

Brown 凝并中两个不同直径 纳米颗粒的碰撞系数*

王玉明¹, 林建忠^{1,2}

(1. 中国计量学院 流动检测与仿真研究所,杭州 310018;
2. 浙江大学 流体传动及控制国家重点实验室,杭州 310027)

(本刊编委林建忠来稿)

摘要: 对 Brown 凝并中两个不同直径纳米颗粒的碰撞系数进行了研究,通过求解碰撞方程,获得了在 van der Waals 力和弹性变形力作用下,直径为 100 nm 至 750 nm 的邻苯二甲酸二辛酯纳米颗粒的碰撞系数.发现碰撞系数总体上随着颗粒直径和 2 个颗粒半径比的增加而减小;当颗粒直径为 550 nm 时,碰撞系数有一个突然的增加.最后给出了具有不同直径 2 个纳米颗粒碰撞系数的新表达式.

关键词: 纳米颗粒; Brown 凝并; 碰撞系数; 不同直径; van der Waals 力; 弹性力

中图分类号: O359 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2011.08.006

引 言

纳米颗粒的输运和凝并在许多自然现象和工业过程中起着很重要作用^[1-2].对于半径小于 1 000 nm 的颗粒,颗粒的 Brown 运动是导致颗粒凝并的主要因素^[3-5].当凝并发生时,颗粒的数量将发生变化,而单位体积内的颗粒数量变化率取决于理想变化率 k_0 和碰撞效率 α 的乘积(k_0 是不存在颗粒间水动力和胶体相互作用时的碰撞效率, α 是在一定颗粒尺度、材料和环境下 2 个颗粒碰撞时发生凝并的概率).Smoluchowski 已经确定了 Brown 凝并中的 k_0 .Derjaguin 和 Landau^[6] 以及 Verwey 和 Overbeek^[7] 在不考虑 van der Waals 力和双电层力的情况下确定了 α .接着, Spielman^[8], Hoing 等^[9] 在连续介质假设和考虑胶体力情况下,计算了 Brown 凝并的 α .Hocking^[10] 考虑了非连续介质效应对 2 个颗粒间润滑流动的影响. Russel 等^[11] 在考虑 van der Waals 力的前提下,计算了 Brown 凝并率. Chun 和 Koch^[12] 为了预测初始碰撞率,研究了凝并过程中非连续润滑力和 van der Waals 力的效应.在碰撞过程中,颗粒变形产生的弹性力是影响碰撞效率的因素之一, Wang 等^[13] 在考虑 van der Waals 力和弹性力的情况下,给出了对心斜碰

* 收稿日期: 2011-01-18; 修订日期: 2011-06-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10632070)

作者简介: 王玉明(1987—),男,浙江宁波人,硕士生(E-mail:wangyuming126@126.com);

林建忠(1958—),男,福建建阳人,教授,博士,博士生导师(联系人.E-mail:mecjzlin@public.zju.edu.cn).

撞的碰撞效率。

然而,以上提到的研究只集中在具有相同直径颗粒的凝并情形。实际上,颗粒的直径通常是不相同的。迄今为止,在考虑 van der Waals 力和弹性力的情况下,研究不同直径的 2 个纳米颗粒的碰撞效率,还没见到相关的研究报导。因此,本文旨在研究具有 van der Waals 力和弹性力作用的 2 个不同直径纳米颗粒的碰撞效率,并且建立碰撞效率与颗粒直径和 2 个颗粒直径比的新的关系式。

1 颗粒的受力分析

1.1 van der Waals 力

首先给出 Knudsen 数 Kn 的定义,它表示分子平均自由程与颗粒半径之比。van der Waals 力是当颗粒相互靠近时由电极效应产生的。在 $10^{-2} \geq Kn \geq O(10)$ 的范围内,van der Waals 力起重要作用。根据颗粒碰撞的变形过程,经受一定变形情况下的颗粒所受到的 van der Waals 力可以表示为^[14]

$$F_{vdw} = \frac{Ad_p}{24Z_0^2} + S(d_p - S) \frac{A}{6Z_0^3}, \quad (1)$$

式中, d_p 是颗粒直径, S 是颗粒的变形位移, Z_0 是 van der Waals 力所能作用的范围(Z_0 通常取 16.5 ~ 40 nm), A 是 2 个理想颗粒的 Hamaker 常数,表示为^[15]

$$A = \frac{3}{4} kT \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 + \varepsilon_3} \right)^2 + \frac{3P_1 v_e}{16\sqrt{2}} \frac{(n_1^2 - n_3^2)^2}{(n_1^2 + n_3^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

式中, k 是 Boltzmann 常数, T 是绝对温度, P_1 是 Planck 常数, v_e 是自由电子气体等离子体频率,通常取 $3.0 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, n_1 和 ε_1 分别是粒子的折射指数和介电常数, n_3 和 ε_3 分别是悬浮介质的折射指数和介电常数。

方程(2)右边的第 1 项表示颗粒碰撞初始阶段的 van der Waals 力,此时是点接触;第 2 项是面接触时的 van der Waals 力。

1.2 弹性变形力

如图 1 所示,当 2 个圆球离子碰撞时将发生变形。图 1 中 S 是颗粒 A 的变形位移。阴影部分是变形区域。碰撞过程由 2 部分组成,即压缩和回弹。当 S 等于最大值 S_{\max} 时,2 颗粒间的相对速度为 0。根据颗粒材料的弹性阻抗,当压缩过程停止时,颗粒的回弹开始。描述颗粒表面的方程为

$$x^2 + [y - (R - S)]^2 = R^2 \quad (y < 0). \quad (3)$$

由于颗粒 A 的变形而作用于颗粒 B 上的弹性变形力为

$$\begin{aligned} F_e &= \int dF_e = \int_{y=0}^{y=-s} \pi k_s (-y) dx^2 = \\ &\pi k_s \int_0^s (-y) d(-y^2 + 2(R - S)y + 2RS - S^2) = \\ &\pi k_s \left(\frac{S^3}{3} - \frac{d_p}{2} S^2 \right), \end{aligned} \quad (4)$$

式中 k_s 是材料的刚度,它依赖于材料特性和颗粒的直径。

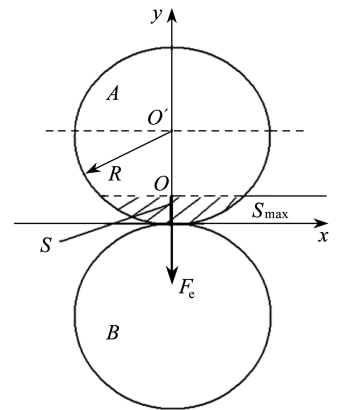


图 1 2 个颗粒碰撞示意图
Fig. 1 Sketch map of the collision between two particles

2 碰撞模型

如图2所示,2个具有不同直径的圆形颗粒碰撞,右边的颗粒具有初速度 v ,而左边的颗粒静止.左边和右边颗粒的半径分别为 R_1 和 R_2 ,变形位移分别为 S_1 和 S_2 .在碰撞过程中,考虑 van der Waals 力 F_{vdw} 和弹性变形力 F_e .由图2可以得到如下方程:

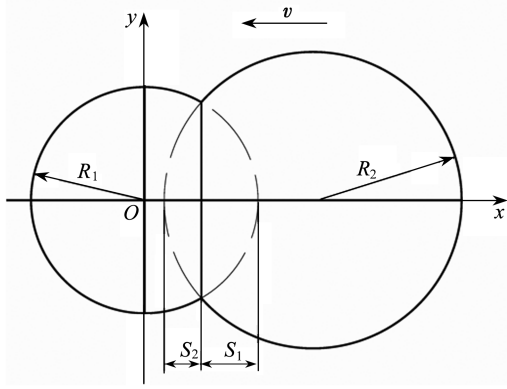


图2 2个不同直径颗粒的碰撞

Fig.2 Two collision particles with different diameters

$$S_2 = R_2 - \sqrt{R_2^2 - [R_1^2 - (R_1 - S_1)^2]} \quad (S_1 \leq R_1), \quad (5a)$$

$$S_2 = 2(R_2 - \sqrt{R_2^2 - R_1^2}) - R_2 + \sqrt{R_2^2 - \{R_1^2 - [R_1^2 - (2R_1 - S_1)^2]\}} \quad (S_1 > R_1). \quad (5b)$$

定义 β ($\beta = R_2/R_1$) 作为2个颗粒的半径比,可以将方程(5)化为

$$S_2 = \beta R_1 - \sqrt{\beta^2 R_1^2 - 2R_1 S_1 + S_1^2} \quad (S_1 \leq R_1), \quad (6a)$$

$$S_2 = 2(\beta - \sqrt{\beta^2 - 1})R_1 - \beta R_1 + \sqrt{\beta^2 R_1^2 - 2R_1(2R_1 - S_1) + (2R_1 - S_1)^2} \quad (S_1 > R_1). \quad (6b)$$

2.1 压缩阶段

在压缩的开始阶段,右边的颗粒在碰撞点上以初速度 v_0 接触到左边颗粒,初始位移变形 S 是0.在压缩过程中,由于 van der Waals 力和弹性变形力的作用,位移变形增加而相对速度 v 减少.在压缩的最后一刻,相对速度为0而位移变形达到最大值 S_{max} .压缩过程中的位移变形可以描述为

$$\frac{dS}{dt} = \frac{(2xv - 2\beta R_1 v)(2R_1 - 2x + 2\beta R_1) + 2v(x^2 - 2\beta R_1 x)}{(2R_1 - 2x + 2\beta R_1)^2} \quad (S \leq R_1), \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} = & \frac{2(-2\beta R_1 v + 4R_1 v \sqrt{\beta^2 - 1} + 2xv)(R_1 + \beta R_1 - 2R_1 \sqrt{\beta^2 - 1} - x)}{4(R_1 + \beta R_1 - 2R_1 \sqrt{\beta^2 - 1} - x)^2} + \\ & \frac{2v(-4\beta R_1^2 \sqrt{\beta^2 - 1} - 2x\beta R_1 + 4\beta^2 R_1^2 - 4R_1^2 + 4xR_1 \sqrt{\beta^2 - 1} + x^2)}{4(R_1 + \beta R_1 - 2R_1 \sqrt{\beta^2 - 1} - x)^2} \end{aligned} \quad (S > R_1), \quad (7b)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F_{e1} - F_{vdw1}}{m_1} + \frac{F_{e2} - F_{vdw2}}{m_2}, \quad (8)$$

式中, $S = S_1$, $x = S_1 + S_2$ 是2个颗粒的相对位移, $v = dx/dt$ 是2个颗粒的相对速度, F_{e1} 和 F_{e2} 以及 F_{vdw1} 和 F_{vdw2} 分别是2个颗粒的弹性变形力和 van der Waals 力, m_1 和 m_2 分别是2个颗粒的质量.

方程(8)和(9)的初始条件是

$$S|_{t=0} = 0, \quad (9)$$

$$v|_{t=0} = v_0, \quad (10)$$

式中 v_0 是 2 个颗粒的初始相对速度. 求解方程(7)~(10) 可以给出最大变形 S_{\max} , 该值是判断 2 个颗粒是否凝并的主要依据. 此外, S_{\max} 是连接压缩阶段和回弹阶段的转折值. 在 S_{\max} 的基础上, 可以建立回弹阶段的控制方程.

2.2 回弹阶段

在回弹阶段, 变形开始消失, 变形位移减少. 在本文假设的非完全弹性碰撞的情况下, 压缩阶段和回弹阶段的弹性力是不同的, 这导致在碰撞过程中机械能的损失, 当损失足够大时就发生了凝并.

对于非完全弹性碰撞, 回弹阶段的弹性变形力的表达式为

$$F'_{e1} = \begin{cases} \pi k_0 \left(R_1 \left(S_{\max} - \frac{1}{e} (S_{\max} - S) \right)^2 - \frac{1}{3} \left(S_{\max} - \frac{1}{e} (S_{\max} - S) \right)^3 \right), & S \in [(1-e)S_{\max}, S_{\max}], \\ 0, & S \in [0, (1-e)S_{\max}], \end{cases} \quad (11a)$$

$$F'_{e2} = \begin{cases} \pi k_0 \left(R_2 \left(S_{\max 2} - \frac{1}{e} (S_{\max 2} - S_2) \right)^2 - \frac{1}{3} \left(S_{\max 2} - \frac{1}{e} (S_{\max 2} - S_2) \right)^3 \right), & S_2 \in [(1-e)S_{\max 2}, S_{\max 2}], \\ 0, & S_2 \in [0, (1-e)S_{\max 2}], \end{cases} \quad (11b)$$

这里, e 为回弹系数, 且

$$S_{\max 2} = \begin{cases} \beta R_1 - \sqrt{\beta^2 R_1^2 + S_{\max}^2 - 2R_1 S_{\max}}, & S_{\max} \leq R_1, \\ 2(\beta - \sqrt{\beta^2 - 1})R_1 - \beta R_1 + \sqrt{\beta^2 R_1^2 - 2R_1(2R_1 - S_{\max}) + (2R_1 - S_{\max})^2}, & S_{\max} > R_1. \end{cases}$$

于是, 方程(8)可以写成

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F'_{e1} - F_{vdW1}}{m_1} + \frac{F'_{e2} - F_{vdW2}}{m_2}. \quad (12)$$

初始条件可以表示为

$$S|_{t=0} = S_{\max}, \quad (13)$$

$$v|_{t=0} = 0. \quad (14)$$

结合初始条件(13)和(14), 由解方程(7)和(12)可以得到回弹最后时刻的参数, 通过该参数, 可以判断颗粒的凝并是否发生. 在回弹时如果变形位移 S 已经为 0, 而相对速度 v 仍然大于 0, 则凝并不发生.

3 凝并效率

在碰撞过程中, 由于非完全弹性碰撞, 颗粒的机械能将损失. 如果在回弹阶段结束前, 相对速度已经减少到 0, 则颗粒将凝并, 否则颗粒将分开. 我们可以采用 Maxwell 速度分布来发现相应的概率以及确定凝并发生时的临界速度. 这一概率便是 Brown 凝并的碰撞效率.

由解方程(6)~(8)和(11)~(13), 可以给出 S, v 和 t 的关系. 根据 $v(t)$, 可以得到 $v(t)$ 为最小值时的非零根 t_{10} , 然后搜寻 $S(t_{10})$. $S(t_{10}) \geq 0$, 这意味着当相对速度为 0 时, 2 个颗粒仍保持接触, 即凝并发生. 否则, 当 $S(t_{10}) < 0$, 凝并不发生. 根据以上给出的原理, 可以获得凝并发生时的临界速度 v_{0cr} . 最后, 将 v_{0cr} 代入 Maxwell 速度分布式, 可以得到碰撞效率 α :

$$\alpha = \int_0^{-v_{0cr}} f(v) dv = \int_0^{-v_{0cr}} 4\pi \left(\frac{m_2}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m_2 v^2 / (2kT)} v^2 dv. \quad (15)$$

4 结果与讨论

方程(6) ~ (8)和(11) ~ (13)由四阶 Runge-Kutta 法进行数值求解. 选择邻苯二甲酸二辛酯纳米颗粒为研究对象,相关的参数如表 1 所示.

表 1 邻苯二甲酸二辛酯颗粒的相关参数

Table 1 Related parameters of dioctyl phthalate particles

A	$\mu / (\text{Pa}\cdot\text{s})$	k_0	$\rho / (\text{kg}/\text{m}^3)$	λ / nm	e
6.8×10^{-20}	17.8×10^{-6}	$f(d_p)$	0.982	65	0.7

表 1 中的 k_0 可以根据 Devir^[16-17] 的实验数据表示为 d_p 的函数:

$$\ln\left(\frac{k_0}{10^7}\right) = 15d_p^3 + 33d_p^2 - 29d_p + 6.3. \quad (16)$$

4.1 压缩过程中 S_{\max} 与 v_0 的关系

如图 3 所示,在压缩阶段通过解方程可以得到最大变形 S_{\max} 和 2 颗粒间初始相对速度 v_0 的关系,图中 v_0 为负值是因为右边的颗粒沿着 x 轴的反方向运动. 由图可见,除了 $\beta = 3$ 外,对所有的 β (β 是 2 个颗粒的半径比), S_{\max} 与 v_0 成比例. 图中有 2 点值得关注,一是 $\beta = 3$ 时,最大值 S_{\max} 出现在 $v_0 = -0.35$ 处,这意味着 2 个颗粒的半径比对于最大变形与初始相对速度的关系有影响;另一点是当 $\beta = 1$ 时,曲线有最小的斜率,这意味着 2 两个颗粒有相同的直径时,最大变形对于初始相对速度的变化最不敏感. 根据图 3 的 5 条曲线,可以给出多项式为

$$\begin{aligned} S_{\max} = & (1.3014\beta^3 - 3.6064\beta^2 + 4.7878\beta - 2.4639) \times 10^{-7}v_0^3 + \\ & (0.4141\beta^3 - 1.8104\beta^2 + 5.3510\beta - 3.6953) \times 10^{-7}v_0^2 + \\ & (0.2145\beta^3 - 1.2042\beta^2 + 2.0605\beta - 4.2240) \times 10^{-8}v_0 + \\ & (1.4863\beta^3 - 8.6520\beta^2 + 12.5060\beta + 4.7370) \times 10^{-8} \quad (v_0 < 0). \quad (17) \end{aligned}$$

由方程(17)可以根据 v_0 和 β 方便地得到 S_{\max} .

4.2 回弹过程中 S_f 与 S_{\max} 的关系

回弹过程中 S_f 和 S_{\max} 的关系如图 4 所示,图中 S_f 是当相对速度为 0 时颗粒的变形位移. 可见对所有的 β , S_f 随着 S_{\max} 的增加而由正值减少为负值. 在 $S_f = 0$ 处存在一临界点 S_{fcr} , 在临界点上颗粒的凝并发生. 图中 5 条曲线的多项式为

$$\begin{aligned} S_f = & (0.2379\beta^3 - 1.6076\beta^2 + 3.4673\beta - 2.4327) \times 10^{16}S_{\max}^3 + \\ & (-0.8374\beta^3 + 5.6855\beta^2 - 12.4520\beta + 8.8594) \times 10^9S_{\max}^2 + \\ & (1.0203\beta^3 - 6.9732\beta^2 + 15.4150\beta - 11.0440) \times 10^2S_{\max} + \\ & (-42.3410\beta^3 + 2.9067\beta^2 - 6.4597\beta + 4.6492) \times 10^{-5}. \quad (18) \end{aligned}$$

4.3 碰撞效率的新表达式

如前所述,颗粒凝并发生时 S_f 为 0,此时根据图 4 或方程(18),可以得到 $S_{\max cr}$ (对应于 $S_f = 0$). 然后,将 $S_{\max cr}$ 代入方程(17),可以获得临界相对速度 v_{0cr} . 最后,可以根据方程(15),得到碰撞效率 α ,例如,当 $d_p = 200 \text{ nm}$ 和 $\beta = 1.5$ 时有

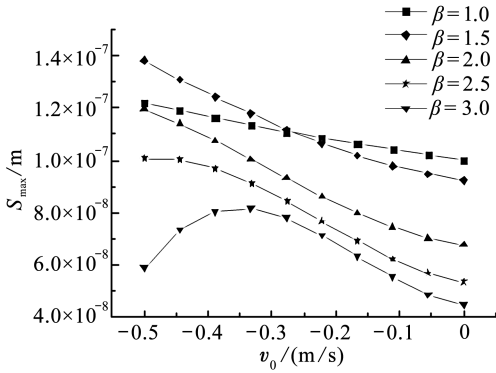


图3 在各种颗粒半径比下压缩阶段的 S_{\max} 与 v 的关系

Fig. 3 Relationship between S_{\max} and v in compression for various radius ratios of two particles

$$\alpha = \int_0^{0.3885} 4\pi \left(\frac{m_2}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m_2 v^2 / (2kT)} v^2 dv = 0.3649. \quad (19)$$

对于不同的 d_p 和 β , 可以计算 α , 如图 5 所示, 由图可见, 在 100 ~ 500 nm 颗粒直径的范围, 随着 d_p 和 β 的增加, 碰撞效率 α 减少. 有趣的是大约在 $d_p = 550$ nm 处, 存在一 α 的小峰值, 原因是随着颗粒直径的增加, van der Waals 力对于颗粒凝并的作用减弱, 如果不考虑弹性力, 则在仅考虑 van der Waals 力的情况下, 随着颗粒直径的增加, 碰撞效率单调减少. 可见, α 峰值的出现显然归因于弹性变形力的存在. 当 $d_p < 500$ nm 时, 随着颗粒直径的增加, van der Waals 力起主要作用, 碰撞效率减小. 当 $d_p > 500$ nm 时, 弹性变形力起主要作用, 而该力并非随颗粒的直径单调变化. 因此, 在 $d_p = 550$ nm 处, 存在一碰撞效率的最大值. 这也说明考虑与不考虑弹性变形力, 碰撞效率是不同的.

根据图 5, 碰撞效率 α 可以用一多项式表示:

$$\begin{aligned} \alpha = & (3.2389\beta^3 - 19.5476\beta^2 + 37.8641\beta - 36.1133)d_p^3 + \\ & (-3.4679\beta^3 + 20.8559\beta^2 - 40.2039\beta + 38.2241)d_p^2 + \\ & (1.1015\beta^3 - 6.6189\beta^2 + 12.8628\beta - 12.8973)d_p + \\ & (-0.0473\beta^3 + 0.2922\beta^2 - 0.6965\beta + 1.4589), \end{aligned}$$

$$d_p \in [0.1 \mu\text{m}, 0.5 \mu\text{m}], \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \alpha = & (-0.0302\beta^2 - 0.1883\beta + 1.5509)d_p^2 + \\ & (0.0028\beta^2 + 0.5079\beta - 2.8108)d_p + \end{aligned}$$

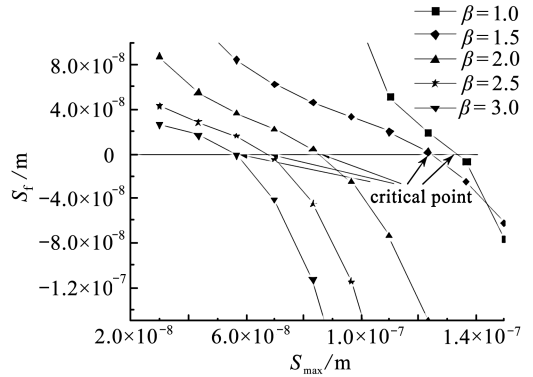


图4 在各种颗粒半径比下回弹阶段的 S_f 与 S_{\max} 的关系

Fig. 4 Relationship between S_f and S_{\max} in spring-back for various radius ratios of two particles

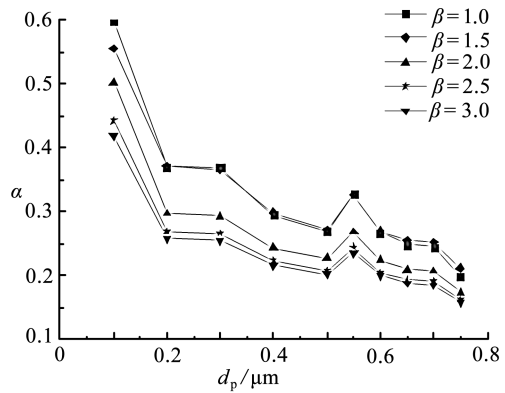


图5 在各种颗粒半径比下 α 与 d_p 的关系

Fig. 5 Relationship between α and d_p for various radius ratios of two particles

$$(0.0129\beta^2 - 0.2952\beta + 1.4726), \quad d_p \in [0.55 \mu\text{m}, 0.75 \mu\text{m}]. \quad (21)$$

由方程(20)和(21),可以方便地根据颗粒直径和颗粒的半径比计算碰撞效率.

5 结 论

本文对在 Brown 凝并中 2 个不同直径颗粒的碰撞效率进行了研究. 首先, 推导了碰撞方程, 然后在考虑 van der Waals 力和弹性变形力作用下, 用四阶 Runge-Kutta 法求解方程, 获得了直径在 100 nm 至 750 nm 范围内 2 个不同直径的邻苯二甲酸二辛酯纳米颗粒的碰撞系数. 结果说明, 随着颗粒直径的增加, 碰撞效率总体减少. 在颗粒直径为 550 nm 处, 碰撞系数有一个突然的增加. 不同直径颗粒的碰撞效率小于相同直径颗粒的碰撞效率, 2 个颗粒半径比越大, 碰撞效率越小. 论文最后给出了 2 个不同直径颗粒碰撞效率的新的表达式, 以此可以建立碰撞效率与颗粒直径和 2 个颗粒半径比的关系.

参考文献:

- [1] Lin J Z, Chan T L, Liu S, Zhou K, Zhou Y, Lee S C. Effects of coherent structures on nanoparticle coagulation and dispersion in a round jet[J]. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 2007, **8**(1): 45-54.
- [2] Lin P F, Lin J Z. Transport and deposition of nanoparticles in bend tube with circular cross-section[J]. *Progress in Natural Science*, 2009, **19**(1): 33-39.
- [3] Chan T L, Lin J Z, Zhou K, Chan C K. Simultaneous numerical simulation of nano and fine particle coagulation and dispersion in a round jet[J]. *Journal of Aerosol Science*, 2006, **37**(11): 1545-1561.
- [4] Yu M Z, Lin J Z, Chen L H, Chan T L. Large eddy simulation of a planar jet flow with nanoparticle coagulation[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2006, **22**(4): 293-300.
- [5] Yu M Z, Lin J Z, Chan T L. Numerical simulation of nanoparticle synthesis in diffusion flame reactor[J]. *Powder Technology*, 2008, **181**(1): 9-20.
- [6] Derjaguin B V, Landau L. Theory of the stability of strongly charged lyophobic sols and of the adhesion of strongly charged particles in solutions of electrolytes [J]. *Acta Physicochim (URSS)*, 1941, **14**: 633-662.
- [7] Verwey E J W, Overbeek J T H G. *Theory of the Stability Lyophobic Colloids* [M]. New York: Elsevier, 1948.
- [8] Spielman L A. Viscous interactions in Brownian coagulation[J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1970, **33**: 562-571.
- [9] Hoing E P, Roeberson G J, Wiersema P H. Effect of hydrodynamic interaction on the coagulation rate of hydrophobic colloids[J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1971, **36**: 97-109.
- [10] Hocking L M. The Effect of slip on the motion of a sphere close to a wall and of two adjacent spheres[J]. *Journal of Engineering Mathematics*, 1973, **7**(3): 207-221.
- [11] Russel W B, Saville D A, Schowalter W R. *Colloidal Dispersions* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- [12] Chun J, Koch D L. The effects of non-continuum hydrodynamics on the Brownian coagulation of aerosol particles[J]. *Journal of Aerosol Science*, 2006, **37**(4): 471-482.
- [13] Wang Y M, Lin J Z, Feng Y. The central oblique collision efficiency of spherical nanoparticles

- in the Brownian coagulation[J]. *Modern Physics Letters B*, 2010, **24**(14): 1523-1531.
- [14] 张文斌, 祁海鹰, 由长福, 徐旭常. 碰撞诱发颗粒团聚及破碎的力学分析[J]. 清华大学学报, 2002, **42**(12), 1639-1643. (ZHANG Wen-bin, QI Hai-ying, YOU Chang-fu, XU Xu-chang. Mechanical analysis of agglomeration and fragmentation of particles during collisions[J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2002, **42**(12): 1639-1643. (in Chinese))
- [15] Israelachvili J. *Intermolecular and Surface Forces*[M]. New York: Academic, 1992.
- [16] Devir S E. On the coagulation of aerosols (part 1)[J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1963, **8**:744-756.
- [17] Devir S E. On the coagulation of aerosols—III: effect of weak electric charges on rate[J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1967, **21**: 80-89.

Collision Efficiency of Two Nanoparticles With Different Diameters in the Brownian Coagulation

WANG Yu-ming¹, LIN Jian-zhong^{1,2}

(1. *Institute of Fluid Measurement and Simulation, China Jiliang University, Hangzhou 310018, P. R. China;*

2. *State Key Laboratory of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, P. R. China*)

Abstract: Collision efficiency of two nanoparticles with different diameters in the Brownian coagulation was investigated. The collision equations were solved to obtain the collision efficiency for the dioctyl phthalate nanoparticle with diameter changing from 100 nm to 750 nm in the presence of van der Waals force and elastic deformation force. It is found that the collision efficiency decreases as a whole with the increase of both the particle diameter and radius ratio of two particles. There exists an abrupt increase in the collision efficiency when the particle diameter is equal to 550 nm. Finally a new expression for the collision efficiency of two nanoparticles with different diameters was presented.

Key words: nanoparticles; Brownian coagulation; collision efficiency; different diameter; van der Waals force; elastic force