

浅水亚临界航速舰船水压场计算方法研究^{*}

邓 辉, 张志宏, 刘巨斌, 顾建农

(海军工程大学 理学院, 武汉 430033)

摘要: 基于浅水波动势流理论和薄船假定,建立了浅水亚临界航速舰船水压场理论数学模型.采用有限差分方法,对浅水亚临界航速舰船水压场分布特征进行了数值计算.分析了航道岸壁、Froude 数、色散效应对舰船水压场的影响,利用虚拟长度法改善了计算结果.通过与源汇分布法、Fourier 积分变换法以及实验结果进行比对,验证了所建立的舰船水压场数学模型和计算方法的正确性.

关键词: 浅水; 亚临界; 舰船水压场; 有限差分法; 源汇分布法; Fourier 积分变换法

中图分类号: U661.1; O352 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.08.008

引 言

舰船水压场是指航行舰船在水中引起的压力变化,它是航行舰船自身难以消除的物理特性,与船型、航速、水深及岸壁等多种因素密切相关.通过检测舰船水压场信号特征可以发现和识别舰船目标,多年来一直受到国内外学者的重视. Tuck(1966)^[1] 基于渐近匹配展开法,得到了浅水薄船水压场的一个近似解; Müller(1985)^[2] 利用有限水深兴波源势方法,通过在船舶纵向剖面上布置源汇,提出了薄船、线性自由表面条件下的舰船水压场计算公式; Sahin 和 Hyman, Nguyen 等^[3-6] 采用有限水深 Green 函数方法,系统开展了潜艇、水面舰艇和气垫船水压场的理论建模和数值计算工作; 张志宏(2002)等^[7-8] 采用 Fourier 积分变换法,得出了浅水开阔海域舰船水压场的解析解,并进行了实验研究; 黎昆等(2011)^[9]、缪涛等(2012)^[10] 利用面元法计算了舰船在水底引起的压力分布.

本文基于所建立的浅水舰船水压场理论模型,利用有限差分法对低亚临界和高亚临界航速舰船,在开阔海域和有限宽度航道航行时引起的水压场分别进行了数值计算,并与源汇分布法、Fourier 积分变换法以及船模实验结果进行了比对,验证了计算方法的正确性和可靠性,进一步可拓展用于浅水高速舰船水压场的数值模拟工作.

* 收稿日期: 2012-12-29; 修订日期: 2013-05-31

基金项目: 国防预研基金资助项目(513030203)

作者简介: 邓辉(1984—),女,江西人,讲师,硕士(通讯作者. E-mail: denghui8411@163.com);
张志宏(1964—),男,教授,博士生导师.

1 理论模型

1.1 控制方程

假设流体为理想不可压流体,运动无旋.取动坐标系固结于船体,坐标原点位于船体水线中心, z 轴垂直向上, x 轴指向舰船运动方向.设船速恒为 V ,水深恒为 h ,自由表面波高为 ζ .运动舰船引起的流场扰动速度势 ϕ 应满足以下方程:

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0, \quad \text{在 } -h < z < \zeta \text{ 内,} \quad (1)$$

$$\zeta_t + (\phi_x - V)\zeta_x + \phi_y \zeta_y - \phi_z = 0, \quad \text{在水面 } z = \zeta \text{ 上,} \quad (2)$$

$$\phi_t - V\phi_x + \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) + g\zeta = 0, \quad \text{在水面 } z = \zeta \text{ 上,} \quad (3)$$

$$\phi_z = 0, \quad \text{在水底 } z = -h \text{ 上.} \quad (4)$$

令沿深度平均的速度势

$$\Phi = \frac{1}{\zeta + h} \int_{-h}^{\zeta} \phi dz, \quad (5)$$

从方程(1) ~ (4)出发,通过无因次化处理,并利用浅水特点,将速度势沿水深方向作 Taylor 级数展开,同时保留非线性和色散效应的作用,得到定常状态下满足 Laplace 方程、自由表面条件和水底边界条件的浅水控制方程为

$$(1 - F_h^2)\Phi_{xx} + \Phi_{yy} + 3\varepsilon F_h \Phi_x \Phi_{xx} + \mu^2 \frac{F_h^2}{3} \Phi_{xxxx} = 0, \quad (6)$$

式中, $F_h = V/\sqrt{gh}$ 为 Froude 数,小参数 $\mu = h/L$, $\varepsilon = A/h$, 分别反映色散效应和非线性效应,其中 L 为船长, A 为波幅.

如忽略式(6)中左端第 3 项(非线性项),并返回到有因次的变量,式(6)简化为计及色散效应的高亚临界航速浅水控制方程:

$$(1 - F_h^2)\Phi_{xx} + \Phi_{yy} + \frac{F_h^2 h^2}{3} \Phi_{xxxx} = 0. \quad (7)$$

如忽略式(6)中左端第 3 项(非线性项)和第 4 项(色散项),并返回到有因次的变量,式(6)简化为低亚临界航速浅水控制方程:

$$(1 - F_h^2)\Phi_{xx} + \Phi_{yy} = 0. \quad (8)$$

1.2 船体边界条件

计算采用 Wigley 数学船型,船体表面方程为

$$y(x, z) = b \left[1 - \left(\frac{x}{L/2} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{z}{d} \right)^2 \right], \quad (9)$$

式中 $|x| \leq L/2$, $-d \leq z \leq 0$, b 为船半宽, d 为吃水深度.

采用薄船边界条件为

$$\Phi_y = \mp \frac{VS_x(x)}{2h}, \quad \text{当 } |x| \leq L/2, \quad (10)$$

式中

$$S(x) = \frac{4bd}{3} \left[1 - \left(\frac{x}{L/2} \right)^2 \right]$$

为 Wigley 数学船型水下横截面分布.

1.3 岸壁边界条件

当舰船在开阔海域航行时,岸壁边界条件为

$$\Phi = 0, \quad \text{在无穷远 } y \rightarrow \infty \text{ 处.} \quad (11)$$

当舰船在有限宽度航道中心线上航行时,岸壁边界条件为

$$\Phi_y = 0, \quad \text{在岸壁 } y = \pm w/2 \text{ 上,} \quad (12)$$

式中 w 为航道宽度.

2 计算方法

2.1 低亚临界航速

2.1.1 源汇分布法

1) 开阔海域

低亚临界航速舰船在浅水、开阔海域航行时,速度势 Φ 应满足控制方程式(8)、船体边界条件式(10)以及岸壁边界条件式(11).通过源汇分布可求得速度势,并根据 Lagrange 积分求得压力系数为

$$C_p = -\frac{1}{\pi\beta h} \int_{-L/2}^{L/2} S'(\xi) \frac{x - \xi}{(x - \xi)^2 + (\beta y)^2} d\xi, \quad (13)$$

式中

$$\beta = \sqrt{1 - F_h^2}, \quad S'(\xi) = -\frac{8}{3} bd \frac{\xi}{(L/2)^2}.$$

2) 有限宽度航道

低亚临界航速舰船在浅水、有限宽度航道中航行时,速度势 Φ 应满足控制方程式(8)、船体边界条件式(10)和岸壁边界条件式(12).采用源汇分布和镜像方法,并根据 Lagrange 积分求得压力系数为

$$C_p = -\frac{1}{2u\beta^2 h} \int_{-L/2}^{L/2} S'(\xi) \left[\frac{x_1^4 - 1}{(x_1^2 y_1 - 1)^2 + x_1^4 y_2^2} + \frac{x_1^4 - 1}{(x_1^2 y_1 + 1)^2 + x_1^4 y_2^2} \right] d\xi, \quad (14)$$

式中

$$x_1 = e^{\pi(x-\xi)/(2u\beta)}, \quad y_1 = \cos(\pi y/w), \quad y_2 = \sin(\pi y/w).$$

2.1.2 有限差分法

无论是开阔海域还是有限宽度航道,均可将船体周围流场划分成等倍数正交矩形网格,沿 x 方向用 i 标记,网格间距为 Δx ;沿 y 方向用 j 标记,网格间距为 Δy .采用三点单侧差分 and 三点中心差分,分别对边界条件和控制方程式(8)进行离散.

控制方程离散得

$$A\Phi_{i-1,j} + B\Phi_{i,j} + C\Phi_{i+1,j} = R_i, \quad (15)$$

式中

$$A = (1 - F_h^2)\Delta y^2, \quad B = -2(1 - F_h^2)\Delta y^2 - 2\Delta x^2,$$

$$C = (1 - F_h^2)\Delta y^2, \quad R_i = -\Delta x^2(\Phi_{i,j-1} + \Phi_{i,j+1}).$$

三对角矩阵用追赶法求解,可得离散点 (i, j) 处的速度势,进而得到压力系数为

$$C_p = \frac{2}{V} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_{i,j} = \frac{2}{V} \frac{(\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i,j})}{\Delta x} \tag{16}$$

2.2 高亚临界航速

2.2.1 Fourier 积分变换法

高亚临界航速舰船在浅水、开阔海域航行时,采用 Fourier 积分变换法求解由控制方程式(7)、船体边界条件式(10)以及岸壁边界条件式(11)组成的数学问题.得压力系数的计算公式为

$$C_p = -\frac{8S_{\max}}{\pi h^2} \left[\int_{-\sqrt{\beta}BL/(hF_h)}^{\infty} f_1(k) dk - \int_0^{\sqrt{\beta}BL/(hF_h)} f_2(k) dk \right], \tag{17}$$

式中

$$f_1(k) = \frac{\left[\frac{1}{k} \cos\left(\frac{k}{2}\right) - \frac{2}{k^2} \sin\left(\frac{k}{2}\right) \right]}{\sqrt{-\beta^2 L^2/h^2 + F_h^2 k^2/3}} \sin \left[k \left(\frac{x}{L} + \frac{hy}{L^2} \sqrt{-\beta^2 L^2/h^2 + F_h^2 k^2/3} \right) \right],$$

$$f_2(k) = \frac{k \left[\frac{1}{k} \cos\left(\frac{k}{2}\right) - \frac{2}{k^2} \sin\left(\frac{k}{2}\right) \right]}{|k| \sqrt{\beta^2 L^2/h^2 - F_h^2 k^2/3}} \cos \left(k \frac{x}{L} \right) e^{-(hy/L^2) |k| \sqrt{\beta^2 L^2/h^2 - F_h^2 k^2/3}},$$

式中 S_{\max} 为船体水下最大横截面面积.

2.2.2 有限差分法

高亚临界航速舰船在浅水、开阔海域或有限宽度航道航行时,仍采用正交矩形网格,并采用差分法对控制方程式(7)进行离散,其中色散效应项为四阶导数,采用从上游至下游的五点偏心差分格式,即

$$\left(\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} \right)_{i,j} = \frac{\Phi_{i+1,j} - 4\Phi_{i,j} + 6\Phi_{i-1,j} - 4\Phi_{i-2,j} + \Phi_{i-3,j}}{(\Delta x)^4} \tag{18}$$

控制方程离散得

$$A\Phi_{i-3,j} + B\Phi_{i-2,j} + C\Phi_{i-1,j} + D\Phi_{i,j} + E\Phi_{i+1,j} = R_i, \tag{19}$$

式中

$$A = \frac{F_h^2 h^2}{3} \Delta y^2, \quad B = -\frac{4F_h^2 h^2}{3} \Delta y^2, \quad C = (1 - F_h^2) \Delta x^2 \Delta y^2 + 2F_h^2 h^2 \Delta y^2,$$

$$D = -2(1 - F_h^2) \Delta x^2 \Delta y^2 - 2\Delta x^4 - \frac{4F_h^2 h^2}{3} \Delta y^2,$$

$$E = \frac{F_h^2 h^2}{3} \Delta y^2 + (1 - F_h^2) \Delta x^2 \Delta y^2, \quad R_i = -\Delta x^4 (\Phi_{i,j-1} + \Phi_{i,j+1}).$$

采用五对角线性方程组解法,可计算得到离散点 (i, j) 处扰动速度势和压力系数.

3 结果验证与分析

计算所采用的 Wigley 数学船型与实验船模具有相同的主尺度,无因次水线长为 1、船宽为 0.197 9、吃水为 0.052 08.

3.1 源汇分布法与有限差分法计算结果比较

舰船以低亚临界航速航行时,由于未计及色散效应,则在船艏和船艉附近出现正压峰值,

在船艏下方出现负压峰值,负压区呈现较为对称的“V”型分布,如图 1 所示。结果表明,应用源汇分布法和有限差分法计算得到的低压临界航速舰船水压场纵向通过特性曲线吻合良好。

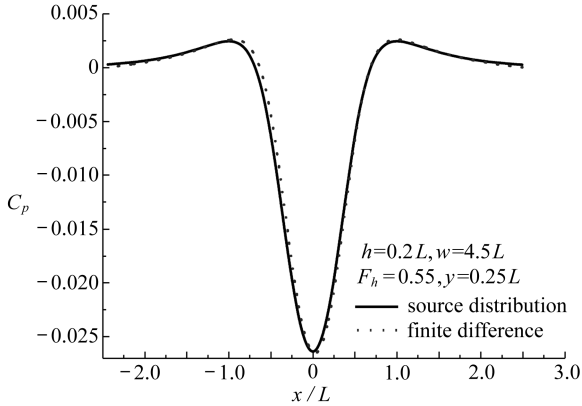
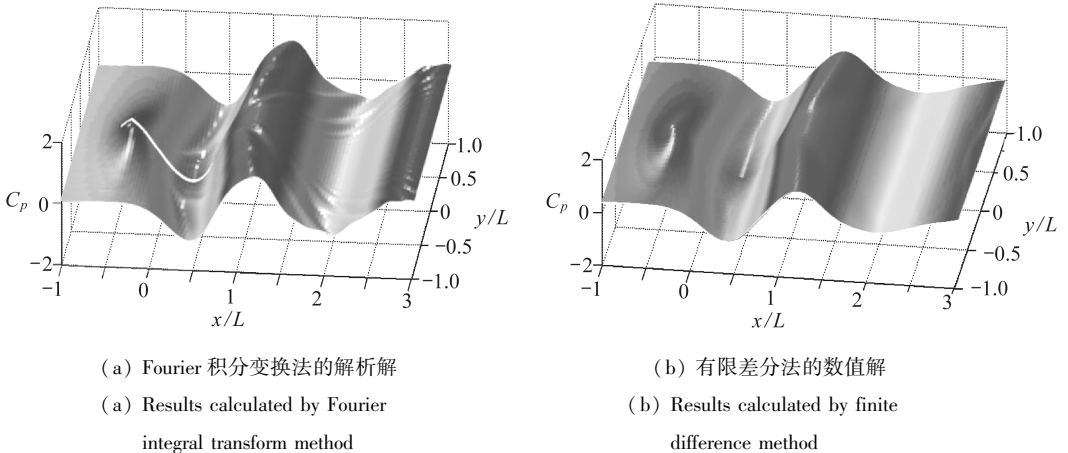


图 1 低压临界航速舰船水压场纵向通过特性曲线

Fig. 1 Longitudinal curves of pressure field caused by the ship moving at low subcritical speed

3.2 Fourier 积分变换法与有限差分法计算结果比较

在 $h = 0.1L, F_h = 0.98$ 时,采用 Fourier 积分变换法和有限差分法计算得到的开阔海域舰船水压场如图 2(a) 和图 2(b) 所示。结果对比表明,两种方法计算得到的压力系数三维分布特征一致,峰谷对应位置相同,验证了所采用的数值计算方法的正确性。尽管 Fourier 积分变换法计算的分布结果更加精细,但由于该方法对有限宽度航道及非线性等问题求解困难,故采用有限差分法具有更强的适用性。



(a) Fourier 积分变换法的解析解

(a) Results calculated by Fourier
integral transform method

(b) 有限差分法的数值解

(b) Results calculated by finite
difference method

图 2 开阔海域下的舰船水压场空间分布 ($h = 0.1L, F_h = 0.98$)

Fig. 2 Three dimensional distribution of ship hydrodynamic pressure field in open water ($h = 0.1L, F_h = 0.98$)

3.3 岸壁对舰船水压场的影响

采用有限差分法计算得到不同水深、不同航道宽度下航行舰船引起的水压场负压系数峰值 $C_{p_{\min}}$ 随 Froude 数 F_h 的变化规律,如图 3(a)、(b) 所示。结果表明,航行舰船在开阔海域引起的水压场负压系数峰值 $|C_{p_{\min}}|$ 均小于有限宽度航道情况;在低亚临界航速时,舰船在航道宽度 $w = 4.5L$ 和 $w = 2L$ 时产生的负压系数峰值 $C_{p_{\min}}$ 相近且随 F_h 变化的规律一致;而当舰船以高

亚临界航速航行时,负压系数峰值 $|C_{p_{\min}}|$ 急剧增大,在 $w = 2L$ 时引起的水压场负压系数峰值 $C_{p_{\min}}$ 随 F_h 数的变化比 $w = 4.5L$ 时更加剧烈,可见舰船以低压临界航速航行时,岸壁对舰船水压场的影响较小,而当舰船以高亚临界航速航行时,岸壁对舰船水压场的影响突显,航道越窄,对舰船水压场的影响越大,计算时必须考虑航道岸壁的影响。

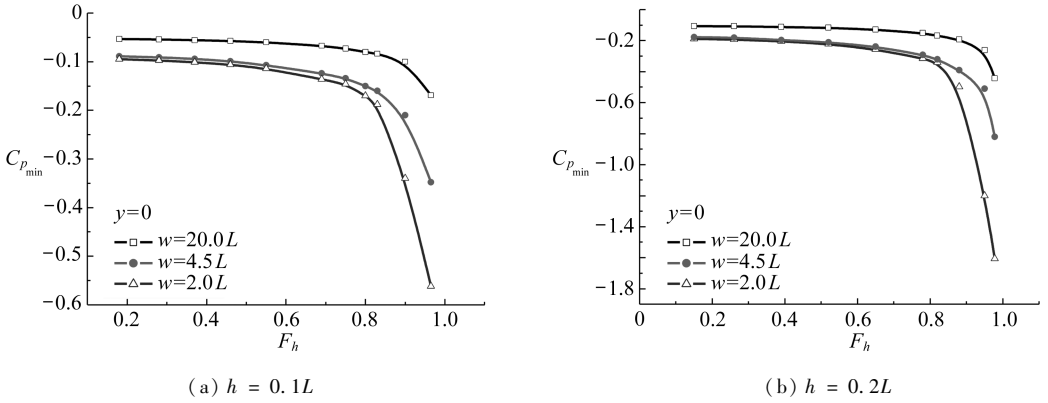


图3 负压系数峰值 $C_{p_{\min}}$ 随 Froude 数 F_h 的变化规律

Fig.3 Peak of negative pressure coefficient $C_{p_{\min}}$ vs. Froude number F_h

3.4 色散效应对舰船水压场的影响

在高亚临界航速下,采用有限差分法求解考虑色散效应的数学模型(7),计算得到的负压系数峰值 $C_{p_{\min}}$ 随 F_h 的变化规律与实验结果一致,优于采用未考虑色散效应的数学模型(8)得出的计算结果,如图4所示。可见在舰船以低压临界航速航行时,色散效应对水压场影响不大,而当舰船以高亚临界航速航行时,由于舰船兴波增大,因而需要考虑色散效应的影响。

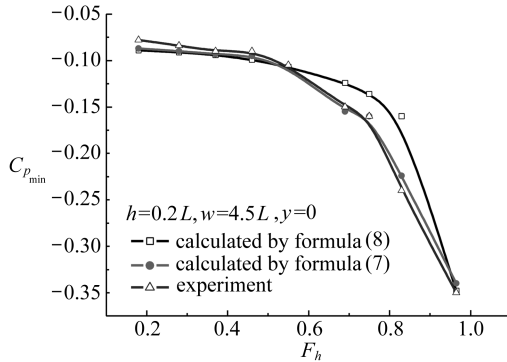
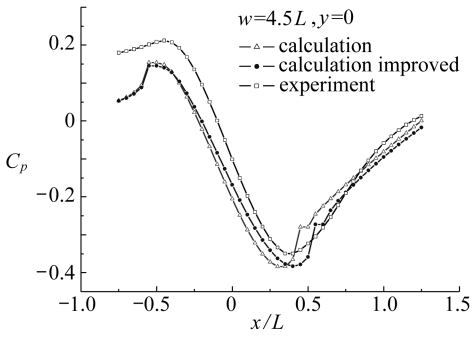


图4 负压系数峰值 $C_{p_{\min}}$ 随 Froude 数 F_h 的变化曲线(受色散效应的影响)

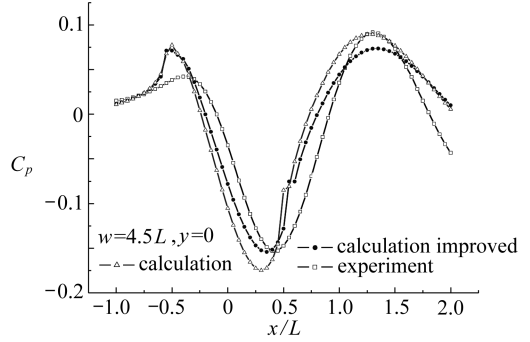
Fig.4 Influence of dispersion effect on the peak of negative pressure coefficient $C_{p_{\min}}$ vs. Froude number F_h

3.5 数学船型对数值计算结果的影响

文中计算所采用的 Wigley 数学船型虽主尺度与实验船模一样,但其尾部形状与实验船模的方艉仍有一定差异。因此,这里对 Wigley 数学船型稍作改进,使其船头位置保持不变,在船尾部增加相对于实验船模尾部长度影响的虚拟长度。可以看出,采用有限差分法和改进的数学船型,计算得到的负压系数峰值大小及其后移位置可以更加接近实际,如图5(a)、(b)所示。



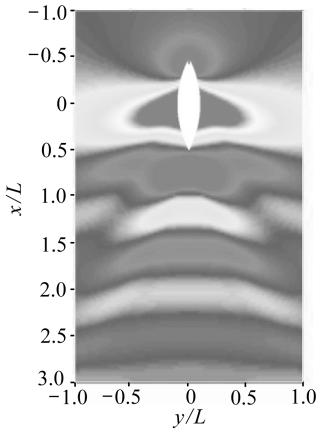
(a) $h = 0.2L, F_h = 0.97$



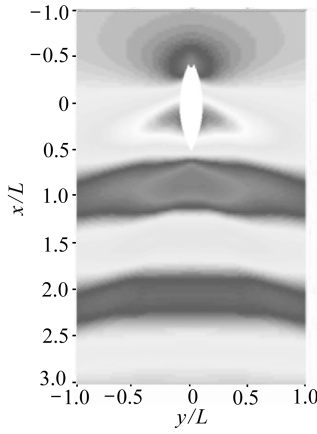
(b) $h = 0.3L, F_h = 0.9$

图5 高亚临界航速舰船水压场纵向通过特性曲线

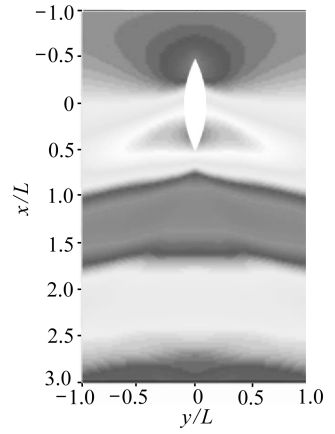
Fig. 5 Longitudinal curves of pressure field caused by the ship moving at high subcritical speed



(a) $F_h = 0.78$



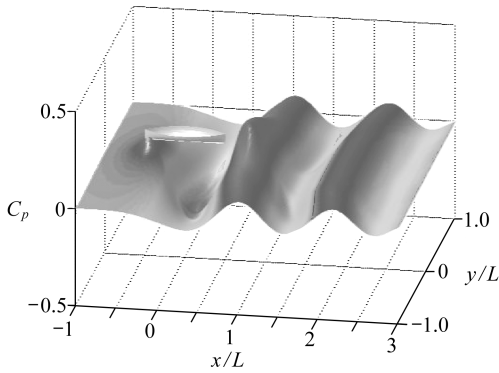
(b) $F_h = 0.86$



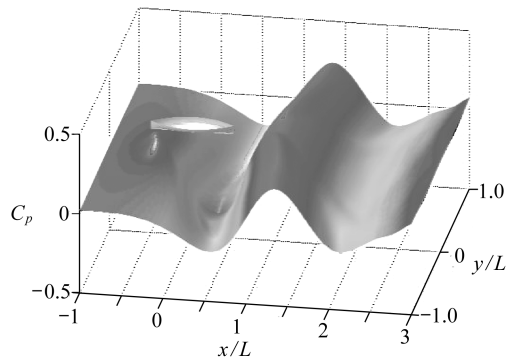
(c) $F_h = 0.93$

图6 舰船水压场平面分布图 ($w = 4.5L, h = 0.2L$)

Fig. 6 Two dimensional distribution of ship hydrodynamic pressure field ($w = 4.5L, h = 0.2L$)



(a) $F_h = 0.86$



(b) $F_h = 0.93$

图7 舰船水压场空间分布图 ($w = 4.5L, h = 0.2L$)

Fig. 7 Three dimensional distribution of ship hydrodynamic pressure field ($w = 4.5L, h = 0.2L$)

3.6 Froude 数对舰船水压场的影响

在 $w = 4.5L, h = 0.2L$ 时,不同 Froude 数条件下航行舰船引起的水底压力变化如图 6 和图 7 所示。从舰船水压场平面分布图 6 可清楚看出,随着 Froude 数增大,压力场的散波逐渐减小,而横波强度逐渐增加,且越接近临界航速时,横波越接近于垂直舰船航线,使得舰船水压场发生急剧变化。从舰船水压场空间分布图 7 可看出,舰船水压场具有明显的后移特征,Froude 数越大,舰船水压场负压区后移越严重,甚至移动至船艏之后,且波数变少,波长和波峰值增大。

4 结 论

应用有限差分法对亚临界航速舰船水压场进行了数值计算,并与源汇分布法、Fourier 积分变换法以及实验结果进行了比对,验证了数学模型和计算方法的准确性。采用虚拟长度方法改进 Wigley 数学船型,可使舰船水压场纵向通过特性曲线计算结果更符合实际情况。Froude 数增大时,舰船水压场散波减小、横波增强。在低亚临界航速时,航道岸壁与色散效应对舰船水压场影响不大,当舰船航速增大到高亚临界航速时,岸壁与色散效应对舰船水压场的影响不可忽略。航道变窄使舰船水压场负压系数峰值增大,色散效应使舰船水压场负压区后移。由于数学模型中未考虑非线性影响,导致压力系数峰值的计算结果与实验结果之间可能存在一定差异,这是下一步需要研究和解决的问题。

致谢 作者感谢海军工程大学自然科学基金(HGDQNEQJJ12002)对本文的资助。

参考文献(References):

- [1] Tuck E O. Shallow-water flows past slender bodies[J]. *J Fluid Mech*, 1966, **26**(1): 81-95.
- [2] Müller E. Analysis of the potential flow field and of ship resistance in water of finite depth [J]. *International Shipbuilding Progress*, 1985, **32**(376): 266-277.
- [3] Sahin I, Hyman M C. Numerical calculation of the flow of submerged bodies under a free surface[J]. *Ocean Engineering*, 1993, **20**(3): 339-345.
- [4] Sahin I, Hyman M C, Nguyen T C. Three-dimensional flow around a submerged body in finite-depth water[J]. *Applied Mathematical Modeling*, 1994, **18**(11): 611-619.
- [5] Sahin I, Crane J W, Watson K P. Application of a singularity panel method for hydrodynamics of underwater vehicles [J]. *Ocean Engineering*, 1997, **24**(6): 501-512.
- [6] Sahin I, Hyman M C. Simulation of three-dimensional finite-depth wave phenomenon for moving pressure distributions[J]. *Ocean Engineering*, 2001, **28**(12): 1621-1630.
- [7] 张志宏, 顾建农, 郑学龄, 龚沈光. 航行船舶在浅水水底引起的压力变化[J]. 中国造船, 2002, **43**(2): 9-14. (ZHANG Zhi-hong, GU Jian-nong, ZHENG Xue-ling, GONG Shen-guang. Pressure variation on shallow water bottom caused by moving ship[J]. *Ship Building of China*, 2002, **43**(2): 9-14. (in Chinese))
- [8] 张志宏, 顾建农, 郑学龄, 龚沈光. 有限水深船舶水压场的实验研究[J]. 水动力学研究与进展, 2002, **17**(6): 720-728. (ZHANG Zhi-hong, GU Jian-nong, ZHENG Xue-ling, GONG Shen-guang. Experimental study of hydrodynamic pressure field caused by a moving ship in finite-depth water[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2002, **17**(6): 720-728. (in Chinese))
- [9] 黎昆, 张志宏, 顾建农, 缪涛. 利用面元法计算舰船在水底引起的压力分布[J]. 海军工程大学学报, 2011, **23**(1): 43-46. (LI Kun, ZHANG Zhi-hong, GU Jian-nong, MIAO Tao. Calculating pressure distribution on water bottom caused by a moving ship with panel method[J]. *Jour-*

- nal of Naval University of Engineering*, 2011, **23**(1): 43-46. (in Chinese))
- [10] 缪涛, 张志宏, 顾建农, 刘巨斌, 王冲. 面元法求解有限水深船舶兴波及水底压力变化[J]. 计算力学学报, 2012, **29**(3): 464-469. (MIAO Tao, ZHANG Zhi-hong, GU Jian-nong, LIU Ju-bin, WANG Chong. The calculation of ship wave and bottom pressure variation in finite depth by panel method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2012, **29**(3): 464-469. (in Chinese))

Research on the Calculation Method of Pressure Field Caused by the Ship Moving at Subcritical Speed in Shallow Water

DENG Hui, ZHANG Zhi-hong, LIU Ju-bin, GU Jian-nong
(College of Science, Naval University of Engineering,
Wuhan 430033, P. R. China)

Abstract: A mathematical model for pressure field caused by the ship moving at subcritical speed in shallow water was established, based on the shallow water wave potential flow theory and slender ship assumption. The pressure field caused by the ship moving at subcritical speed in shallow water was calculated by the finite difference method. The effects of channel wall, depth Froude number and dispersion characteristics on the ship hydrodynamic pressure field were analyzed. The calculation results were improved by the virtual length method. The computed results were compared with the ones calculated by source distribution method, Fourier integral transform method and experimental results. The mathematical model and the calculation method were validated.

Key words: shallow water; subcritical; ship hydrodynamic pressure field; finite difference method; source distribution method; Fourier integral transform method