

梢涡流场中气泡轨迹及形态数值模拟*

倪宝玉¹, 张阿漫¹, 姚熊亮¹, 汪 斌²

(1. 哈尔滨工程大学 船舶工程学院, 哈尔滨 150001;

2. 中国工程物理研究院 流体物理研究所 冲击波物理与
爆轰物理国防科技重点实验室, 四川 绵阳 621900)

摘要: 针对气泡在舰船尾迹涡流场运动特性,根据其是否为尾涡所捕获,将数值模拟过程分为两个阶段:准球状运动阶段和非球状运动阶段,分别应用单向耦合质点粒子追踪法(PTM)和边界元法(BEM)模拟这两个阶段,将第1阶段结束的物理量作为第2阶段的初始条件,从而完成整个数值模拟过程.在已有数值研究结果和实验数据基础上,探讨空化发生条件,追踪尾迹空泡运动轨迹,模拟尾迹气泡的运动、变形、溃灭等,以及被尾涡捕获后的撕裂等运动特性,旨在为优化设计尾流场提供参考.

关键词: 尾迹气泡; 翼梢涡流; 撕裂; 逆射流

中图分类号: O351.2 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2012.06.003

引 言

高速运动的水面舰船尾部通常会拖着一条长长的白色尾迹,尾迹中夹杂着大量的气泡,称之为尾迹气泡.通常认为尾迹气泡来源于两个方面:一方面,船体结构与自由面的相互作用会夹带大量的空气,例如船体入水或波浪破碎会在船艏、船艉以及船体表面的边界层处捕捉空气穴,气穴随着舰船的运动向尾部传播^[1];另一方面,螺旋桨的高速旋转会不可避免地形成空泡,螺旋桨空泡中有一类产生于叶梢和毂部并在桨叶下游形成漩涡的涡空泡^[2],是舰船尾迹空泡的主要组成部分.尾迹空泡的产生、发展与溃灭尚没有完全被揭示,尽管尾迹空泡的存在对舰船的安全性造成很大威胁.尤其是近年提出的舰艇尾迹自导追踪武器,沿目标舰艇航行时所发出的辐射噪音和气泡尾流进行咬尾追击,威胁舰艇的战斗力和生存能力.因此,研究尾迹气泡的动力学特性,对于海上攻击和防御都具有重要意义.

关于尾迹气泡的研究,早于1966年Johnson和Hsieh^[3]已经研究过气核轨迹对于空化初生的影响.在数值模拟方面,Hsiao和Pauley^[4]应用平均Reynolds NS方程模拟翼梢涡流场,并

* 收稿日期: 2011-06-15; 修订日期: 2012-03-01

基金项目: 劳式教育基金资助项目(The LRET);国家自然科学基金重点资助项目(50939002);国家自然科学基金委员会-中国工程物理研究院联合基金资助项目(10976008);国防基础科研项目(B2420110011)

作者简介: 倪宝玉(1986—),男,黑龙江人,博士生(联系人. Tel: +86-451-82518296; E-mail: baoyuni@gmail.com);

张阿漫(1981—),男,江西九江人,教授,博士生导师(E-mail: amanzhang@gmail.com).

建立球状气泡模型研究空化初生现象。之后, Hsiao 和 Chahine^[5] 又进一步扩展球状气泡模型, 研究 Rankine 线涡内空化气泡的尺度效应。然而, 这种算法的缺点在于无法考虑气泡与流场的相互作用, 也无法计及非球状效应。为了克服这个缺点, Hsiao 和 Chahine 等^[6-7] 开发了非球状模型来研究空化初生、气泡运动变形和辐射噪声等, 尤其是研究了气体扩散和溶解浓度的影响, 获得了许多有益的结论。在实验方面, Rebow 和 Choi 等^[8] 采用有限展弦比的水翼制造了一个稳定的线涡, 并应用高速摄影仪拍摄激光泡在涡流场中的运动及变形等。Oweis, Choi 和 Cecilio^[9] 在一个小的透明树脂水箱内布置有弧度的水翼, 进而研究静止和漩涡流场内气泡动态变化和辐射噪声。在此基础上, Choi 等^[10] 在数值上采用势流理论研究实验工况下气泡的生长、脉动及坍塌, 数值结果与实验值吻合较好。

从目前的研究可见, 之前的工作或者关注球状气核被涡流场捕获过程, 或者关注捕获后的非球状气泡在涡流场内的膨胀、坍塌等动力学行为, 很少有文献直接研究气核从开始空化、被捕获直至在涡流场耦合作用下非球状运动的完整过程。然而, 从空化初生至溃灭射流的整个过程对于此类问题的研究是十分重要的, 深入的研究有可能为产生和控制尾迹气泡, 优化尾迹流场提供更好的方式。

本文拟在国内外研究基础上, 应用单向耦合质点粒子追踪法 (PTM) 和边界元法 (BEM), 模拟尾迹气泡在舰船尾涡作用下的运动、变形、溃灭等, 针对螺旋桨区域和尾迹流场特性, 探讨空泡发生条件, 追踪尾迹空泡运动轨迹、模拟气泡被尾涡捕获及其撕裂等运动特性, 旨在为优化设计尾流场提供参考。

1 理论背景

图 1 给出了在直角坐标系和柱坐标系内水翼梢涡流场内气泡运动示意图, 从中可见尾迹气泡将沿着翼梢涡轴线做螺旋线运动, 并根据气泡是否进入核心区而可分为准球状阶段和非球状阶段。在下文中, 将分别建立不同的数值模型。

1.1 翼梢线涡模型

根据机翼理论易知, 有限翼展机翼绕流在翼梢处会释放自由涡。实验表明, 不同翼型对应的自由涡模型并不相同, 数值模拟中常用的模型有 Gauss 涡^[11] (又称 Lamb-Oseen 涡)、Rankine 涡^[5] 以及 Scully 涡^[12] 等。

对于 Gauss 涡模型, 其诱导压力 P_w 与诱导速度 V_θ 分布如下:

$$V_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} (1 - e^{-\xi}), \quad (1)$$

$$P_w(r) = P_\infty + \int_\infty^0 -\frac{\rho V_\theta^2}{r} dr =$$

$$P_\infty - \frac{\alpha \rho}{2} \left(\frac{\Gamma}{2\pi a_c} \right)^2 \left\{ \xi^{-1} (1 - e^{-\xi})^2 + 2 \int_\xi^{2\xi} \frac{e^{-x}}{x} dx \right\}, \quad (2)$$

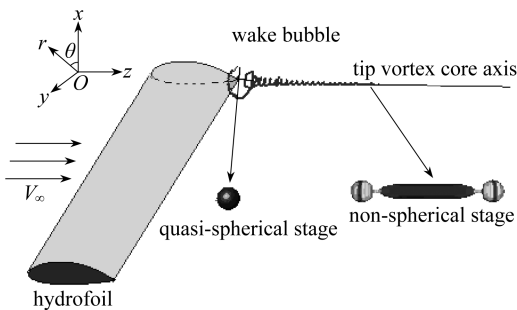


图 1 水翼梢涡流场内气泡运动示意图

Fig. 1 Sketch of the bubble's motion in a tip vortex field

式中, P_∞ 为无穷远静水压力, Γ 和 a_c 分别为涡通量和涡核半径, 依据翼型而定; r 为测点至涡线中心的径向距离, $\xi = \alpha(r/a_c)^2$, $\alpha = 1.256$ 。注意到

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \left\{ \xi^{-1} (1 - e^{-\xi})^2 + 2 \int_{\xi}^{2\xi} \frac{e^{-x}}{x} dx \right\} = 0 + 2 \ln 2 \approx 1.3862,$$

则最小压力处于涡心处,为

$$P_{w,\min} = P_{\infty} - \ln 2 \alpha \rho \left(\frac{\Gamma}{2\pi a_c} \right)^2 = P_{\infty} - \eta \rho \left(\frac{\Gamma}{2\pi a_c} \right)^2, \quad (3)$$

式中 $\eta = 0.87$. 最大的切向速度在涡核半径 a_c 处,有

$$V_{\theta,\max} = \frac{\Gamma}{2\pi a_c} (1 - e^{-\alpha}) = \beta \frac{\Gamma}{2\pi a_c}, \quad (4)$$

式中 $\beta = 0.715$.

图2为 Gauss 涡诱导压力和速度场分布图,其中各种参数取自文献[9],有 $\Gamma = 0.290 \text{ m}^2/\text{s}$, $a_c = 5.6 \text{ mm}$, $V_{\infty} = 10 \text{ m/s}$, $\sigma_{\infty} = 1.4$. 并按照文献[5]将对应的 Rankine 涡的诱导压力和速度绘于图中. 从图中可见, Rankine 涡的最低压力低于 Gauss 涡,而最大切向速度大于 Gauss 涡. 但二者的差异范围较小,仅在涡核半径 a_c 左右,随着半径 r 的增大,二者迅速重合. 图2(b)中圆圈点为文献[9]的实验值,可见 Gauss 涡较之 Rankine 涡更接近真实值,故本文取 Gauss 涡作为基本模型.

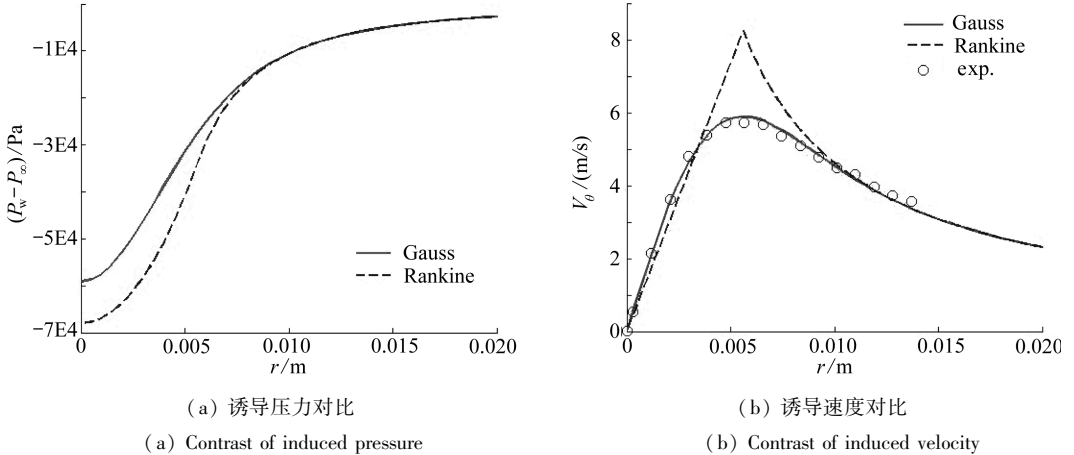


图2 Gauss 涡与 Rankine 涡对比图

Fig.2 The contrast of Gauss and Rankine vortex

当 $P_{w,\min} < P_c$ 时,气泡在涡心处将空化生长,即所谓的“空化初生”. 本文设无穷远空化数 $\sigma_{\infty} = (P_{\infty} - P_c)/(0.5\rho V_{\infty}^2)$, 则当空化数满足如下关系式时,理论上空化即会发生:

$$\sigma_{\infty} \leq 2\eta \left(\frac{\Gamma}{2\pi a_c V_{\infty}} \right)^2. \quad (5)$$

1.2 球状气泡模型

Rayleigh^[13]于1917年最早建立了理想球形气泡的运动方程(RP方程),之后 Plesset^[14], Cole^[15], Gilmore^[16]等做了一系列的工作,从不同的角度修正了 Rayleigh 方程,得到了考虑不同因素的气泡运动方程. 其中典型的如同时考虑了气泡内气体成分、流体的粘性、表面张力的情况下,得到的气泡运动控制方程

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[P_c + P_{g0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - P_w - \frac{2\sigma}{R} - 4\mu \frac{\dot{R}}{R} \right], \quad (6)$$

式中, R 为气泡半径, \dot{R} 和 \ddot{R} 是 R 关于时间的一阶和二阶导数. ρ 为液体密度, P_c 为气泡内可冷凝气体的饱和蒸汽压, P_{g0} 和 R_0 是气泡形成时初始压力和半径. γ 是气体比热比, P_w 是液体压

力, σ 为表面张力, μ 为液体动力粘性系数.

基于上述方程, Gilmore^[16] 考虑液体可压缩性和气液相对滑移速度, 得到如下方程:

$$\left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right) R \ddot{R} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c}\right) \dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left(1 + \frac{\dot{R}}{c} + \frac{R}{c} \frac{d}{dt}\right) \left[P_c + P_{g0} \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} - P_w - \frac{2\sigma}{R} - 4\mu \frac{\dot{R}}{R} \right] + \frac{(\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b)^2}{4}, \quad (7)$$

式中, c 是声速, d/dt 是物质导数, \mathbf{u}_b 为气泡移动速度, 它为时间的函数, \mathbf{u}_w 是液体流速.

RP 方程决定了气泡的脉动状态, 决定气泡运动轨迹的是气泡在流体中受力状态, 对球状气泡进行受力分析后得到运动微分方程式如下^[17]:

$$\begin{aligned} \rho_b V_b \frac{d\mathbf{u}_b}{dt} = & V_b (\rho_b - \rho) \mathbf{g} - V_b \nabla P_w + \frac{1}{2} \rho C_D A_b (\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b) |\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b| + \\ & \frac{3}{8} \rho C_L V_b \frac{(\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b) \times \boldsymbol{\omega}}{\chi} + \frac{1}{2} V_b \rho \left(\frac{d\mathbf{u}_w}{dt} - \frac{d\mathbf{u}_b}{dt} \right) + 2A_b \frac{dR}{dt} \rho (\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b) + \\ & 6A_b \sqrt{\frac{\rho\mu}{\pi}} \int_0^t \frac{d\mathbf{u}_w/dt - d\mathbf{u}_b/dt}{\sqrt{t - \tau}} d\tau, \end{aligned} \quad (8)$$

式中右端各项物理含义依次为: 浮力、压力梯度力、拖曳力和升力、附加水质量力(又分为平动和径向振动引起的附加质量力两项)、瞬变历史效应累积力(Basset 力). 其中下标 b 代表气泡的物理量, 如气泡体积 $V_b = 4\pi R^3/3$, 气泡截面积 $A_b = \pi R^2$.

对于阻力系数 C_D , 参照文献[18], 取

$$C_D = \frac{24}{Re_b} (1 + 0.197 Re_b^{0.63} + 2.6 \times 10^{-4} Re_b^{1.38}),$$

其中

$$Re_b = 2\rho R |\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b| / \mu$$

为气泡 Reynolds 数.

对于升力项中 $\chi = |\boldsymbol{\omega} R / |\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b||$ 为无量纲的剪力变化率, $\boldsymbol{\omega}$ 为气泡中心流体未受扰动时的涡量. 升力系数 C_L 是剪力和涡量的函数, 根据 χ 和 Re_b 的不同取不同的形式, 参见文献[19], 本文取 $C_L = 4\chi/3$.

可利用水流中 Euler 方程求得 $d\mathbf{u}_w/dt$ 与压力梯度 ∇P_w 的关系为

$$\frac{d\mathbf{u}_w}{dt} = -\frac{\nabla P_w}{\rho}. \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)中, 同时忽略 Basset 力(由于相对加速度很小), 并考虑 $\rho_b \approx \rho/820$, 简化后的气泡运动微分方程为

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{u}_b}{dt} = & -2\mathbf{g} - \frac{3}{\rho} \nabla P_w + \frac{3}{4} \frac{C_D}{R} (\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b) |\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b| + \\ & \frac{3}{4} C_L \frac{(\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b) \times \boldsymbol{\omega}}{\chi} + \frac{3}{R} (\mathbf{u}_w - \mathbf{u}_b) \dot{R}. \end{aligned} \quad (10)$$

方程(7)和(10)是二阶非线性常微分方程, 通过四阶 Runge-Kutta 法编程求解. 在本文中, 采用 MATLAB 软件中的 SIMULINK 模块可直接求解方程(7)和(10), 具体的数值流程可参见文献[20]. 由于假设球状气泡的存在不影响线涡流场, 故定义求解准球状气泡模型的方法为单向耦合粒子追踪法 (PTM), 具体的求解流程将在 1.4 节中介绍.

1.3 非球状气泡模型

经实验观察发现,当气泡被涡心捕获后,其不再保持近球形状态,而是在涡心低压周围高压的作用下呈现非球状变形^[8].为数值研究非球状动力学现象,Choi 和 Chahine^[21]建立了涡流场中非球状气泡模型.

流场中任意一点全速度 $\mathbf{u}_{\text{total}}$ 可以通过 Helmholtz 速度分解定理分解为标量势 ϕ 的梯度与矢量势 \mathbf{a} 的旋度之和:

$$\mathbf{u}_{\text{total}} = \mathbf{u} + \mathbf{v} = \nabla\phi + \mathbf{v}, \quad (11)$$

式中假设气泡在流场中引起的速度满足 $\mathbf{u} = \nabla\phi$, 旋转速度 \mathbf{v} 满足 $\mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{a}$, 同时气泡的存在不影响翼梢漩涡场的旋转速度 \mathbf{v} ^[22]. 从连续性方程入手, 可得到控制方程, 可表示为如下 Laplace 方程:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_{\text{total}} = \nabla \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = \nabla^2\phi + \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) = \nabla^2\phi = 0. \quad (12)$$

在 Lagrange 观点下, 气泡表面需满足的运动学条件为

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \nabla\phi, \quad (13)$$

式中 \mathbf{x} 为气泡表面节点的位置矢量.

气泡表面需满足的动力学条件可通过分解 N-S 方程获得, 有

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u} + \mathbf{v}) - (\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times [\nabla \times (\mathbf{u} + \mathbf{v})] + \frac{1}{2} \nabla |\mathbf{u} + \mathbf{v}|^2 = \\ - \frac{\nabla P}{\rho} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 (\mathbf{u} + \mathbf{v}), \end{aligned} \quad (14)$$

式中, 压力 P 是涡流场压力 P_w 和气泡引起的压力之和, 假设原有的涡流场满足 N-S 方程, 方程可以简化为修正的 Bernoulli 方程:

$$\nabla \left[\frac{P - P_w}{\rho} + \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla\phi|^2 + \mathbf{v} \cdot \nabla\phi \right] = \nabla\phi \times (\nabla \times \mathbf{v}). \quad (15)$$

在本文研究中, 进一步假设涡流场的涡量主要沿着轴向 \mathbf{e}_z , 同时考虑到气泡引起的扰动在无穷远处衰减为 0, 则有

$$\frac{d\phi}{dt} = - \frac{P - P_w}{\rho} - \frac{1}{2} |\nabla\phi|^2 + \mathbf{u} \cdot \nabla\phi = - \frac{P - P_w}{\rho} + \frac{1}{2} |\nabla\phi|^2, \quad (16)$$

上式即为 Lagrange 观点下气泡表面需满足的全非线性动力学条件.

与式(6)类似, 假设气泡内部气体由可冷凝气体(如水蒸气)和不可冷凝气体组成, 其中不可冷凝气体变化满足绝热过程. 同时考虑表面张力作用, 则气泡外表面压力满足^[23]

$$P = P_c + P_{g0} \left(\frac{V_0}{V(t)} \right)^\gamma - \sigma \nabla \cdot \mathbf{n}, \quad (17)$$

式中, V_0 和 $V(t)$ 为气泡初始体积和动态变化中的体积, $\nabla \cdot \mathbf{n}$ 为曲面局部曲率. 对于轴对称模型, 有^[24]

$$\nabla \cdot \mathbf{n} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{r''}{(1+r'^2)^{3/2}} + \frac{-1}{r(1+r'^2)^{1/2}}, \quad (18)$$

式中, r 和 z 是柱坐标中分量, 如图 1 所示. R_1 和 R_2 分别是对应的主曲率, r' 和 r'' 分别是对于 z 的一阶和二阶曲率. 对于三维工况, 曲率求法有些复杂, 具体可参见文献[25].

应用 Green 方程构建边界积分方程可求得边界法向导数 $\partial\phi/\partial n$, 具体可参见 Klaseboer 和 Khoo 的文献[26]或张阿漫和姚熊亮的文献[27]. 至于时间步的更新, 以及分裂后子气泡的动

态模型,可参见张阿漫和倪宝玉等的文献[28].

1.4 计算流程

整个计算流程划分为准球状运动阶段和非球状运动阶段,分别应用1.2节和1.3节中建立的模型求解.整个计算流程如图3所示.

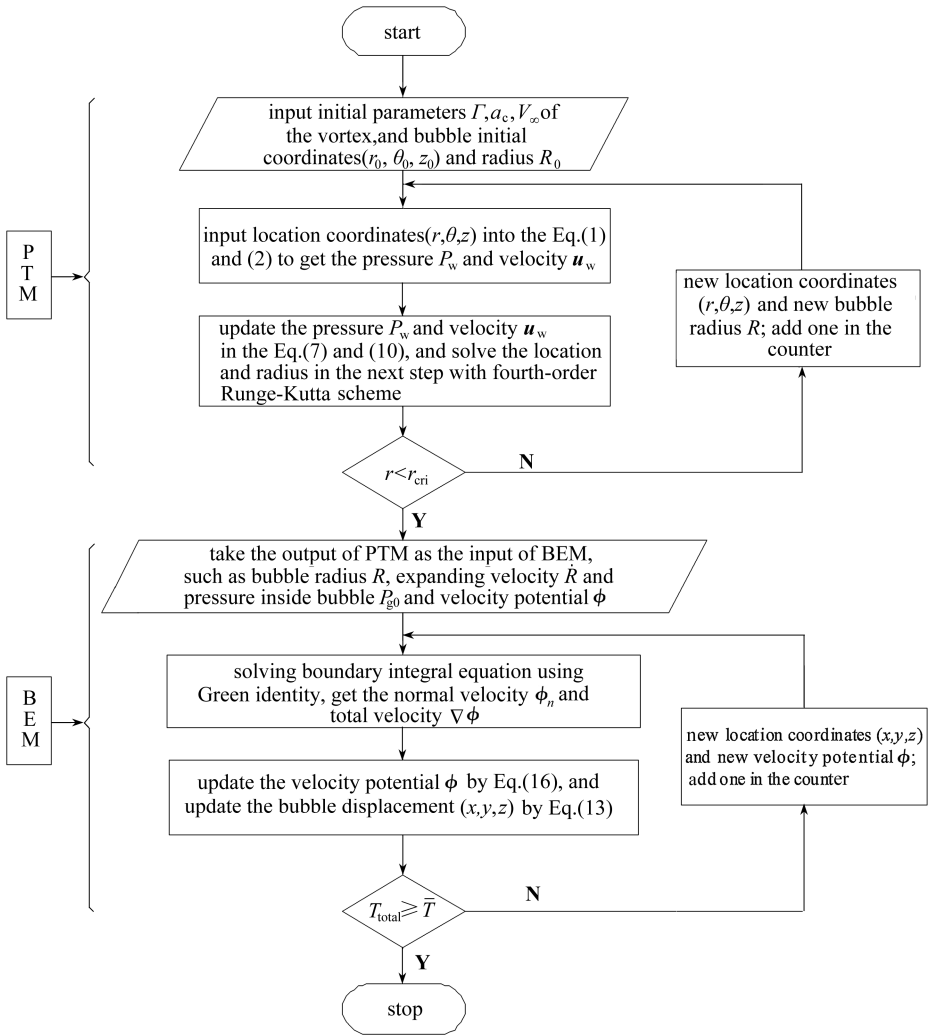


图3 计算流程表

Fig. 3 Computation flow chart

2 单向耦合质点粒子追踪法 (PTM)

所谓“单向耦合”,即认为气泡的体积较小,相当于质点,气泡的存在不影响涡流压力场和速度场的分布.在此种近似下,气泡的轨迹和体积脉动时刻受到流场的影响,但流场分布不随气泡的运动而改变,应用方程(7)和方程(10)即可追踪气泡轨迹和体积大小.

2.1 数值模型与实验对比

在数值模拟之前首先将数值解与试验值进行对比,以验证数值模型的有效性.

图4中实验值源自文献[19],图中数值纵坐标为气泡捕获时间,数值模拟中选取捕获准

则为 $r_{eri} = a_c/4$. 数值解中涡流场参数同实验: 取 $\Gamma = 0.290 \text{ m}^2/\text{s}$, $a_c = 5.6 \text{ mm}$, $V_\infty = 10 \text{ m/s}$. 从图中对比可见在误差允许范围之内, PTM 的数值解与实验值吻合较好, 尤其对于初始无量纲半径处于 $a_c/20 \sim a_c/5$ 的范围 (图中对应 ‘ \circ ’ 的数据点). 此外, 相对而言, 初始释放位置较小的气泡吻合度比较大者好. 考虑到实际气泡的存在一定会影响流场, 二者是全耦合过程, 所以 PTM 与实验值存在偏差是可以接受的.

图 5 为相应工况下初始半径 $R_0 = a_c/100$, 初始释放半径为 $r = 3a_c$ 的气泡运动轨迹示意图, 其中 “captured” 表示气泡被涡心捕获位置.

此外, 文献 [19] 还应用基于界面追踪法的直接数值模拟法 (DNS) 对气泡在涡流场的运动进行

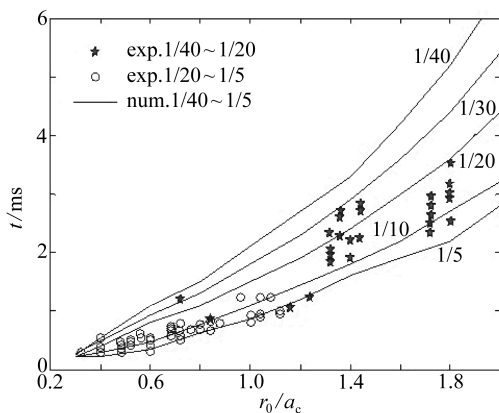
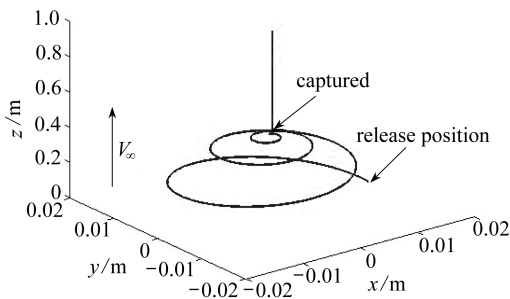


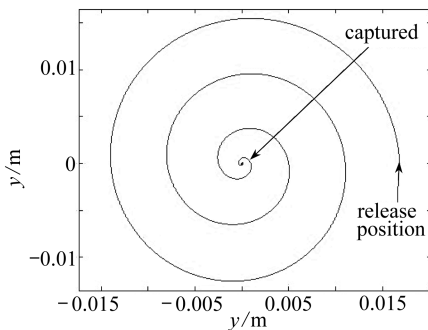
图 4 数值解与实验值对比图

Fig. 4 The contrast of numerical results and experimental data



(a) 三维图

(a) Three-dimensional view



(b) 二维图

(b) Two-dimensional view

图 5 气泡运动轨迹图

Fig. 5 The bubble's trajectory

了数值模拟, 本文将 PTM 与 DNS 数值结果进行对比如图 6 所示.

图 6 中 DNS 涡流场及气泡参数选取如下: $\Gamma = 0.1098 \text{ m}^2/\text{s}$, $a_c = 2.5 \text{ mm}$, $R_0 = a_c/8$, $r_0 = a_c$. 图中云图为流场涡量云图, 可见 Gauss 涡诱发的涡量场在涡心处最强, 此时 $\omega_{\max} = 7023.6 \text{ s}^{-1}$. DNS 的数值捕获时间为 1.11 ms , 本文 PTM 的捕获时间为 0.94 ms . 尽管二者轨迹存在差异 (视角差也引入一定误差), 但在误差允许范围内二者均能较好地模拟气泡被尾涡捕获的前期过程.

2.2 不同因素的影响

在控制方程 (7) 和 (10) 中, 有诸多影响气泡脉动半径、体积以及轨迹的因素, 譬如 RP 方程中的滑移项 $(u_w - u_b)^2/4$ 、表面张力项 $2\sigma/R$ 及粘性项 $4\mu\dot{R}/R$ 等; 又如运动方程中的体积脉动诱导力项 $(3/R)(u_w - u_b)\dot{R}$ 、浮力项 $-2g$ 、升力项 $(3/4)C_L(u_w - u_b) \times \omega/\alpha$ 等. 考虑到其它项的影响因素相对较小, 本文以升力项为例考察该项对气泡轨迹的影响.

通过升力计算公式可知对于升力的影响, 必须计及涡流场的旋度, 否则升力为 0 (例如对于 Rankine 涡核外围的流场, 由于无旋则升力为 0). 此外, 对于本文的涡流场, 其涡量 ω 指向流场下游, 则升力方向指向涡心, 故而计及升力影响后运动轨迹的半径将会缩小, 图 7(a) 恰恰

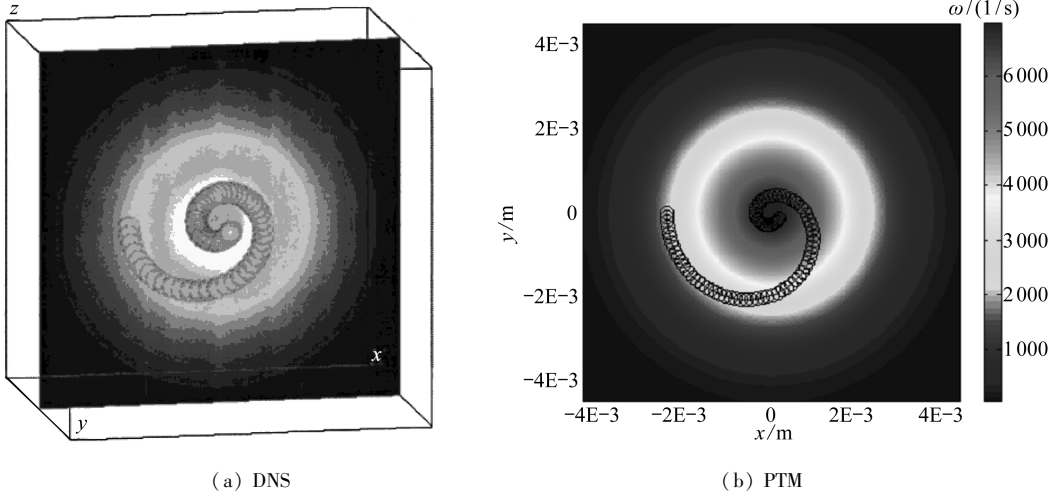


图6 DNS与PTM对比图

Fig.6 The contrast between DNS and PTM

验证了这一点(其中 $R_0 = a_c/10, r_0 = 3a_c, C_L = 4\chi/3$)。从图7(b)的侧视图可见考虑升力影响后气泡更早地达到涡心,即更早地被捕获,捕获时刻 z 向位移也就越小。但数值模拟也表明这种时间差异并不大,说明升力作用相对于压力梯度和阻力还是很小的。

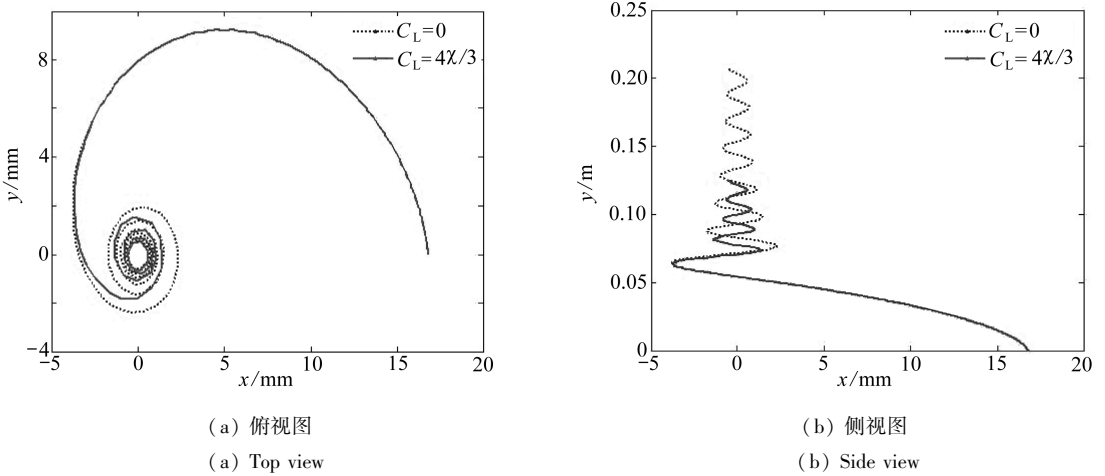


图7 不同 C_L 下气泡轨迹图

Fig.7 The bubble's trajectory with different C_L

此外,关于运动微分方程中,流体压力 P_w 的取法需要再次说明。开始的时候研究者将 P_w 取为气泡球心处流场压力^[4],研究表明 P_w 取为气泡球心处流场压力会导致球心处压力低于饱和蒸汽压时气泡半径无限增长,这与现实不符。之后, Hsiao 和 Chahine^[5] 开发了球面平均压力(SAP)模型,取压力为气泡表面压力的平均值而非球心值,本节采用文献[5]的SAP模型计算气泡在涡流场的运动,考察平均压力对气泡运动的影响。

图8为SAP模型下气泡半径变化示意图。当 P_w 采用球心压力时,数值模拟可见 $\sigma_\infty = 1.175$ 情况下气泡已经空化初生,且气泡半径将无限增大^[5]。当采用SAP模型后, $\sigma_\infty = 1.175$ 时气泡并没有初生,仅在大约4.2倍初始半径处做微幅振动,且频率大大降低。 $\sigma_\infty = 1.174$ 后,气泡半径迅速增大到初始半径的10倍以上,这时才认为气泡“空化初生”。

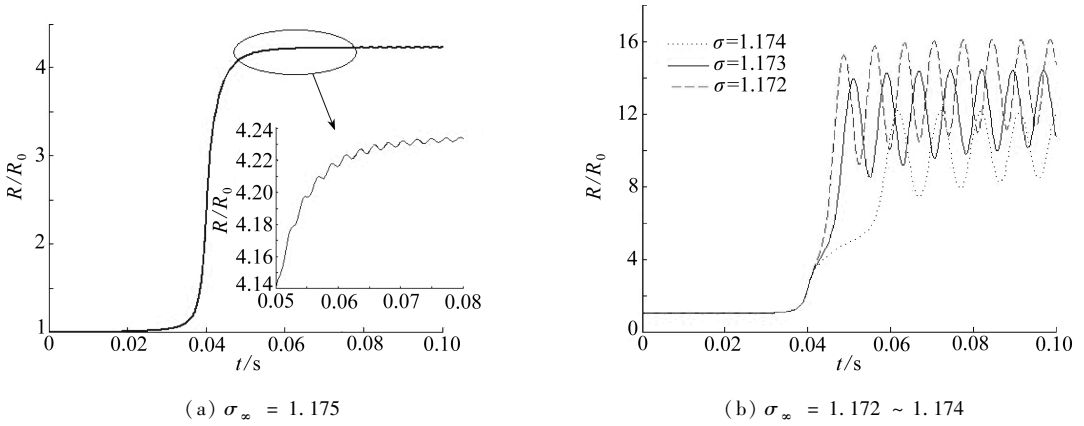


图8 不同空化数下 SAP 模型的气泡半径变化

Fig. 8 Bubble radius versus time at different cavitation number obtained by SAP model

3 边界元法求解非球状动力学模型(BEM)

3.1 数值模拟与实验对比

在应用非球状气泡模型研究气泡与涡的相互作用之前,首先通过数值与实验对比来验证数值方法的有效性.实验解来源于文献[8],涡流场参数如下: $\Gamma = 0.2123 \text{ m}^2/\text{s}$, $a_c = 4.51 \text{ mm}$, $V_\infty = 10 \text{ m/s}$, $\sigma_\infty = 1.72$,气泡初始半径 $R_0 = 750 \text{ }\mu\text{m}$.本文数值模型初始参数与实验值一致,相应工况下二者对比如图9所示.

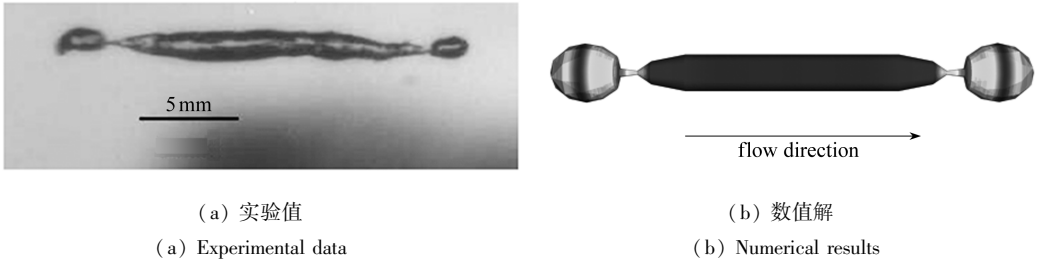


图9 BEM 数值解与实验值对比图

Fig. 9 The contrast between numerical results of BEM and experimental data

图9(a)为实验值,图9(b)为数值解.其中实验值的沿涡心轴向延展长度为20 mm,数值解中对应的长度为20.35 mm,相对误差为1.72%.数值解中云图为速度势云图,可见在气泡颈缩处速度势最大,对应的最大速度为2.17 m/s.实验中由于拍摄环境所限,仅给出了初始形态和气泡颈缩形态,本文通过数值解可模拟气泡生长的全过程,如图10所示.

图10为初始形心位于涡流场中心线上的静态气泡运动变化数值模拟图,背景为流场压力云图.为了更好地观察气泡形态,令每幅图的观察视角以来流速度 V_∞ 向下游运动.图10(a)为初始气泡释放时刻,气泡静止地位于涡心线处;图10(b)为0.8 ms时刻气泡形态,气泡开始膨胀,且纵向延展的膨胀速度大于径向膨胀速度;图10(c)为1.81 ms气泡形态,气泡在内部高压作用下继续膨胀,且表现出中部速度低,两端速度大的形势;图10(d)为2.85 ms下气泡形态,由于涡流场压力分布为中心低、四周高,故在周围的高压下气泡中部径向高度基本保持不变,纵向长度增长较快;图10(e)为3.89 ms下气泡形态,此时气泡两端球状高度达到最大,中部柱状高度反而微幅减小,纵向长度仍然增加;图10(f)为5.13 ms下气泡形态,从气泡的速度

势云图可见,气泡表面最大速度由原本的两端转移到气泡颈缩处,导致气泡在颈缩处越来越细,最终断裂,形成3个子气泡。

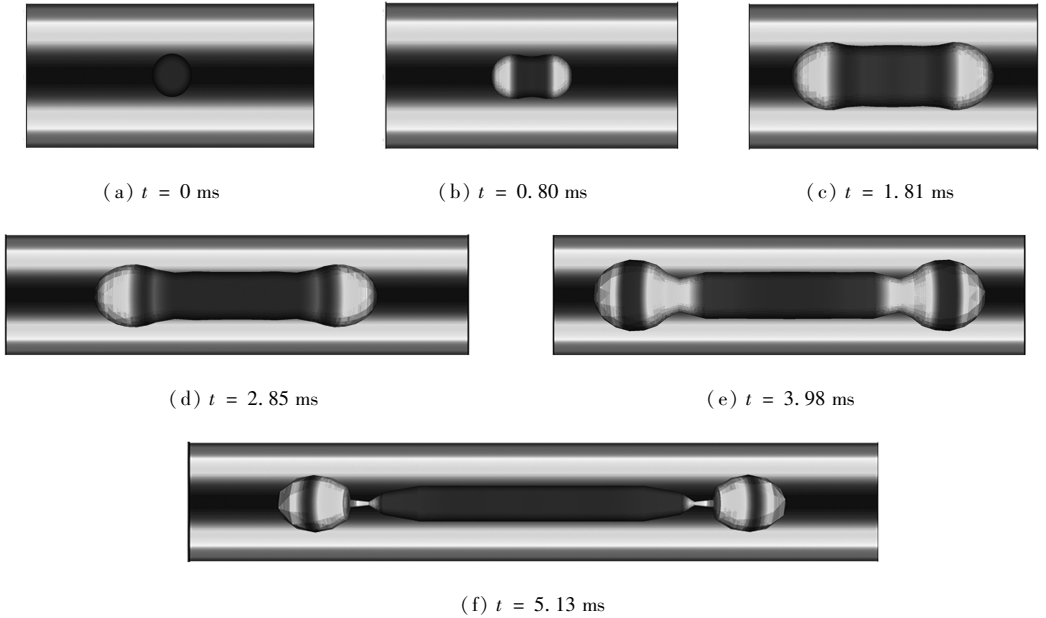


图 10 BEM 数值模拟气泡运动过程图

Fig. 10 The bubble behaviors simulated by BEM

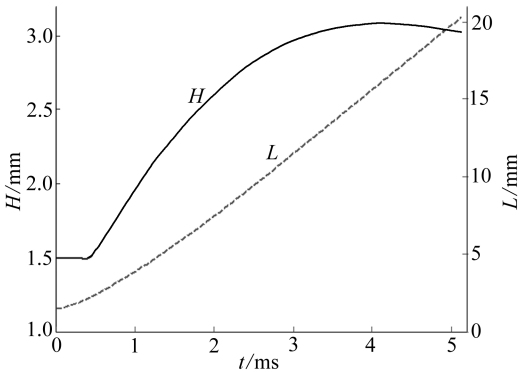


图 11 气泡长度与高度时间历程曲线

Fig. 11 The variation of height and length versus the time

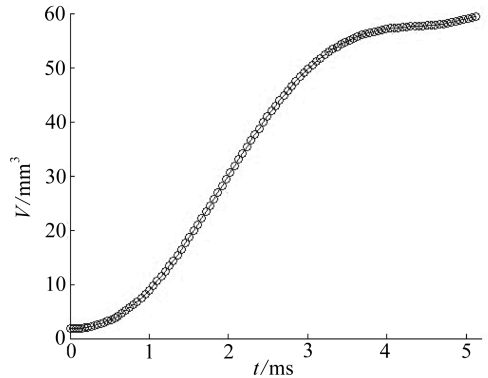


图 12 气泡体积时间历程曲线

Fig. 12 The variation of volume versus the time

图 11 为对应图 10 中气泡纵向长度和径向高度随时间变化曲线。可见气泡纵向长度随时间不断增大,而径向高度前期增长较快,后期增长缓慢,在 3.98 ms 处达到最大值 3.08 mm 后减小,最大值发生位置对应图 10(e)中两端的球状部。图 12 为对应图 10 中气泡体积时间历程变化曲线,粗略地看体积变化趋势与图 11 中 $H \times L$ 趋势类似,表现为前期增长迅速,在 4 ms 左右出现短暂稳定后再次增长。

3.2 联合 PTM 与 BEM 求解涡流场中气泡运动

本文拟通过联合 PTM 与 BEM 求解涡流场中气泡运动,主要指气泡在未被捕获之前应用 PTM 求解气泡运动轨迹,在气泡被涡流捕获之后应用 BEM 模拟气泡的运动及变形等物理参量,通过球状气泡与非球状气泡的联合应用尽可能真实地模拟物理过程。

气泡捕获之前的 PTM 过程在上一节已经有了比较全面的介绍,故本小节主要在上一节基础上模拟气泡被捕获后的变形、撕裂等.图 13 为应用 PTM 对涡流场气泡捕获之前的数值模拟与实验对比图.图中初始物理参数为 $\Gamma = 0.290 \text{ m}^2/\text{s}$, $a_c = 5.6 \text{ mm}$, $V_\infty = 10 \text{ m/s}$, $\sigma_\infty = 3$, $R_0 = a_c/6$, $r = a_c$, 气泡初始内外压力平衡.实验中捕获时间为 2.8 ms,数值中捕获时间为 2.6 ms,相对误差为 7.14%.

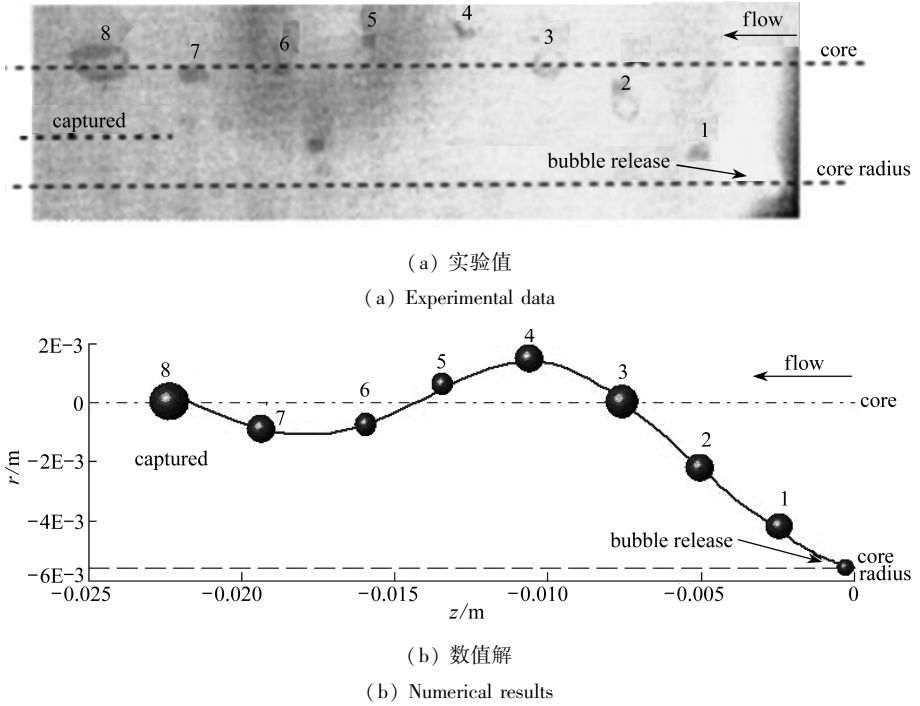


图 13 PTM 数值计算与实验值对比图

Fig. 13 The comparison of experimental data and numerical simulation of PTM

通过 PTM 计算初始半径气泡被涡心捕获时,气泡半径为 1.87 mm,气泡内压力 $P_{g0} = 150\,080 \text{ Pa}$,沿径向膨胀速度 $\dot{R} = 0.78 \text{ m/s}$, 涡流场的参数不变,在此种工况下计算气泡的后续变形.

图 14 为上述工况下气泡运动与变形数值模拟图,气泡表面为速度势云图.为了便于绘图,令每幅图的观察视角以来流速度 V_∞ 向下游运动.从图中可见气泡在涡心低压而四周高压的压力场作用下,逐渐沿来流方向纵向延展,并在 0.93 ms 时刻气泡撕裂为两个子气泡,两个子气泡体积基本一致.之后两个子气泡分别形成指向内部的射流,同时二者间距越来越大.与气泡在近壁面作用下的撕裂^[27]不同,子气泡的射流不是一味地指向内部,而是在运动过程中出现了“逆射流”阶段,即射流指向子气泡外部(如图 14 (k) 所示),之后又在两个子气泡以及涡流场的相互作用下再次形成射流,并最终穿透子气泡而溃灭.

图 15 为图 14 工况下气泡总体积的变化曲线,0.93 ms 对应撕裂时刻,前部分虚线为单个气泡的体积,之后的实线为两个子气泡体积总和.从气泡体积变化曲线明显可见气泡无论撕裂前后均经历了数个周期,且周期大约为 0.6 ms 左右.此外,撕裂后的两个气泡总体积的峰值大于撕裂前的单个气泡体积.

图 16 为气泡总长度变化曲线,实虚线含义同图 15.同样可见,对于气泡长度在不断增长的同时也表现出明显的周期特性,且周期大小也为 0.6 ms 左右.如果忽略这种周期变化,气泡总长度近似线性增长.

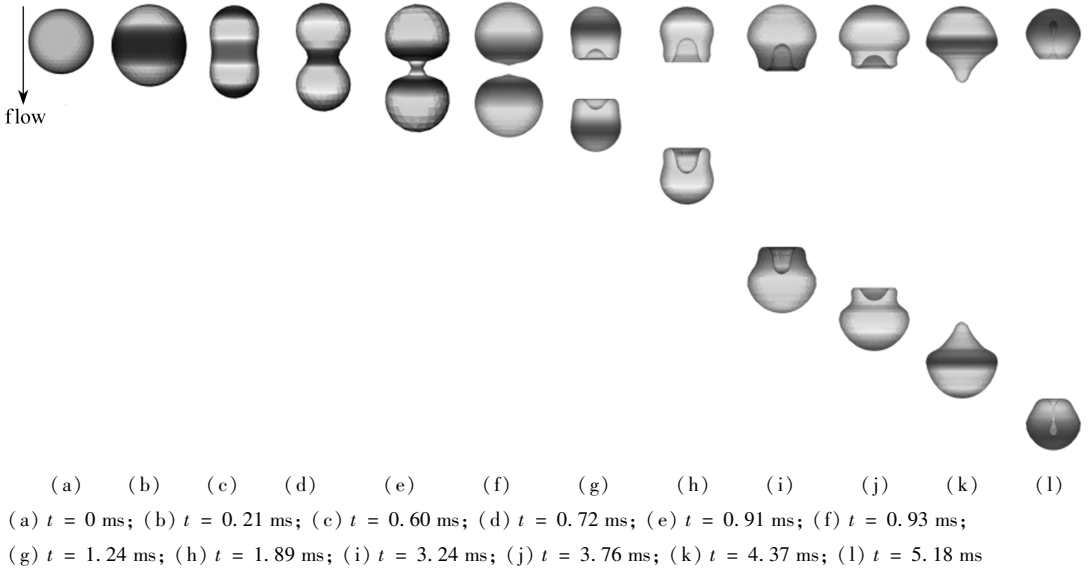


图 14 BEM 模拟气泡被涡心捕捉后的形体变化

Fig. 14 The behaviors of the wake bubble after captured by the vortex core, simulated by BEM

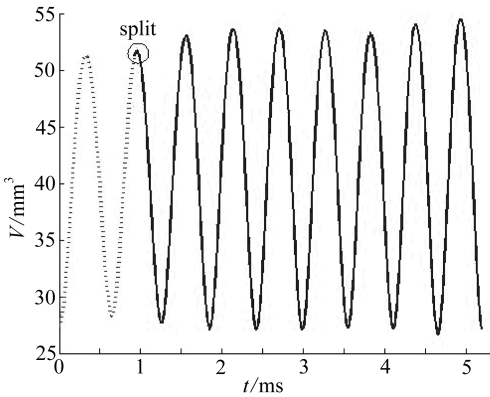


图 15 气泡总体积时间历程曲线

Fig. 15 The variation of total volume versus time

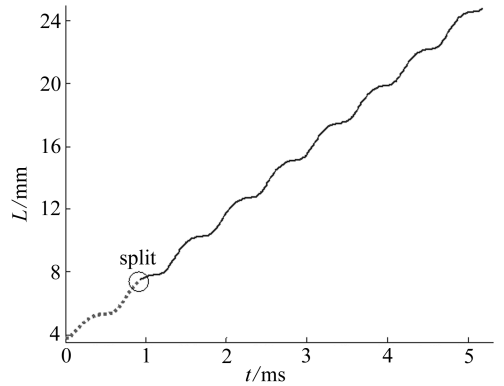


图 16 气泡总长度时间历程曲线

Fig. 16 The variation of total length versus time

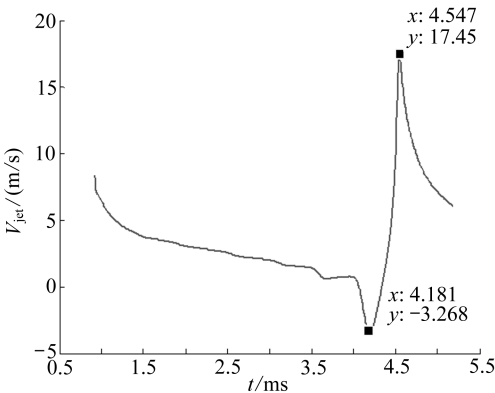


图 17 子气泡射流速度变化曲线

Fig. 17 The jet velocity of sub-bubble versus time

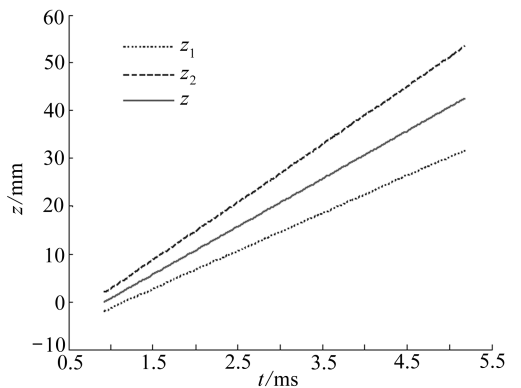


图 18 气泡形心位移时间历程曲线

Fig. 18 The center displacements versus time

为了进一步分析子气泡的行为,研究子气泡的射流、形心等物理量的变化.图 17 为子气泡射流时间历程曲线,其中速度以收缩为正,膨胀为负.可见射流速度在撕裂后的时刻为 8 m/s 左右,而后迅速下降.在 4 m/s 附近开始膨胀,在 4.18 ms 时达到最大膨胀速度 3.27 m/s.随后迅速上升至 17.45 m/s 而后再次下降直至射流穿透气泡顶部.图 18 为气泡形心位移时间历程曲线,虚线为两个子气泡的形心位移,实线为整体形心位移.对于整体形心位移呈现线性变化是可预见的,因为两个子气泡为对称撕裂,同时来流速度为定值,故总形心位移以 V_{∞} (10 m/s) 线性变化是不奇怪的.有趣的是,尽管子气泡形状变化非常不规则,但其总体形心线性地沿来流方向移动.

4 结 论

本文通过应用 PTM 与 BEM 联合数值模拟了尾流场中气泡的初生、运动、捕获、变形及撕裂等特性,并将数值解与实验值对比以验证数值解的有效性.在此基础上,获得了以下一些基本结论:

根据气泡在尾涡场中运动特性,可将整个数值模拟分为两个阶段,在气泡被涡心捕获前,气泡基本呈现准球状,可联合求解球状气泡运动学方程和动力学方程而获得气泡的运动轨迹、体积脉动等信息;在气泡被涡心捕获后,可将前期球状信息作为初始条件,应用边界元法求解非球状气泡动力学模型,而获得气泡变形、坍塌、撕裂等信息.

尽管涡流场附近流体是有旋的,然而在假设气泡存在不影响流场以及涡流场的涡量主要沿着轴向的条件下,还是可以应用基于势流理论的边界元法模拟气泡运动.不同流场压力和气泡内压会导致气泡不同的撕裂形势,且子气泡的行为与近壁面撕裂子气泡行为差异很大,变化过程中可能呈现明显的多个周期行为,也可能形成指向子气泡外部的“逆射流”.

致谢 本文受到劳氏教育基金会(The LRET)通过伦敦大学学院(University College London)、上海交通大学和哈尔滨工程大学联合中心的资助,作者表示十分感谢.劳氏教育基金会(The LRET)是一个致力于对交通、科学、工程和技术的教育、培训和研究而造福全社会的独立慈善组织.

参考文献(References):

- [1] Carrica M, Bonetto F, Drew D A, Lahey R T. A polydisperse model for bubbly two-phase flow around a surface ship[J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 1999, **25**(2): 257-305.
- [2] Hsiao C T, Pauley L L. Numerical computation of the tip vortex flow generated by a marine propeller[J]. *Journal of Fluids Engineering*, 1999, **121**(3): 638-645.
- [3] Johnson V E, Hsieh T. The influence of the trajectories of gas nuclei on cavitation inception [C]//*Sixth Symposium on Naval Hydrodynamics*. Washington, USA, 1996: 163-179.
- [4] Hsiao C T, Pauley L L. Study of tip vortex cavitation inception using Navier-Stokes computation and bubble dynamics model[J]. *Journal of Fluids Engineering*, 1999, **121**(1): 198-204.
- [5] Hsiao C T, Chahine G L. Scaling effect on prediction of cavitation inception in a line vortex flow[J]. *Journal of Fluid Engineering*, 2003, **125**(1): 53-60.
- [6] Hsiao C T, Chahine G L. Prediction of tip vortex cavitation inception using coupled spherical and nonspherical bubble models and Navier-Stokes computations[J]. *Journal of Marine Science Technology*, 2004, **8**(3): 99-108.

- [7] Hsiao C T, Jain A, Chahine G L. Effect of gas diffusion on bubble entrainment and dynamics around a propeller[C]//*26th Symposium on Naval Hydrodynamics*. Rome, Italy, September, 17-22, 2006.
- [8] Rebow M, Choi J, Choi J K, Chahine G L, Ceccio S L. Experimental validation of BEM code analysis of bubble splitting in a tip vortex flow[C]//*11th International Symposium on Flow Visualization*. Indiana, USA, August, 9-12, 2004.
- [9] Oweis G F, Choi J, Ceccio S L. Dynamics and noise emission of laser induced cavitation bubbles in a vortical flow field[J]. *Acoustical Society of America*, 2004, **115**(3): 1049-1058.
- [10] Choi J, Hsiao C T, Chahine G L, Ceccio S L. Growth, oscillation and collapse of vortex cavitation bubbles[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, **624**: 255-279.
- [11] Saffman P G. *Vortex Dynamics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.
- [12] Park K, Seol H, Choi W, Lee S. Numerical prediction of tip vortex cavitation behavior and noise considering nuclei size and distribution[J]. *Applied Acoustics*, 2009, **70**(5): 674-680.
- [13] Rayleigh J W. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity[J]. *Philosophical Magazine*, 1917, **34**: 94-98.
- [14] Plesset M S, Chapman R B. Collapse of an initially spherical vapor cavity in the neighborhood of a solid boundary[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1971, **47**: 283-290.
- [15] Cole R H. *Underwater Explosion*[M]. USA: Princeton University Press, 1948.
- [16] Gilmore F R. The growth and collapse of a spherical bubble in a viscous compressible liquid[J]. *Hydro Lab California Institute Technical Report*, 1952, **26**(4): 117-125.
- [17] Maxey M R, Riley J J. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow[J]. *Physics of Fluids*, 1983, **26**(4): 883-889.
- [18] Haberman W L, Morton R K. An experimental investigation of the drag and shape of air bubbles rising in various liquids[R]. DTMB Report 802, USA, 1953.
- [19] Oweis G F, Hout I E, Iyer C, Tryggvason G, Ceccio S L. Capture and inception of bubbles near line vortices[J]. *Physics of Fluids*, 2005, **17**(2): 1-14.
- [20] Borse G J. *Numerical Methods With MATLAB*[M]. Boston, USA: PWS, 1997.
- [21] Choi J K, Chahine G L. Non-spherical bubble behavior in vortex flow fields[C]//*International Association for Boundary Element Method*. Austin, TX, USA, 2002.
- [22] Chahine G L, Sarkar K, Duraiswami R. Strong bubble/flow interaction and cavitation inception[R]. Technical Report 94003-1ONR, USA: Dynaflo, Inc, 1997.
- [23] Best J P, Kucera A. A numerical investigation of non-spherical rebounding bubbles[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1992, **245**: 137-154.
- [24] Bronshtein I N, Semendiyayev K A. *Handbook of Mathematics*[M]. 3rd ed. Berlin, Germany: Springer Publication, 1997.
- [25] Oguz H, Zeng J. Axisymmetric and three-dimensional boundary integral simulations of bubble growth from an underwater orifice[J]. *Engineering Analysis With Boundary Elements*, 1997, **19**(4): 319-330.
- [26] Klaseboer E, Khoo B C. Boundary integral equations as applied to an oscillating bubble near a fluid-fluid interface[J]. *Computational Mechanics*, 2004, **33**(2): 129-138.
- [27] 张阿漫, 姚熊亮. 近自由面水下爆炸气泡的运动规律研究[J]. 物理学报, 2008, **57**(1): 339-353. (ZHANG A-man, YAO Xiong-liang. The law of the underwater explosion bubble motion near free surface[J]. *Acta Physics Sinica*, 2008, **57**(1): 339-353. (in Chinese))
- [28] 张阿漫, 倪宝玉, 宋炳月, 姚熊亮. 狭窄流域内气泡破裂现象数值模拟[J]. 应用数学和力学,

2010, 31(4):420-432. (ZHANG A-man, NI Bao-yu, SONG Bing-yue, YAO Xiong-liang. Numerical simulation of the bubble breakup phenomena in the narrow flow field[J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)*, 2010, 31(4): 449-460.)

Numerical Simulation of Trajectory and Deformation of a Bubble in a Tip Vortex

NI Bao-yu¹, ZHANG A-man¹, YAO Xiong-liang¹, WANG Bin²

(1. *College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, P. R. China;*

2. *National Key Laboratory of Shock Wave and Detonation Physics, Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang, Sichuan 621900, P. R. China;*)

Abstract: According to the behavior of a bubble in the ship wake flow, the numerical simulation was divided into two stages: quasi-spherical motion and non-spherical motion, based on whether the bubble was captured by the vortex or not. One-way coupled particle tracking method (PTM) and boundary element method (BEM) were adopted to simulate these two stages respectively. Meanwhile, the initial condition of the second stage was taken as the output of the first one and the whole simulation was connected and completed therefore. Based on the numerical results and experimental data published, the cavitation inception was studied and the wake bubble was tracked. Besides, the split of the bubble captured by the vortex and the following sub-bubbles were simulated, including the motion, deformation and collapse as well. It is aimed that the results would provide some insight into the control on wake bubbles and optimization of the wake flow.

Key words: wake bubble; tip vortex; split; reverse jet