LD) 波的振幅比 Z_3 随入射角 θ_0 的变化 (传播速度为 V_1)

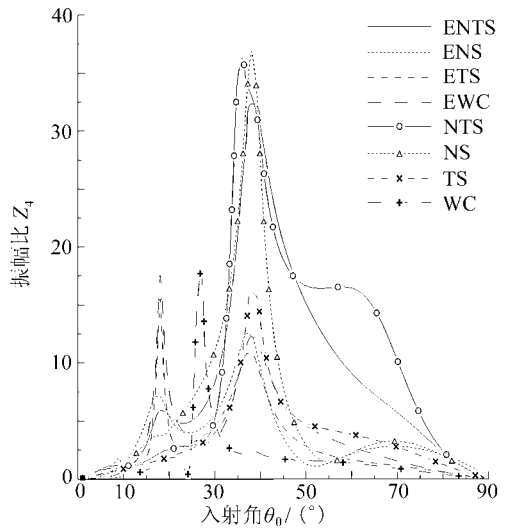


图 5 纵向位移 (LD) 波的振幅比 Z_4 随入射角 θ_0 的变化 (传播速度为 V_1)

场,考虑法向刚度时 (ENS和 NS)的 Z_1 比考虑切向刚度时 (ETS和 TS)的 Z_1 高. 在整个入射角 θ_0 范围内, Z_2 (图 3)和 Z_3 (图 4)的变化趋势与 Z_1 (图 2)类似, 数值大小不同而已.

由图 5可以看出, 对 ENTs, ENS, NTS, NS和 TS, Z_4 在 $30^\circ < \theta_0 < 45^\circ$ 范围内达到最大峰值, 而对 ETS, EWC和 WC, Z_4 在 $15^\circ < \theta_0 < 30^\circ$ 范围内达到最大峰值. 法向和切向刚度都不考虑时, 与其他情况相比较 (即考虑法向和切向刚度), 在整个范围内, Z_4 的变化有着明显的差别. 对于所有的 θ_0 值, Z_5 (图 6)的变化特点与 Z_4 (图 5)相类似, 数值大小不同而已. 由图 7可以看出, 对于所有的情况, Z_6 在初始区域 $0^\circ \leq \theta_0 \leq 5^\circ$ 是下降的; 随着 θ_0 的增大, 对 ENS, ETS

EWC和WC, Z_6 在不同的 θ_0 下达到极大值(对WC, Z_6 达到最大峰值). 对于所有情况, Z_6 在 θ_0 的尾部趋于终止. 图8表明, 对于所有情况, 当 $\theta_0 < 10^\circ$ 时, Z_7 随入射角增大而增大; 在后续区域中, 对ENS, ETS和EWC, Z_7 出现极大值(对EWC, Z_7 出现最大峰值); 最后, 所有情况的 Z_7 均趋于终止.

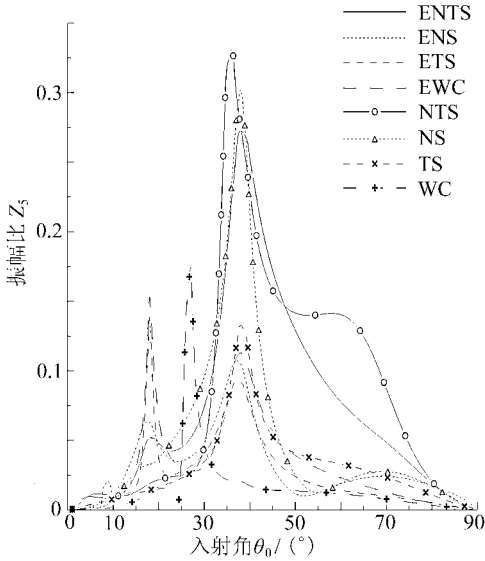


图6 纵向位移(LD)波的振幅比 Z_5 随入射角 θ_0 的变化(传播速度为 V_1)

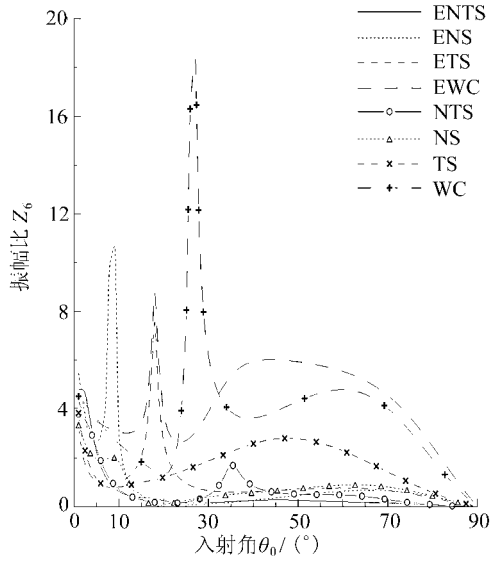


图7 纵向位移(LD)波的振幅比 Z_6 随入射角 θ_0 的变化(传播速度为 V_1)

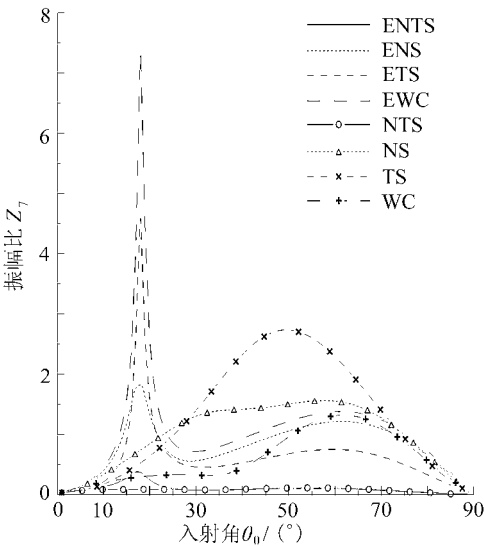


图8 纵向位移(LD)波的振幅比 Z_7 随入射角 θ_0 的变化(传播速度为 V_1)

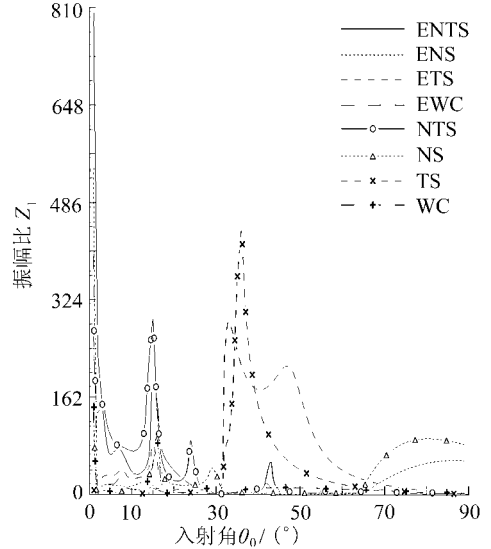


图9 横向耦合微转动波(CD(I))振幅比 Z_1 随入射角 θ_0 的变化(传播速度为 V_4)

5.2 入射 CD(I) 波

由图9可以看出, 对于所有情况, 对ENTS, ENS, NTS和WC, Z_1 先是急剧下降, 接着出现振荡, (在整个区域的不同 θ_0 值, 对NTS, ENTS, ETS和TS, Z_1 达到某个峰值). 图9显示了NTS, NS, TS和WC的振幅比 Z_1 的变化, 分别将其原始值乘以 10^{-1} , 10^{-1} , 10^{-2} 和 10^{-1} . 由

图 10 看出,对 NS, WC 和 NTS, Z_2 先急剧下降,接着在 θ_0 范围内,对 NTS, NS, WC, TS 和 ETS, Z_2 在不同的 θ_0 下达到极大值. 图 10 显示了 NTS 和 TS 时振幅比 Z_2 的变化, 分别将其初始值分别乘以 10^{-1} 和 10^{-2} . 对于所有的情况, Z_3 (图 11) 在整个 θ_0 范围内振荡 (对 WC, NTS, TS, ETS 和 ETS, Z_3 出现某个峰值). 图 11 显示了 NTS, NS 和 TS 的振幅比 Z_3 的变化, 分别将其初始值乘以 10^{-1} , 10^{-1} 和 10^{-2} .

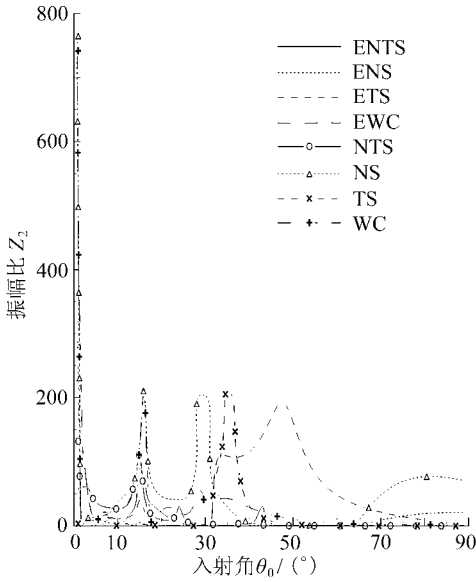


图 10 横向耦合微转动 (CD(I)) 波的振幅比 Z_2 随入射角 θ_0 的变化 (传播速度为 V_4)

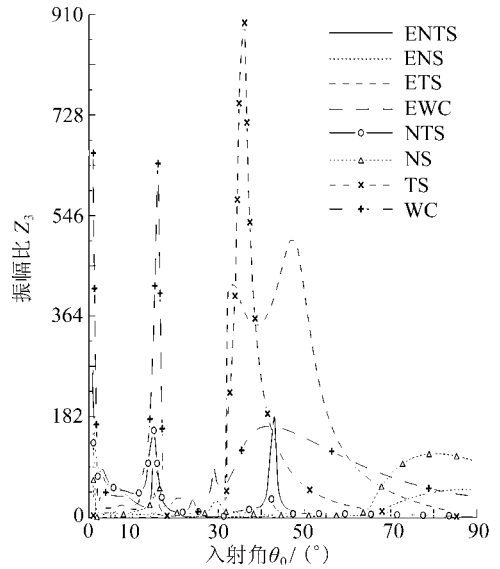


图 11 横向耦合微转动 (CD(I)) 波的振幅比 Z_3 随入射角 θ_0 的变化 (传播速度为 V_4)

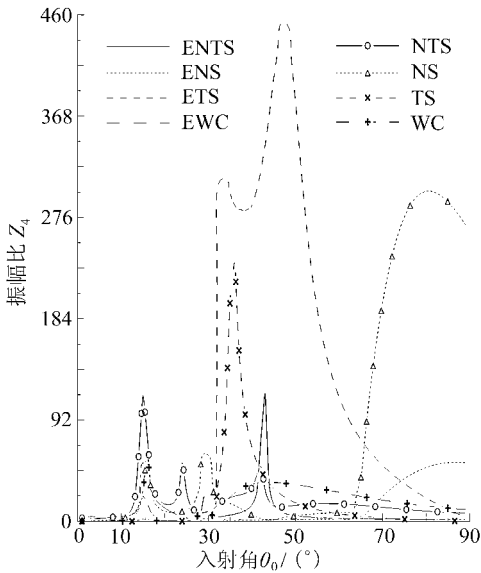


图 12 横向耦合微转动 (CD(I)) 波的振幅比 Z_4 随入射角 θ_0 的变化 (传播速度为 V_4)

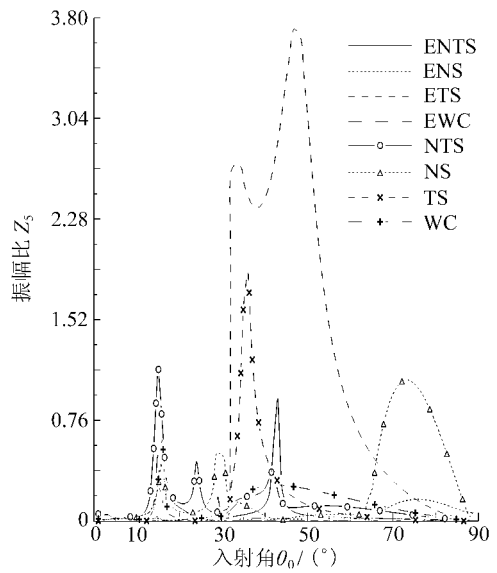


图 13 横向耦合微转动 (CD(I)) 波的振幅比 Z_5 随入射角 θ_0 的变化 (传播速度为 V_4)

由图 12 可以看出,对于所有的情况, Z_4 在初始区域 $0^\circ \leq \theta_0 < 10^\circ$ 是常数,之后,在后续整个范围内振荡.图 12 显示了 TS 的振幅比 Z_4 的变化,将初始值乘以 10^{-2} . Z_5 的变化趋势(图 13)与 Z_4 (图 12)类似,数值大小不同而已,除了 $65^\circ < \theta_0 < 90^\circ$ 范围,ENS 和 NS 有着明显不同的变化特点.图 13 显示了 TS 振幅比 Z_5 的变化,将初始值乘以 10^{-1} .由图 14 可见,对于所有的情况, Z_6 先是急剧下降,接着振荡,最后在 θ_0 范围的尾部变为常数.图 14 显示了 TS 和 WC 的振幅比 Z_6 的变化,分别将其初始值乘以 10^{-1} 和 10^{-1} .由图 15 可以看出,对于所有的情况, Z_7 在初始区域是恒定的,在中间区域是振荡的,最后又变为常数.图 15 显示了 TS 和 WC 的振幅比 Z_7 的变化,分别将其初始值乘以 10^{-1} 和 10^{-1} .

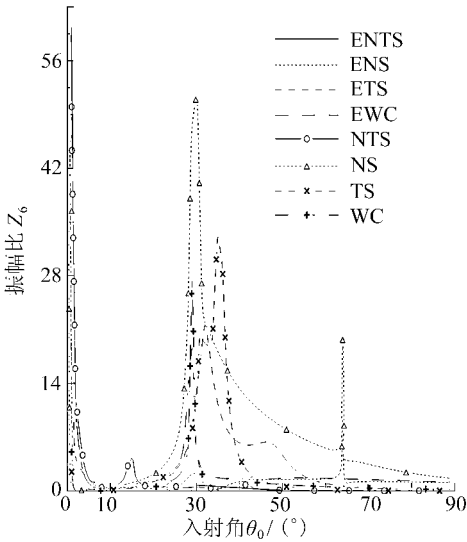


图 14 横向耦合微转动 (CD(I)) 波的振幅比 Z_6 随入射角 θ_0 的变化 (传播速度为 V_4)

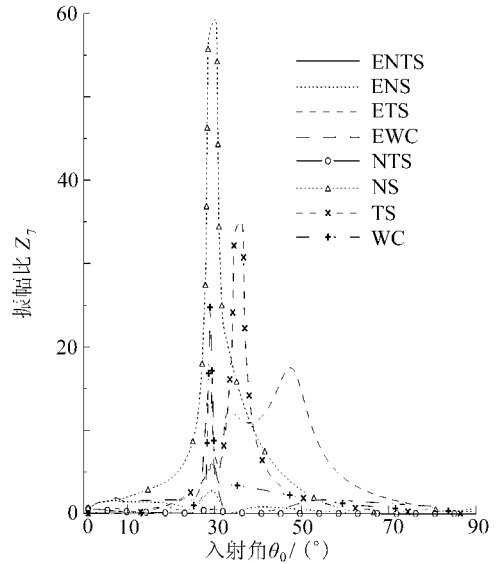


图 15 横向耦合微转动 (CD(I)) 波的振幅比 Z_7 随入射角 θ_0 的变化 (传播速度为 V_4)

6 结 论

对于入射到模型界面上的纵向位移 (LD) 波和横向耦合位移 (CD(I)) 波进行了详细的数值计算.考虑法向力刚度、切向力刚度和完全粘接情况,得到各种反射和透射波的反射和透射系数的解析表达式.对于入射 LD 波来说,所有曲线在 $0^\circ \leq \theta_0 < 40^\circ$ 范围内振荡的特点,然而,在远离该区域时曲线变得非常光滑.在整个范围内,电场的存在导致振幅比 Z_1, \dots, Z_5 的下降.对于入射 CD(I) 波来说,在 $0^\circ < \theta_0 < 60^\circ$ 范围内,不论是否计及电场,考虑切向刚度时的振幅比,比其他情况都高.与入射 CD(I) 波相比,当入射 LD 波, T 波和 LM 波时,法向刚度和切向刚度对振幅比的影响更显著.

本文阐述了一个可能更为真实的地球模型,相信实验地震学家可能对此感兴趣.

致谢 本文作者鲁班德感谢大学拨款委员会对本文的资助.

[参 考 文 献]

- [1] Eringen A C. Theory of the microstretch elastic solids[J]. International Journal of Engineering Science, 1990, **28**(12): 1291-1301.
- [2] Eringen A C. Theory of the microstretch fluids and bubbly liquids[J]. International Journal of Engineering Science, 1990, **28**(2): 133-143.
- [3] Eringen A C. Electrodynamics of microstretch and micropolar fluids[J]. AR I, 1998, **50**(3): 169-179.
- [4] Eringen A C. Continuum theory of micromorphic electromagnetic thermoelastic solids[J]. International Journal of Engineering Science, 2003, **41**(7): 653-665.
- [5] Eringen A C. Mechanics of Continua [M]. 2nd Ed Melbourne Florida: Krieger, 1980.
- [6] Eringen A C. Electromagnetic theory of microstretch elasticity and bone modeling[J]. International Journal of Engineering Science, 2004, **42**(3/4): 231-242.
- [7] Jones J P, Whittier J S. Waves in a flexible bounded interface[J]. Journal of Applied Mechanics, 1967, **34**: 905-909.
- [8] Murty G S. A theoretical model for the attenuation and dispersion of stoneley waves at the loosely bounded interface of elastic half-space[J]. Physics Earth and Planetary Interiors, 1975, **11**(1): 65-79.
- [9] Nayfeh A H, Nassar E M. Simulation of the influence of bonding materials on the dynamic behaviour of laminated composites[J]. Journal of Applied Mechanics, 1978, **45**: 822-828.
- [10] Rokhlin S I, Hefets M, Rosen M. An elastic interface waves guided by thin film between two solids[J]. Journal of Applied Mechanics, 1980, **51**(7): 3579-3582.
- [11] Lavrentyev A I, Rokhlin S I. Ultrasonic spectroscopy of imperfect contact interfaces between a layer and two solids[J]. Journal of Acoustical Society America, 1998, **103**(2): 657-664.
- [12] Fan H, Sze K Y. A micromechanics model for imperfect interface in dielectric materials [J]. Mechanics and Materials, 2001, **33**(6): 363-370.
- [13] Chen W Q, Cai J B, Ye G R, et al. Exact three dimensional solutions of laminated orthotropic piezoelectric rectangular plates featuring inter-laminar bonding imperfections modeled by a general spring layer[J]. International Journal of Solid and Structures, 2004, **41**(18/19): 5247-5263.
- [14] Kumar R, Shama N, Ram P. Reflection and transmission of micropolar elastic waves at an imperfect boundary[J]. Multidiscipline Modeling in Materials and Structures, 2008, **4**(1): 15-36.
- [15] Kumar R, Rupender. Propagation of waves in an electro-microstretch generalized thermoelastic semi-space[J]. Acta Mechanica Sinica, 2009, **25**(5): 619-628.
- [16] Kumar R, Singh B. Reflection and transmission of elastic waves at a loosely bonded interface between an elastic and micropolar elastic solid[J]. Indian Journal of Pure and Applied Mathematics, 1997, **28**(8): 1133-1153.

Propagation of Plane Waves at the Imperfect Boundary of an Elastic and Electro-Microstretch Generalized Thermoelastic Solid

Rajneesh Kumar, Rupender

(Department of Mathematics, Kurukshetra University, Kurukshetra-136 119, India)

Abstract The problem of reflection and transmission of plane waves incident on the contact surface of an elastic solid (medium \hat{M}) and electro-microstretch generalized thermoelastic solid (medium M), was discussed. It is found that there exist five reflected waves (longitudinal displacement (LD) wave, thermal (T) wave, longitudinal microstretch (LM) wave and two coupled transverse displacement and microrotational (CD(I)) and CD(II) waves) in medium M and two transmitted waves (longitudinal (P) and transverse (SV) waves) in medium \hat{M} . The amplitude ratios of different reflected and transmitted waves were obtained for an imperfect boundary and deduced for normal force stiffness, transverse force stiffness and perfect bonding. The variations of amplitude ratios with angle of incidence were depicted graphically for LD-wave and CD(I)-wave. It is noticed that the amplitude ratios of reflected and transmitted waves are affected by stiffness, electric field, stretch and thermal properties of the media. Some particular cases of interest were deduced from the present investigation.

Key words amplitude ratios, electro-microstretch thermoelastic solid, normal force stiffness, transverse force stiffness, welded contact