

剪切平行板间密集颗粒流的接触力分布及各向异性分析*

孟凡净, 刘焜, 王伟

(合肥工业大学 摩擦学研究所, 合肥 230009)

摘要: 研究了剪切平行板间密集颗粒流的接触力分布规律、接触力网络的各向异性、颗粒摩擦因数对宏观流变特性及细观力链分布的影响等。为了研究以上内容,应用计算机建立了离散元数值分析模型。数值分析结果表明,颗粒之间的接触力分布按幂函数规律变化;接触角分布服从指数函数规律,平均法向接触力随平均接触角任意上下振荡变化;波动速度大小为宏观流变顺畅与否的关键性评价指标,而在细观力链方面,当剪切平行板间颗粒流变不畅时会伴随着超强力链数目显著增加。

关键词: 密集颗粒流; 离散元; 接触力

中图分类号: O373 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.07.006

引言

在密集的颗粒物质系统中,相邻颗粒之间在重力和外载荷作用下相互接触,形成强度迥异的力链^[1]。由于在颗粒系统的力传递和能量耗散中,力链扮演了重要角色,因此关于力链的研究引起了国内外学者的广泛关注^[2]。

在实验方面,Mueth等^[3]应用压痕法研究了密闭容器中颗粒在单轴压缩状态下的接触力分布。Majmudar等^[4]应用光弹实验的方法,研究了二维颗粒系统在各向同性和各向异性压缩条件下的接触力测量方法及分布状况。Wang等^[5]搭建了密集颗粒集合 Taylor-Couette 剪切单元实验平台,并且应用该实验平台进行了力传递的研究。自1979年Cundall等^[6]提出离散单元法之后,应用计算机数值模拟方法进行颗粒力学分析成为了一种有效手段。近年来,国内外学者应用离散单元法开展了一系列的研究工作。毕忠伟等^[7]研究了双轴压缩下颗粒物质剪切带的形成与发展,并且提出了力链结构的2种类型(环状和柱状力链)。Arevalo等^[8]研究了各向同性压缩颗粒集合在阻塞转变过程中力链网络拓扑结构的演变,研究表明在阻塞态下三角形力链的数目与配位数之间呈线性关系。Sazzad等^[9]在三维应力状态下分析了颗粒物质的宏观反映和应力应变特征,并分析了接触力和应力之间的关系。Gu等^[10]详细分析了各向同性和

* 收稿日期: 2013-05-14; 修订日期: 2013-05-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51175136; 51005067)

作者简介: 孟凡净(1981—),男,济南人,讲师,博士生(通讯作者。E-mail: mengfanjing0901@126.com);

刘焜(1963—),男,汉中,教授,博士生导师(E-mail: liukun@hfut.edu.cn)。

各向异性应力压缩状态下法向接触力演变过程中的刚度变化,并分析了演变过程中的配位数的变化等。

针对单轴和双轴压缩颗粒物质模型,国内外学者在接触力测量方法和分布、力传递、能量耗散、力链演变、应力应变关系方面进行了大量的研究工作^[2-10]。以上文献的研究工作都与颗粒间接触力息息相关。在颗粒物质系统中,毗邻颗粒间通过接触力形成非均匀分布的细丝状力链,了解该非均匀分布力链的分布规律及它们的空间相关性是颗粒力学研究的最基本目的,而且对于理解颗粒物质系统的流变规律和力学反映具有非常重要的意义。基于以上原因,国内外学者应用单双轴颗粒物质压缩模型和静态堆积颗粒模型开展了相关研究工作^[4,11],但是应用剪切平行板间密集颗粒流模型来分析接触力分布特点及各向异性特性方面的研究,在科技文献中还未见发表。由于平行板间纯剪切颗粒流动的接触力分布对于研究颗粒物质的宏观反映有非常重要的意义,因此很有必要开展该方面的研究工作。

基于以上原因和目的,作者建立了平均固体体积分数为 0.80 左右的剪切平行板间密集颗粒流的二维离散元物理模型。并应用该模型分析了剪切平行板间颗粒接触力的分布规律,颗粒表面摩擦因数对剪切宏观流变特性及细观力链结构和分布的影响,并进一步分析了接触力网络的各向异性特性。

1 离散元物理模型

图 1 中示出长为 $L = 1.7 \text{ mm}$,宽 $H = 0.85 \text{ mm}$ 的 Hertz-Mindlin 离散元物理模型。模型中的颗粒采用球形颗粒,坐标系采用直角坐标系,所有球形颗粒的中心在同一平面上,且颗粒坐标系平行于系统坐标系。初始时,平均固体体积分数为 0.80 左右。上板由用 CLUMPS 命令连接成板块的 50 个颗粒集合构成,施加 x 向转动约束,允许 y 向的微量移动,以适应平行板间颗粒在剪切膨胀过程中的位移调整,对上板施加恒定的压力载荷 P 。下板为用 Wall 命令形成的线性墙表示,施加恒定的速度 u 。

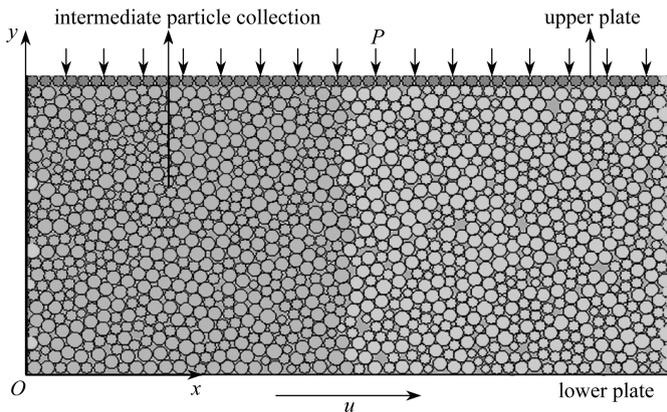


图 1 离散元物理模型

Fig. 1 Discrete element physical model

平行板间的颗粒为由直径范围在 $27 \mu\text{m} \sim 41 \mu\text{m}$ 之间的 1 200 个颗粒集合组成,均布在矩形空间中,在 x 向添加周期性空间,以保证颗粒从 x 一侧流出后在 x 另一侧以相同的位置和速度出现。图 1 中的上板材料为 1Cr18Ni9Ti,颗粒表面摩擦因数为 0,对上板施加的压力载荷为 2.5 MPa;下板材料为 45#钢,表面摩擦因数为 0.5;平行板间的颗粒材料为 SiC,颗粒表面摩擦

因数为 0.25, 所有的颗粒材料和属性都是依据试验测定。

2 离散元数值理论及参数说明

2.1 离散元数值理论

离散单元法的基本思想为初始状态球形颗粒受力平衡, 当条件变化时, 有些颗粒产生加速度和位移, 但颗粒与颗粒之间始终是接触的。根据球形颗粒接触模型的力-位移定律生成新的力系, 则法向力分量 F_i^n 可按式(1)计算

$$F_i^n = K^n U_i^n, \quad (1)$$

式中, K^n 为接触法向刚度, U_i^n 为法向接触位移增量, $i = 1, 2, 3$ 为空间坐标轴的 3 个方向。

接触初始切向力初始化为 0, Δt 后相对切向位移引起的切向力增量为 ΔF_i^s , 新切向力 F_i^s 为旧的切向力 F_i^s 与切向力增量 ΔF_i^s 的和, 按式(2)和(3)计算

$$\Delta F_i^s = -K^s \Delta U_i^s, \quad (2)$$

$$F_i^s \leftarrow F_i^s + \Delta F_i^s, \quad (3)$$

式中, ΔU_i^s 为切向接触位移增量。

2.2 参数说明

用 $F_{ij}^n, F_{ij}^s, F_{ij}$ 表示颗粒 i 在 j 时步时的法向接触力矢量、切向接触力矢量和接触力矢量;

$$\sum_{i=1}^{1200} \sum_{j=1}^N |F_{ij}^n|, \sum_{i=1}^{1200} \sum_{j=1}^N |F_{ij}^s|, \sum_{i=1}^{1200} \sum_{j=1}^N |F_{ij}|$$

表示 1 200 个颗粒在 N 时步内的法向接触力、切向接触力、接触力绝对值的和。则法向接触力、切向接触力、接触力大小的无量纲化表示为

$$\left\{ \begin{aligned} f_1 &= \frac{|F_{ij}^n|}{\sum_{i=1}^{1200} \sum_{j=1}^N |F_{ij}^n| / (1200 \times N)}, \\ f_2 &= \frac{|F_{ij}^s|}{\sum_{i=1}^{1200} \sum_{j=1}^N |F_{ij}^s| / (1200 \times N)}, \\ f_3 &= \frac{|F_{ij}|}{\sum_{i=1}^{1200} \sum_{j=1}^N |F_{ij}| / (1200 \times N)}. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

把 $f_{1\min} \leq f_1 \leq f_{1\max}, f_{2\min} \leq f_2 \leq f_{2\max}, f_{3\min} \leq f_3 \leq f_{3\max}$ 区间从小到大分成 15 个等区间, 统计各个等区间的法向接触力、切向接触力、接触力数目, 得到法向接触力、切向接触力、接触力在各个等区间的分布概率分别为

$$\left\{ \begin{aligned} P(f_1) &= \frac{R_m^n}{1200 \times N} \quad (m = 1, 2, \dots, 15), \\ P(f_2) &= \frac{R_m^s}{1200 \times N} \quad (m = 1, 2, \dots, 15), \\ P(f_3) &= \frac{R_m}{1200 \times N} \quad (m = 1, 2, \dots, 15), \end{aligned} \right. \quad (5)$$

其中, R_m^n, R_m^s, R_m 为法向接触力、切向接触力、接触力在第 m 个等区间的接触力数目。

对于球-球之间的接触如图 2 所示, 单位法线向量 n_i 根据接触平面定义为

$$\mathbf{n}_i = \frac{\mathbf{O}_B - \mathbf{O}_A}{d}, \tag{6}$$

其中, \mathbf{O}_B 和 \mathbf{O}_A 分别为球 A 和球 B 中心点的位置向量, d 为两球中心之间的距离。

根据图 2 定义球-球接触单位法线向量 \mathbf{n}_i 与 x 轴正向之间的夹角为接触角 θ_c 。 θ_c 的变化范围为 $-180^\circ \sim 180^\circ$, 根据此定义方法把 $-180^\circ \sim 180^\circ$ 的接触角区域划分为 19 个统计区间, 在 N 时步内统计各个区间的接触角数目, 并求得各统计区间的接触角分布概率 $P(\theta_c)$ 为

$$P(\theta_c) = \frac{m_K}{1\ 200 \times N} \quad (K = 1, 2, \dots, 19), \tag{7}$$

其中, m_K 为第 K 个统计区间的接触角数目。

用 U_{ij}^x 表示第 i 个颗粒在 j 时步时的 x 向速度, U_{ij}^y 表示该颗粒在 j 时步时的 y 向速度。 根据等高度的原则, 把 y 向区域等分为 10 个区域(每个区域的颗粒数为 120), 则每个区域所有颗粒的 x 向和 y 向平均速度为

$$\langle U_x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{120} \sum_{j=1}^N U_{ij}^x}{120 \times N}, \quad \langle U_y \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{120} \sum_{j=1}^N U_{ij}^y}{120 \times N}. \tag{8}$$

每个区域内所有颗粒的平均速度 $\langle U \rangle$ 为

$$\langle U \rangle = \sqrt{\langle U_x \rangle^2 + \langle U_y \rangle^2}. \tag{9}$$

同样地把 y 向区域等分为 10 个区域(每个区域的颗粒数为 120), 每个区域所有颗粒 x 向速度 U_{ij}^x 和 y 向速度 U_{ij}^y 分别偏离平均速度 $\langle U_x \rangle$ 和 $\langle U_y \rangle$ 的程度用均方差表示如式(10)所示, 并且形象地称该速度的均方差为“波动速度”^[12],

$$\begin{cases} (D(U_{ij}^x))^{1/2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{120} \sum_{j=1}^N (U_{ij}^x - \langle U_x \rangle)^2}{120 \times N}}, \\ (D(U_{ij}^y))^{1/2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{120} \sum_{j=1}^N (U_{ij}^y - \langle U_y \rangle)^2}{120 \times N}}. \end{cases} \tag{10}$$

每个区域内所有颗粒的波动速度 T 为

$$T = \sqrt{D(U_{ij}^x) + D(U_{ij}^y)}. \tag{11}$$

3 结果及讨论

3.1 接触力分布规律

颗粒物质内部的接触网络具有非均匀性, 并通过力链实现静态和动态承载, 虽然颗粒物质内部的力链网络杂乱无序, 但是力链分布却具有明显的规律可寻。 Radjai 等^[13] 在盛满刚性球的密闭容器数值模拟中发现, 颗粒物质内部的无量纲接触力 f_3 分布概率为

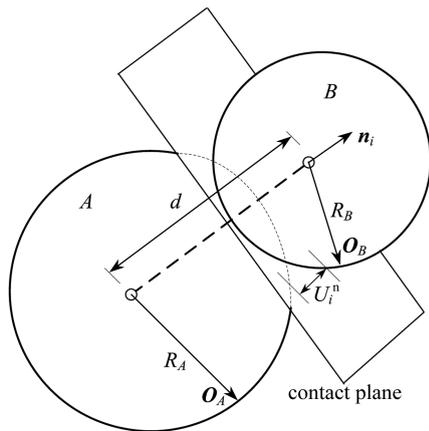


图 2 球-球接触
Fig. 2 Ball-ball contact

$$P(f_3) \propto \begin{cases} f_3^{-\alpha}, & f_3 < 1, \\ e^{-\beta f_3}, & f_3 > 1, \end{cases}$$

其中, $\alpha \approx 0$, 且为正值, $1.0 < \beta < 1.9$, 取决于分析颗粒的摩擦因数、数量和模型的尺寸. Mueth 等^[3]在单轴压缩试验中提出了形如

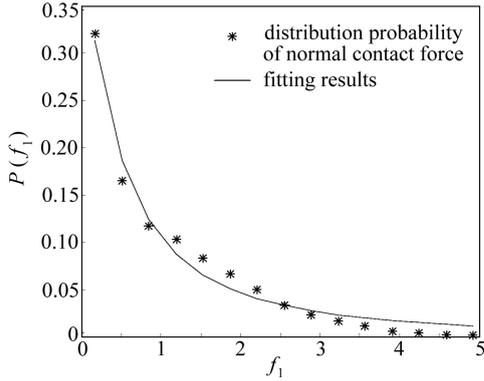
$$P(f_3) = a(1 - be^{-f_3^2})e^{-\beta f_3}$$

指数形式的分布概率, 其中, $a = 3, b = 0.75, \beta = 1.5$, 并且很好的拟合了自身的试验结果. 国内孙其诚等^[11]用离散元方法分析了二维静态堆积颗粒内部的力链分布特性, 提出了指数形式的无量纲接触力 f_3 分布概率为

$$P(f_3) = k f_3^\alpha e^{-\beta f_3}.$$

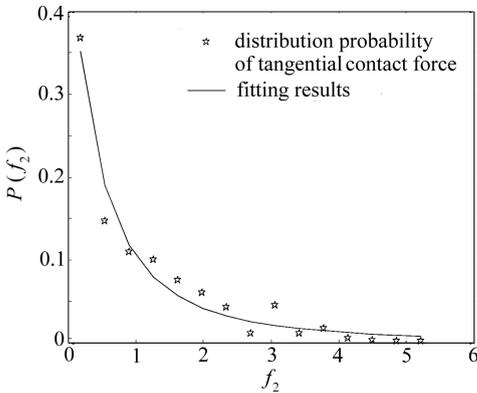
当摩擦因数 μ 从 0 增大到 0.75 时, k 从 1.859 减小到 0.689, α 从 1.590 减小到 0.861, β 从 1.498 减小到 0.794.

颗粒物质内部的接触力在单轴压缩和静态堆积下表现出了不同的概率分布特性, 而颗粒物质内部的接触力在剪切流动中的概率分布也具有自己的特点. 图 3(a) 至图 3(c) 为下板速度为 4.5 m/s, 颗粒摩擦因数 0.25 条件下, 法向接触力、切向接触力、接触力的分布概率. 从图 3(a) 至图 3(c) 可以看出, 法向接触力、切向接触力、接触力分布概率均按式 (12) 所示的幂函数规律变化.



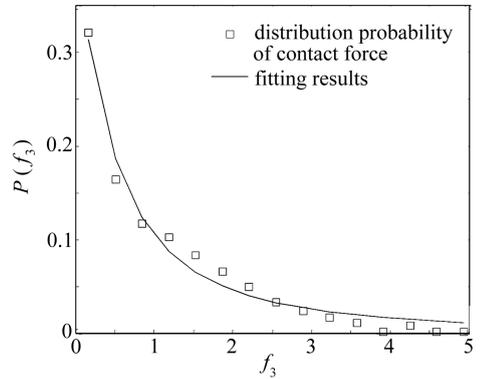
(a) 法向接触力分布概率

(a) Distribution probability of normal contact force



(b) 切向接触力分布概率

(b) Distribution probability of tangential contact force



(c) 接触力分布概率

(c) Distribution probability of contact force

图 3 法向接触力、切向接触力、接触力分布概率

Fig. 3 Distribution probability of normal, tangential contact forces and contact force

$$P(f_i) \propto \begin{cases} a_1(1 + f_1)^{b_1}, & i = 1, \\ a_2(1 + f_2)^{b_2}, & i = 2, \\ a_3(1 + f_3)^{b_3}, & i = 3, \end{cases} \quad (12)$$

法向接触力分布概率 $P(f_1)$ 的拟合系数 $a_1 = 0.431, b_1 = -2.034$; 切向接触力分布概率 $P(f_2)$ 的拟合系数 $a_2 = 0.513, b_2 = -2.294$; 接触力分布概率 $P(f_3)$ 的拟合系数 $a_3 = 0.431, b_3 =$

- 2.037.

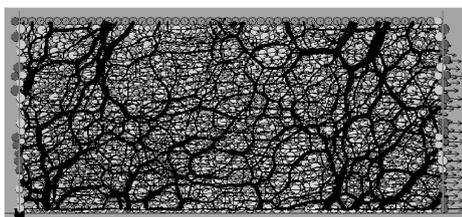
接触力分布概率 $P(f_3)$ 的拟合系数与法向接触力分布概率 $P(f_1)$ 的拟合系数非常接近,而与切向接触力分布概率 $P(f_2)$ 的拟合系数相差较大.通过计算得出法向接触力的平均值大约为切向接触力平均值的 10 倍左右.因此进一步的验证了文献[14]中提出的法向接触力在剪切流变及接触承载过程中的主导作用的正确性.

3.2 颗粒表面摩擦因数的影响

颗粒物质的研究涉及到多个物理层次的特性及其关联机制,是多尺度力学问题,微观尺度研究的关键是单颗粒接触力学,决定于颗粒材料的内禀性能参数,目前理论已比较成熟;细观尺度研究的重点是颗粒内禀性能参数和外控参数影响的力链演变规律及定量和定性化描述,决定于微观接触力构成的力链;宏观尺度研究的重点为静态性质、应力应变关系、运动规律等,决定于宏观摩擦响应和弹性、流变关系等宏观规律^[11].一般而言,颗粒表面的摩擦因数直接影响宏观流变特性及细观力链结构及分布等.

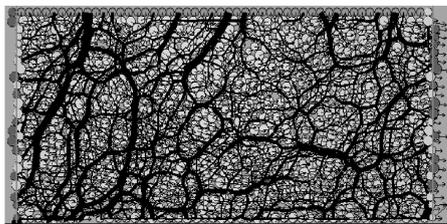
图 4(a)至图 4(c)为下板速度 4.5 m/s,颗粒表面摩擦因数 μ 从 0.25 ~ 0.5 变化时的宏观流变图形,图中深黑色的网状结构为颗粒之间接触力形成的力链,颗粒在下板的带动下自左向右流动.由图 4(a)至图 4(c)可以明显地看出,当颗粒表面摩擦因数增大时,间隙间颗粒的流动速度呈现逐渐减小的趋势,且当颗粒表面摩擦因数为 0.5 时,靠近上板的颗粒层区域几乎不发生颗粒流动.

图 5(a)和图 5(b)为根据图 4(a)至图 4(c)



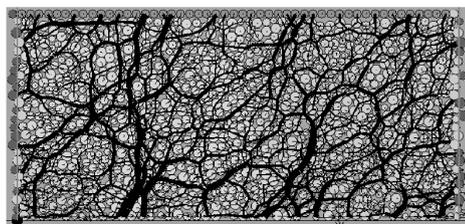
(a) 颗粒摩擦因数 μ 为 0.25

(a) Granular friction factor $\mu = 0.25$



(b) 颗粒摩擦因数 μ 为 0.3

(b) Granular friction factor $\mu = 0.3$



(c) 颗粒摩擦因数 μ 为 0.5

(c) Granular friction factor $\mu = 0.5$

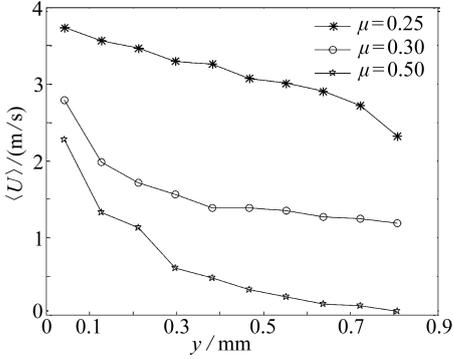
图 4 颗粒摩擦因数 μ 变化时的宏观流变图形

Fig. 4 Macro rheological figure of changing granular friction factor μ

颗粒表面摩擦因数 μ 从 0.25 ~ 0.5 变化时的宏观流变图形统计得到的平均速度 $\langle U \rangle$ 和波动速度 T 沿间隙 y 向的变化规律.平均速度 $\langle U \rangle$ 和波动速度 T 分别根据式(9)和(11)计算得到. Lu 等^[12]的研究认为:当剪切平行板间颗粒流动顺畅的情况下,颗粒平均速度 $\langle U \rangle$ 和波动速度 T 沿间隙 y 向自下而上呈现明显的反比关系,如果不满足该反比关系颗粒的流动将会变缓.

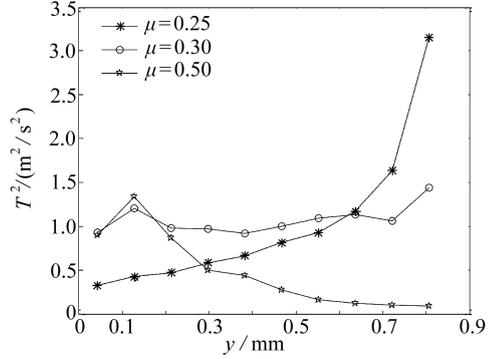
如图 5(a)和图 5(b)所示,当颗粒表面的摩擦因数为 0.25 时,颗粒的平均速度沿间隙 y 向自下而上逐渐减小,波动速度则逐渐增大,平均速度和波动速度的变化满足反比关系,故间隙间颗粒的流动性如图 4(a)所示流动顺畅;当颗粒表面摩擦因数增大为 0.3 时,平均速度沿间隙 y 向自下而上逐渐减小,平均速度较图 4(a)时变小,波动速度则呈现震荡变化,平均速度和波动速度的变化不满足反比关系,间隙间的颗粒如图 4(b)所示流动变缓;当颗粒表面摩擦因

数为 0.5 时,平均速度和波动速度沿间隙 y 向自下而上均逐渐减小,平均速度和波动速度的变化为成正比关系,故间隙间颗粒明显呈现如图 4(c) 所示的流动不畅现象,且越靠近上板流动性越差. 总之,从以上的分析可以得出,波动速度为剪切平行板间颗粒宏观流变顺畅与否的“能量源泉”. 靠近上板颗粒层区域的波动速度足够大时,则能保颗粒宏观流变的顺畅;当靠近上板的颗粒层区域的波动速度非常小时,则会发生明显的流动不畅现象.



(a) 平均速度

(a) Average velocities



(b) 波动速度

(b) Fluctuation velocities

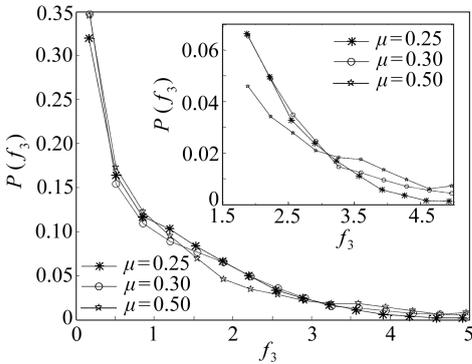
图 5 平均速度、波动速度沿 y 向变化图Fig. 5 Average velocities and fluctuation velocities changed in y direction

图 6 颗粒摩擦因数对接触力分布的影响

Fig. 6 Influence of granular friction factor on contact force distribution

图 6 为下板速度 4.5 m/s, 颗粒表面摩擦因数从 0.25 ~ 0.5 变化时细观接触力分布概率 $P(f_3)$ 随无量纲接触力 f_3 的变化图形. 从图 6 中可以看出, 当颗粒表面摩擦因数增大时, 接触力分布概率 $P(f_3)$ 仍然按式 (12) 所示的幂函数规律变化. 无量纲接触力 $f_3 \leq f_{3\max}/3$ 时的接触力链占总接触力链的 70% 左右, 且相对均匀的散布于颗粒系统之间, 称之为弱力链; $f_{3\max}/3 < f_3 \leq 2f_{3\max}/3$ 的接触力链占总接触力链的 25% 左右, 在颗粒系统之间的分布亦相对均匀, 称之为强力链; 而 $f_3 > 2f_{3\max}/3$ 的接触力链仅仅占总接触力链的 5% 左右, 且在颗粒系统之间的位置分布非常的不均匀, 称之为超强力链. 当颗粒表面摩擦因数增大时, 弱

力链和强力链的分布概率 $P(f_3)$ 随摩擦因数的变化具有不确定性, 而数目最少的超强力链的分布概率 $P(f_3)$ 随摩擦因数的增大呈现明显的增大趋势. 总之, 从以上的分析可以得出: 当颗粒表面摩擦因数增大时, 颗粒系统的流动变缓 (图 4(b)) 或发生局部阻塞 (图 4(c)), 且伴随着超强力链数目明显增多 (图 6), 这说明在整体剪切流变过程中, 超强力链起主导作用, 控制颗粒系统的流动速度和波动速度, 而弱力链和强力链起辅助作用.

3.3 接触力网络的各向异性分析

颗粒个体之间是相互离散的, 颗粒系统在剪切诱导下的宏观流变和强度特性主要取决于颗粒个体的空间分布及接触力, 且颗粒系统的细观接触力网络表现出两个方面的各向异性. 一是单纯的几何结构, 表现为接触力网络的几何形状; 而另一个方面则是力学结构, 体现为力链

网络结构的各向异性以及对颗粒系统应力分布的影响^[4,14]。

图7为根据式(7)在较长的时间步长 N 内统计得到的接触角 θ_c 分布图,分析时下板的速度恒定为 4.5 m/s ,颗粒表面摩擦因数为 0.25 。从图7可以看出接触力链网络几何形状(接触角 θ_c 分布)表现出强烈的各向异性。

从图7中可以看出,接触力链网络的接触角 θ_c 分布服从形如

$$P(\theta_c) = a + e^{(b+cx+dx^2)} \tag{13}$$

形式的指数分布, $a = 0.0180, b = -3.54906, c = 0.14266, d = -0.00246$ 。该拟合函数较好地拟合了 $-55^\circ \sim 55^\circ$ 范围内接触角分布,且 $-55^\circ \sim 55^\circ$ 范围内的接触角占总接触角的分量比达到了 85% 以上,因此用该形式的拟合函数来进行接触角的分布概率分析是可行的。图7所示的接触角分布表现出了强烈的各向异性分布特性,约 65% 的接触角分布在 $0^\circ \sim 55^\circ$ 范围内, 20% 左右的接触角出现在与 $0^\circ \sim 55^\circ$ 对称的区域内,而仅有少量的接触角散布在其余的接触角领域。

为了分析接触力链网络力学结构的各向异性,提出了以下分析方法。统计求解 1200 个颗粒在 N 时步内的接触角 θ_c 和对应的法向接触力 F_{ij}^n ,分别得到 $1200 \times N$ 个离散数据,把 $1200 \times N$ 个接触角 θ_c 离散数据按照从小到大排列后分成 24 个区间,求解得到各区间接触角 θ_c 的平均值为平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$,与此同时求解得到与接触角 θ_c 对应的法向接触力 F_{ij}^n 的平均值为平均法向接触力 $\langle F_{ij}^n \rangle$ 。以平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 为横坐标,以平均法向接触力 $\langle F_{ij}^n \rangle$ 为纵坐标绘制图形如图8所示。分析时下板的速度恒定为 4.5 m/s ,颗粒表面摩擦因数为 0.25 。

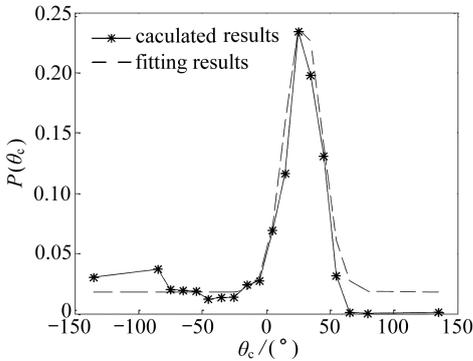


图7 接触角 θ_c 分布概率

Fig. 7 Distribution probability of contact angle θ_c

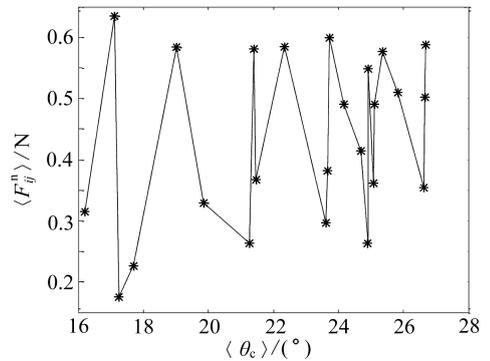


图8 平均法向接触力 $\langle F_{ij}^n \rangle$ 角变化规律

Fig. 8 Angular variation of average normal contact force $\langle F_{ij}^n \rangle$

图8从平均法向接触力 $\langle F_{ij}^n \rangle$ 角变化的角度衡量了接触力链网络力学结构的各向异性。从图8中可以看出,平均法向接触力 $\langle F_{ij}^n \rangle$ 围绕着平均值 0.41 N 呈上下任意振荡变化,平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 的变化范围在 $16.21^\circ \sim 26.70^\circ$ 之间。这一点与 Majmudar 等^[4]通过各向同性压缩实验得到的结果比较类似,但也有区别。主要区别在于 Majmudar 等^[4]通过实验得到的平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 的范围在 $0.1^\circ \sim 6.2^\circ$ 之间,较图8所示的平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 要小。原因是由于平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 的大小和范围与颗粒物质系统在流变过程中形成的细丝状力链的偏向和不均匀度(力链在二维平面中的分散程度)密切相关。当整体力链偏向 x 轴时,平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 较小,整体力链偏向 y 轴时,平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 较大;若整体力链的不均匀度较大时,平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 的变化范围较宽,反之则较窄。Majmudar 等^[4]各向同性压缩颗粒实验模型和本文的剪切平行板密

集颗粒流模型为两种不同的物理模型,则必然会形成不同的力链构型.由于 Majmudar 等^[4]实验模型的整体力链偏向 x 轴,整体力链的不均匀度较小,则平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 较小且范围窄;本文中的剪切模型整体力链偏向 y 轴且不均匀度较大,则平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 较大且范围宽.

4 结 论

1) 应用 PFC2D 离散元软件建立了剪切平行板间密集颗粒流的物理模型,介绍了离散单元法求解法向和切向接触力的数值理论,并对分析参数进行了说明.

2) 利用建立的离散元物理模型,首先分析了法向接触力、切向接触力、接触力的分布规律.分析结果表明:法向接触力、切向接触力、接触力均按式(12)所示的幂函数规律变化,法向接触力在剪切流变及接触承载过程中起主导作用.

3) 其次,分析了颗粒表面摩擦因数对剪切宏观流变特性及细观力链结构及分布的影响.分析结果表明:波动速度为剪切平行板间颗粒宏观流变顺畅与否的“能量源泉”;在剪切流变过程中,超强力链起主导作用,控制颗粒系统的流动速度和波动速度,而弱力链和强力链起辅助作用.

4) 最后,从接触力网络几何结构和力学结构两方面研究了接触力网络的各向异性特性.研究结果表明:接触力网络的接触角 θ_c 服从形如式(13)所示的指数规律变化;平均法向接触力 $\langle F_{ij}^n \rangle$ 随平均接触角 $\langle \theta_c \rangle$ 振荡变化.

参考文献(References):

- [1] 孙其诚,王光谦. 颗粒物质力学导论[M]. 北京:科学出版社,2009. (SUN Qi-cheng, WANG Guang-qian. *Granular Matter Mechanical Introduction* [M]. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese))
- [2] Tordesillas A, Walker D M, Lin Q. Force cycles and force chains[J]. *Physical Review E*, 2010, **81**(1): 1-10.
- [3] Mueth D M, Jaeger H M, Nagel S R. Force distribution in a granular medium[J]. *Physical Review E*, 1998, **57**(3): 3164-3169.
- [4] Majmudar T S, Behringer R P. Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials[J]. *Nature*, 2005, **435**(23): 1079-1082.
- [5] Wang W, Liu X J, Liu K. Experimental research on force transmission of dense granular assembly under shearing in Taylor-Couette geometry[J]. *Tribol Lett*, 2012, **48**(2): 229-236.
- [6] Cundall P A, Strack A. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. *Geotechnique*, 1979, **29**(1): 47-65.
- [7] 毕忠伟,孙其诚,刘建国,金峰,张楚汉. 双轴压缩下颗粒物质剪切带的形成与发展[J]. 物理学报, 2011, **60**(3): 1-10. (BI Zhong-wei, SUN Qi-cheng, LIU Jian-guo, JIN Feng, ZHANG Chu-han. Development of shear band in a granular material in biaxial tests[J]. *Acta Phys Sin*, 2011, **60**(3): 1-10. (in Chinese))
- [8] Arevalo R, Zuriguel I, Maza D. Topology of the force network in the jamming transition of an isotropically compressed granular packing[J]. *Physical Review E*, 2010, **81**(4): 1-7.
- [9] Sazzad M M, Suzuki K, Razavi A M F A. Macro-micro responses of granular materials under different b values using DEM[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2012, **5**(7): 220-228.
- [10] Gu X Q, Yang J, Huang M. DEM simulations of small strain stiffness of granular soils: effect

- of stress ratio[J]. *Granular Matter*, 2013, **22**(3): 22-32.
- [11] 孙其诚, 王光谦. 静态堆积颗粒中的力链分布[J]. 物理学报, 2008, **57**(8): 4667-4674. (SUN Qi-cheng, WANG Guang-qian. Force distribution in static granular matter in two dimensions [J]. *Acta Phys Sin*, 2008, **57**(8): 4667-4674. (in Chinese))
- [12] Lu L S, Hsiao S S. DEM simulation of particle mixing in a sheared granular flow[J]. *Partic-uology*, 2008, **6**(6): 445-454.
- [13] Radjai F, Michel J, Moreau J J, Roux S. Force distributions in dense two-dimensional granu-lar systems[J]. *Physical Review Letters*, 1996, **77**(2): 274-277.
- [14] 孙其诚, 程晓辉, 季顺迎, 金峰. 岩土类颗粒物质宏-细观力学研究进展[J]. 力学进展, 2011, **41**(3): 351-369. (SUN Qi-cheng, CHENG Xiao-hui, JI Shun-ying, JIN Feng. The macro-mi-cro mechanical research progress of geotechnical class granular matter[J]. *Advances in Me-chanics*, 2011, **41**(3): 351-369. (in Chinese))

Contact Force Distribution and Anisotropic Analysis in Dense Granular Flow Between the Shearing Parallel Plates

MENG Fan-jing, LIU kun, WANG wei

(*Institute of Tribology, Hefei University of Technology, Hefei 230009, P. R. China*)

Abstract: The probability distribution of contact force, anisotropy of contact force network, the friction influence on macro rheological and micro force chain distribution in dense granular flow between shearing parallel plates were discussed. A discrete element numerical analysis model was established for study. The numerical analysis results show that the probability distribution of contact force conforms to power law; the contact angle complies with exponent law and the average normal contact force oscillates up and down randomly with the average contact angle change; the magnitude of wave velocity is a key evaluation index for macro rheology smoothness, and in micro force chain aspect, super force chain number increases notably when the granular flow is not smooth between the shearing parallel plates.

Key words: dense granular flow; discrete element; contact force