

几种结构非概率可靠性模型的比较研究*

王睿星, 王晓军, 王磊, 邱志平

(北京航空航天大学 固体力学研究所,北京 100191)

摘要: 相对概率可靠性模型和模糊可靠性模型,基于区间分析的结构非概率可靠性模型对数据的要求低,因此在实际工程中对非概率可靠性模型的研究越来越重要.近年来,非概率可靠性理论得到了很好的发展和完善.文中综述了已有的4种主要的非概率可靠性模型,针对线性结构功能函数,分别从度量原理、可靠性指标物理意义、适用范围和结果精度等方面对各可靠性模型进行比较与总结;针对非线性结构功能函数,对各可靠性模型的适用性进行了初步的讨论,从而对非概率可靠性模型有更加全面和深刻的理解,为实际工程中非概率可靠性模型的选取提供重要的理论依据.

关键词: 结构可靠性; 非概率模型; 区间分析; 比较; 不确定性

中图分类号: O302 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.08.011

引 言

实际工程中,不确定因素的存在不可避免^[1].作为结构设计和安全性分析中最重要的环节,结构可靠性分析必须对这些不确定因素进行合理的处理.长期以来,概率可靠性模型和模糊可靠性模型是工程中处理不确定性的最普遍的模型^[1-5].这两种模型从概率的角度来度量系统的可靠程度,两者分别基于概率论和模糊理论来描述不确定性^[5-7].然而,工程应用中这两种可靠性模型存在一些缺陷:两种模型都需要通过实验获得大量的实验数据以确定模型的概率分布和隶属函数;两种模型的计算量都很大;对概率可靠性模型而言,对参数很敏感,分布函数选取的小误差可能导致可靠性分析出现大偏差;对模糊可靠性模型,主观性较强且理论不完善,导致计算结果不可靠,一定程度上限制了其在实际工程中的应用.由于工程结构系统中广泛存在随机、模糊、未知然而有界等多种不确定性信息^[5],同时结构样本实验数据常常比较缺乏^[3],因此以上两种模型往往不能很好地从概率的角度描述不确定性并度量系统的可靠程度.在工程实际中,相对精确统计数据,不确定性信息的不确定界限更容易确定^[1,3-5].据此思想,Ben-Haim等^[6]提出了非概率可靠性的概念.近年来,国内外的研究使得非概率可靠性理论

* 收稿日期: 2012-09-17; 修订日期: 2013-06-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11002013); 国防基础科研计划资助项目(A2120110001; B2120110011); 航空科学基金资助项目(2012ZA51010)

作者简介: 王睿星(1989—),男,江西人,博士生(Tel: +86-10-88232535; E-mail: ruixing1989@aliyun.com);

王晓军(1978—),男,陕西人,副教授,博士,博士生导师(通讯作者. Tel: +86-10-82313658; E-mail: XJWang@buaa.edu.cn).

得到了很好的发展和完善。邱志平等^[7-8]指出了鲁棒可靠性准则即响应凸集合与失效凸集合为不相交关系的错误,提出了结构的安全与失效的关系应该对应于凸集合间的偏序关系。而对于非概率可靠性模型建立,郭书祥等^[1],Elishakoff^[2],孙海龙等^[3],王晓军等^[4,9-12],乔心州等^[13]分别提出了各自的度量体系和分析方法,但是却不存在一种普适性强的非概率可靠性模型。本文对现有的4种非概率可靠性模型进行介绍和比较,明确了各种度量方法的基本思想、可靠性指标的物理意义、适用范围和结果精度等,使得我们对非概率结构可靠性模型有更加全面和深刻的理解。

1 4种非概率可靠性模型

1.1 最短距离法

文献[1]率先提出了基于区间分析的结构非概率可靠性模型,这种模型的基本思路是,取

$$M = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

为由结构失效准则确定的功能函数,其中 (x_1, x_2, \dots, x_n) 表示与结构有关的基本区间变量的集合。明显当 g 为 x_i 的连续函数时, M 为一区间变量,设其均值和偏差分别为 M^c, M^r ^[1]。令

$$\eta_1 = \frac{M^c}{M^r} \quad (2)$$

根据一般的结构可靠性理论,超曲面 $M = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ 称为失效面。它将结构的基本参量空间分为失效域和安全域两部分。 $M < 0$ 和 $M > 0$ 分别表示结构失效和安全状态。显然,当 $\eta_1 > 1$ 时,结构安全可靠^[1];当 $\eta_1 < -1$ 时,结构必然失效^[1];当 $-1 \leq \eta_1 \leq 1$ 时,结构可能安全也可能不安全^[1]。文献[1]认为由于区间变量在区间内取任何值的可能性均存在,从严格意义上讲,当 $-1 \leq \eta_1 \leq 1$ 时,不能认为是可靠的,因此认为结构只存在两种状态:当 $\eta_1 > 1$ 时,可靠;当 $\eta_1 < 1$ 时,不可靠^[1]。同时可知 η_1 的值越大,结构安全程度越高,因此可用 η_1 作为结构安全可靠程度的度量^[1]。

1.2 构造函数法

文献[3]引入了二变量情况下的区间应力-区间强度干涉模型,提出新的非概率可靠性指标,定义了具有非概率可靠度意义的结构安全可靠度。同方法1.1,首先令

$$\eta_2 = \frac{M^c}{M^r} \quad (3)$$

为了对结构安全程度给出一个定量评估^[3],定义结构的安全可靠度 R_{s2} 为结构区间强度 R 大于结构区间应力 S 的可能性:

$$R_{s2} = \min \left\{ \max \left[\frac{1}{2}(\eta_2 + 1), 0 \right], 1 \right\} \quad (4)$$

同时还定义结构的失效可能度 F_{s2} 为结构区间强度 R 小于区间应力 S 的可能性:

$$F_{s2} = \min \left\{ \max \left[\frac{1}{2}(-\eta_2 + 1), 0 \right], 1 \right\} \quad (5)$$

文献[3]中证明当 $R_{s2} = 1$ 时,结构绝对安全;当 $R_{s2} = 0$ 时,结构绝对失效; $0 < R_{s2} < 1$ 时,结构可能安全也可能失效,且当 R_{s2} 越趋近于1时,结构安全程度越高,当 R_{s2} 越趋近于0时,结构失效可能性越高,因此 R_{s2} 可作为结构的可靠性度量。

1.3 体积法

文献[4]参照应力-强度概率干涉模型,建立了应力-强度非概率集合干涉模型^[4],并利用

结构安全域的体积和基本区间变量域的总体积之比作为结构非概率可靠性的度量^[4]。同样地,取 $M = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为结构失效准则确定的功能函数. 对区间变量做标准变换^[5]:

$$\begin{cases} x_1 = x_1^c + x_1^r \delta_1, & \delta_1 \in [-1, 1]; \\ \dots\dots; \\ x_n = x_n^c + x_n^r \delta_n, & \delta_n \in [-1, 1], \end{cases} \quad (6)$$

代入失效平面方程可得

$$M = g(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) = 0, \quad (7)$$

该平面称为标准化变量空间中的失效面。

此时可定义,非概率集合可靠度 R_{s3} 为安全域体积与基本变量区域总体积之比^[4],非概率集合失效可能度 F_{s3} 为失效域体积与基本变量区域总体积之比:

$$R_{s3} = \frac{V_{safe}}{V_{sum}}, F_{s3} = \frac{V_{failure}}{V_{sum}}. \quad (8)$$

文献[4]认为当不确定结构参量用区间描述时,从概率的意义上讲,它们在区间内的各个取值的可能性是相等的,即不确定结构参量是在已知区间内服从均匀分布的随机变量. 在此条件下,通过计算证明,在相同不确定性信息条件下,分别采用非概率集合可靠性和概率可靠性两种不同可靠性模型得到的结构可靠度是相同的,进一步验证了此非概率可靠性模型的可行性。

1.4 容差法

假设结构不确定参数 x 在区间 $[x^r - d, x^r + d]$ 内取任意值时,结构安全可靠,则认为偏差 d 是结构所允许的. 当 x^r 给定时,结构所允许的最大偏差称为 x 的容差^[5],记为 ω 。

文献[5]中的分析认为在应力-强度干涉模型中,当应力容差或强度容差不存在时,结构可靠性水平往往很低,在工程实际中考虑其可靠性的意义不大,因此在分析时只考虑应力容差和强度容差同时存在的情况^[5]。首先能得到标准化功能函数:

$$M = g(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n), \quad (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n \in [-1, 1]). \quad (9)$$

假设 x_i^r 未知,对于 $M = g(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n, x_i^r) = 0$, 进行函数变换可知

$$x_i^r = f(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n). \quad (10)$$

因此,再通过模型分析^[5]和数学方法可求得各个区间变量所对应的容差 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, 即

$$\omega_i = \min(x_i^r). \quad (11)$$

文献[5]认为各参数可能具有相同的取值域的比率为

$$(x_1^r - \omega_1)(x_2^r - \omega_2) \dots (x_n^r - \omega_n) / (2x_1^r \cdot 2x_2^r \cdot \dots \cdot 2x_n^r), \quad (12)$$

且认为在这些相同的值域中, $M < 0$ 概率为 0.5, 因此定义结构的非概率可靠性度量^[5]为

$$R_{s4} = 1 - \frac{\prod_{i=1}^n (x_i^r - \omega_i)}{2^{n+1} \prod_{i=1}^n x_i^r}. \quad (13)$$

明显可知,当偏差越接近容差时, R_{s4} 越接近 1, 结构的可靠性越高;反之,偏差越远离容差时, R_{s4} 越小,结构的可靠性越低^[5]。在这种意义上,非概率可靠性和概率可靠度一样可以用来度量结构的可靠性,证明了度量指标 R_{s4} 的合理性。

2 线性功能函数下的各种非概率可靠性模型的度量指标

对于线性应力-强度非概率干涉模型,设结构功能函数为

$$M = a_1 R_1 + a_2 R_2 + \cdots + a_m R_m - b_1 S_1 - b_2 S_2 - \cdots - b_n S_n, \quad (14)$$

其中 $R_1, R_2, \dots, R_m, S_1, S_2, \dots, S_n$ 分别为基本区间变量。

将基本变量区间分别作标准化变化:

$$\begin{cases} R_1 = R_1^c + R_1^r \delta_{r1}, S_1 = S_1^c + S_1^r \delta_{s1}; \\ \dots\dots; \\ R_m = R_m^c + R_m^r \delta_{rm}, S_n = S_n^c + S_n^r \delta_{sn}. \end{cases} \quad (15)$$

功能函数可标准化为

$$M = \sum_{i=1}^m a_i R_i^r \delta_{ri} - \sum_{j=1}^n b_j S_j^r \delta_{rj} + \left(\sum_{i=1}^m a_i R_i^c - \sum_{j=1}^n b_j S_j^c \right). \quad (16)$$

2.1 最短距离法

根据方法 1.1 可知

$$\eta_1 = \frac{M^c}{M^r}. \quad (17)$$

由此可知可靠性指标^[1]为(文献[1]认为 $\eta_1 < 0$ 时无实际意义,故将可靠性指标 η_1 的最小值定义为 0)

$$\eta_1 = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^m a_i R_i^c - \sum_{j=1}^n b_j S_j^c}{\sum_{i=1}^m |a_i| R_i^r + \sum_{j=1}^n |b_j| S_j^r}, & \sum_{i=1}^m a_i R_i^c - \sum_{j=1}^n b_j S_j^c > 0, \\ 0, & \text{others.} \end{cases} \quad (18)$$

由上式明显可知,对线性功能函数, η_1 为标准化区间变量的扩展空间中按无穷范数度量从坐标原点到失效面的最短距离^[1],即

$$\eta_1 = \min(\|\delta\|_\infty) = \min\{\max(|\delta_1|, |\delta_2|, \dots, |\delta_n|)\}. \quad (19)$$

以二变量情况来说明其几何性质,如图 1 所示.此时

$$\eta_1 = \min(\|\delta\|_\infty) = \frac{a_1 R_1^c - b_1 S_1^c}{a_1 R_1^r + b_1 S_1^r}. \quad (20)$$

几何上来讲,当 $\eta_1 = 1$,失效平面与变量平面相切,结构处于临界状态.只要 $\eta_1 > 1$,失效域与基本区间变量的取值区域不相交,结构可靠.且知 η_1 的值越大,结构的安全程度越高^[1].

2.2 构造函数法

通过方法 1.2 进行非概率可靠性分析时,要先得到可靠性指标,与方法 1.1 不同的是,此时考虑的 η_2 解除了 $\eta_2 > 0$ 的限制,因此定义可靠性指标^[3]:

$$\eta_2 = \frac{\sum_{i=1}^m a_i R_i^c - \sum_{j=1}^n b_j S_j^c}{\sum_{i=1}^m |a_i| R_i^r + \sum_{j=1}^n |b_j| S_j^r}. \quad (21)$$

再定义结构可靠性分析的可靠度^[3]:

$$R_{s2} = \min\left\{\max\left[\frac{1}{2}(\eta_2 + 1), 0\right], 1\right\}. \quad (22)$$

对于线性应力-强度非概率干涉模型,功能函数利用区间运算可变换为

$$M = R - S, \quad (23)$$

其中, $R = a_1R_1 + a_2R_2 + \dots + a_mR_m, S = b_1S_1 + b_2S_2 + \dots + b_nS_n$ 为两个总的变量区间.

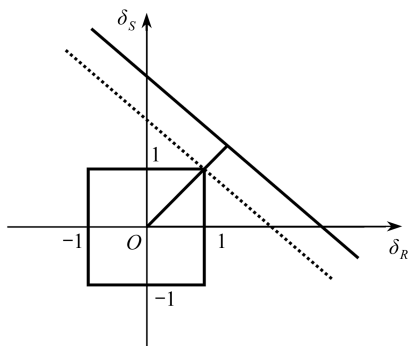


图1 线性结构功能函数

Fig. 1 Case of linear performance function

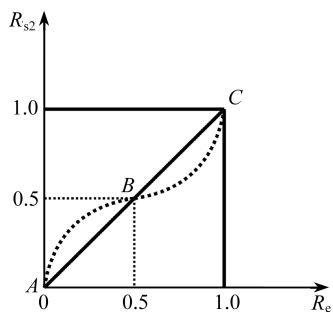


图2 均匀分布时 R_{s2} 和 R_e 的关系曲线

Fig. 2 Relation curve between R_{s2} and R_e for uniform distribution

文献[3]描绘了结构安全可靠度 R_{s2} 和概率可靠度 R_e 的大致曲线,如图2所示.从定性角度来看,结构安全可靠度可以给出结构可靠或安全程度一个较为合理的估计.

2.3 体积法

按照方法 1.3 所定义,对于线性应力-强度非概率干涉模型,区间变量所形成的 n 维区域被失效曲面分成安全域和失效域,结构可靠性的非概率可靠度量为安全域的体积和总体积之比^[4],即

$$R_{s3} = \frac{V_{\text{safe}}}{V_{\text{sum}}} \quad (24)$$

取二变量形式进行分析可知,此时的体积 V 表现为面积 S 形式,几何形式如图3所示,其中

$$R_{s3} = \frac{V_{\text{security domain}}}{V_{\text{total}}} = \frac{S_{\text{security domain}}}{S_{\text{total}}} = 1 - \frac{(b_1S_1^u - a_1R_1^u)^2}{8a_1b_1S_1^rR_1^r} \quad (25)$$

当假设基本变量在给定区间内服从均匀分布时,计算可知概率可靠度 $R_e = R_{s3}$ ^[4],证明了该结构非概率可靠性模型与概率可靠性模型的相容性.

2.4 容差法

针对线性应力-强度非概率干涉模型分析可知,在标准化空间中,失效面 $M(\delta_R, \delta_S, \omega_i) = 0$ 与单位超长方体相切于点 (δ_R, δ_S) ,其中 $\delta_R = (-1, -1, \dots, -1)_{1 \times m}^T, \delta_S = (1, 1, \dots, 1)_{1 \times n}^T$,由此可求出所有的容差 ω_i ^[5].同时证明

$$a_k(\omega_{S_k} - S_k^r) = b_l(\omega_{R_t} - R_t^r) = - \sum_{j=1}^m a_j R_j^r - \sum_{j=1}^n b_j S_j^r + \sum_{j=1}^m a_j R_j^c - \sum_{j=1}^n b_j S_j^c \quad (26)$$

其中 $\omega_{S_k}, \omega_{R_t}$ 分别为应力 $S_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 和 $R_t (t = 1, 2, \dots, m)$.

因此对于结构非概率可靠性的度量^[5]

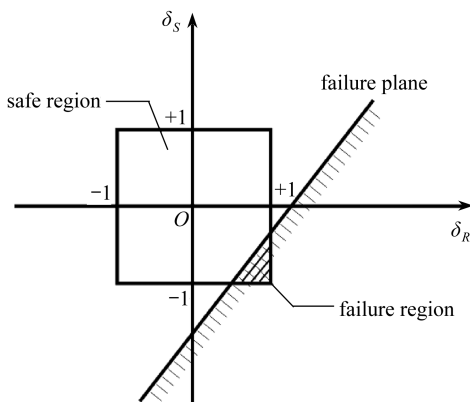


图3 应力-强度发生干涉的标准化空间示意图

Fig. 3 Scheme for the normalized space of variables under stress-strength interference

$$R_{s4} = 1 - \frac{[a_k(\omega_{sk} - S_k^r)]^{m+n}}{2^{m+n+1} \prod_{j=1}^m a_j R_j^r \prod_{i=1}^n b_i S_i^r}. \quad (27)$$

此时,只需计算其中一个容差 ω_k 就能得到 R_{s4} ,大大简化了计算.

3 简单非线性模型下的各种非概率可靠性度量

3.1 最短距离法

将 2.1 小节线性情况下的概念推广到一般非线性功能函数的情况,基于区间模型的非概率可靠性指标定义为

$$\eta = \min(\|\delta\|_\infty), \quad (28)$$

其中, $\|\delta\|_\infty = \max\{|\delta_1|, |\delta_2|, \dots, |\delta_n|\}$, 并满足条件

$$M = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = G(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) = 0. \quad (29)$$

由上式可知,此时将标准化区间变量的扩展空间中,从原点到失效面的最短距离作为非概率可靠性指标.同线性情况一样,当 $\eta > 1$ 时,可靠;当 $\eta < 1$ 时,不可靠^[1].同时明显可知 η 的值越大,结构性能的波动区域距离失效域越远,结构安全程度越高,因此可用 η 作为结构安全可靠程度的度量.

3.2 函数构造法

函数构造法只考虑了功能函数为二维线性的情况,对于非线性功能函数情况并不适用.

3.3 体积法

对于一般非线性形式的结构功能函数,方法 1.3 所述的概念和度量方法依然适用,即

$$R_{s3} = \frac{V_{\text{safe}}}{V_{\text{sum}}}, \quad F_{s3} = \frac{V_{\text{failure}}}{V_{\text{sum}}}. \quad (30)$$

两者的区别主要是体现在失效域的求解上,在线性情况下,失效面为平面,计算相对简单,而在非线性情况下,失效面为不规则曲面,准确计算需要进行复杂的积分.

3.4 容差法

对于一般非线性形式的结构功能函数,1.4 小节所述的概念和度量方法依然适用,但是在进行计算时,非线性结构中一般 $d_R - \delta_R \neq d_S - \delta_S$,因此在计算可靠性 R 时,需要同时计算 δ_S 和 δ_R .

由上述可知,对于非线性结构而言,除了构造函数法不适用外,其它的 3 种方法,原理、概念和度量方法与线性结构中都是相同的,但是在各个相关量的计算上相对而言更加复杂,需要利用更加复杂的数学知识.

4 各种非概率可靠性度量的比较

通过上面的介绍我们了解了 4 种非概率可靠性模型,通过表 1 可对 4 种方法进行比较.

由表 1 可知,对线性情况而言,最短距离法所提出的可靠性指标 η_1 能够判定出结构是否处于绝对的安全或者失效状态,但是对于 $-1 < \eta_1 < 1$ 这一关键的干涉状态没有做出进一步的分析,这样大大限制了该理论在实际中的应用.

构造函数法是在最短距离法的基础上进行拓展延伸,弥补了最短距离法的不足,对于干涉状态得到了相应的可靠性度量.该方法对于结构安全程度能给出相对合理的估计,但定量计算时

精度较低,实用性不强。

体积法最大的优点在于它与概率可靠性的完全相容性,但是当涉及到高维运算时,为了计算方便,不得不把高维的线性功能函数经过区间运算变换为低维函数,此时区间运算使得结果偏小。

容差法最大的优点在于计算简便,存在固定的表达式,但是,只有在二维情况下才有 $R_{s4} = R_c$,随着维数的增多,结果偏小,且误差逐渐增大。

对非线性情况而言,构造函数法不适用,对于其它3种方法,此时相应的概念和可靠性度量的定义与线性情况下是相同的,但是非线性情况下计算复杂,不能得到普适的结果表达式,还需要复杂的数学方法进行优化才能得到准确的结果,大大限制了非概率可靠度在实际工程中的应用。

表 1 4种非概率可靠性模型的比较

Table 1 Comparisons of the four non-probabilistic methods

	method 1	method 2	method 3	method 4
index	η_1	R_{s2}	R_{s3}	R_{s4}
expression in theory	$\frac{M^c}{M^r}$	$\min\left\{\max\left[\frac{1}{2}(\eta_2 + 1), 0\right], 1\right\}$	$\frac{V_{safe}}{V_{sum}}$	$1 - \frac{\prod_{i=1}^n (x_i^r - \omega_i)}{2^{n+1} \prod_{i=1}^n x_i^r}$
specific expression for 2-dimension	$\frac{a_1 R_1^c - b_1 S_1^c}{a_1 R_1^r + b_1 S_1^r}$ ($a_1 R_1^c - b_1 S_1^c > 0$)	$\eta_2 = \frac{a_1 R_1^c - b_1 S_1^c}{a_1 R_1^r + b_1 S_1^r}$	$1 - \frac{(b_1 S_1^u - a_1 R_1^u)^2}{8 a_1 b_1 S_1^r R_1^r}$	$1 - \frac{(b_1 S_1^u - a_1 R_1^u)^2}{8 a_1 b_1 S_1^r R_1^r}$
specific expression for n-dimension	$\frac{\sum_{i=1}^m a_i R_i^c - \sum_{j=1}^n b_j S_j^c}{\sum_{i=1}^m a_i R_i^r + \sum_{j=1}^n b_j S_j^r }$ ($\sum_{i=1}^m a_i R_i^c - \sum_{j=1}^n b_j S_j^c > 0$)	$\eta_2 = \frac{\sum_{i=1}^m a_i R_i^c - \sum_{j=1}^n b_j S_j^c}{\sum_{i=1}^m a_i R_i^r + \sum_{j=1}^n b_j S_j^r }$	no specific expression for high dimension	$1 - \frac{[a_k (\omega_{sk} - S_k^r)]^{m+n}}{2^{m+n+1} \prod_{j=1}^m a_j R_j^r \prod_{i=1}^n b_i S_i^r}$

5 数值算例

通过一个四元线性结构功能函数和一个二元简单非线性结构功能函数形式,对4种非概率可靠性模型进行比较。

算例 1 四元线性结构功能函数形式

考虑如图4所示的悬臂梁,在距离固定端为 $b_1 = 2.0$ m, $b_2 = 3.0$ m, $b_3 = 4.0$ m 处分别作用3个集中载荷 p_1, p_2, p_3 。

取 $|m_{max}| \geq m_{cr}$ 时结构失效,其中 m_{max} 为梁中的最大弯矩。设基本区间变量: $m_{cr} \in [22, 24]$ kN · m, $p_1 \in [4.5, 5.5]$ kN, $p_2 \in [1.8, 2.2]$ kN, $p_3 \in [0.7, 1.3]$ kN,建立功能函数为

$$M = m_{cr} - b_1 p_1 - b_2 p_2 - b_3 p_3.$$

对区间变量做标准化变化

$$m_{cr} = 23 + \delta_m, p_1 = 5 + 0.5\delta_1, p_2 = 2 + 0.2\delta_2, p_3 = 1 + 0.3\delta_3.$$

将4种方法计算得到的结果进行对比,如表2所示。

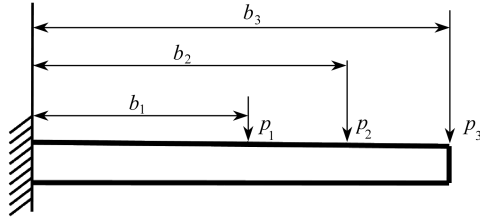


图4 悬臂梁

Fig.4 Cantilever beam

表2 4种模型计算结果对比

Table 2 Results of the four models

	method 1	method 2	method 3	method 4
expression in theory	η_1	R_{s2}	R_{s3}	R_{s4}
result	0.789 5	0.894 7	0.997 1	0.982 2

利用 Monte Carlo 模拟可求得准确的结果为 $R_e = 0.998 5$ 。

因此,由以上的四维线性算例可知, $\eta_1 = 0.789 5 < 1$,由最短距离法判断出结构失效; $R_{s2} = 0.894 7$,与准确值相差较大,因此可知前两种方法在干涉情况下所得的可靠性度量与实际值相差很大,参考价值小;体积法理论上能得到准确解,但是多维情况下由于区间运算使得结果精度减小,相对准确值偏小;容差法计算简单,但是就结果精度而言,偏差相对体积法较大。

算例2 二元非线性结构功能函数

已知某构件的工作应力状态和材料强度区间分别为 $S \in [4, 6]$, $R \in [30, 50]$,并且建立非线性形式结构功能函数

$$M = R - S^2.$$

对区间变量做标准化变化:

$$R = 40 + 10\delta_S, S = 5 + \delta_R.$$

将4种方法计算得到结果进行对比,如表3所示。

同时利用 Monte Carlo 模拟得到准确的结果为 $R_e = 0.961 4$ 。

表3 4种模型计算结果对比

Table 3 Results of the four models

	method 1	method 2	method 3	method 4
expression in theory	η_1	R_{s2}	R_{s3}	R_{s4}
result	0.780 5	inapplicability	0.961 4	0.960 8

非线性情况下,除函数构造法外,其他3种方法均能得到结果。但是计算过程相对线性情况变得非常复杂。其中,最短距离法需要进行复杂范数的求解,体积法需要进行复杂曲线积分,容差法要进行优化求解并求解出所有的容差 ω_i ,计算量大。

6 结 论

本文从度量原理和指标、适用范围和结果精度等方面对4种结构非概率可靠性模型进行了比较,对非概率可靠性有了全面的了解。对于线性功能函数而言,体积法和容差法能通过简单的计算得到精确度高的结果;非线性情况由于结构功能函数的复杂多变性使得计算量增大,

只有对于简单的非线性结构功能函数才能通过以上方法求出所要的结果。

当然,以上4种非概率可靠性模型不能取代概率可靠性和模糊可靠性理论,但是当不确定性信息不足时,即在结构可靠性分析中无法准确描述不确定参数的分布形式但能够确定变化区间时,非概率可靠性模型可作为重要的补充方法。

参考文献(References):

- [1] 郭书祥, 吕震宙, 冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性模型[J]. 计算力学学报, 2001, **18**(1): 56-60. (GUO Shu-xiang, LÜ Zhen-zhou, FENG Yuan-sheng. A non-probabilistic model of structural reliability based on interval analysis[J]. *Chinese Journal of Computation Mechanics*, 2001, **18**(1): 56-60. (in Chinese))
- [2] Elishakoff I. Essay on uncertainties in elastic and viscoelastic structures: from AM Freudenthal's criticisms to modern convex modeling[J]. *Computers & Structures*, 1995, **56**(6): 871-895.
- [3] 孙海龙, 姚卫星. 结构区间可靠性分析的可能度法[J]. 中国机械工程, 2001, **19**(11): 1483-1487. (SUN Hai-long, YAO Wei-xing. Possibility degree method for structural interval reliability analysis[J]. *China Mechanical Engineering*, 2001, **19**(11): 1483-1487. (in Chinese))
- [4] 王晓军, 邱志平, 武哲. 结构非概率集合可靠性模型[J]. 力学学报, 2007, **39**(5): 641-646. (WANG Xiao-jun, QIU Zhi-ping, WU Zhe. Non-probabilistic set-based model for structural reliability[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, **39**(5): 641-646. (in Chinese))
- [5] 洪东跑, 马小兵, 赵宇, 申丽娟. 基于容差分析的结构非概率可靠性模型[J]. 机械工程学报, 2010, **46**(4): 157-162. (HONG Dong-pao, MA Xiao-bing, ZHAO Yu, SHEN Li-juan. Non-probabilistic model for structural reliability based on tolerance analysis[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, **46**(4): 157-162. (in Chinese))
- [6] Ben-Haim Y, Elishakoff I. *Convex Models of Uncertainty in Applied Mechanics*[M]. Amsterdam: Elsevier Science Publisher, 1990.
- [7] QIU Zhi-ping, WANG Xiao-jun. Parameter perturbation method for dynamic responses of structures with uncertain-but-bounded parameters based on interval analysis[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, **42**(18/19): 4958-4970.
- [8] QIU Zhi-ping, WANG Xiao-jun. Interval analysis method and convex models for impulsive response of structures with uncertain-but-bounded external loads[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2006, **22**(3): 265-276.
- [9] 王晓军, 杨海峰, 邱志平, 覃梓轩. 基于非概率集合可靠性的结构优化设计[J]. 计算力学学报, 2011, **28**(6): 827-832. (WANG Xiao-jun, YANG Hai-feng, QIU Zhi-ping, QIN Zi-xuan. Structural optimization design based on non-probabilistic set-theoretic reliability[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2011, **28**(6): 827-832. (in Chinese))
- [10] 王晓军, 邱志平. 结构振动的鲁棒可靠性[J]. 北京航空航天大学学报, 2003, **29**(11): 1006-1010. (WANG Xiao-jun, QIU Zhi-ping. Robust reliability of structural vibration[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2003, **29**(11): 1006-1010. (in Chinese))
- [11] WANG Xiao-jun, WANG Lei, Elishakoff I, QIU Zhi-ping. Probability and convexity concepts are not antagonistic[J]. *Acta Mechanica*, 2011, **219**(12): 45-64.
- [12] Wang X J, Qiu Z P, Elishakoff I. Non-probabilistic set-model for structural safety measure

[J]. *Acta Mechanica*, 2008, **198**(1/2): 51-64.

- [13] 乔心州, 仇原鹰, 孔宪光. 一种基于椭球凸集的结构非概率可靠性模型[J]. 工程力学, 2009, **26**(11): 203-208. (QIAO Xin-zhou, QIU Yuan-ying, KONG Xian-guang. A non-probabilistic model of structural reliability based on ellipsoidal convex model[J]. *Engineering Mechanics*, 2009, **26**(11): 203-208. (in Chinese))

Comparisons of Several Non-Probabilistic Models for Structural Reliability

WANG Rui-xing, WANG Xiao-jun, WANG Lei, QIU Zhi-ping

(*Institute of Solid Mechanics, Beihang University, Beijing 100191, P. R. China*)

Abstract: Non-probabilistic models for structural reliability, which were based on interval analysis, were much less demanding in data when compared with probabilistic reliability models and fuzzy reliability models. Therefore, studied of non-probabilistic models for structural reliability became more and more significant in practical projects. Theory of non-probabilistic models for structural reliability was well developed and improved in recent years. The existing four main non-probabilistic models for structural reliability were reviewed. With regard to the linear performance function, comparison and summary were made in aspects of measurement principle, physical significance of indicators, scope of application and result accuracy. As for the nonlinear performance function, the four models' feasibility was discussed. Hence, a more comprehensive and thorough understanding of non-probabilistic models for structural reliability is achieved and a theoretical base for choice of non-probabilistic models in practical projects provided.

Key words: structural reliability; non-probabilistic model; interval analysis; comparison; uncertainty