

基于非等时距加权灰色模型与神经网络的组合预测算法^{*}

韩 晋, 杨 岳, 陈 峰, 李雄兵

(中南大学 交通运输工程学院,长沙 410075)

摘要: 非等时距预测算法在不等时间间隔序列的趋势分析与预测方面具有重要作用. 在传统灰色预测理论的基础上,提出一种基于非等时距加权灰色模型和神经网络的组合预测算法. 通过构建非等时距加权灰色预测模型,将原始数据序列的平均值作为累加序列初值,将连续累积函数的积分面积作为背景值,对累加序列进行加权处理,以真实反映时间序列发展对预测结果的影响. 在此基础上,引入BP神经网络对灰色预测的残差序列进行修正,进一步提高了预测精度. 经算例验证,该算法预测精度达到1级,且高于类似算法.

关键词: 预测; 非等时距; 灰色模型; 加权; 神经网络; 残差修正

中图分类号: O241 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.04.009

引 言

在实际生活和工程应用中,有很多数据都可能是采用非等时间间距采样,对于这一类数据,和传统的等间距数据预测方法不同,需要考虑到时间序列对数据发展的影响,本文即针对这一类型数据展开研究. 数据预测就是从看似杂乱无章的历史数据中,找到隐藏规律,对数据未来的发展趋势进行分析判断,从数学的角度看,就是对数据建立某种映射关系并进行函数拟合,灰色系统理论和神经网络都是解决这一问题的有效工具^[1-2]. 灰色系统理论^[3]认为,尽管客观系统表象复杂、数据离乱,但它总是有整体功能且有序的,其中必会存在某种内在规律,关键是如何用适当的方法去挖掘、利用它. 灰色系统理论将一切随机变量都视为在一定范围内变化的灰色量,用数据处理的方法找数据间的规律,将原始数据看成灰色量,对其进行一次累加生成处理后,所得到的数据序列将呈现指数规律变化,从而实现有效预测. 为了提高模型的预测精度,许多文献对传统灰色GM(1,1)模型进行了改进. 文献[4]在传统GM(1,1)正向累加生成的基础上提出了一种反向累加生成法. 文献[5]对传统灰色模型的灰色微分方程的初始条件和背景值进行了改进,并给出了模型参数估计的表达式. 文献[6]根据灰色模型建模特点,利用等维灰色递补动态预测模型的方法建立了等维多GM(1,1)预测模型. 文献[7]利用遗

* 收稿日期: 2013-02-08; 修订日期: 2013-03-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51005252)

作者简介: 韩晋(1990—),男,安徽人,硕士生(E-mail: silmarhan@gmail.com);

杨岳(1962—),男,湖南人,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: yangyueteacher@163.com).

传算法对灰色预测模型的参数进行优化,达到了较好的预测效果.文献[8]提出了一种改进的多变量灰色模型,在灰色关联分析法的基础上,对深圳市用水量进行预测,取得了良好的效果.但是灰色模型对波动性比较大的数据序列,难以把握其波动性,造成较大的预测误差,即使对模型进行改进也难以解决这方面的问题,而神经网络模型在处理随机性、非线性数据时有很大的优越性,对数据的波动性预测结果较好.

在应用人工神经网络的数据预测中,大多数采用前馈反向传播网络(简称BP网络)或它的变化形式^[9-10].该算法最早是在1986年,由美国加利福尼亚的PDP(parallel distributed procession)小组发表^[11].标准的BP网络是根据W-H学习规则,采用梯度下降算法,对非线性可微分函数进行权值训练的多层网络.对于一个3层BP神经网络,只要隐含层节点数足够多,就具有逼近任意复杂的非线性映射的能力^[12].但是由于神经网络在构造过程中,只考虑系统的输入和输出,而输出数据和输入数据之间的函数运算关系并不明确,从而会忽视系统中的某些可用信息.

组合预测是利用各种预测模型,以适当的形式构建出组合预测模型对变量进行预测的方法.组合预测可以避免单一模型丢失信息的缺憾,减小随机性,提高预测精度^[13-14].1954年,Schmitt用组合预测模型对美国37个大城市的人口进行预测,使预测精度有所提高^[15].Kin等将指数平滑法和神经网络结合构建组合模型,用于金融时序数据的预测,取得了良好的效果^[16].1989年,国际预测领域的权威学术刊物“Journal of Forecasting”出版了组合预测的专辑,充分说明了组合预测在预测领域的重要地位^[17-18].

基于以上观点,本文提出一种基于非等时距加权灰色模型与神经网络的组合预测算法.首先对一般非等时距灰色模型进行初值优化和背景值优化,引入权值矩阵,提高历史数据中距离预测时间近的数据的贡献.在残差序列处理中,采用BP神经网络对残差序列进行修正,从而克服单一灰色预测模型的局限性,达到了较高的预测精度.

1 非等时距加权灰色模型

1.1 级比检验

设原始数据序列为 $x^{(0)}(t_i) = (x^{(0)}(t_1), x^{(0)}(t_2), \dots, x^{(0)}(t_n))$.

按下式计算原始数据序列的级比:

$$\lambda(t_i) = \frac{x^{(0)}(t_{i-1})}{x^{(0)}(t_i)}, \quad i = 2, 3, \dots, n. \quad (1)$$

若计算出来所有的级比 $\lambda(t_i)$ 都落在区间 $(e^{-2/(n+1)}, e^{2/(n+2)})$ 内,则该序列 $x^{(0)}(t_i)$ 可以直接使用灰色模型进行预测,否则,选取适当的 c 对 $x^{(0)}(t_i)$ 进行平移变换,如式(2)所示:

$$x^{(0)}(t_i) = x^{(0)}(t_i) + c, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

当新数据列的各级比位于区间 $(e^{-2/(n+1)}, e^{2/(n+2)})$ 内,即可以对新序列进行预测分析,完成预测后再进行还原.

1.2 模型实现

1.2.1 累加序列生成

由于数据间距并不一定相同,所以需采用非等时距模型,设原始数据的时间间距差为

$$\Delta t_i = t_i - t_{i-1}, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (3)$$

令 $\Delta t_1 = 1$.

若 $\Delta t_i \neq \text{const}$,则称为非等时距灰色预测模型.考虑到非等时距 Δt_i ,对原始数据进行累加

生成序列 $x^{(1)}(t_i)$, 如式(4)所示:

$$x^{(1)}(t_i) = \sum_{k=1}^i x^{(0)}(t_k) \Delta t_k, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (4)$$

其中,初值 $x^{(1)}(t_1)$ 的选取会对预测精度有一定的影响,通常是令 $x^{(1)}(t_1) = x^{(0)}(t_1)$, 即采用原始序列的第一个数据作为初值.但在实际预测中,最优拟合曲线不一定会经过历史数据中的某一点,这样既会降低预测精度,又没有理论依据.因此,本文采用原始数据的均值作为初值,如下式:

$$x^{(1)}(t_1) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x^{(0)}(t_i), \quad (5)$$

这样可以综合利用所有历史数据,更好地反映了数据趋势发展特性.

1.2.2 建立常参数微分方程

由一阶生成模块 $x^{(1)}(t_i)$ 建立 GM(1,1)模型,微分方程如式(6):

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u. \quad (6)$$

对式(6)在区间 $[t_{i-1}, t_i]$ 上积分:

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{dx^{(1)}(t)}{dt} dt + a \int_{t_{i-1}}^{t_i} x^{(1)}(t) dt = u \int_{t_{i-1}}^{t_i} dt. \quad (7)$$

将上式离散化,展开得到差分方程如下:

$$x^{(0)}(t_i) \Delta t_i + az^{(1)}(t_i) = u \Delta t_i, \quad (8)$$

其中, $z^{(1)}(t_i)$ 为 $x^{(1)}(t_i)$ 在区间 $[t_{i-1}, t_i]$ 上的背景值.

1.2.3 背景值的优化

背景值是直接影响灰色模型模拟和预测精度的关键因素,通常是利用梯形公式近似计算在区间 $[t_{i-1}, t_i]$ 上累积曲线 $x^{(1)}(t_i)$ 与 x 轴围成的面积,如下式:

$$z^{(1)}(t_i) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(t_{i-1}) + x^{(1)}(t_i)), \quad i = 2, 3, \dots, n. \quad (9)$$

但是当序列在某段区间 $[t_{i-1}, t_i]$ 中急剧变化时,会产生较大误差,因此需要对背景值进行优化.由于 $x^{(1)}(t)$ 近似满足 $x^{(1)}(t) = ce^{dt}$, 可以构造出背景值如下^[19]:

$$\begin{aligned} z^{(1)}(t_i) &= \int_{t_{i-1}}^{t_i} x^{(1)}(t) dt = \int_{t_{i-1}}^{t_i} ce^{dt} dt = \\ &= \frac{c}{d}(e^{dt_i} - e^{dt_{i-1}}) = \frac{1}{d}(x^{(1)}(t_i) - x^{(1)}(t_{i-1})), \end{aligned}$$

又

$$\frac{x^{(1)}(t_i)}{x^{(1)}(t_{i-1})} = \frac{ce^{dt_i}}{ce^{dt_{i-1}}} = e^{d(t_i - t_{i-1})} = e^{d\Delta t_i},$$

两边取对数,得

$$d = \frac{\ln x^{(1)}(t_i) - \ln x^{(1)}(t_{i-1})}{\Delta t_i}.$$

代入上式后整理得

$$z^{(1)}(t_i) = \frac{(x^{(1)}(t_i) - x^{(1)}(t_{i-1})) \Delta t_i}{\ln x^{(1)}(t_i) - \ln x^{(1)}(t_{i-1})}. \quad (10)$$

1.2.4 权矩阵的定义

显然,对于一个数据序列,各个数据对于灰色建模所起的作用不同,由于在已知数据中,观

测精度可视为相同,则可以认为离预测时间越近的数据,对灰色模型所起的作用越大,可靠性越高^[16].因此,原始数据序列中不同时间点的值都应被赋予一个权值,表征其可靠性,且权应随时间成指数增长,即

$$P = \begin{bmatrix} W & & & & 0 \\ & W^2 & & & \\ & & W^3 & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & W^{n-1} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其中, W 为权递增因子,一般取 $W = 1 \sim 2$,本文计算中取 $W = 1.5$.

1.2.5 辨识系数 a, u 求解

利用最小二乘法求得参数的估计值如下:

$$(\hat{a}, \hat{u})^T = (B^T P B)^{-1} B^T P Y, \quad (12)$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} -z(t_2) & 1 \\ -z(t_3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z(t_n) & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(t_2) \\ x^{(0)}(t_3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(t_n) \end{bmatrix}.$$

P 为上一步中求得的权矩阵.

1.2.6 时间响应序列求解

将上一步中求出的 \hat{a}, \hat{u} 参数值代入微分方程(6),得到时间响应序列如下:

$$\hat{x}^{(1)}(t_i) = \left(x^{(1)}(t_i) - \frac{u}{a}\right) \cdot e^{-a(t_i-t_1)} + \frac{u}{a}, \quad (13)$$

还原得到原始数据为

$$\hat{x}^{(0)}(t_i) = \frac{\hat{x}^{(1)}(t_i) - \hat{x}^{(1)}(t_{i-1})}{\Delta t_i} = \frac{1}{\Delta t_i} \cdot (1 - e^{a\Delta t_i}) \cdot \left[x^{(0)}(t_1) - \frac{u}{a}\right] \cdot e^{-a(t_i-t_1)}. \quad (14)$$

若之前数据未通过级比检验而进行了平移,则需要对预测数据 $\hat{x}^{(0)}(t_i)$ 进行如下变换:

$$\hat{x}^{(0)}(t_i) = \hat{x}^{(0)}(t_i) - c, \quad (15)$$

最后所得到的 $\hat{x}^{(0)}(t_i)$ 即为基于非等时距加权灰色模型的预测值.

2 残差修正与精度检验

2.1 基于 BP 神经网络的残差修正

尽管以上构造的非等时距加权灰色模型相对于传统的灰色预测模型具有较高的预测精度,但实际运用中仍可能会存在误差,因此需要对预测产生的残差进行修正.由于残差具有非线性和较大的随机性特征,在此,引入 BP 神经网络进行残差修正.神经网络是近年来发展起来的一门新兴学科,包含了许多优秀的神经网络构造方法,其中, BP 神经网络具有简单易行、计算量小、并行性强等特点,广泛用于多层前馈式网络训练^[20].利用 BP 神经网络的预测残差修正方法如下:

1) 数据录入

将原始数据序列与非等时距加权灰色预测得到的预测值求差,得到残差序列,如下式:

$$\Delta(t_i) = x^{(0)}(t_i) - \hat{x}^{(0)}(t_i). \quad (16)$$

2) 数据归一化处理

对残差序列采用数据标准归一化处理,至 Sigmoid 函数能够处理的范围内,公式如下:

$$\begin{cases} \Delta'(t_i) = (\Delta(t_i) - s)/(t - s), \\ s = (9\Delta(t_i)_{\min} - \Delta(t_i)_{\max})/8, \\ t = (9\Delta(t_i)_{\max} - \Delta(t_i)_{\min})/8, \end{cases} \quad (17)$$

其中, $\Delta(t_i)_{\max}$ 和 $\Delta(t_i)_{\min}$ 分别为残差序列中的最大值和最小值。

3) 构造 BP 网络结构

BP 神经网络一般包括输入层、输出层和可以加强网络映射精度的隐含层。理论上,3 层的 BP 神经网络能够以高精度逼近任何非线性信号和系统。考虑到计算效率问题,采用带 1 个隐含层的 3 层 BP 网络。

各层神经元数目也是神经网络性能的重要参数。输入和输出层神经元数目通常与拟解决问题和数据样本有关,隐含层的神经元数目取决于输入输出层的神经元数目和网络精度要求。对于残差序列预测,可以采用单输入单输出,即输入层神经元为 1,输出层神经元为 1。但在选择隐含层的神经元数目时,由于神经元数太少,网络不能很好地学习,需要增加训练次数,训练的精度也会受到影响;神经元数太多的话,训练时间增加,网络容易过拟合^[12]。一般按照下式^[12]选择隐含层神经元:

$$l = \sqrt{(m + n)} + a, \quad (18)$$

式中, m 为输入层神经元数, n 为输出层神经元数, l 为隐含层神经元数, a 为 0 ~ 10 之间的常数。

4) 确定网络训练参数

网络隐含层传递函数为 Sigmoid 函数,输出层传递函数为 Purelin 函数,训练算法采用变学习率动量梯度下降算法,学习速率设置为 0.05,动量系数设置为 0.95,模型训练误差精度为 0.000 1,迭代次数为 5 000。

5) BP 神经网络的建立与仿真

近似使用 1 ~ n (n 为残差序列个数) 为网络输入 inputs,相应的残差序列为 outputs,对网络进行训练。用 $n + 1 \sim n + m$ (m 为预测次数) 作为预测样本,利用 sim 函数仿真得到 m 次的预测残差序列。

6) 残差修正

得到预测的残差序列 $\hat{\Delta}(t_i)$ 后,与灰色模型的初步预测值相加,得到组合算法的最终预测值,如下式:

$$x(t_i) = \hat{\Delta}(t_i) + \hat{x}^{(0)}(t_i). \quad (19)$$

2.2 精度检验

以上构造的非等时距加权灰色模型和基于神经网络的残差修正模型,即构成了组合预测算法的基本理论框架。为验证组合预测算法的精度和可靠性,采用模型精度 p 和后验差比值 C 对算法精度进行检验^[21-22]。设 $x(t_i)$ 为数据序列的预测值, $x^{(0)}(t_i)$ 为数据序列的原始值。精度检验的相关计算如下:

相对残差为

$$\varepsilon(t_i) = \frac{x(t_i) - x^{(0)}(t_i)}{x^{(0)}(t_i)} \times 100\% ; \tag{20}$$

平均残差为

$$\varepsilon_{\text{avg}} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n |\varepsilon(t_i)| ; \tag{21}$$

残差的方差为

$$S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\varepsilon(t_i) - \varepsilon_{\text{avg}})^2 ; \tag{22}$$

原始数据的方差为

$$S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(x^{(0)}(t_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x^{(0)}(t_i) \right)^2 ; \tag{23}$$

综上,模型的精度为

$$p = (1 - \varepsilon_{\text{avg}}) \times 100\% ; \tag{24}$$

后验差比值为

$$C = S_1/S_2. \tag{25}$$

模型精度 p 值越大说明预测精度越高,后验差比值越小说明预测误差的离散型越小.一般根据 p 和 C , 将预测精度分为 4 级,如表 1^[23] 所示.根据 p 与 C 计算结果,综合评定模型的精度.

表 1 精度检验等级参数

Table 1 Level parameters of accuracy test

model accuracy level l_a	p	C
1 (good)	$p > 0.95$	$C \leq 0.35$
2 (qualified)	$0.80 \leq p < 0.95$	$0.35 < C \leq 0.50$
3 (basic eligibility)	$0.70 \leq p < 0.80$	$0.50 < C \leq 0.65$
4 (unqualified)	$p < 0.70$	$0.65 < C$

3 算法流程与实现

根据以上理论分析和建模,设计的组合预测算法基本思想如下:首先对原始数据进行预检验,通过计算级比对原始数据进行可靠性判断,决定是否进行平移处理;然后利用非等时距灰色预测模型进行初步预测,并且对该模型中累加序列进行初值优化、背景值优化和加权处理,将初步得到的预测值与实测值比较,求出残差,利用 BP 神经网络对残差序列进行预测修正,获取最终的预测值.算法流程图如图 1 所示.

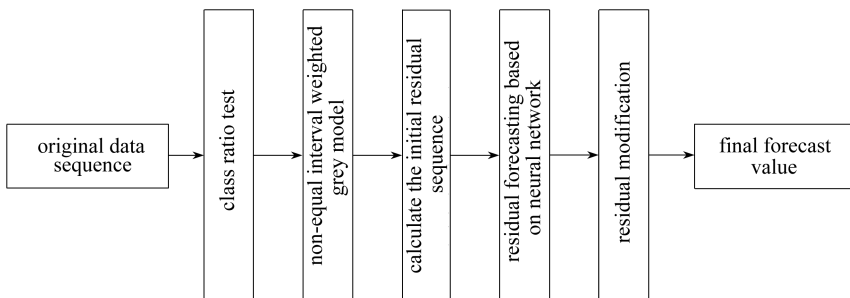


图 1 组合预测算法流程

Fig. 1 Process of combination forecast algorithm

组合预测算法具体计算步骤如下:

- 1) 对原始序列进行级比检验,若不符合要求,则先对数据进行平移处理;
- 2) 对处理好的原始序列进行非等时距累加处理,得到一阶生成模块 $x^{(1)}(t_i)$;
- 3) 由 $x^{(1)}(t_i)$ 建立 GM(1,1)模型,求得灰色微分方程;
- 4) 对模型的背景值和初值进行优化;
- 5) 利用最小二乘法估计灰色模型的常参数,并进行加权处理;
- 6) 求出最终时间响应函数,并得到初步预测值;
- 7) 求出原始序列与初步预测值之间的残差;
- 8) 利用 BP 神经网络对残差进行预测分析,并还原到原始序列,得到最终预测值;
- 9) 若第一步中未通过级比检验,则进行反平移得到最终预测值。

4 算法应用实例

4.1 防洪大堤沉降监测数据预测

某防洪大堤,位于地质条件很差的软土地区,需要在大堤全部施工阶段进行沉降观测,并通过变形分析和预报调节施工速度,以保证大堤的施工安全.其中,南堤 11 号点的部分沉降数据如表 2^[23]所示。

表 2 南堤 11 号点沉降监测数据

Table 2 Monitoring data of the 11th point in South Dam

observation time	observation value u_o /mm	observation time	observation value u_o /mm
2001-09-16	472.9	2001-11-10	617.4
2001-09-26	530.8	2001-11-18	626.1
2001-10-08	561.4	2001-12-02	633.1
2001-10-19	562.0	2001-12-23	712.5
2001-11-02	601.0	2002-01-06	739.1

此数据列为非等间距序列,间距 $\Delta t_i = \{1, 10, 12, 11, 14, 8, 8, 14, 11, 14\}$ (以 d 为单位),运用本文的组合算法进行预测,结果如图 2 所示。

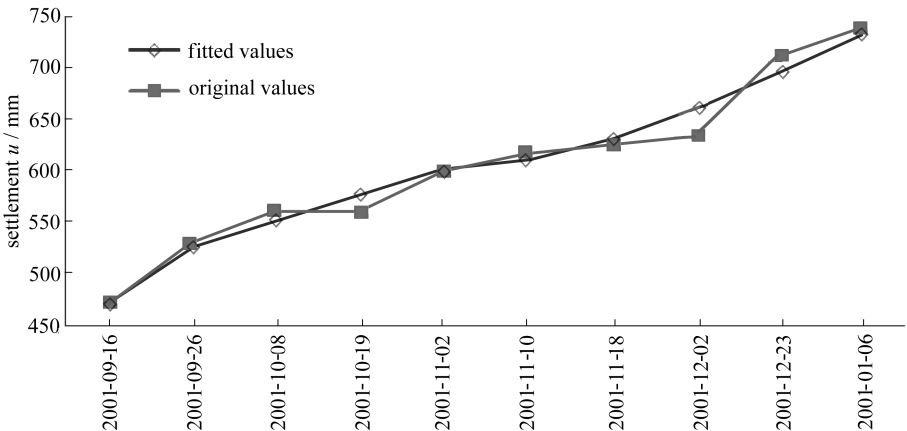


图 2 预测结果对比

Fig. 2 Results comparison of forecasting

将本文组合算法与文献[23]算法的预测结果比较,如表 3 所示.从表中可以看出,本文算

法的模型精度为 98.279% ,后验差比值为 0.025 9. 查表 1 可知,模型精度等级为 1 级,且平均相对误差小于文献[23]中的算法.

表 3 两种算法的预测结果比较

Table 3 Forecasting results comparison of two algorithms

observation time	algorithm of this paper		algorithm of reference[23]	
	fitted value u_f /mm	relative error δ /%	fitted value u_f /mm	relative error δ /%
2001-09-16	472.9	0	472.9	0
2001-09-26	527.18	-0.682	533.45	0.499
2001-10-08	550.65	-1.915	552.39	-1.605
2001-10-19	576.32	2.548	574.31	2.190
2001-11-02	601.07	0.012	597.16	-0.639
2001-11-10	610.31	-1.148	622.32	0.797
2001-11-18	630.77	0.746	639.09	2.075
2001-12-02	660.13	4.270	659.65	4.193
2001-12-23	695.06	-2.448	689.17	-3.274
2002-01-06	731.90	-0.974	716.60	3.044
average relative error δ_a /%		1.721		1.832
accuracy α /%		98.279		98.168
posterior margin ratio β		0.025 9		0.038 2

4.2 钛合金疲劳强度预测

国内外学者研究了许多材料的寿命在不同温度条件下的疲劳强度问题,表 4^[24]所示的是钛合金疲劳强度随温度变化的实验数据.这是一个非等间距序列,间距 $\Delta t_i = \{1, 30, 40, 40, 30, 30, 40, 30, 40\}$. 采用本文组合算法进行预测,结果如图 3 所示.

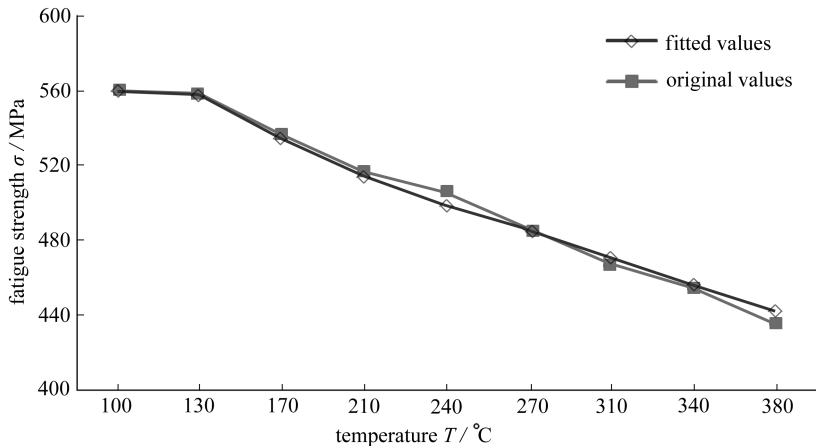


图 3 预测结果对比图

Fig. 3 Results comparison of forecast

将本文组合算法与文献[24-25]所用方法的预测结果比较,如表 5 所示,从表中可以看出,本文算法的精度为 99.530% ,后验差比值为 0.005 6,查表 1 可知,模型精度等级为 1 级,且平均相对误差均小于另两种算法.

表4 钛合金疲劳强度随温度变化关系

Table 4 Relationship of titanium alloy fatigue strength and temperature change

temperature $T/^\circ\text{C}$	100	130	170	210	240
fatigue strength σ/MPa	560.00	557.54	536.10	516.10	505.60
temperature $T/^\circ\text{C}$	270	310	340	380	
fatigue strength σ/MPa	486.10	467.40	453.80	436.40	

表5 3种算法的预测结果比较

Table 5 Forecasting results comparison of three algorithms

temperature $T/^\circ\text{C}$	algorithm of this paper		algorithm of reference [24]		algorithm of reference [25]	
	fitted value	relative error	fitted value	relative error	fitted value	relative error
	σ_f/MPa	$\delta/\%$	σ_f/MPa	$\delta/\%$	σ_f/MPa	$\delta/\%$
100	560.00	0	560.00	0	560.00	0
130	557.54	0	549.93	-1.365	562.20	-0.840
170	534.29	-0.338	533.31	-0.519	536.56	-0.090
210	515.10	-0.194	514.93	-0.227	512.09	0.780
240	498.92	-1.321	499.35	-0.124	494.24	2.250
270	485.50	-0.123	486.39	0.059	481.27	0.990
310	470.36	0.633	471.69	0.918	468.42	-0.220
340	455.72	0.423	457.42	0.798	457.25	-0.820
380	441.61	1.194	443.61	1.651	448.43	-2.760
average relative error $\delta_a/\%$	0.469		0.847		1.094	
accuracy $\alpha/\%$	99.530		99.153		98.906	
posterior margin ratio β	0.005 6		0.011 9		0.021 9	

5 结 论

本文针对不等时间间隔预测的特点,将灰色预测理论与神经网络有机结合,建立了一种非等时距加权灰色模型与神经网络的组合预测算法,对解决各个领域普遍存在的非等间距序列的建模拟合和预测问题有较广泛的应用价值,具体结论如下:

1) 采用原始数据序列的平均值作为累加序列初值从而对初值进行优化,综合利用了所有历史数据的特点,使结果更加准确。

2) 在计算累积序列微分方程背景值时,将累积曲线看成指数函数的形式,利用积分面积代替背景值,而不是简单地使用梯形公式,提高了预测精度。

3) 在传统灰色预测模型的基础上,引入了加权的概念,通过定义权矩阵来表征历史数据的可靠性,对离预测时间越近的数据值赋予更大的权值,从而使预测结果更加可靠。

4) 利用神经网络对灰色预测结果进行残差修正,可以较好地解决数据发展趋势中复杂的不确定性问题,克服了单一灰色模型预测的不足。

5) 本文算法既可应用于非等时距采样数据的预测,也可应用于等时距采样数据的预测。本文算法与灰色预测模型相比,计算精度高,且误差可控;与神经网络预测模型相比,计算量小,在小样本情况下也可达到较高的预测精度。

参考文献(References):

- [1] Lin Y H, Lee P C, Chang T P. Adaptive and high-precision grey forecasting model[J]. *Expert System Application*, 2009, **36**(2): 9658-9662.
- [2] Alippi C, Piuri V. Experimental neural networks for prediction and identification[J]. *IEEE Trans Instrum Meas*, 1996, **45**(4): 670-676.
- [3] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 1990. (DEN Ju-long. *Grey System Theory Tutorial*[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1990. (in Chinese))
- [4] 宋中明, 肖新平. 反向累加生成及灰色 GOM(1, 1)模型[J]. 武汉理工大学学报, 2002, **26**(4): 531-553. (SONG Zhong-ming, XIAO Xin-ping. The accumulated generating operation in opposite direction and its use in grey model GOM(1, 1)[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2002, **26**(4): 531-553. (in Chinese))
- [5] 杨知, 任鹏, 党耀国. 反向累加生成及灰色 GOM(1, 1)模型优化[J]. 系统工程理论与实践, 2009, **29**(8): 160-164. (YANG Zhi, REN Peng, DANG Yao-guo. The accumulated generating operation in opposite direction and GOM(1, 1) model optimization[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2009, **29**(8): 160-164. (in Chinese))
- [6] 李玮. 非等间距 GM(1, 1)组合预测模型[J]. 陕西理工学院学报(自然科学版), 2007, **23**(3): 71-74. (LI Wei. Non-equigap combination gray forecast model[J]. *Journal of Shaanxi University of Technology(Natural Science Edition)*, 2007, **23**(3):71-74. (in Chinese))
- [7] WANG Chao-huang, HU Li-chang. Using genetic algorithms grey theory to forecast high technology industrial output[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, **195**(6):256-263.
- [8] 王春超, 王丽萍, 曹云慧, 朱艳霞, 张验科. 改进多变量灰色模型在城市用水量预测中的应用[J]. 水电能源科学, 2013, **31**(2):27-29. (WANG Chun-chao, WANG Li-ping, CAO Yun-hui, ZHU Yan-xia, ZHANG Yan-ke. Application of improved multivariable grey model in prediction of urban water consumption[J]. *Water Resources and Power*, 2013, **31**(2):27-29. (in Chinese))
- [9] 焦淑华, 夏冰, 徐海静. BP神经网络预测的 MATLAB 实现[J]. 哈尔滨金融高等专科学校学报, 2009, **97**(6): 55-56. (JIAO Shu-hua, XIA Bin, XU Hai-jing. BP neural network in MATLAB [J]. *Journal of Harbin Senior Finance College*, 2009, **97**(6): 55-56. (in Chinese))
- [10] 陈夫进, 王宝成. 基于 BP神经网络系统的短期电力负荷预测[J]. 河南科学, 2013, **31**(2): 168-171. (CHEN Fu-jin, WANG Bao-cheng. Short-term power load forecasting based on BP neural network system[J]. *Henan Science*, 2013, **31**(2):168-171. (in Chinese))
- [11] 叶世伟. 神经网络原理[M]. 北京:机械工业出版社, 2004. (YE Shi-wei. *Principles of Neural Networks*[M]. Beijing: China Machine Press, 2004. (in Chinese))
- [12] 史峰, 王小川, 郁磊, 李洋. MATLAB神经网络30个案例分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2010: 9-10. (SHI Feng, WANG Xiao-chuan, YU Lei, LI Yang. *30 Cases Study of Neural Network Based on MATLAB*[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2010:9-10. (in Chinese))
- [13] 杨春波. 基于灰色模型与人工神经网络的改进组合预测模型及其应用研究[D]. 山东:山东师范大学, 2009. (YANG Chun-bo. Improved combination forecasting model and its application

- based on grey model and artificial neural network [D]. Shandong: Shandong Normal University, 2009. (in Chinese))
- [14] 杨星, 朱大栋, 何勇, 王蔚. 基于灰色神经网络模型下的船闸货运量预测[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2013, **37**(1):120-123. (YANG Xing, ZHU Da-dong, HE Yong, WANG Wei. Forecast of the lock freight volume based on grey neural network algorithm[J]. *Journal of Wuhan University of Technology(Transportation Science & Engineering)*, 2013, **37**(1): 120-123. (in Chinese))
- [15] Granger C W J, Ramanathan R. Improved methods of combining forecasts [J]. *Journal of Forecasting*, 1984, **3**(2):197-204.
- [16] Kin K L, Yu L, Wang S Y, Huang W. Hybridizing exponential smoothing and neural network for financial time series predication[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2006, **3994**:493-500.
- [17] Bunn D W. Forecasting with more than one model [J]. *Journal of Forecasting*, 1989, **8**(3): 161-166.
- [18] Luo D, Liu S F, Dang Y G. The optimization of grey model GM(1, 1)[J]. *J Engineering Science*, 2003, **5**(8):50-53.
- [19] 杨喜中, 白莉. 非等时距加权灰色预测模型及其在形变预报中的应用[J]. 城市勘测, 1996(1): 20-22. (YANG Xi-zhong, BAI Li. Non-equal interval weighted grey forecast model and its application in deformation forecast[J]. *Urban Geotechnical Investigation & Surveying*, 1996 (1):20-22. (in Chinese))
- [20] 刘辉, 田红旗, 李燕飞. 基于小波分析法与神经网络法的非平稳风速信号短期预测优化算法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2011, **42**(9):2704-2711. (LIU Hui, TIAN Hong-qi, LI Yan-fei. Short-term forecasting optimization algorithm for unsteady wind speed signal based on wavelet analysis method and neural networks method[J]. *Journal of Central South University(Science and Technology)*, 2011, **42**(9):2704-2711. (in Chinese))
- [21] 曲建军, 高亮, 田新宇, 辛涛. 基于灰色理论的轨道几何状态中长期时变参数预测模型的研究[J]. 铁道学报, 2010, **32**(2): 55-59. (QU Jian-jun, GAO Liang, TIAN Xin-yu, XIN Tao. Study on the mid & long term prediction model of track geometry state based on the grey time-varying parameters theory[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2010, **32**(2): 55-59. (in Chinese))
- [22] 何庆飞, 陈桂明, 陈小虎, 姚春江. 基于改进灰色神经网络的液压泵寿命预测[J]. 中国机械工程, 2013, **24**(4):500-506. (HE Qing-fei, CHEN Gui-ming, CHEN Xiao-hu, YAO Chun-jiang. Life prediction of hydraulic pump based on an improved grey neural network[J]. *China Mechanical Engineering*, 2013, **24**(4):500-506. (in Chinese))
- [23] 曾祥艳, 曾玲. 非等间距 GM(1, 1)模型的改进与应用[J]. 数学的实践与认知, 2011, **41**(2): 90-95. (ZENG Xiang-yan, ZENG Ling. Improvement of non-equidistant GM(1, 1) model and its application[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2011, **41**(2):90-95. (in Chinese))
- [24] 雍华, 魏勇, 孔新海. 同时优化背景值和灰导数的新非等间距 GM(1, 1)模型[J]. 数学的实践与认知, 2011, **41**(20):172-178. (YONG Hua, WEI Yong, KONG Xin-hai. One new non-equidistance GM(1, 1) optimized the grey derivative and the background value at the same time [J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2011, **41**(20):172-178. (in Chinese))

- [25] 戴文战, 李俊峰. 非等间距 GM(1, 1) 模型建模研究[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(9):89-93. (DAI Wen-zhan, LI Jun-feng. Modeling research on non-equidistance GM(1, 1) model [J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2005, 25(9):89-93. (in Chinese))

Combination Forecasting Algorithm Based on Non-Equal Interval Weighted Grey Model and Neural Network

HAN Jin, YANG Yue, CHEN Feng, LI Xiong-bin

(School of Traffic and Transportation Engineering, Central South University,
Changsha 410075, P. R. China)

Abstract: The non-equal interval forecasting algorithm plays an important role in trend analysis and forecasting of sequences with different intervals. Based on the traditional grey forecasting theory, a combination forecasting algorithm based on non-equal interval weighted grey model and neural network was proposed. By constructing the non-equal interval weighted grey forecasting model, the average of original data sequence was regarded as the initial value of cumulative sequence, the integral area of continuous accumulation function was used as the background value, and the cumulative sequence was processed by weighting in order to truly reflect the impact of time sequences development to forecasting results. On this basis, BP neural network was introduced to correct the residuals sequence of grey forecasting which further improved the forecasting accuracy. The numerical example indicates that the forecasting accuracy level of the algorithm is 1 and higher than similar algorithms.

Key words: forecasting; non-equal interval; grey model; weighted; neural network; residual modification