

# 两级证据组合方法在结构 损伤检测中的应用研究\*

李 逸, 闫云聚

(西北工业大学 力学与土木建筑学院, 西安 710129)

**摘要:** 基于多源损伤信息的结构损伤识别方法可以有效克服单一损伤数据源判断识别精度不高、易出现误判等缺陷,此项技术的关键在于多损伤数据的有效融合处理.而作为数据融合的重要组成部分,证据理论在处理高度冲突的复杂数据情况时存在鲁棒性和与常识相悖的问题,基于对证据理论改进的两级组合方法,探讨了其在结构多损伤检测中的有效性.

**关键词:** PCR6; 证据理论; 结构损伤检测; 两级组合方法

**中图分类号:** TN919.5; O346.5      **文献标志码:** A

**doi:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2014.02.011

## 引 言

结构损伤检测历经几十年的理论实践,其检测方法日趋完善和丰富,每种结构损伤识别方法获得的识别结果都包含有一定的结构损伤有效信息,但这些损伤信息大部分情况都存在单一片面性,并不能完整准确地反映结构的损伤状态.采用数据融合手段从各种信息源中抽取有效损伤信息进行融合,可获得对结构实际损伤更准确识别.文献[1-4]采用概率可靠度理论处理损伤识别问题的不确定性,文献[5-7]验证了证据理论信息融合应用于损伤识别的可行性.但原始的证据源有可能存在高冲突,使证据理论融合结果产生与实际相悖的问题,所以原始证据理论方法往往不适用于结构多损伤检测.文献[8]提出的两级组合方法,通过两级组合,不仅可有效处理高冲突证据也可使不同冲突程度的证据合成更为理想.本文利用上述两级证据理论组合方法,通过一个典型的工程结构损伤模型,进行了结构多损伤数据信息检测的分析验证.

## 1 基本证据理论构建结构损伤检测系统

证据理论的提出较早,1976年经 Dempster 提出后由 Shafer 改进<sup>[9-10]</sup>.故又称作 D-S 理论.证据理论在不确定因素处理、基于知识的证据进化、适用条件和应用范围等方面具有明显的优势.

D-S 证据理论建立在一个非空集合  $\Theta$  上, $\Theta$  为识别框架,在结构损伤检测中, $\Theta$  为结构损

\* 收稿日期: 2013-09-10; 修订日期: 2013-11-07

基金项目: 2012 年度高等学校博士学科点专项科研基金(优先发展领域)(20126102130004)

作者简介: 李逸(1990—),男,湖南人,硕士生(通讯作者. E-mail: 847558094@qq.com).

伤信息组成的集合,  $2^\Theta$  是所有可能的损伤组合. 在  $2^\Theta$  上定义基本概率赋值函数 BPA 为

$$m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1] \text{ 满足 } m(\phi) = 0 \text{ 且 } \sum_{A \in \Theta} m(A) = 1, \text{bel}(A) = \sum_{B \in A} m(B).$$

在结构损伤检测中,  $m(B)$  表示一种证据对损伤  $A$  的概率支持. 损伤  $B$  的可信度越高,  $m(B)$  的值越大. D-S 理论合成规则是其理论的核心.

对于  $\forall A \in \Theta, \Theta$  上的  $n$  个 mass 函数  $m_1, m_2, \dots, m_n$  的 Dempster 合成规则为

$$m(A) = m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n = (1 - k)^{-1} \sum_{\cap A_j = A} \prod_{s=1}^n m_s(A_j), \quad (2)$$

式中

$$K = \sum_{\cap A_j = \phi} \prod_{s=1}^n m_s(A_j) = 1 - \sum_{\cap A_j = \phi} \prod_{s=1}^n m_s(A_j). \quad (3)$$

在证据合成规则中,  $K$  为归一化常数, 即冲突因子. 当  $K = 1$  (表明证据之间完全冲突) 该规则无法使用, 即使  $K \neq 1$ , 但  $K \rightarrow 1$  时, 证据高度冲突下使用组合规则亦会产生如下缺陷: 将百分之百的信任分配给小可能的命题, 产生与直觉相违背的情况; 缺乏鲁棒性, 证据对命题具有一票否决权; 对基本概率赋值很敏感. 针对上述问题, 从不同视角看待冲突问题, 大体分为两种改进思路: 一是基于修改规则的改进, 认为证据高度冲突情况下的不合理结论是由 DS 规则的归一化步骤产生的. 改进规则的关键是管理冲突, 以及如何将冲突重新分配的问题. 这一问题又可以分为: 1) 冲突应重新分配给哪些子集; 2) 在确定可接收冲突的子集后, 冲突应以什么比例分配给这些子集. 二是基于修改证据模型的方法, 基本思路是认为 DS 组合规则本身仍然适用, 在证据高度冲突时应该首先对冲突证据进行预处理, 然后再使用 DS 规则. 两者各自的改进成为各自的优点, 也彰显了对方的缺点.

## 2 PCR 改进规则

比例冲突再分配规则 (proportional conflict redistribution rules) 简称 PCR 规则<sup>[11]</sup> 是一种冲突局部再分配的方法, 形式简单并能够较好解决局部冲突问题. PCR 规则判断单焦元的冲突导致了冲突信息的产生, 而并集产生的不确定信息并不参与冲突决策, 同时其冲突所占比例与单焦元本身的置信指派成正比. 于是, 按照单焦元置信指派对冲突信息进行再分配, 并根据分派比例将 PCR 规则分为 PCR1~PCR6 规则. PCR6 规则在不考虑证据顺序的情况下确保合成结果的合理性, 同时, 其空信度合成后对结果的影响中立. 规则中不同证据源对同一假设的部分冲突是分开的, 不同于全集的总和冲突, 如两个数据源  $M_1, M_2$  关于对命题  $A$  与  $B$  的信任度分配之间存在冲突, 则分别考虑  $m_1(A)m_2(B)$  与  $m_2(A)m_1(B)$  对冲突分派的影响, 依据其比例将冲突分配给参与决策的  $m(A)$  和  $m(B)$ , 忽略并集  $m(A)m(B)$  的影响, 从而使分配更加合理.

PCR6 规则定义为

$$m_{\text{PCR6}}(X) = m_{\cap}(X) + \left( \sum_{i=1}^M m_i(X)^2 \right) \sum_H \left( \frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})} \right), \quad (4)$$

其中  $H$  为

$$\cap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(j)} \cap X = \phi(Y_{\sigma_i(1)} Y_{\sigma_i(2)} \dots Y_{\sigma_i(M-1)} = (G^\phi)^{M-1}), \quad \forall (X \neq \phi) \in G^\phi,$$

$M$  表示证据源的个数,  $m_{\cap}(X)$  表示原始的合成法则合成后的合成信度,  $Y_j \in G^\phi$  为对应证据源  $j, m_j(Y_j)$  是其相关的信度函数,  $\sigma_i(j)$  表示对从 1 到  $M$  中数字  $j$  的缺项即

$$\sigma_i(j) = \begin{cases} j, & j < i, \\ j + 1, & j \geq i. \end{cases}$$

PCR6 规则是目前最有效的规则,它不仅能得到很好的合成结果,而且在计算量上有优势,具有较好的工程实际应用前景<sup>[12]</sup>.

### 3 基于两级组合方法的证据理论改进

两级组合方法综合考虑到原始证据理论在处理低冲突数据时具有良好的理论基础和简单有效的算法实现,同时具有良好的收敛性、计算量小以及加性融合方法所具有的可靠性高的优点,但在处理高冲突问题时往往产生与常识相违背的结果.在此基础上利用 PCR6 在处理高冲突问题时优良的冲突分配能力,消除高冲突的不利影响,从而组合成两级组合方法下的证据理论改进,将高冲突和低冲突区别对待.在两级组合中,分别使用不同的证据组合规则.在第一级组合中采用 PCR6 规则化解原始证据中可能的高冲突问题,获得一级证据.在第二级组合中采用传统的 Dempster 组合规则对第一级证据进行融合,保证其计算性能,从而用最小的代价解决证据组合中潜在的高冲突问题,其组合过程如下所示(图 1).

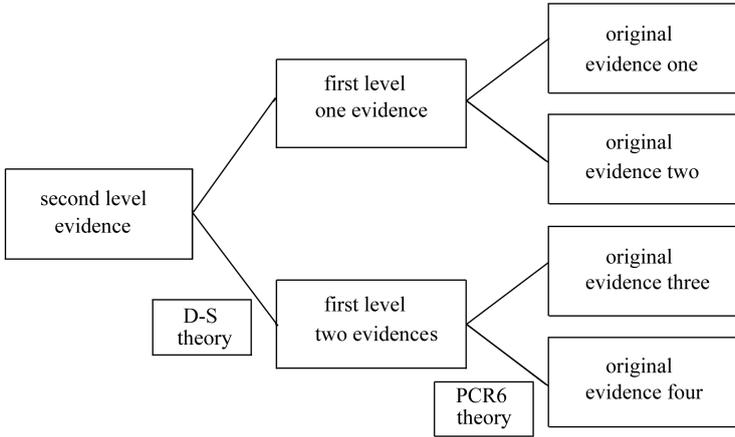


图 1 两级组合过程示意图

Fig.1 Schematic diagram of two-level combination

在第一级的融合处理中分为两种情况,数据源个数有奇数偶数之分,在数据为偶数的情况下,基础融合为两数据的 PCR 组合,定义如下:

设识别框架  $\Theta$  上的两个证据的基本概率赋值为  $m_1, m_2; 2^\phi \in [0, 1]$ , 其中

$$\sum_{Y \in 2^\Theta} m_i(Y) = 1.$$

$m_1, m_2$  的合成记为  $m_1 \oplus_{\text{PCR6}} m_2$ , 简记为  $m_{\text{PCR6-2}}(\cdot)$ , 则有

$$m_{\text{PCR6-2}}(X) = m_{1,2}(X) + \sum_H \left[ \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right], \quad (5)$$

其中  $H$  为  $Y \in G^\phi / |X|, c(Y \cap X) = \phi$ .

在数据为奇数的情况下,基础融合稍许发生改变,是 3 个数据的 PCR 组合,定义如下:

$$m_{\text{PCR6-3}}(X) = m_{\cap}(X) + \left( \sum_{i=1}^3 m_i(X)^2 \right) \sum_H \left( \frac{m_{\sigma_i(1)}(Y_{\sigma_i(1)}) \cdot m_{\sigma_i(2)}(Y_{\sigma_i(2)})}{m_i(X) + m_{\sigma_i(1)}(Y_{\sigma_i(1)}) + m_{\sigma_i(2)}(Y_{\sigma_i(2)})} \right), \quad (6)$$

其中  $H$  为  $Y_{\sigma_i(1)} \cap Y_{\sigma_i(2)} \cap X = \phi, (Y_{\sigma_i(1)}, Y_{\sigma_i(2)}) \in (G^\phi)^2$ , 则新的两级组合成公式如下:

$s$  条证据进行融合, 各证据的基本概率赋值分别为  $m_1, m_2, \dots, m_s$ , 用  $m_i^{(j)}$  表示第  $j$  级组合的第  $i$  次组合, 其表示为

第一级

$$m_i^{(1)} = \begin{cases} m_{2i-1} \oplus_{\text{PCR6}} m_{2i}, & i = 1, 2, \dots, s/2, s \text{ 为偶数}, \\ m_{2i-1} \oplus_{\text{PCR6}} m_{2i}, m_{(s-1)/2}^{(1)} = m_{s-2} \oplus_{\text{PCR6}} m_{s-1} \oplus_{\text{PCR6}} m_s, \\ & i = 1, 2, \dots, (s-3)/2, s \text{ 为奇数}, s \geq 3. \end{cases} \quad (7)$$

第二级

$$m^{(2)} = \begin{cases} m_1^{(1)} \oplus_{\text{DS}} m_2^{(1)} \oplus_{\text{DS}} \dots \oplus_{\text{DS}} m_{s/2}^{(1)}, & s \text{ 为偶数}, \\ m_1^{(1)} \oplus_{\text{DS}} m_2^{(1)} \oplus_{\text{DS}} \dots \oplus_{\text{DS}} m_{(s-1)/2}^{(1)}, & s \text{ 为奇数}, s \geq 3. \end{cases} \quad (8)$$

## 4 数值仿真

本文以若干种损伤识别方法为证据获取基础, 其中包括基于模态分析、模态应变能、模态柔度曲率和小波包分析. 结构损伤仿真模型为一平面桁架结构(图2). 预先设置杆件2存在损伤, 以刚度下降为判断指标, 杆件1存在可疑损伤, 其余杆件完好. 同时设立损伤工况A判断杆件1损伤, 损伤工况B判断杆件2损伤(工况B与实际损伤情况相符), 损伤工况C判断杆件3损伤.

采用4种损伤识别方法获得损伤数据源, 设立损伤指标, 获得相应的各工况的损伤概率赋值如表1所示. 为节省篇幅, 所用4种结构损伤检测方法和具体计算过程均省略, 重点研究4种方法所得到的结构损伤数据的融合计算. 4种结构损伤检测方法共获取4种损伤数据源, 对其指标进行归一量化, 每个证据源均对3种工况进行信任概率赋值, 表示为  $M(a, b, c)$ ,  $a, b, c$  分别表示对工况A, B, C的信任概率, 依据这些基础的信任赋值采用基本的证据理论和本文所采用的两级组合方法改进的证据理论方法进行融合, 对比两者融合后的数据, 进行有效性判断.

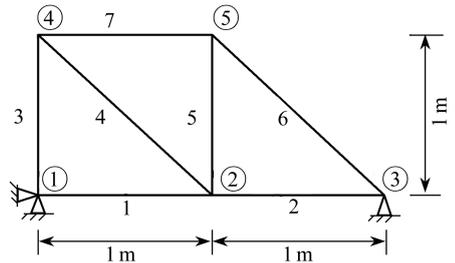


图2 结构损伤识别仿真模型

Fig.2 Structural damage identification simulation model

表1 4种损伤识别方法获得的损伤指标概率赋值

Table 1 Damage index probability assignment in the 4 methods of damage identification

damage type	evidence			
	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$
A	0.1	0.9	0.1	0.2
B	0.6	0	0.7	0.6
C	0.3	0.1	0.2	0.2
damage location method	damage type			
	A	B	C	
Dempster	0.6	0	0.4	
two-level combination	0.193 7	0.752 3	0.053 9	

由表1可知, Dempster方法中, 证据  $M_2$  对B工况的支持度为0, 无论其他3个证据对B工

况的信任分配是多少,都不影响最终融合结果对 B 工况的信任赋值为 0.这是一个信任悖论的问题,得出了与常识相违背的结论.损伤识别方法 2 具有一票否决权,再多的其他证据对 B 工况的支持判断也均被否定,这是不符合实际决策情况的.而本文所采用的两级组合在第一级融合时运用 PCR6 规则消除了潜在的冲突,从而取得较好的识别结果,对 B 工况损伤的概率赋值显著提高,从而基本可以判断其损伤的存在.

表 2 4 种损伤识别方法获得的损伤指标概率赋值

Table 2 Damage index probability assignment in the 4 methods of damage identification

damage type	evidence			
	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$
A	0.4	0.9	0	0.3
B	0.5	0	0.9	0.6
C	0.1	0.1	0.1	0.1

damage location method	damage type		
	A	B	C
Dempster	0	0	1
two-level combination	0.277 8	0.717 1	0.005 0

由表 2 可知,尽管各个证据对 C 工况的概率赋值都很低,支持很小,但 Dempster 方法认为融合识别后的结果就是 C 工况,与实际情况和常识相违背.而本文两级组合方法的融合结果能够克服多证据信任悖论识别出结构损伤位置,符合实际情况设定.

表 3 4 种损伤识别方法获得的损伤指标概率赋值

Table 3 Damage index probability assignment in the 4 methods of damage identification

damage type	evidence			
	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$
A	1	0	0.1	0.1
B	0	1	0.6	0.6
C	0	0	0.3	0.3

damage location method	damage type		
	A	B	C
Dempster	-	-	-
two-level combination	0.056 5	0.943 4	0

由表 3 可知,证据  $M_1, M_2$  是针锋相对冲突的,是为完全冲突下的信任悖论.冲突因子  $K = 1$ , Dempster 方法不可用,无法判断损伤位置.本文所采用的两级组合方法能够很好地处理这种完全冲突的问题,对于工况 B 的信任分配接近于 1,成功地判断出相应的损伤位置所在.

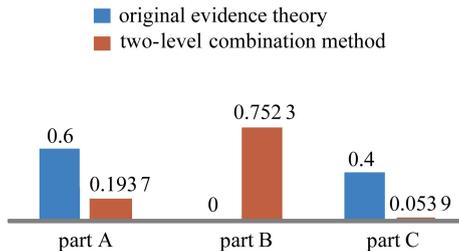


图 3 两方法对比图(参见表 1)

Fig.3 The comparison chart of the 2 methods(see table 1)

为了更为直观地体现两方法融合结果的差异,两方法融合结果对比请见图3~图5,part A, part B, part C 分别表示融合结果对工况 A, B, C 的信任概率分配.由图可以清晰对比出在杆件 2 为实际损伤(损伤工况 B)的情况下,利用多种高冲突证据,两级组合理论能够清晰识别判断出结构损伤位置,大大优于原始证据理论的损伤误判.

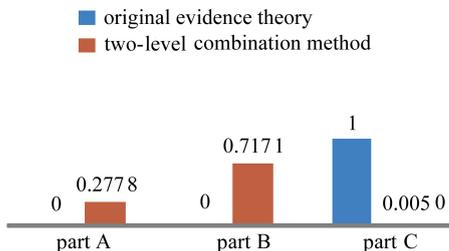


图4 两方法对比图(参见表2)

Fig.4 The comparison chart of the 2 methods  
(see table 2)

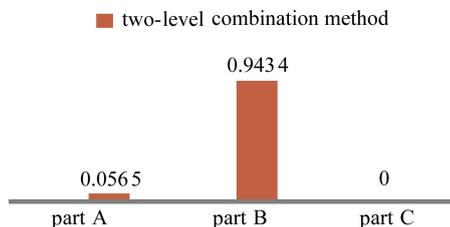


图5 两方法对比图(参见表3)

Fig.5 The comparison chart of the 2 methods  
(see table 3)

## 6 结 论

通过上述的结构的多损伤数据源的两数据融合方法的对比,即原始证据理论与本文所采用的两级组合方法,可以看出所采用的两级组合方法能够很好地识别出此简单结构在单信任悖论、多信任悖论以及全冲突悖论情况下的结构损伤位置.这是因为两级组合方法将高冲突和低冲突区别对待,使用不同的组合规则.在高冲突情况下,第一级组合采用 PCR6 规则,利用其有效处理分配冲突的功能进行冲突预处理,化解可能存在的高冲突问题.第二级采用初始的证据理论合成规则,对经 PCR6 规则处理后的新的低冲突证据源进行简单有效计算,发挥原始证据理论在处理低冲突数据时良好的数学基础及运算性能.充分发挥两融合规则优点,有较好的应用性.

## 参考文献(References):

- [1] Yeo I, Shin S, Lee H S. Statistical damage assessment of framed structures from static responses[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000, **126**(4): 414-421.
- [2] 张清华, 李乔, 唐亮. 斜拉桥结构损伤识别的概率可靠度法[J]. 铁道学报, 2005, **27**(3): 70-75. (ZHANG Qing-hua, LI Qiao, TANG Liang. Cable-stayed bridge structure damage identification probability reliability method[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2005, **27**(3): 70-75. (in Chinese))
- [3] Beck J L, Katafygiotis L S. Updating models and their uncertainties—I: Bayesian statistical framework[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1998, **124**(4): 455-461.
- [4] 向阳, 史习智. 混凝土结构缺陷的融合识别研究[J]. 振动工程学报, 2001, **14**(1): 36-41. (XIANG Yang, SHI Xi-zhi. Research on identification of concrete flaws by information fusion [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2001, **14**(1): 36-41. (in Chinese))
- [5] 刘涛, 李爱群, 缪长青, 李枝军. 基于数据融合的结构损伤识别方法研究[J]. 工程力学, 2008, **25**(1): 16-21. (LIU Tao, LI Ai-qun, MIAO Chang-qing, LI Zhi-jun. Study of structural damage identification methods based on data fusion[J]. *Engineering Mechanics*, 2008, **25**(1): 16-21. (in Chinese))
- [6] 郭惠勇, 张陵, 周进雄. 基于改进加权 D-S 信息融合的结构多损伤位置识别[J]. 工程力学,

- 2005, **22**(1): 235-240.(GUO Hui-yong, ZHANG Ling, ZHOU Jin-xiong. Identification of structural multiple damaged locations based on Dempster-Shafer theory of weighted balance of evidence[J]. *Engineering Mechanics*, 2005, **22**(1): 235-240.(in Chinese))
- [7] 张清华, 李乔, 唐亮. 基于证据理论的结构损伤识别研究[J]. 振动工程学报, 2007, **20**(2): 200-205.(ZHANG Qing-hua, LI Qiao, TANG Liang. Study of structural damage identification based on evidence theory[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2007, **20**(2): 200-205.(in Chinese))
- [8] 金宏斌, 蓝江桥, 高效. 解决冲突证据的两级组合方法[J]. 计算机应用, 2010, **30**(10): 2588-2613.(JIN Hong-bin, LAN Jiang-qiao, GAO Xiao. Two-level combination approach for solving conflict evidences[J]. *Journal of Computer Applications*, 2010, **30**(10): 2588-2613.(in Chinese))
- [9] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping[J]. *Ann Math Statist*, 1967, **38**(2): 325-339.
- [10] Shafer G A. *Mathematical Theory of Evidence*[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976: 10-21.
- [11] Smarandache F, Dezert J. Proportional conflict redistribution rules for information fusion [C]//Smarandache F, Dezert J eds. *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion. Collected Works*. Rehoboth: American Research Press, 2006, Vol 2: 3-68.
- [12] Van Norden W, Bolderheij F, Jonker C. Combining system and user belief on classification using the DSMT combination rule[C]//11th International Conference on Information Fusion. Cologne, Germany, 2008: 768-775.

## Application of Two-Level Combination Method for Evidence Theory to Structural Damage Detection

LI Yi, YAN Yun-ju

(School of Mechanics, Civil Engineering and Architecture,  
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, P.R.China)

**Abstract:** The structural damage identification method based on multiple-source damage information could effectively get over the defects of poor accuracy and high-probability misjudgment with the single-source-based method. The key point of this method lies in the effective fusion processing of the multiple damage data. As an important part of data fusion, the evidence theory is liable to problems of robustness and contrary to common sense, while dealing with high-conflict complex data. The effectiveness of the two-level combination method to improve the evidence theory, was discussed in the case of application to the structural multiple-damage detection.

**Key words:** PCR6; evidence theory; structure damage identification; two-level combination method