

文章编号:1000-0887(2013)04-0355-09

© 应用数学和力学编委会,ISSN 1000-0887

# SH 波对多个凸起与凹陷相连地形的散射问题研究<sup>\*</sup>

韩 峰, 王光政, 陈 翰

(北京理工大学 爆炸科学与技术国家重点实验室,北京 100081)

**摘要:** 以双等腰三角形凸起与半圆形凹陷相连地形为例,研究了 SH 波对复杂地形的散射问题。利用分区求解的方法,把求解模型分割成 3 个区域,利用复变函数和多极坐标的方法分别构造各个区域内满足边界条件的波函数,根据公共边界上的位移和应力连续条件建立方程组,求解方程组得到各未知系数。最后给出复杂地形的地表位移,并分析了波数、入射角等不同因素对复杂地形造成的影响。

**关 键 词:** SH 波; 双等腰三角形凸起; 半圆形凹陷; 地表位移

**中图分类号:** P315.3; O343.1      **文献标志码:** A

**DOI:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.04.004

## 引 言

不同的局部地形对地震动的影响研究是地震工程领域研究的热点,在这方面国内外的学者已经做了很多研究工作。本文以弹性波动理论为基础,选取 SH 波作为入射波形探讨模拟地震波,分析研究一种山谷相连复杂地形的地震响应问题。

关于 SH 波对不同地形的散射研究方面,1973 年 Trifunac<sup>[1]</sup>首先利用波函数展开法求解了平面 SH 波入射半圆形凹陷地形的地震动。1990 年刘殿魁等<sup>[2-4]</sup>将复变函数法引用到二维散射问题的分析之中,在凹陷地形对地震动的影响方面得到了许多研究成果。对于凸起地形,一些学者也分别研究了圆弧形凸起、等腰三角形凸起等地形对 SH 波的散射问题<sup>[5-13]</sup>。但是以上这些研究主要针对的是单一的简单地形,对于现实中山谷相连等复杂地形的研究则相对较少。2011 年,文献[14]研究了双等腰三角形凸起与半圆形凹陷相连地形对 SH 波的散射。基于不同的方法,作者对类似地形进行了重新研究,最后给出了整体地表的位移分布情况。

## 1 问题的表述

双等腰三角形凸起与半圆形凹陷相连地形的模型图如图 1 所示。两个三角形凸起的顶点

\* 收稿日期: 2013-01-21; 修订日期: 2013-03-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11072037)

作者简介: 韩峰(1965—),男,黑龙江人,教授,博士生导师(Tel: +86-10-68913956; E-mail: hhanfeng@bit.edu.cn);

王光政(1985—),男,山东临沂人,博士生(通讯作者。E-mail: wgz\_008@163.com)。

分别为  $O$  和  $O_4$ , 凸起高度分别为  $h_1$  和  $h_2$ ; 两个等腰三角形底边中点分别为  $O_1$  和  $O_3$ , 半圆形凹陷的圆心为  $O_2$ ,  $O_1$  和  $O_2$  的距离为  $d_1$ ,  $O_1$  和  $O_3$  的距离为  $d_2$ ; 水平地表记为  $S$ , 凹陷边界为  $S_2$ , 两个三角形斜边分别为  $C_1$  和  $C_2$ .

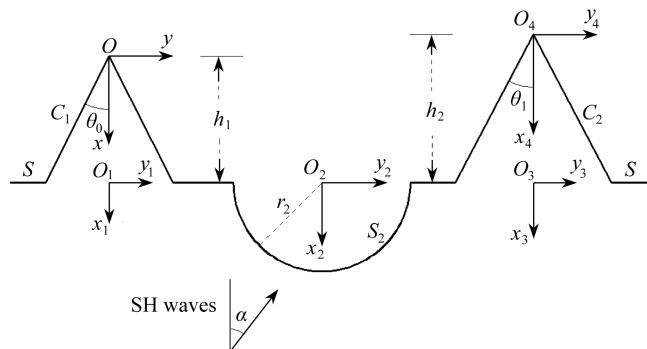


图 1 双等腰三角形凸起与半圆形凹陷相连地形示意图

Fig. 1 Model of two isosceles triangle hills and a semi-cylindrical canyon

求解该问题对于 SH 波的散射, 就要在水平地表  $S$ , 三角形凸起  $C_1, C_2$  和半圆形凹陷  $S_2$  上给定应力自由的边界条件来求解 SH 波的控制方程. 该问题属于混合边界求解问题, 采用分区求解思想, 建立两个虚拟边界, 把整个求解区域分成 3 部分, 如图 2 所示. 区域 I 和区域 III 分别为两个等腰三角形斜边和半圆形边界围成的角域, 区域 II 为含有 3 个半圆形凹陷的半空间域.

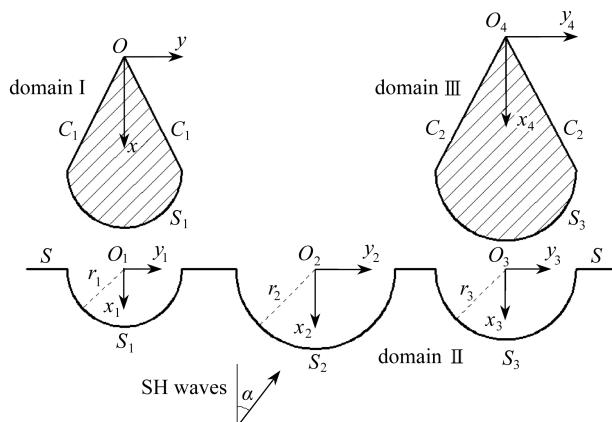


图 2 模型分区示意图

Fig. 2 Model of partition

## 2 波函数的建立及求解

各向同性均匀连续的介质中, 对于稳态情况(时间因子  $e^{-i\omega t}$ ), SH 波满足的控制方程在复平面可以表示为

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z \partial \bar{z}} + \frac{1}{4} k^2 W = 0, \quad (1)$$

其中,  $W$  为位移函数,  $k = \omega/C_s$ ,  $\omega$  为位移  $W(x, y, t)$  的圆频率,  $C_s = \sqrt{\mu/\rho}$  为介质的剪切波速,  $\rho$ ,  $\mu$  分别为介质的质量密度和剪切模量.

在极坐标系下, 相应的应力分量为

$$\begin{cases} \tau_{rz} = \mu \cdot \frac{\partial W}{\partial r} = \mu \cdot \left( \frac{\partial W}{\partial z} e^{i\theta} + \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right), \\ \tau_{\theta z} = \frac{\mu}{r} \cdot \frac{\partial W}{\partial \theta} = i\mu \cdot \left( \frac{\partial W}{\partial z} e^{i\theta} - \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right). \end{cases} \quad (2)$$

## 2.1 区域 I 和区域 III 内的驻波函数

在区域 I 内构造一个驻波函数, 使其满足斜边界  $C_1$  上应力为 0 的条件

$$\tau_{\theta z}^{D_1} = \begin{cases} 0, & \theta = +\theta_0, \\ 0, & \theta = -\theta_0. \end{cases} \quad (3)$$

在复平面内, 满足方程(1)和边界条件(3)的驻波函数可以表示为

$$W^{D_1}(z, \bar{z}) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} A_m J_{mp_1}(k|z|) \left[ \left( \frac{z}{|z|} \right)^{mp_1} + (-1)^m \left( \frac{z}{|z|} \right)^{-mp_1} \right], \quad (4)$$

其中,  $A_m$  为待求的常数,  $W_0$  为驻波函数的最大幅值,  $p_1 = \pi/(2\theta_0)$ ,  $J_{mp_1}(\cdot)$  为  $mp_1$  阶的 Bessel 函数。

记  $O$  为原点时  $O_1$  点的复坐标为  $h_1$ , 根据移动坐标方法, 则  $z$  可以表示为:  $z = z_1 + h_1$ , 因此式(4)在复平面  $(z_1, \bar{z}_1)$  上可以表示为

$$W^{D_1}(z_1, \bar{z}_1) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} A_m J_{mp_1}(k|z_1 + h_1|) \left[ \left( \frac{z_1 + h_1}{|z_1 + h_1|} \right)^{mp_1} + (-1)^m \left( \frac{z_1 + h_1}{|z_1 + h_1|} \right)^{-mp_1} \right]. \quad (5)$$

根据公式(2), 得到相应的应力表达式:

$$\tau_{r_1 z_1}^{D_1} = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} A_m Q_{mp_1}^1(z_1 + h_1), \quad (6)$$

其中

$$Q_t^j(s) = J_{t-1}(k|s|) \left( \frac{s}{|s|} \right)^{t-1} e^{i\theta_j} - J_{t+1}(k|s|) (-1)^t \left( \frac{s}{|s|} \right)^{-(t+1)} e^{i\theta_j} + J_{t-1}(k|s|) (-1)^t \left( \frac{s}{|s|} \right)^{1-t} e^{-i\theta_j} - J_{t+1}(k|s|) \left( \frac{s}{|s|} \right)^{t+1} e^{-i\theta_j}.$$

同理, 区域 III 内的驻波函数在  $(z_3, \bar{z}_3)$  上可表示为

$$W^{D_2}(z_3, \bar{z}_3) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} B_m J_{mp_2}(k|z_3 + h_2|) \left[ \left( \frac{z_3 + h_2}{|z_3 + h_2|} \right)^{mp_2} + (-1)^m \left( \frac{z_3 + h_2}{|z_3 + h_2|} \right)^{-mp_2} \right], \quad (7)$$

其中,  $B_m$  为待求常数,  $p_2 = \pi/(2\theta_1)$ , 相应的应力分量

$$\tau_{r_3 z_3}^{D_2} = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} B_m Q_{mp_2}^3(z_3 + h_2). \quad (8)$$

## 2.2 区域 II 内的散射波

在区域 II 中存在由半圆形凹陷  $S_j(j=1,2,3)$  产生的散射波  $W^{S_j}$ , 利用多极坐标方法, 满足水平地表表面上应力自由边界条件的散射波在复平面  $(z_j, \bar{z}_j)$  上可分别表示为

$$W^{S_1}(z_j, \bar{z}_j) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} C_m H_m^{(1)}(k|\varepsilon_{1j}|) \left[ \left( \frac{\varepsilon_{1j}}{|\varepsilon_{1j}|} \right)^m + (-1)^m \left( \frac{\varepsilon_{1j}}{|\varepsilon_{1j}|} \right)^{-m} \right],$$

$$\varepsilon_{1j} = z_1, z_2 + id_1, z_3 + id_2; j = 1, 2, 3, \quad (9)$$

$$W^{S_2}(z_j, \bar{z}_j) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} D_m H_m^{(1)}(k | \varepsilon_{2j} |) \left[ \left( \frac{\varepsilon_{2j}}{|\varepsilon_{2j}|} \right)^m + (-1)^m \left( \frac{\varepsilon_{2j}}{|\varepsilon_{2j}|} \right)^{-m} \right],$$

$$\varepsilon_{2j} = z_1 - id_1, z_2, z_3 + i(d_2 - d_1); j = 1, 2, 3, \quad (10)$$

$$W^{S_3}(z_j, \bar{z}_j) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} E_m H_m^{(1)}(k | \varepsilon_{3j} |) \left[ \left( \frac{\varepsilon_{3j}}{|\varepsilon_{3j}|} \right)^m + (-1)^m \left( \frac{\varepsilon_{3j}}{|\varepsilon_{3j}|} \right)^{-m} \right],$$

$$\varepsilon_{3j} = z_1 - id_2, z_2 - i(d_2 - d_1), z_3; j = 1, 2, 3. \quad (11)$$

根据式(9)、(10)、(11)和式(2), 可分别求得相应的应力:

$$\tau_{r_j z_j}^{S_1} = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} C_m U_m^j(\varepsilon_{1j}), \quad (12)$$

$$\tau_{r_j z_j}^{S_2} = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} D_m U_m^j(\varepsilon_{2j}), \quad (13)$$

$$\tau_{r_j z_j}^{S_3} = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} E_m U_m^j(\varepsilon_{3j}), \quad (14)$$

其中

$$U_t^j(s) = H_{t-1}^{(1)}(k | s |) \left( \frac{s}{|s|} \right)^{t-1} e^{i\theta_j} - H_{t+1}^{(1)}(k | s |) (-1)^t \left( \frac{s}{|s|} \right)^{-(t+1)} e^{i\theta_j} +$$

$$H_{t-1}^{(1)}(k | s |) (-1)^t \left( \frac{s}{|s|} \right)^{1-t} e^{-i\theta_j} - H_{t+1}^{(1)}(k | s |) \left( \frac{s}{|s|} \right)^{t+1} e^{-i\theta_j}.$$

### 2.3 入射波和反射波

如图1所示, SH波在 $x_2O_2y_2$ 坐标系下入射, 入射角为 $\alpha$ , 在复平面 $(z_j, \bar{z}_j)$ 上, 入射波和反射波可以表示为

$$W^{I+R}(z_j, \bar{z}_j) =$$

$$W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m}{2} (i)^m J_m(k | \varepsilon_{2j} |) [(-1)^m e^{im\alpha} + e^{-im\alpha}] \times$$

$$\left[ \left( \frac{\varepsilon_{2j}}{|\varepsilon_{2j}|} \right)^m + (-1)^m \left( \frac{\varepsilon_{2j}}{|\varepsilon_{2j}|} \right)^{-m} \right], \quad (15)$$

其中,  $\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_m = 2 (m = 1, 2, \dots)$ , 相应的应力在复平面 $(z_j, \bar{z}_j)$ 上的表达式为

$$\tau_{r_j z_j}^{I+R} = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m}{2} (i)^m [(-1)^m e^{im\alpha} + e^{-im\alpha}] Q_m^j(\varepsilon_{2j}). \quad (16)$$

### 2.4 边界条件及定解方程组

由于区域I、区域III和区域II的公共边界 $S_1$ 和 $S_3$ 上满足应力和位移的连续条件, 边界 $S_2$ 上满足应力自由的条件, 根据上面已经构造的波函数, 建立方程组

$$\begin{cases} W^{D_1}(z_1, \bar{z}_1) = W^{S_1}(z_1, \bar{z}_1) + W^{S_2}(z_1, \bar{z}_1) + \\ \quad W^{S_3}(z_1, \bar{z}_1) + W^{I+R}(z_1, \bar{z}_1), & z_1 \in S_1, \\ \tau_{r_1 z_1}^{D_1} = \tau_{r_1 z_1}^{S_1} + \tau_{r_1 z_1}^{S_2} + \tau_{r_1 z_1}^{S_3} + \tau_{r_1 z_1}^{I+R}, & z_1 \in S_1, \\ W^{D_2}(z_3, \bar{z}_3) = W^{S_1}(z_3, \bar{z}_3) + W^{S_2}(z_3, \bar{z}_3) + \\ \quad W^{S_3}(z_3, \bar{z}_3) + W^{I+R}(z_3, \bar{z}_3), & z_3 \in S_3, \\ \tau_{r_3 z_3}^{D_2} = \tau_{r_3 z_3}^{S_1} + \tau_{r_3 z_3}^{S_2} + \tau_{r_3 z_3}^{S_3} + \tau_{r_3 z_3}^{I+R}, & z_3 \in S_3, \\ \tau_{r_2 z_2}^{S_1} + \tau_{r_2 z_2}^{S_2} + \tau_{r_2 z_2}^{S_3} + \tau_{r_2 z_2}^{I+R} = 0, & z_2 \in S_2. \end{cases} \quad (17)$$

把位移和应力的表达式代入式(17), 在复数域内进行 Fourier 级数展开, 重构方程组, 求解该方程组, 即可得到各项未知系数。

由于问题中存在无穷级数, 所以采用了截断有限项的办法对其进行求解。最后将得到的系数反代入式(17)中进行验证, 其满足的精度可以达到  $10^{-2} \sim 10^{-3}$ , 这保证了结果的精确性。

## 2.5 地表位移幅值

将上节中求得的未知系数代入到位移和应力的表达式中, 可以得到各个区域的位移幅值变化情况。

区域 I 和区域 III 的总波场分别为  $W^{D_1}$  和  $W^{D_2}$ , 区域 II 中的总波场为

$$W_2 = W^{S_1} + W^{S_2} + W^{S_3} + W^{I+R}. \quad (18)$$

入射波的波长  $\lambda$  可以和区域 II 中第二个半圆的半径  $r_2$  组合成一个入射波的波数  $\eta$ , 有  $\eta = 2r_2/\lambda$ 。研究双等腰三角形凸起与半圆形凹陷相连地形对 SH 波散射的影响, 就要研究不同的 SH 波波数和入射角与地表位移幅值之间的关系。

## 3 算例与结果分析

作为算例, 建立的模型如图 1 所示。假设入射波振幅  $W_0$  为 1.0, 区域 II 中半圆的半径  $r_1 = r_2 = r_3 = 1.0$ , 山谷距离  $d_2 = 2d_1$ , 两个三角形凸起的顶角  $2\theta_0$  和  $2\theta_1$  都是  $60^\circ$ ,  $y_2/r_2 = 0$  对应着半圆形凹陷的圆心,  $y_2/r_2 = \pm 1$  表示半圆形凹陷与水平面的相交位置,  $|y_2/r_2| < 1$  代表半圆形凹陷上的点,  $y_2/r_2 = -d_1$  和  $y_2/r_2 = d_2 - d_1$  分别对应两个三角形凸起的顶点。下面主要分析不同的 SH 波波数和入射角、不同的三角形凸起和半圆形凹陷之间的距离对地表位移幅值的影响。

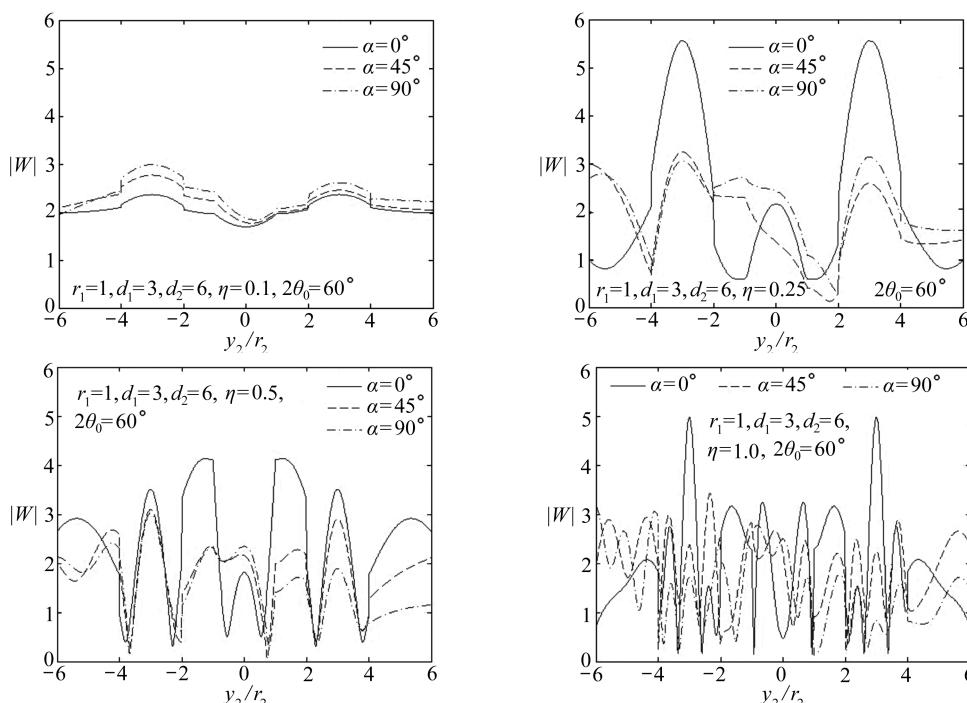


图 3 地表位移幅值图(山谷不相连)

Fig. 3 Surface displacement amplitudes

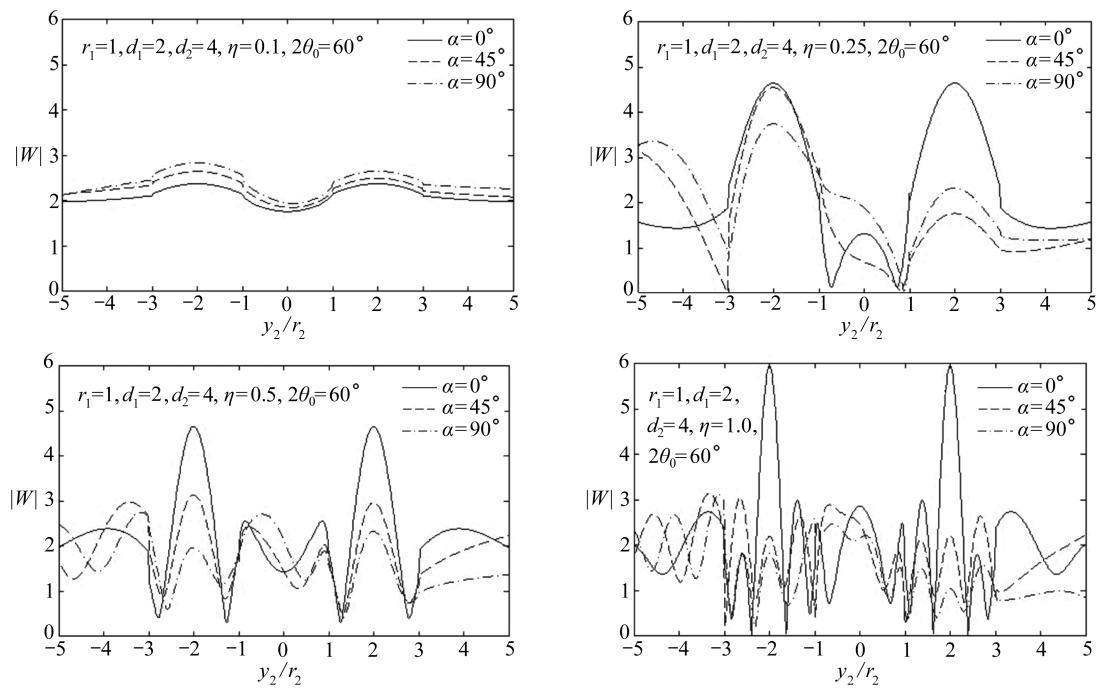


图 4 地表位移幅值图(山谷相连)

Fig. 4 Surface displacement amplitudes

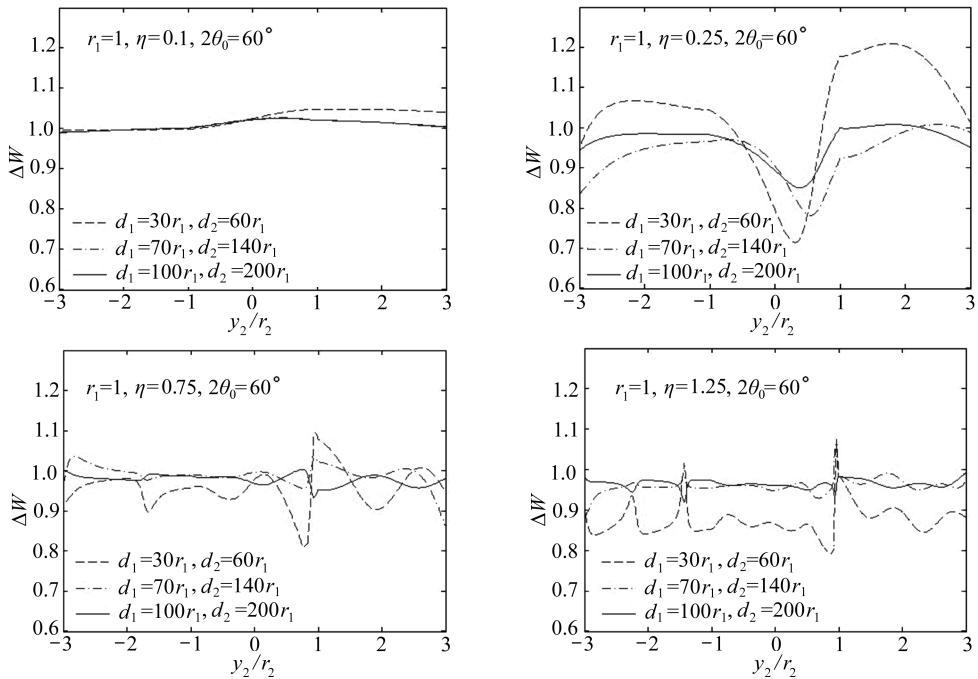


图 5 半圆形凹陷处地表位移比值图(不同的山谷距离)

Fig. 5 Ratio of surface displacement of semi-cylindrical canyon

1) 图 3 和图 4 分别给出了当双等腰三角形凸起和半圆形凹陷不直接相连和直接相连两种情况时, SH 波分别以不同波数、不同入射角入射时地表位移幅值的变化情况。如图所示, 当

$\eta = 0.1$  时, 所求解的问题为准静态情况。随着波数的不断增大, 地表位移的变化开始显示出动力学特征。当 SH 波垂直入射时, 地表位移幅值的最大值始终出现在三角形的顶点附近。而随着入射角  $\alpha$  的增加, 位移幅值会相对有所减小。图 4 中地表两边的位移幅值和图 3 相差不大, 但是中间部分的地表位移幅值变化很明显, 这是由于两边的三角形凸起和半圆形凹陷直接相连, 产生的散射波互相影响造成的。

2) 图 5 给出了当 SH 波水平入射山谷相连地形时, 其中半圆形凹陷附近的地表位移与 SH 波入射单个半圆形凹陷地形时地表位移的比值  $\Delta W$  随不同山谷距离的变化情况。如图示, 随着山谷距离的不断增大,  $\Delta W$  将会越来越接近于 1, 这说明两边等腰三角形凸起对半圆形凹陷的影响越来越小, 另一方面也证明了本文解答的正确性。

3) 以 SH 波水平入射为例, 选择 3 种波数, 以不同的山谷距离为水平坐标, 以  $\Delta W$  的平均值  $e$  为纵坐标画图, 结果见图 6。由图示, 随着山谷距离的不断增大,  $e$  越来越趋向于 1。当  $d_1 = 100r_1$  时,  $1 - e < 0.03$ , 此时已经非常接近于 SH 波入射单个半圆形凹陷时的情况。

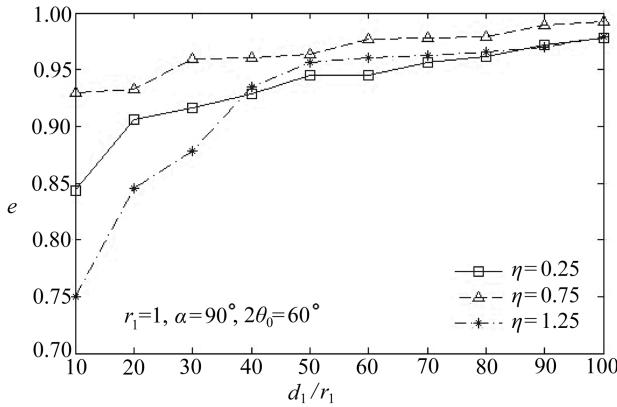


图 6 半圆形凹陷处地表位移比值随山谷距离变化图

Fig. 6 Surface displacement of semi-cylindrical canyon of different distance

## 4 结 论

本文综合利用游动坐标和复变函数等方法, 以双等腰三角形凸起与半圆形凹陷相连地形为例, 求解了 SH 波对复杂山谷地形的散射问题。

分析表明, 入射波波数和入射角等因素都会对地表位移产生不同的影响。当波数较小时 ( $\eta < 0.1$ ), SH 波对地表位移的影响较小, 此时呈现出准静态特征, 而随着波数的不断增大, 地表位移的变化不断加剧, 呈现出明显的动力学特征。入射角方面, 地表位移的幅值随着入射角的减小不断增大, 地表右侧的波动特性也越来越明显, 当入射波垂直入射时 ( $\alpha = 0^\circ$ ), 此时两个三角形凸起顶点处的位移幅值达到最大, 并且当 SH 波垂直入射时, 地表位移关于  $x_2$  轴左右对称, 这是由于研究的模型是对称的。

文中对凸起与凹陷地形相连及不相连两种情况进行了对比, 两种情况下中间半圆形凹陷部分的地表位移有明显的不同, 这是由于两边凸起对中间凹陷地形之间会有相互影响, 这种相互影响将随着山谷距离的增大而不断减小。文中对不同山谷距离下的地表位移变化情况进行分析, 结果表明, 当凸起与凹陷地形相隔 100 倍山基半径时 ( $d_1 = 100r_1$ ), 此时三角形凸起

和半圆形凹陷之间的相互影响已经非常小,基本可以忽略(与不存在凸起时半圆形凹陷附近地表位移的比值整体不超过3%).三角形凸起和半圆形凹陷各自都会表现出单独被冲击时的情况.

三角形凸起的顶角角度、凸起高度等因素也会对地表位移造成不同的影响,以后将进行更深入的研究.另外,我们将进一步研究SH波入射含有部分沉积物的谷地与山体之间的影响问题.

### 参考文献(References):

- [1] Trifunac M D. Scattering of plane SH-waves by a semi-cylindrical canyon [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1973, **2**(1):267-281.
- [2] 刘殿魁, 韩峰. SH波对各向异性凹陷地形的散射[J]. 地震工程与工程振动, 1990, **10**(2): 11-23. (LIU Dian-kui, HAN Feng. Scattering of plane SH-wave by canyon topography in anisotropic medium [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1990, **10**(2): 11-23. (in Chinese))
- [3] LIU Dian-kui, HAN Feng. Scattering of plane SH-waves by a cylindrical canyon of arbitrary shape [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1991, **10**(5): 249-255.
- [4] 许贻燕, 韩峰. 平面SH波在相邻多个半圆形凹陷地形上的散射[J]. 地震工程与工程振动, 1992, **12**(2): 12-18. (XU Yi-yan, HAN Feng. Scattering of SH-waves by multiple semi-cylindrical canyons [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1992, **12**(2): 12-18. (in Chinese))
- [5] 袁晓铭, 廖振鹏. 任意圆弧形凸起地形对平面SH波的散射[J]. 地震工程与工程振动, 1996, **16**(2): 1-13. (YUAN Xiao-ming, LIAO Zhen-peng. Scattering of plane SH-wave by a cylindrical hill of circular-arc cross-section [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1996, **16**(2): 1-13. (in Chinese))
- [6] QIU Fa-qiang, LIU Dian-kui. Antiplane response of isosceles triangular hill to incident SH waves [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2005, **4**(1): 37-46.
- [7] 邱发强, 刘殿魁. SH波入射时柔性基础上等腰三角形坝体结构的出平面反应[J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(4): 9-17. (QIU Fa-qiang, LIU Dian-kui. Antiplane response of isosceles triangular dike to incident SH waves [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2006, **26**(4): 9-17. (in Chinese))
- [8] 崔志刚, 邹永超, 刘殿魁. SH波对圆弧形凸起地形的散射[J]. 地震工程与工程振动, 1998, **18**(4): 8-14. (CUI Zhi-gang, ZOU Yong-chao, LIU Dian-kui. Scattering of plane SH-wave by a cylindrical hill of circular-arc cross section [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1998, **18**(4): 8-14. (in Chinese))
- [9] Hayir A, Todorovska M I, Trifunac M D. Antiplane response of a dike with flexible soil-structure interface to incident SH waves [J]. *Soil Dynamics and Engineering*, 2001, **21**: 603-613.
- [10] 刘殿魁, 王国庆. 浅埋圆形孔洞附近的半圆形凸起对SH波的散射[J]. 力学学报, 2006, **38**(2): 209-218. (LIU Dian-kui, WANG Guo-qing. Antiplane SH-deformation of a semi-cylindrical hill above a subsurface cavity [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2006, **38**(2): 209-218. (in Chinese))
- [11] 吕晓棠, 刘殿魁. SH波入射时半圆形凸起与凹陷地形的地震动[J]. 地震工程与工程振动,

- 2006, 26(5) : 14-20. ( LÜ Xiao-tang, LIU Dian-kui. Ground motion of a semi-cylindrical hill and a semi-cylindrical canyon caused by incident SH wave [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2006, 26(5) : 14-20. (in Chinese))
- [12] 杜永军, 刘殿魁, 赵启承, 邱发强, 王春华. SH 波入射时等腰三角形与半圆形凸起地形的地震动 [J]. 世界地震工程, 2009, 25(3) : 167-174. ( DU Yong-jun, LIU Dian-kui, ZHAO Qi-cheng, QIU Fa-qiang, WANG Chun-hua. Ground motion of isosceles triangular and semi-circular hills with the SH incident wave [J]. *World Earthquake Engineering*, 2009, 25(3) : 167-174. (in Chinese))
- [13] 韩峰, 王光政, 康朝阳. SH 波对等腰三角形与半圆形凹陷相连地形的散射 [J]. 应用数学和力学, 2011, 32(3) : 293-311. ( HAN Feng, WANG Guang-zheng, KANG Chao-yang. Scattering of SH-waves on the isosceles triangular hill joined by semi-cylindrical canyon [J]. *Applied Mathematics and Mechanics(English Edition)* , 2011, 32(3) : 309-326. )
- [14] 杨在林, 许华南, 陈志刚. 等腰三角形凸起与半圆形凹陷地形对 SH 波的散射 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2011, 43(1) : 6-11. ( YANG Zai-lin, XU Hua-nan, CHEN Zhi-gang. Scattering of SH-waves by two isosceles triangle hills and a semi-cylindrical canyon [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2011, 43(1) : 6-11. (in Chinese))

## Research on Scattering of SH-Waves on Multiple Hills and Canyons

HAN Feng, WANG Guang-zheng, CHEN Han

(State Key Laboratory of Explosion Science and Technology,  
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, P. R. China)

**Abstract:** Taking two triangular hills joined by a semi-cylindrical canyon as an example, scattering of SH-waves by complicated terrain were studied. The model was divided into three domains. The wave functions satisfying the boundary condition at each domain were constructed by complex function and moving coordinate methods. The algebraic equations were constructed according to the conjunction of displacement and stress. After solving the equations, the unknown coefficients were acquired. At last, the surface displacement were provided and the influence of different factors such as wave numbers and incident angles were discussed.

**Key words:** SH-waves; two isosceles triangular hills; semi-cylindrical canyon; surface displacement