

# 基于梯度依赖的非局部摩擦模型的土坡稳定性分析\*

扶名福<sup>1</sup>, 谢帮华<sup>2</sup>, 廖小红<sup>3</sup>, 余丽<sup>4</sup>

- (1. 南昌工程学院 党委(校长)办公室, 南昌 330021;
2. 南昌大学 科学技术学院, 南昌 330029;
3. 南昌大学 建筑工程学院, 南昌 330031;
4. 南昌工程学院 土木与建筑学院, 南昌 330021)

**摘要:** 研究了基于梯度依赖的非局部摩擦模型下圆弧滑裂面土坡的稳定性,并对梯度依赖的非局部材料参数进行讨论与分析,研究了此参数对土坡安全系数的影响,从微观的角度分析宏观工程问题发挥机理的本质,发现带微观性质的非局部材料参数变化时,土坡安全系数变化虽然不大,但变化趋势很明显.当讨论土体相关参数对安全系数的影响时,根据梯度依赖的非局部摩擦模型与局部摩擦模型的对比,发现安全系数对内摩擦角的变化比较敏感,可为工程中土坡治理提供参考依据.

**关键词:** 非局部摩擦; 梯度依赖; 土坡稳定; 安全系数

**中图分类号:** O39; TU441+.35 **文献标志码:** A

**DOI:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.11.007

## 引言

在边坡、深基坑等岩土工程的设计中,岩土的安全性计算、分析与评价十分重要,边坡的安全性往往是控制工程设计的重要条件之一.由于岩土介质的复杂性,岩土工程稳定性的计算至今尚未成熟,对岩土工程稳定性问题的研究仍是工程界需要长期研究的一个课题.

边坡稳定性分析的主要方法是<sup>[1]</sup>:工程类比法、极限平衡分析法、数值计算分析法,而目前对边坡稳定性分析多采用属于力学范畴的极限平衡分析法.极限平衡分析法是以条分法为基础,1916年由瑞典人 Petterson 等提出,后经 Fellenius, Taylor 等人进行改进.1955年 Bishop 提出了修改安全系数的理论,推动了条分法的发展.此后, Morgenstem-Price 法、Spencer 法、Janbu 的普通条分法、Sarma 法是对条分法的发展和补充<sup>[2]</sup>.2006年,刘华丽、朱大勇、钱七虎等提出了基于滑裂面正应力分布假设的方法分析边坡的稳定性<sup>[3-4]</sup>,此方法假设正应力的分布为插

\* 收稿日期: 2013-05-17; 修订日期: 2013-10-11

**基金项目:** 教育部博士学科点专项科研基金资助项目(20123601110001)

**作者简介:** 扶名福(1953—),男,江西人,教授,硕士,博士生导师;

谢帮华(1982—),男,江西人,讲师,博士(通讯作者. E-mail: 39131325@qq.com);

廖小红(1988—),女,江西人,硕士;

余丽(1982—),女,江西人,博士.

值函数的形式,较以前的分析方法得出的安全系数精度高,但是这种方法的计算仍然是数值分析的问题,计算量比较大<sup>[5]</sup>。

1999年, Mauldon 与 Ureta 运用最小势能的原理来处理一种特殊形状岩质棱柱体,提出了一种新求解边坡稳定性的方法<sup>[6]</sup>,然而其适用的范围很窄.此后,我国的李铀、李小强等学者将其进行改进推广,其计算过程简单,也不存在数值分析方面的问题,现在能运用于一般的边坡稳定性分析中,这使得边坡的稳定性分析上升了一个新台阶<sup>[7-9]</sup>。

然而,土体滑坡、土体稳定问题是土体非局部滑移问题,土体间的摩擦也是一种非局部摩擦.因此,以前的一些分析计算均基于局部作用原理,无疑是有其局限性的.本文在文献[6-8]的基础上利用最小势能法,对基于梯度依赖的非局部摩擦模型下土坡滑裂面处的土体剪应力的变化情况进行了分析,对衡量土坡稳定性的安全系数进行了讨论。

## 1 基本方程

如图1所示,土坡滑裂面为圆弧滑裂面,滑体为刚体,滑裂面上某一点的剪应力为 $\tau$ ,法向应力为 $\sigma$ .假设滑体在滑弧上会产生弹性变形,并且滑体只在滑动的方向上产生位移,不产生侧向位移;假设滑体在外力 $F(F_x, F_y)$ 的作用下会产生位移 $d(d_x, d_y)$ ,而且存在一个位移 $d^*(d_x^*, d_y^*)$ 使得滑体的势能最小;假设该系统为弹性守恒系统。

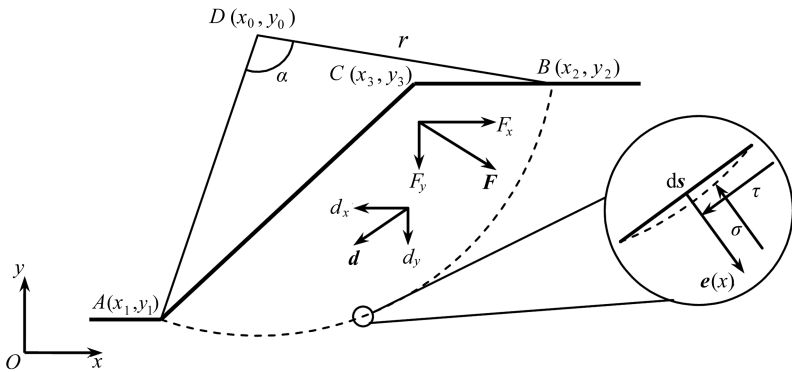


图1 土坡滑裂面示意图

Fig.1 Schematic of soil slope slip surface

图1所示,微弧段 $ds$ 的长度为

$$ds = \sqrt{1 + y'^2} dx = \frac{r}{\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}} dx, \quad (1)$$

其中, $r$ 为圆弧的半径.在文献[9]中已经证实:微弧段的变形可以用法向的弹簧进行模拟,并且弹簧刚度与弧长呈正比关系.因此,微弧段的法向刚度为

$$k = m \cdot ds, \quad (2)$$

其中, $m$ 为材料常数,可依据基床系数方法中的比例系数来确定.由图1可知,微弧段的单位外法线向量为

$$e(x) = \{e_1(x), e_2(x)\} = \left\{ \frac{x - x_0}{r}, \frac{-\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}}{r} \right\}. \quad (3)$$

所以,微弧段 $ds$ 所存储的势能 $dU$ 为

$$dU = \frac{1}{2} k[\mathbf{d} \cdot \mathbf{e}(x)]^2. \tag{4}$$

因此,滑体总的势能  $U$  为

$$\begin{aligned}
 U = \int dU - \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = & \int_{x_1}^{x_2} m \left( d_x^2 \frac{(x - x_0)^2}{2r\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}} + d_y^2 \frac{\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}}{2r} - d_x d_y \frac{x - x_0}{r} \right) dx - \\
 & F_x d_x - F_y d_y = \\
 & \frac{m}{4} \left\{ r(d_x^2 + d_y^2) \left[ \arctan \frac{(x_2 - x_0)}{\sqrt{r^2 - (x_2 - x_0)^2}} - \arctan \frac{(x_1 - x_0)}{\sqrt{r^2 - (x_1 - x_0)^2}} \right] - \right. \\
 & \left. \frac{2}{r} d_x d_y [(x_2 - x_0)^2 - (x_1 - x_0)^2] - (d_x^2 - d_y^2) [\sqrt{r^2 - (x_2 - x_0)^2} (x_2 - x_0) - \right. \\
 & \left. \left. \sqrt{r^2 - (x_1 - x_0)^2} (x_1 - x_0)] \right\} - F_x d_x - F_y d_y. \tag{5}
 \end{aligned}$$

要使系统的势能最小必须满足下列平衡方程:

$$\frac{\partial U}{\partial d_x} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial d_y} = 0, \tag{6}$$

方程(6)可解出  $d_x$  和  $d_y$ , 计算方法与文献[9]相同.

## 2 方程的求解

### 2.1 基于梯度依赖的非局部摩擦模型下的摩擦阻力的计算

根据非局部场论、非局部微极场论<sup>[10-12]</sup> 和非局部摩擦模型及其近似解<sup>[13-14]</sup>, 基于梯度依赖的非局部摩擦理论可以表示为

$$\tau = \bar{\sigma} \tan \varphi + c = (\sigma + \lambda \nabla^2 \sigma) \tan \varphi + c, \tag{7}$$

其中,  $\bar{\sigma}$  为考虑非局部摩擦滑动面上的正应力;  $\varphi$  为土的内摩擦角;  $c$  为土粒间的内聚力;  $\lambda$  为常数, 且  $\lambda = kl^2$ ,  $k$  为材料常数,  $l$  为材料内部的长度参数. 方程(7)表明某一点的应力不仅与该点的受力状态有关, 而且还和该点有限大小领域内其它点的应力状态有关, 即依赖于该点应力的二阶梯度. 方程(7)就是基于梯度依赖的非局部摩擦模型.

沿圆弧的正应力可表示为

$$\sigma(x) = \frac{k[\mathbf{d} \cdot \mathbf{e}(x)]}{ds} = m \left( d_x \frac{x - x_0}{r} + d_y \frac{-\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}}{r} \right). \tag{8}$$

由方程(6)可得,  $d_x$  和  $d_y$  的解为

$$d_x = \frac{b_1}{ma}, \quad d_y = \frac{b_2}{ma}, \tag{9}$$

其中,  $a, b_1, b_2$  均为可求的常数, 其数值分别为

$$\begin{aligned}
 a = & 2(x_2 - x_0)^2(x_1 - x_0)^2 - r^2[(x_2 - x_0)^2 + (x_1 - x_0)^2] + \\
 & 2(x_2 - x_0)(x_1 - x_0) \sqrt{r^2 - (x_2 - x_0)^2} \sqrt{r^2 - (x_1 - x_0)^2} + \\
 & r^4 \left( \arctan \frac{x_2 - x_0}{\sqrt{r^2 - (x_2 - x_0)^2}} - \arctan \frac{x_1 - x_0}{\sqrt{r^2 - (x_1 - x_0)^2}} \right), \tag{10}
 \end{aligned}$$

$$b_1 = 2r(x_2 - x_1) \left\{ F_x [(x_2 - x_0)^2 - (x_1 - x_0)^2] + F_y r^2 \left( \arctan \frac{x_2 - x_0}{\sqrt{r^2 - (x_2 - x_0)^2}} - \arctan \frac{x_1 - x_0}{\sqrt{r^2 - (x_1 - x_0)^2}} \right) \right\}, \quad (11)$$

$$b_2 = -2r(x_2 - x_1) \left\{ F_x [(x_2 - x_0)^2 - (x_1 - x_0)^2] + F_y r^2 \left( \arctan \frac{x_2 - x_0}{\sqrt{r^2 - (x_2 - x_0)^2}} - \arctan \frac{x_1 - x_0}{\sqrt{r^2 - (x_1 - x_0)^2}} \right) + F_y [\sqrt{r^2 - (x_2 - x_0)^2} (x_2 - x_0) - \sqrt{r^2 - (x_1 - x_0)^2} (x_1 - x_0)] \right\}. \quad (12)$$

于是滑裂面处的摩阻应力可表示为

$$\tau = \left( \frac{b_1}{a} \frac{x - x_0}{r} + \frac{b_2}{a} \left( \frac{-\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}}{r} + \frac{\lambda \cdot r}{(\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2})^3} \right) \right) \tan \varphi + c. \quad (13)$$

## 2.2 土坡安全系数的计算

本文采用了 Fellenius 提出的瑞典圆弧滑裂面模型对土坡稳定性安全系数进行计算,即滑裂面上全部抗滑力矩与滑动力矩之比,表示如下:

$$f_s = \frac{M_N}{M_T}. \quad (14)$$

由式(13)可知,基于梯度依赖的非局部摩擦模型滑面处的抗滑力为

$$N = \int dN = \int \tau (ds) = \int_{x_1}^{x_2} \left( \left( \frac{b_1}{a} \frac{x - x_0}{\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}} + \frac{b_2}{a} \left( 1 - \frac{\lambda \cdot r^2}{[r^2 - (x - x_0)^2]^2} \right) \right) \tan \varphi + \frac{c \cdot r}{\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}} \right) dx. \quad (15)$$

于是,抗滑力矩为

$$M_N = N \times r = r \int_{x_1}^{x_2} \left( \left( \frac{b_1}{a} \frac{x - x_0}{\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}} + \frac{b_2}{a} \left( 1 - \frac{\lambda \cdot r^2}{[r^2 - (x - x_0)^2]^2} \right) \right) \tan \varphi + \frac{c \cdot r}{\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}} \right) dx. \quad (16)$$

本文只考虑自重产生的下滑力矩,如图 1 所示,将滑裂面划分为三角形和圆弧两部分.三角形部分的面积  $S_t$  和重心坐标  $G_t(x_t, y_t)$  很容易得到,圆弧部分通过以下计算获得.

圆弧部分对应的圆心角  $\alpha$  为

$$\alpha = \arcsin \frac{|(x_0 - x_1)(y_2 - y_1) - (y_0 - y_1)(x_2 - x_1)|}{r^2}. \quad (17)$$

于是,圆弧部分的面积  $S_c$  为

$$S_c = \frac{1}{2} r^2 (\alpha - \sin \alpha). \quad (18)$$

扇形  $DAB$  的重心到圆心  $D$  的距离为  $4r\sin(\alpha/2)/(3\alpha)^{[15]}$ . 因此, 圆弧部分的重心  $G_c$  到圆心  $D$  的距离  $d_{DG}$  为

$$d_{DG} = \frac{\frac{1}{2} \alpha r^2 d_{DG} - \frac{1}{2} r^2 \sin \alpha \times \frac{2}{3} r \cos \frac{\alpha}{2}}{S_c} = \frac{4r\sin^3 \frac{\alpha}{2}}{3(\alpha - \sin \alpha)}. \tag{19}$$

于是, 圆弧部分的重心坐标  $G_c(x_c, y_c)$  为

$$\begin{cases} x_c = x_0 + \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}} d_{DG}, \\ y_c = y_0 - \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}} d_{DG}. \end{cases} \tag{20}$$

所以, 整个滑体的重心坐标  $G_L(x_L, y_L)$  为

$$\begin{cases} x_L = \frac{S_1 x_1 + S_c x_c}{S_1 + S_c}, \\ y_L = \frac{S_1 y_1 + S_c y_c}{S_1 + S_c}; \end{cases} \tag{21}$$

重力产生的下滑力矩为

$$M_T = \gamma(S_1 + S_c) \times (x_L - x_0), \tag{22}$$

其中,  $\gamma$  为土的容重. 把式(16)和(22)代入式(14), 可得安全系数  $f_s$  为

$$f_s = \left\{ r \int_{x_1}^{x_2} \left( \left( \frac{b_1}{a} \frac{x - x_0}{\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}} + \frac{b_2}{a} \left( 1 - \frac{\lambda \cdot r^2}{[r^2 - (x - x_0)^2]^2} \right) \right) \tan \varphi + \frac{c \cdot r}{\sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}} \right) dx \right\} / \left\{ \frac{1}{2} \gamma (|(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (y_3 - y_1)(x_2 - x_1)| + r^2(\alpha - \sin \alpha))(x_L - x_0) \right\}. \tag{23}$$

### 3 算例与分析

#### 3.1 算例

假设有一土坡高  $H = 30$  m, 坡比为 1 : 1.5, 土的容重  $\gamma = 20$  kN/m<sup>3</sup>, 内摩擦角  $\varphi = 18^\circ$ , 内聚力  $c = 30$  kPa, 半径  $r = 51.841$  m, 图示各点的坐标如表 1 所示.

表 1 图 1 所示点的坐标  
Table 1 Point coordinates in fig.1

coordinate	point			
	A	B	C	D
x	10	66	46	18.653
y	10	40	40	61.114

将表 1 坐标值代入式(17)~(21), 可得土坡滑体各部分重心坐标, 如表 2 所示.

根据式(13)的计算, 滑裂面处的摩阻应力为

$$\tau(x) = 10^{-6} \times (0.647x + 0.430\sqrt{2\ 687.489 - (x - 18.653)^2}) + \frac{13.891\lambda}{(\sqrt{2\ 687.489 - (x - 18.653)^2})^3} + 30. \tag{24}$$

由式(23),可得安全系数 $f_s$ 为

$$f_s = \frac{M_N}{M_T} = \frac{148\ 886.445 + 0.990\ 6\lambda}{136\ 282.393} = 1.092 + \frac{0.990\ 6}{136\ 282.393} \lambda \quad (25)$$

表2 土坡滑体各部分重心坐标

Table 2 Slope landslide coordinates of the center of gravity

coordinate	point		
	$G_t$	$G_c$	$G_L$
$x$	40.667	19.090	27.490
$y$	30	60.282	48.501

### 3.2 分析结果

#### 1) 非局部材料参数对滑裂面处剪应力的影响

取弦长 $AB$ 的0.05倍作为非局部材料的参照长度,如图2所示,给出了非局部摩擦模型( $\lambda = 0.3\text{ m}$ )和局部摩擦模型( $\lambda = 0$ )两种模型下的滑裂面剪应力差值分布。由图2可知,滑动面上的点离坐标原点越远非局部摩擦的剪应力差值越大,即非局部摩擦效应越明显。当 $x$ 值到达最大时,其剪应力的差值也达到最大值。

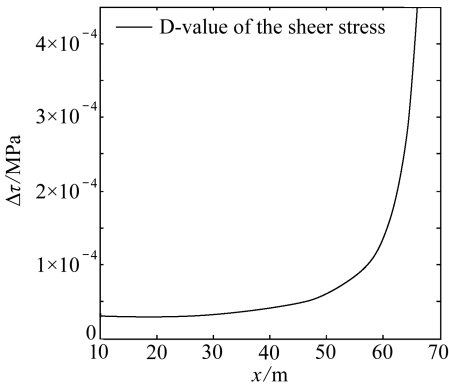


图2 非局部摩擦模型和局部摩擦模型下的滑面剪应力差值分布图

Fig.2 Distribution of shear stress D-value between the non-local friction model and local friction model along the slip surface

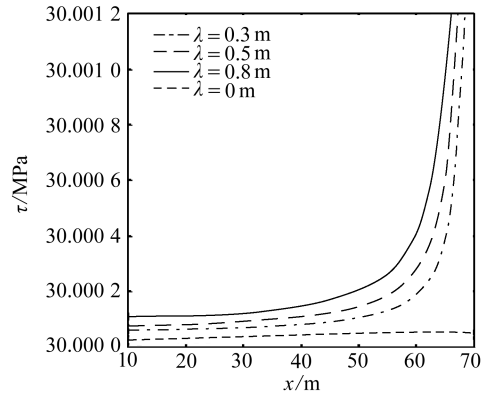


图3 非局部摩擦模型滑裂面处剪应力的分布情况

Fig.3 Distribution of shear stress along the slip surface of the non-local friction model

如图3所示,给出了非局部摩擦材料尺寸参数 $\lambda = 0, \lambda = 0.3\text{ m}, \lambda = 0.5\text{ m}, \lambda = 0.8\text{ m}$ 时滑裂面处剪应力的分布情况。从而可知,材料尺寸参数 $\lambda$ 增加时,非局部摩擦与局部摩擦两种模型相应的剪应力差值呈指数形式增加,这说明随着材料尺寸参数的增大,非局部效应变得更加明显,剪应力增加也越快。

#### 2) 非局部材料参数对安全系数的影响

图4给出了非局部摩擦模型与局部摩擦模型的安全系数 $f_s$ 的曲线。由图4可知,考虑非局部摩擦效应计算得出的安全系数要比局部摩擦模型算出的安全系数大,随着非局部材料尺寸参数的增加,安全系数也增加。因此,基于局部摩擦模型计算出来的安全系数会稍微偏小,在实际工程计算中显得保守。

#### 3) 非局部摩擦与局部摩擦两种模型内聚力的变化对安全系数的影响

结合式(23)和算例,给出了土坡在非局部摩擦模型( $\lambda = 0.3\text{ m}$ )和局部摩擦模型下,安全

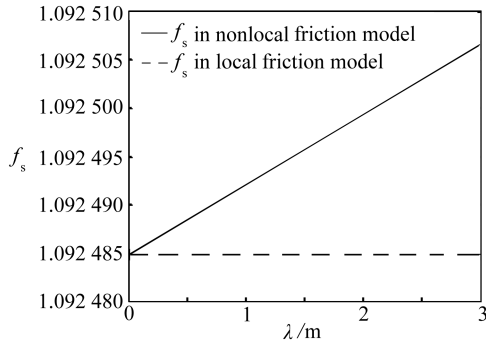


图4 非局部摩擦稳定安全系数  $f_s$  与材料参数  $\lambda$  的关系

Fig.4 Relation between the non-local friction stability safety factor  $f_s$  and material parameter  $\lambda$

系数  $f_s$  与内聚力  $c$  的关系曲线,如图5所示。

图5表明在两种摩擦模型下的安全系数  $f_s$  都随内聚力  $c$  的增大而增加.基于梯度依赖的非局部摩擦模型与局部摩擦模型所得出的土坡安全系数  $f_s$ ,在内聚力  $c$  不同时,两种模型的安全系数曲线几乎重合,这说明对于不同的内聚力,土坡滑裂面处的非局部摩擦效应不明显.这是因为基于梯度依赖的非局部摩擦效应体现在滑裂面正应力的二阶梯度上,而内聚力与正应力的二阶梯度联系不紧密。

4) 非局部摩擦与局部摩擦两种模型内摩擦角的变化对安全系数的影响

图6给出了土坡在非局部摩擦模型与局部摩擦模型下,安全系数  $f_s$  与内摩擦角  $\varphi$  的关系曲线.图6表明内摩擦角  $\varphi$  的改变对安全系数  $f_s$  有较大影响,在考虑基于梯度依赖的非局部摩擦模型中,内摩擦角  $\varphi$  的改变对安全系数  $f_s$  的影响非常大。

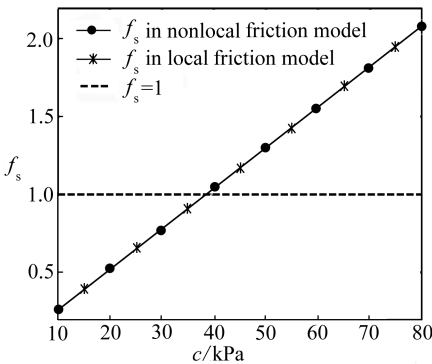


图5 非局部摩擦和局部摩擦两种模型的  $f_s$ - $c$  曲线

Fig.5  $f_s$ - $c$  relations in the non-local and local friction models

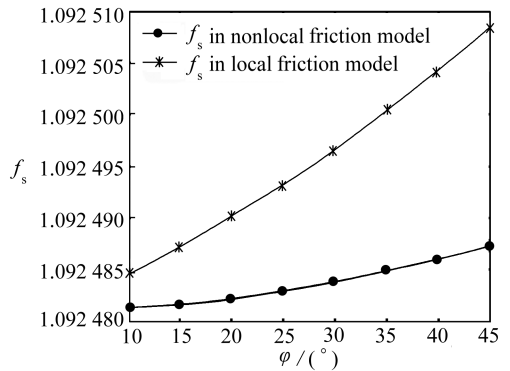


图6 非局部摩擦和局部摩擦两种模型的  $f_s$ - $\varphi$  曲线

Fig.6  $f_s$ - $\varphi$  relations in the non-local and local friction models

## 4 结 论

1) 对基于梯度依赖的非局部摩擦模型土坡滑裂面处的摩阻力进行了相应的计算与分析.得出以下结论:距离圆心点的水平距离越远,滑裂面处的剪应力差值越大,且呈非线性快速增长,即非局部摩擦效应越明显;基于梯度依赖非局部摩擦模型的材料参数  $\lambda$  的增大,对应的剪应力差值也增大。

2) 讨论了基于梯度依赖的非局部材料尺寸参数对土坡安全系数的影响, 研究表明, 随着非局部材料尺寸参数的增加, 土坡的安全系数呈线性增加, 说明采用局部摩擦模型研究土坡的稳定性, 其计算结果会偏小.

3) 研究了相关参数对土坡稳定性安全系数的影响, 研究表明在非局部摩擦和局部摩擦两种模型下, 考虑不同的内聚力对安全系数的影响时, 两种模型计算的结果差异很小. 考虑内摩擦角对安全系数的影响时, 非局部摩擦模型土坡稳定性安全系数的增长更快, 也就是说土坡稳定性安全系数对于土体内摩擦角的变化较敏感. 因此, 改变内摩擦角是提高土坡稳定性安全系数的较好方式.

## 参考文献 (References):

- [1] 张强用. 岩土工程强度与稳定计算及工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005. (ZHANG Qiang-yong. *Strength and Stability Calculation of Geotechnical Engineering and the Engineering Application*[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2005. (in Chinese))
- [2] 李杰. 边坡稳定性问题的理论分析及其应用研究[D]. 硕士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2002. (LI Jie. *Theoretical analysis and application research of the slope stability problems*[D]. Master Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2002. (in Chinese))
- [3] 刘华丽, 朱大勇, 钱七虎, 周先华. 滑面正应力分布对边坡安全系数的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(7): 1323-1330. (LIU Hua-li, ZHU Da-yong, QIAN Qi-hu, ZHOU Xian-hua. *Effect of normal stress distribution on factor of safety of a slope*[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, 25(7): 1323-1330. (in Chinese))
- [4] 刘华丽, 朱大勇, 钱七虎, 周先华. 基于滑面正应力假设的土压力计算方法[J]. 地下室空间与工程学报, 2006, 2(5): 784-788. (LIU Hua-li, ZHU Da-yong, QIAN Qi-hu, ZHOU Xian-hua. *Method for computation of earth pressure based on normal stress assumption*[J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2006, 2(5): 784-788. (in Chinese))
- [5] 廖小红. 非局部摩擦模型在土体分析中的应用[D]. 硕士学位论文. 南昌: 南昌大学, 2011. (LIAO Xiao-hong. *The application of nonlocal friction model in analysis of soil*[D]. Master Thesis. Nanchang: Nanchang University, 2011. (in Chinese))
- [6] Mauldon M, Ureta J. Stability analysis of rock wedges with multiple sliding surfaces[J]. *Journal of Geotechnical and Geological Engineering*, 1999, 14(1): 51-66.
- [7] 沈爱超, 李铀. 单一地层任意滑移面的最小势能边坡稳定性分析方法[J]. 岩土力学, 2009, 30(8): 2463-2466. (SHEN Ai-chao, LI You. *Minimal potential energy method for analyzing slope stability of arbitrary sliding surface on a single stratum*[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, 30(8): 2463-2466. (in Chinese))
- [8] 李小强, 白世伟, 李铀. 最小势能方法在二维边坡稳定分析中的应用[J]. 岩土力学, 2004, 2(6): 909-912. (LI Xiao-qiang, BAI Shi-wei, LI You. *2D slope stability analysis using principle of minimum potential energy*[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2004, 2(6): 909-912. (in Chinese))
- [9] 李小强. 最小势能原理在边坡稳定性分析中的应用研究[D]. 博士学位论文. 长沙: 中南大学, 2003. (LI Xiao-qiang. *Applied research of the principle of minimum potential energy on slope stability analysis*[D]. PhD Thesis. Changsha: Central South University, 2003. (in Chinese))
- [10] Eringen A C. *Nonlocal Polar Field Theories*[M]. New York: Academic Press, 1976.
- [11] Edelen D G B. *Nonlocal Field Theories*[M]. New York: Academic Press, 1976.
- [12] Edelen D G B. Irreversible thermodynamics of nonlocal systems[J]. *International Journal of*



- Engineering Science*, 1974, **12**(7): 607-631.
- [13] Oden J T, Pires E B. Nonlocal and nonlinear friction laws and variational principles for contact problems in elasticity[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1983, **50**(1): 67-76.
- [14] 扶名福, 郭良, 陈桂尧. 非局部摩擦在塑性加工中的应用[J]. 力学季刊, 2001, **22**(1): 112-116. (FU Ming-fu, GUO Liang, CHEN Gui-yao. An application of nonlocal friction in plastic working problems[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2001, **22**(1): 112-116.(in Chinese))
- [15] 谢帮华. 工程力学[M]. 南京: 南京大学出版社, 2012.(XIE Bang-hua. *Engineering Mechanics* [M]. Nanjing: Nanjing University Press, 2012.(in Chinese))

## Analysis of Slope Stability Based on Gradient-Dependent Non-Local Friction Model

FU Ming-fu<sup>1</sup>, XIE Bang-hua<sup>2</sup>, LIAO Xiao-hong<sup>3</sup>, YU li<sup>4</sup>

(1. *Headmaster's Office, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330021, P.R.China;*

2. *College of Science and Technology, Nanchang University, Nanchang 330029, P.R.China;*

3. *College of Civil Engineering and Architecture, Nanchang University, Nanchang 330031, P.R.China;*

4. *College of Civil Engineering and Architecture, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330021, P.R.China)*

**Abstract:** The stability of the slope with arc-shaped slip surface was studied based on the gradient-dependent non-local friction model and the gradient-dependent non-local material parameters were discussed. The material parameters' influence on the safety factor of slope stability was analyzed from a microview with the mechanism of macro engineering problems probed. It is found that, when the non-local material parameters with microscopic properties change, the change of the slope safety factor will be not so big, but the trend will be very obvious. To discuss the influence of soil parameters on the safety factor, the gradient-dependent non-local friction model was compared with the local friction model, and the safety factor was found to be sensitive to the soil internal friction angle. The results provide useful reference for the engineering of soil slope treatment.

**Key words:** non-local friction; gradient-dependent; slope stability; safety factor