

一般起升机构吊重轨迹偏差分析*

齐朝晖, 宋慧涛

(大连理工大学 运载工程与力学学部; 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 提出了一种分析一般起升机构吊重轨迹偏差的系统化方法.通过系统平衡方程与协调条件建立了系统位移、钢丝绳拉力等参数所满足的一阶微分方程.详细讨论了方程中涉及的各种变量的性质和计算方法,得到了空间滑轮公切点位移和速度、钢丝绳拉力方向及其变化率,给出了卷筒参数协调条件、系统绳长协调条件,并提出了一种求解空间滑轮角速度的方法.滑轮的转动方向决定了其两端拉力关系,然而微分方程求解过程中可逐步求得各滑轮角速度,所以针对双联卷筒单分支缠绕的系统,该方法解决了系统中有滑轮转动方向难以确定的问题.这些问题的解决方法具有一定的普适性,对于一般起升机构的设计和分析有一定的参考价值.

关键词: 起升机构; 吊重轨迹; 滑轮公切线; 滑轮角速度

中图分类号: TH11 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2014.04.010

引 言

目前,各种类型的起重机已广泛应用于工业生产中,如铸造用起重机、板坯、集装箱搬运起重机、水电站用起重机等,随着现代科技的迅速发展,工业生产规模的扩大和自动化程度的提高,人们对起重机的要求也越来越高,使得现代起重机向耐久化、专业化、更安全可靠的方向发展^[1-2].如德国 Demag(德马格)公司研制出一种飞机维修保养专用起重机,跨度大、起升高度大、停准精度高;又如核电站环行桥式起重机,可用于更换反应堆燃料以及安装和维修重型设备等人们不便直接操作的场所,工作环境的特殊性使它必须能以很高的精度对吊重进行定位作业等^[1-4].若要达到精确可靠的要求,必须了解起升过程中吊重是如何运动的.

目前,关于起重机小车运行中对吊重偏摆的控制,吊重起升过程中对相关机构的动力学分析等方面已经有了大量研究^[5-8].这些研究解决了许多有关起重机控制方案和结构设计方面的问题,但这些研究或集中于吊重运动对起升机构的影响,或将重物和钢丝绳作为单摆处理.事实上,吊重的运动取决于每根钢丝绳的拉力大小和方向,而钢丝绳拉力又与绳索、滑轮间的相互作用密切相关.有关绳索和滑轮之间相互作用机理的研究已积累了大量成果,但将其与大型起重机系统的具体特点相结合方面还有很多未完成的工作.文献[9]研究了电流传输线中的绳索滑轮系统,但在分析动滑轮运动时将滑轮简化为质点,忽略了过多的细节;文献[10]提出了

* 收稿日期: 2013-10-23; 修订日期: 2014-02-26

基金项目: 国家自然科学基金(10972044)

作者简介: 齐朝晖(1964—),男,辽宁大连人,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: zhaohuiq@dlut.edu.cn).

一种参数化超级单元模型用以研究钢丝绳的形变和应力分布,但对滑轮自身的运动没有深入研究.文献[11]论述了平面绳索滑轮系统的程式化分析方法,但所提方法还不能直接应用于空间绳索滑轮系统;文献[12]分析了引起吊钩组旋转的原因,提出了防止大起升高度钢丝绳打结的几种方法;文献[13]提出一种利用吊钩组内相关几何尺寸来评估稳定性的方法,对于控制吊钩组的旋转有一定的参考价值,但是缺少量化的分析.

起升机构的布置和钢丝绳的缠绕方式对于吊重的轨迹有着决定性的影响.本文忽略风力、操作等因素影响,针对一般的起升机构,从系统自身具体结构出发,提出了分析吊重轨迹偏差的一般方法;通过含载荷系数的平衡方程与协调条件建立了系统广义速度、钢丝绳拉力变化率等参数所满足的一阶微分方程,详细讨论了方程中涉及的各种变量的性质和计算方法;提出了一种求解空间滑轮角速度的方法,从而解决了缠绕分支中个别滑轮转动方向不确定的问题.此时的轨迹偏差只与滑轮、卷筒的尺寸、空间方位以及钢丝绳绕绳方式等设计参数有关,属于系统偏差,因而这些问题的解决方法具有一定的普适性,对于一般起升机构的设计分析具有参考价值.

1 起升机构运动描述

一般的起升机构主要由卷筒、定滑轮组、吊钩组及缠绕其中的钢丝绳组成,其中动滑轮组固结于吊钩组上,如图1所示.起重过程中,卷筒通过钢丝绳提拉动滑轮组进而带动吊钩组和吊重一起提升.根据所连出的钢丝绳个数,卷筒可分为单联卷筒和双联卷筒.对于双联卷筒,常见的缠绕分支主要有两种:图1(a)所示单分支系统,即钢丝绳从卷筒一端连出,经过一系列的动、定滑轮,连于卷筒的另一端,含有一根钢丝绳;图1(b)所示双分支系统,含有两根钢丝绳,分别从卷筒两端连出,两分支末端与固定装置连接,该系统可认为是由满足一定协调条件的两个单联卷筒的系统组合而成.易知,对于双分支系统,重物升降时,各滑轮的转动方向都是确定的,但是对于单分支系统,个别滑轮的转动方向不易确定.

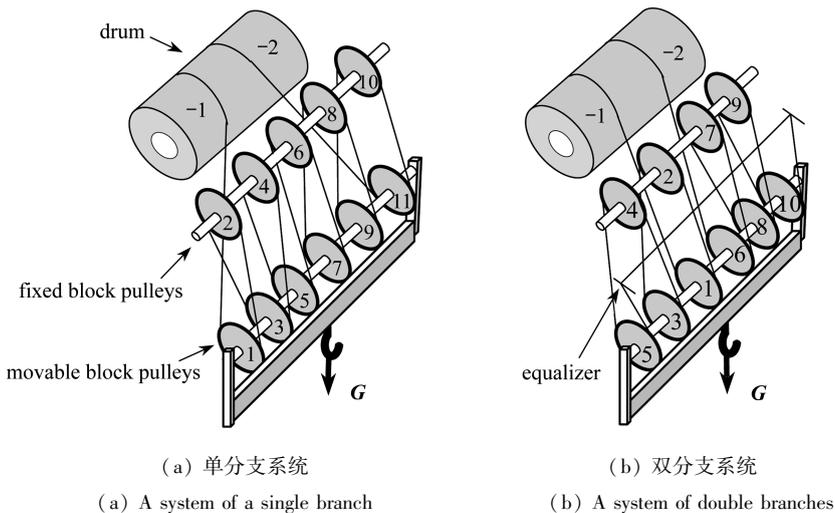


图1 起升机构示意图

Fig.1 Schematic of the hoisting mechanism

由于机构的设计、安装、钢丝绳缠绕方式等因素的存在,任何起升机构工作时都难以保证吊重只沿竖直方向运动,吊重在水平方向和前后方向的位移称为吊重轨迹偏差.吊钩组运动的

加速度越大,吊重轨迹的偏差也就越大.为了减少这种偏差,起重机在工作时会尽可能使吊钩组匀速运动.在这种情况下,吊钩组所受外力处于平衡状态.由于吊钩组在不同位置所受外力不同,一般情况下,吊点的轨迹也不是一条竖直线.由此引起的吊重轨迹偏差与起重过程的操作无关,它更大程度上取决于卷筒、滑轮组的具体结构以及彼此之间的连接方式,是起重机设计必须考虑的重要参数.

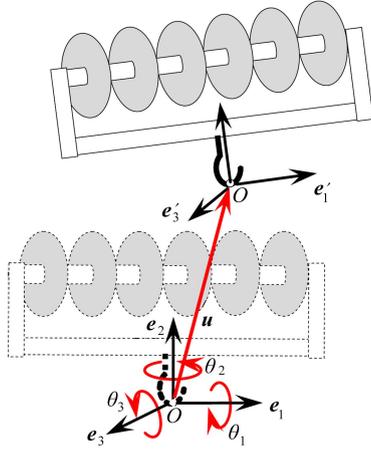


图2 吊钩组运动的描述

Fig.2 Motion of the hook assembly

为了描述吊点的轨迹,在吊点处建立一个与吊钩组固连的连体坐标系 (e'_1, e'_2, e'_3) . 初始时刻的连体基与总体坐标系 (e_1, e_2, e_3) 平行,其中 e_1 轴指向前方, e_2 轴竖直朝上, e_3 轴水平向右,如图2所示.将吊钩组视作刚体,吊钩组在任意时刻所处的位置可由该连体基原点的位移 u 和连体基的转动矢量 θ 描述,其中,原点位移

$$u = u_1 e_1 + u_2 e_2 + h e_3, \quad (1)$$

转动矢量

$$\theta = \theta_1 e_1 + \theta_2 e_2 + \theta_3 e_3. \quad (2)$$

由于各个转角都是小量,瞬时连体基相对于总体基的转动矩阵可以近似为^[14]

$$R \approx E + \tilde{\theta}, \quad (3)$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\theta} = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_3 & \theta_2 \\ \theta_3 & 0 & -\theta_1 \\ -\theta_2 & \theta_1 & 0 \end{bmatrix}$$

表示由向量 θ 生成的反对称矩阵,顶端用波浪线标识,以下同理.

易知各段钢丝绳拉力与吊钩组的位置和姿态亦即系统广义位移 e'_2 是密切耦合、高度非线性的.以提升高度 h 作为系统的描述参数,无法直接得到广义位移与 h 的关系式;但是若以提升速度 \dot{h} 作为系统描述参数,则广义速度 \dot{x} 与 \dot{h} 存在线性关系,即有如下关系式:

$$\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial h} \dot{h}. \quad (4)$$

相应的,吊钩组连体基原点的速度为

$$\dot{u} = \dot{u}_1 e_1 + \dot{u}_2 e_2 + \dot{h} e_3; \quad (5)$$

连体基转动速度为

$$\boldsymbol{\omega}_g = \dot{\theta}_1 \mathbf{e}_1 + \dot{\theta}_2 \mathbf{e}_2 + \dot{\theta}_3 \mathbf{e}_3, \quad (6)$$

其中, \dot{h} 作为系统的描述参数, 广义速度 $\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ 和 $\dot{\theta}_3$ 是 \dot{h} 的函数, 分别表示吊点沿前后方向、水平方向的速度及吊钩组在三个方向上的转动速度。

2 空间滑轮公切线及切点速度

钢丝绳质量较轻, 且走向多接近竖直方向, 因而可以将两滑轮间的钢丝绳看作一条直线; 而相对于直线段钢丝绳的长度, 滑轮沟槽宽度很小, 且一般要求钢丝绳与滑轮面的夹角不大于 5° ^[15], 以避免钢丝绳和滑轮沟槽间的摩擦, 因而在求两滑轮间公切线时, 可以将滑轮抽象为一个空间圆; 而卷筒可近似为圆柱, 钢丝绳保持与其柱面相切, 意味着该段钢丝绳与切点所在的卷筒横截面圆相切。因此, 可以将求两滑轮间或卷筒与滑轮间公切线的问题转化为求两个空间圆的公切线问题。

如图 3 所示以空间两个滑轮为例, 滑轮 1、滑轮 2 的半径分别为 r_1, r_2 , 空间位置和方位可分别由它们的圆心矢径 $\mathbf{o}_1, \mathbf{o}_2$, 以及滑轮面内单位坐标系 $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2), (\bar{\mathbf{e}}_1, \bar{\mathbf{e}}_2)$ 描述。 β_1, β_2 分别是两滑轮上的切点在相应面内坐标系的方位角, 记 $x_1 = \cos \beta_1, y_1 = \sin \beta_1, x_2 = \cos \beta_2, y_2 = \sin \beta_2$; 从滑轮中心指向切点的矢径可表示为

$$\mathbf{r}_1 = r_1(y_1 \mathbf{e}_2 + x_1 \mathbf{e}_1), \quad (7)$$

$$\mathbf{r}_2 = r_2(y_2 \bar{\mathbf{e}}_2 + x_2 \bar{\mathbf{e}}_1). \quad (8)$$

定义 $\mathbf{m}_1 = y_1 \mathbf{e}_2 + x_1 \mathbf{e}_1, \mathbf{m}_2 = y_2 \bar{\mathbf{e}}_2 + x_2 \bar{\mathbf{e}}_1$, 分别表示滑轮 1、滑轮 2 的圆心至相应切点的方向矢径。从第 1 个滑轮上的切点(矢径为 $\mathbf{p}_1 = \mathbf{o}_1 + \mathbf{r}_1$) 到第 2 个滑轮切点(矢径为 $\mathbf{p}_2 = \mathbf{o}_2 + \mathbf{r}_2$) 之间的连线同时与 \mathbf{m}_1 和 \mathbf{m}_2 垂直, 因而公切点坐标方程为

$$\begin{cases} p_{12}y_1 + p_{11}x_1 - r_2w = -r_1, \\ p_{22}y_2 + p_{21}x_2 + r_1w = r_2, \\ x_1^2 + y_1^2 = 1, \\ x_2^2 + y_2^2 = 1, \\ w = x_1(a_{11}x_2 + a_{12}y_2) + y_1(a_{21}x_2 + a_{22}y_2), \end{cases} \quad (9)$$

其中的系数: $p_{1k} = (\mathbf{o}_1 - \mathbf{o}_2) \cdot \mathbf{e}_k, p_{2k} = (\mathbf{o}_1 - \mathbf{o}_2) \cdot \bar{\mathbf{e}}_k, a_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \bar{\mathbf{e}}_j$ 。这是一组非线性方程, 难以得到解析解。然而, 求其数值解时也会遇到相当大的困难。

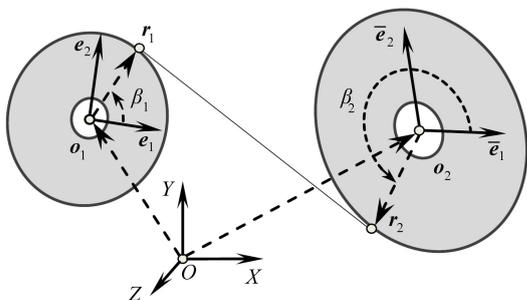


图 3 两空间滑轮公切线

Fig.3 Common tangent between two spatial pulleys

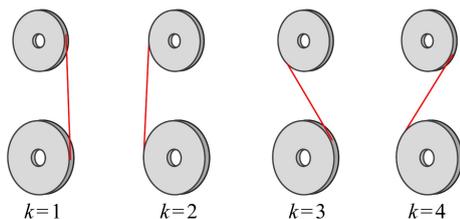


图 4 滑轮公切线类型

Fig.4 Types of common tangents between pulleys

如图 4 所示, 以上方滑轮上的切点为公切线起点, 两个滑轮可有 4 种类型的公切线, 分别

为右外公切线 ($k=1$), 左外公切线 ($k=2$), 右内公切线 ($k=3$) 和左内公切线 ($k=4$), 它们代表了滑轮间的绕绳方式. 只有与其相符的解才是有意义的. 欲获得方程组 (9) 中多个解中某个特定解, 必须使初值尽可能接近所求的特定解.

在两个滑轮圆面平行的情况下, 可得到公切线切点位置的解析解. 如图 5 所示, 外公切线特征是 $\beta_2 = \beta_1$ (即 $x_1 = x_2, y_1 = y_2$), 因而切点位置解析解为

1) 右外公切线 ($k=1$)

$$\begin{cases} x_1 = x_2 = p_{11}\sigma_r + p_{12}\sigma_p, \\ y_1 = y_2 = p_{12}\sigma_r - p_{11}\sigma_p; \end{cases} \quad (10)$$

2) 左外公切线 ($k=2$)

$$\begin{cases} x_1 = x_2 = p_{11}\sigma_r - p_{12}\sigma_p, \\ y_1 = y_2 = p_{12}\sigma_r + p_{11}\sigma_p, \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$\sigma_r = \frac{r_2 - r_1}{p^2}, \quad \sigma_p = \sqrt{\frac{1}{p^2} - \sigma_r^2}, \quad p^2 = (p_{11})^2 + (p_{12})^2 + (p_{13})^2.$$

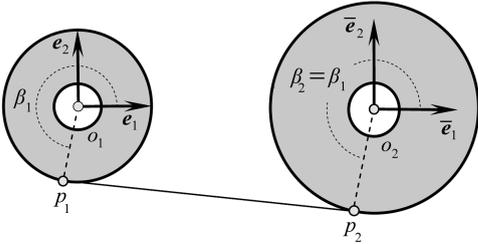


图 5 平行圆面外公切线

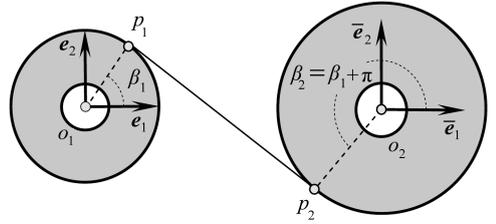


图 6 平行圆面内公切线

Fig.5 Outer common tangent between parallel circles

Fig.6 Inner common tangent between parallel circles

如图 6 所示, 内公切线的特征是 $|\beta_2 - \beta_1| = \pi$ (即 $x_1 = -x_2, y_1 = -y_2$), 因而切点位置解析解为

1) 右内公切线 ($k=3$)

$$\begin{cases} x_1 = -x_2 = -(p_{11}\rho_r + p_{12}\rho_p), \\ y_1 = -y_2 = -(p_{12}\rho_r - p_{11}\rho_p); \end{cases} \quad (12)$$

2) 左内公切线 ($k=4$)

$$\begin{cases} x_1 = -x_2 = -(p_{11}\rho_r - p_{12}\rho_p), \\ y_1 = -y_2 = -(p_{12}\rho_r + p_{11}\rho_p), \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\rho_r = \frac{r_2 + r_1}{p^2}, \quad \rho_p = \sqrt{\frac{1}{p^2} - \rho_r^2}.$$

用数值法求解两滑轮某一类型的公切线时, 以式 (10) ~ (13) 中相应类型的解析解作为初值, 可使非线性方程组 (9) 的解与绕绳方式相符.

每根钢丝绳的绕绳方式可由含两行元素的数组描述. 数组的第 1 行依次存储钢丝绳绕过的滑轮 (或卷筒) 编号, 第 2 行存储第 1 行中相应滑轮 (或卷筒) 接入分支的公切线类型编号 (编号的意义如图 4 所示). 例如, 对图 1 (a) 所示起升机构, 滑轮分别编号为 1, 2, ..., 11, 卷筒左、右两端分别编号为 -1, -2, 则从卷筒 -1 出发, 经过的滑轮 (或卷筒) 及绕绳方式可用如下数

组描述:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

当以提升速度 \dot{h} 作为系统描述参数时,需要将式(9)对高度 h 求 1 价偏导,进而得到切点方位角变化率及其它相关速度参数.笔者注意到 $\dot{y}_1 = x_1\dot{\beta}_1, \dot{x}_1 = -y_1\dot{\beta}_1, \dot{y}_2 = x_2\dot{\beta}_2, \dot{x}_2 = -y_2\dot{\beta}_2$, 并且有 $\dot{w} = \mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{m}_2\dot{\beta}_1 + \mathbf{t}_2 \cdot \mathbf{m}_1\dot{\beta}_2$, 其中 $\mathbf{t}_1 = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{m}_1, \mathbf{t}_2 = \bar{\mathbf{e}}_3 \times \mathbf{m}_2$ 分别是两圆面内的切线方向.对式(9)求导,可得到两圆上的方位角变化率:

$$\begin{cases} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{cases} \mathbf{m}_1 \cdot (\dot{\mathbf{o}}_1 - \dot{\mathbf{o}}_2) - (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{q}_{21}) \cdot \boldsymbol{\omega}_1 \\ \mathbf{m}_2 \cdot (\dot{\mathbf{o}}_1 - \dot{\mathbf{o}}_2) - (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{q}_{21}) \cdot \boldsymbol{\omega}_2 \end{cases}, \quad (15)$$

其中 $\dot{\mathbf{o}}_1, \dot{\mathbf{o}}_2$ 是滑轮中心速度, $\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2$ 是滑轮所在基本的转动速度, 向量 $\mathbf{q}_{21} = \mathbf{o}_2 - \mathbf{o}_1$, 矩阵

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{q}_{21} + \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{t}_1 & r_2 \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{t}_2 \\ -r_1 \mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{t}_1 & (\mathbf{q}_{21} - \mathbf{r}_1) \cdot \mathbf{t}_2 \end{bmatrix}^{-1}, \quad (16)$$

可见方位角变化率 $\dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2$ 是关于 $\dot{\mathbf{o}}_1, \dot{\mathbf{o}}_2, \boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2$ 的线性函数.

滑轮空间公切点的速度可由 $\dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2$ 表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}}_1 = \dot{\mathbf{o}}_1 + \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_1 + r_1 \dot{\beta}_1 \mathbf{t}_1, \\ \dot{\mathbf{p}}_2 = \dot{\mathbf{o}}_2 + \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{r}_2 + r_2 \dot{\beta}_2 \mathbf{t}_2. \end{cases} \quad (17)$$

同理,可写作如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}}_1 = \mathbf{c}_{11}\dot{\mathbf{o}}_1 + \mathbf{c}_{12}\dot{\mathbf{o}}_2 + \mathbf{c}_{13}\boldsymbol{\omega}_1 + \mathbf{c}_{14}\boldsymbol{\omega}_2, \\ \dot{\mathbf{p}}_2 = \mathbf{c}_{21}\dot{\mathbf{o}}_2 + \mathbf{c}_{22}\dot{\mathbf{o}}_1 + \mathbf{c}_{23}\boldsymbol{\omega}_2 + \mathbf{c}_{24}\boldsymbol{\omega}_1, \end{cases} \quad (18)$$

式中的系数矩阵分别为

$$\begin{cases} \mathbf{c}_{11} = r_1 \mathbf{t}_1 \otimes (b_{11} \mathbf{m}_1 + b_{12} \mathbf{m}_2) + \mathbf{E}, \mathbf{c}_{12} = \mathbf{E} - \mathbf{c}_{11}, \\ \mathbf{c}_{13} = r_1 b_{11} \mathbf{t}_1 \otimes \tilde{\mathbf{q}}_{21} \mathbf{m}_1 - \tilde{\mathbf{r}}_1, \mathbf{c}_{14} = r_1 b_{12} \mathbf{t}_1 \otimes \tilde{\mathbf{q}}_{21} \mathbf{m}_2, \\ \mathbf{c}_{21} = -r_2 \mathbf{t}_2 \otimes (b_{21} \mathbf{m}_1 + b_{22} \mathbf{m}_2) + \mathbf{E}, \mathbf{c}_{22} = \mathbf{E} - \mathbf{c}_{21}, \\ \mathbf{c}_{23} = r_2 b_{22} \mathbf{t}_2 \otimes \tilde{\mathbf{q}}_{21} \mathbf{m}_2 - \tilde{\mathbf{r}}_2, \mathbf{c}_{24} = r_2 b_{21} \mathbf{t}_2 \otimes \tilde{\mathbf{q}}_{21} \mathbf{m}_1. \end{cases}$$

滑轮公切点作为直线段钢丝绳的端点,其位置和速度决定了该段钢丝绳的拉力方向及方向变化率.拉力方向可表示为

$$\mathbf{n}_2 = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) / l_{12}, \quad (19)$$

其中 $l_{12} = \|\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2\|$, 相应的拉力方向变化率

$$\dot{\mathbf{n}}_2 = (\mathbf{E} - \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2) (\dot{\mathbf{p}}_1 - \dot{\mathbf{p}}_2) / l_{12}. \quad (20)$$

将式(18)代入上式即可得到钢丝绳拉力方向变化率与滑轮速度之间的线性关系.

另外,滑轮面内切线方向可由方位角表示为

$$\begin{cases} \mathbf{t}_1 = -\sin(\beta_1) \mathbf{e}_1 + \cos(\beta_1) \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{t}_2 = -\sin(\beta_1) \bar{\mathbf{e}}_1 + \cos(\beta_2) \bar{\mathbf{e}}_2. \end{cases} \quad (21)$$

相应变化率为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{t}}_1 = -\dot{\beta}_1 \mathbf{e}_1 - \dot{\beta}_1 \mathbf{m}_1, \\ \dot{\mathbf{t}}_2 = -\dot{\beta}_2 \bar{\mathbf{e}}_2 - \dot{\beta}_2 \mathbf{m}_2. \end{cases} \quad (22)$$

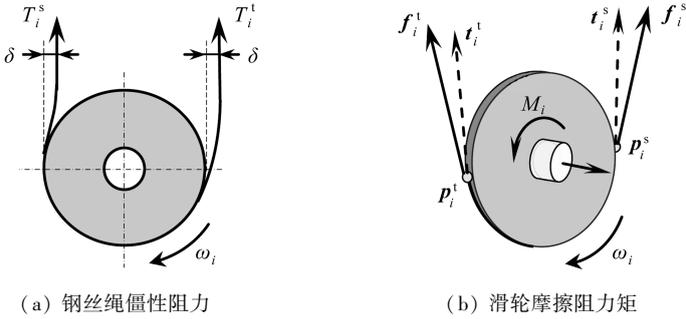
由式(15)、(18)、(20)及(22)可见,钢丝绳滑轮系统中一些常用的速度参数均可用相关滑轮的端点速度及所在基体的角速度线性表示.不失一般性,若圆 \mathbf{o}_1 表示定滑轮,则 $\dot{\mathbf{o}}_1 = \mathbf{0}$,

$\omega_1 = \mathbf{0}$; 同时圆 ω_2 表示动滑轮, 有 $\dot{\boldsymbol{o}}_2 = \dot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{\omega}_g \times \boldsymbol{q}_2$, $\boldsymbol{\omega}_2 = \boldsymbol{\omega}_g$, 其中 \boldsymbol{q}_2 表示吊钩组质心至该滑轮中心的矢径。

3 滑轮两端拉力的关系

起重过程中, 钢丝绳从入绳点开始与滑轮 i 接触, 在出绳点与滑轮脱离。通常情况钢丝绳与滑轮之间的摩擦力足以阻止两者间相对滑动, 与滑轮接触的这段钢丝绳可认为与滑轮外缘瞬时固结。

钢丝绳在入绳端由直线变为圆弧, 在出绳端则由圆弧变为直线。由于钢丝绳对变形有一定的抵抗能力, 因而在直线和圆弧段之间有很小一段过渡曲线, 使出绳端到滑轮中心的距离小于 r_i (近似为 $r_i - \delta$), 入绳端到滑轮中心的距离大于 r_i (近似为 $r_i + \delta$), 如图 7(a) 所示。



(a) Stiff resistance to the wire ropes (b) Resistant moment by friction on the pulley shaft

图 7 滑轮效率的影响因素

Fig.7 Affecting factors of pulley efficiency

滑轮 i 出绳、入绳端的拉力分别为 f_i^l, f_i^s , 如图 7(b), t_i^l, t_i^s 分别为滑轮面内出绳、入绳点切线方向。钢丝绳两端拉力沿这两个方向的分量分别为

$$T_i^l = f_i^l \cdot t_i^l, T_i^s = f_i^s \cdot t_i^s. \quad (23)$$

沿转轴方向的力矩平衡方程为

$$M_f = T_i^l(r_i - \delta) - T_i^s(r_i + \delta), \quad (24)$$

其中 M_f 是转轴上的摩擦阻力矩, 可用摩擦阻力因数 η_f 表示为

$$M_f = \eta_f T_i^s r_i. \quad (25)$$

针对工程中常用的滚动轴承滑轮, η_f 的取值通常在 $0.014\ 0 \sim 0.014\ 5$ ^[15]。在式(24)中令 M_f 为 0, 可以得到单纯由僵性效应引起的出绳拉力增量:

$$\Delta T_i^l = \frac{2\delta}{r_i - \delta} T_i^s = \eta_e T_i^s, \quad (26)$$

其中, η_e 为僵性阻力系数, 取值通常在 $0.005\ 5 \sim 0.006\ 0$ ^[15]。

如果考虑全部阻力影响, 则由式(24)~(26)可得

$$T_i^s = \frac{2}{(2 + \eta_e)\eta_f + 2(1 + \eta_e)} T_i^l = \eta T_i^l, \quad (27)$$

其中, η 为效率系数, 经计算其值在 $0.979\ 8 \sim 0.980\ 9$ 。

滑轮出绳、入绳拉力方向分别用 $\boldsymbol{n}_i^l, \boldsymbol{n}_i^s$ 表示, 则根据式(23), 两端拉力大小的关系可写作

$$f_i^s = \eta \tau f_i^l, \quad (28)$$

其中

$$\tau = \mathbf{n}_i^1 \cdot \mathbf{t}_i^1 / (\mathbf{n}_i^s \cdot \mathbf{t}_i^s).$$

由于滑轮的出绳端和入绳端是由滑轮的转动方向决定的,所以上式中滑轮效率 η 和滑轮角速度 ω_i 也存在一定的关系.如图 7(b), \mathbf{e}_i^3 是滑轮转动方向,当 $\omega_i < 0$ 时, f_i^1 是出绳拉力, f_i^s 是入绳拉力,有 $f_i^s = \eta \tau f_i^1$; 当 $\omega_i > 0$ 时则相反,有 $\eta f_i^s = \tau f_i^1$. 实际上,当 ω_i 符号改变时,两端拉力的关系并不是像上述关系反映的那样发生突变,其变化应是一个连续缓慢的过程,本文假设 ω_i 在接近 0 的范围 $[-\Delta\omega, \Delta\omega]$ 内,滑轮两端拉力的比值是 ω_i 的线性函数,如图 8 所示.

即有

$$\eta_i = \begin{cases} \eta, & \omega < -\Delta\omega, \\ \frac{1-\eta^2}{2\eta\Delta\omega}\omega_i + \frac{1+\eta^2}{2\eta}, & -\Delta\omega \leq \omega_i \leq \Delta\omega, \\ \frac{1}{\eta}, & \omega > \Delta\omega. \end{cases} \quad (29)$$

滑轮两端拉力关系的完整形式应为

$$f_i^s = \tau \eta_i f_i^1. \quad (30)$$

上式对起升高度 h 求一阶偏导,得到滑轮两端拉力变化率所满足的关系式:

$$\dot{f}_i^s = \eta_i f_i^1 \dot{\tau} + \tau \eta_i \dot{f}_i^1 + \tau f_i^1 \dot{\eta}_i, \quad (31)$$

其中 $\dot{\tau} = (\mathbf{n}_i^1 \cdot \dot{\mathbf{t}}_i^1 + \mathbf{t}_i^1 \cdot \dot{\mathbf{n}}_i^1 - \mathbf{n}_i^s \cdot \dot{\mathbf{t}}_i^s - \mathbf{t}_i^s \cdot \dot{\mathbf{n}}_i^s) / (\mathbf{n}_i^s \cdot \mathbf{t}_i^s)^2$, 根据第 2 节中式(20)、(22)可知, $\dot{\mathbf{n}}_i^1, \dot{\mathbf{n}}_i^s, \dot{\mathbf{t}}_i^1, \dot{\mathbf{t}}_i^s$ 均是相关滑轮速度及吊钩组角速度的线性函数,故 $\dot{\tau}$ 可以求得; 而当 $-\Delta\omega \leq \omega_i \leq \Delta\omega$ 时, $\dot{\eta}_i$ 中含有滑轮角加速度项,无法用广义速度表示,需要在求解的每一步中存储各高度对应的滑轮角速度,对其进行数值求导得到滑轮角加速度.

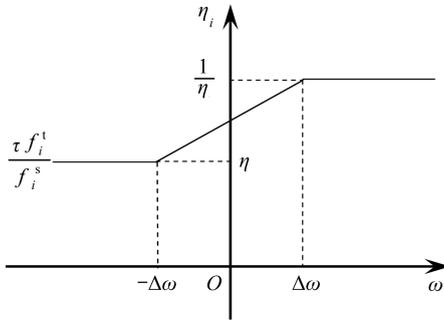


图 8 滑轮效率与角速度的关系

Fig.8 Relation between pulley efficiency and angular speed

如果不计钢丝绳的自重,每段钢丝绳对两端滑轮的拉力相同,且滑轮两端拉力满足式(31),只要确定与卷筒相连的那段钢丝绳的拉力,就可完全确定各段钢丝绳拉力.吊钩组所受外力包括钢丝绳通过滑轮传递到滑轮转轴的合力 \mathbf{F}_i 及合力矩 \mathbf{M}_i 、吊钩组自重 $m_b \mathbf{g}$ (含动滑轮) 和吊重 \mathbf{G} . 重物起升时一般要保持平缓匀速,忽略惯性力影响则有

$$\sum_i \mathbf{F}_i + m_b \mathbf{g} + \mathbf{G} = \mathbf{0}, \quad (32)$$

$$\sum_i (\mathbf{q}_i \times \mathbf{F}_i + \mathbf{M}_i) + m_b \mathbf{q}_c \times \mathbf{g} = \mathbf{0}, \quad (33)$$

其中 $\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_c$ 分别是滑轮中心、吊钩组质心至吊钩挂点的矢径,在初始时刻分别记作 $\bar{\mathbf{q}}_i, \bar{\mathbf{q}}_c$, 则有

$$\mathbf{q}_i = R \bar{\mathbf{q}}_i, \quad \mathbf{q}_c = R \bar{\mathbf{q}}_c. \quad (34)$$

而合力 $F_i = f_i^l n_i^l + f_i^s n_i^s$, 合力矩同摩擦阻力矩互为反力矩, 有 $M_i = f_i^l n_i^l \times r_i^l + f_i^s n_i^s \times r_i^s$.

对提升高度 h 求导, 得到平衡方程(32)、(33)的一阶微分形式:

$$\sum_i^n \dot{F}_i = 0, \quad (35)$$

$$\sum_i (\dot{q}_i \times F_i + q_i \times \dot{F}_i + \dot{M}_i) + \dot{q}_g \times G = 0, \quad (36)$$

其中

$$\dot{F}_i = \dot{f}_i^l n_i^l + f_i^l \dot{n}_i^l + \dot{f}_i^s n_i^s + f_i^s \dot{n}_i^s,$$

$$\dot{M}_i = \dot{f}_i^l \dot{n}_i^l r_i^l + f_i^l \dot{n}_i^l r_i^s - \dot{r}_i^l (f_i^l n_i^l + f_i^s n_i^s) - \dot{r}_i^s (f_i^s n_i^s + f_i^l n_i^l).$$

式(35)、(36)是系统基本速度参数及钢丝绳拉力大小变化率所满足的方程. 经过以上分析可知, 这些方程均是常微分方程, 然而并不足以求解系统广义自由度. 原因如下: 首先, 平衡条件提供了6个方程, 但广义自由度有5个, 拉力参数有2个(双分支系统)或1个(单分支系统), 求解条件不完备, 且卷筒上两个入绳点的位置缺少描述; 其次, 滑轮自转的角速度未知, 对于单分支系统式(30)、(31)中的滑轮效率系数不能确定. 所以, 还需要补充相应的协调条件以及滑轮角速度的求解方法.

4 卷筒参数和系统绳长协调条件

工程中一般采用带槽卷筒对钢丝绳进行卷绕, 钢丝绳槽是位于卷筒圆柱面上的螺旋线, 如图9所示. 工作时卷筒上入绳点除了有沿卷筒轴向的位移, 还有沿卷筒柱面上下方向的微小移动. 卷筒左右两端入绳点所在的横截面可看作两空间圆, 圆心位移大小分别用 z_1, z_2 表示(以下统称为卷筒圆心位移).

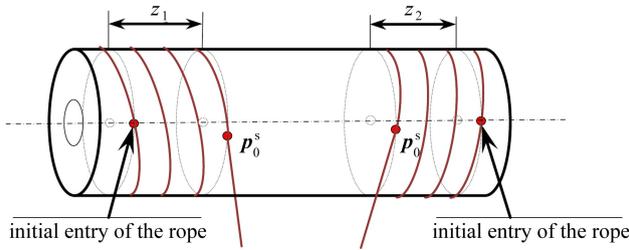


图9 卷筒描述参数及卷入的钢丝绳长度

Fig.9 Drum parameters and rope lengths wound by the drum

如图9所示, 由于螺旋线上任意一点都对应不同的卷筒圆心位移, 故可用 z_1, z_2 作为卷筒入绳点的描述参数. 记左右两端的入绳点方位角分别为 β_1, β_2 , 卷筒转过角度为 ϕ , 则有

$$\begin{cases} z_1 = \xi(\phi - \beta_1), \\ z_2 = \xi(\phi - \beta_2), \end{cases} \quad (37)$$

其中 $\xi = d/2\pi$, d 是卷筒上螺旋沟槽线的螺距, 对上式求导可得到卷筒圆心速度与卷筒角速度的关系:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \xi(\omega_d - \dot{\beta}_1), \\ \dot{z}_2 = \xi(\omega_d - \dot{\beta}_2). \end{cases} \quad (38)$$

消去 ω_d 得到两圆心速度满足的协调条件:

$$\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \xi(\dot{\beta}_1 - \dot{\beta}_2) = 0. \quad (39)$$

可见,引入一个卷筒协调条件,系统多了两个广义速度 \dot{z}_1, \dot{z}_2 ,需补充系统绳长协调条件,使求解条件完备。

以图 1(a)所示的单分支系统为例,从卷筒左端入绳点沿分支到右端入绳点之间的钢丝绳长度:

$$L = l_0 + \sum_{i=1}^n (l_i + s_i), \quad (40)$$

其中, n 表示分支中滑轮个数, l_i 表示沿分支第 $i+1$ 个直线段钢丝绳长度,其值由该直线段两端的入绳点和出绳点坐标求得; s_i 表示与滑轮 i (半径为 r_i) 所接触的钢丝绳长度,若入绳点、出绳点对应的方位角分别为 β_i^s, β_i^l , 则有

$$s_i = r_i(\beta_i^s - \beta_i^l). \quad (41)$$

另一方面,卷筒(半径为 r_d) 左右两端的位移为分别为 z_1, z_2 , 则卷筒卷入的钢丝绳长度:

$$\bar{L} = (z_1 + z_2) \sqrt{r_d^2/\xi^2 + 1}. \quad (42)$$

一般起重机要求钢丝绳有很好的抗拉强度,且工作时由于各段钢丝绳拉力变化不大,其自身长度改变量很小,可以忽略不计.因此,卷筒卷入的钢丝绳长度与留在分支中的钢丝绳长度之和应等于系统总绳长 L^0 , 即

$$\bar{L} + L = L^0. \quad (43)$$

对上式求导,得到系统绳长变化率协调条件:

$$\dot{\bar{L}} + \sum_{i=1}^n (\dot{l}_i + \dot{s}_i) + (\dot{z}_1 + \dot{z}_2) \sqrt{r_d^2/\xi^2 + 1} = 0, \quad (44)$$

其中 $\dot{l}_i = \mathbf{n}_i^s \cdot (\dot{\mathbf{p}}_{i+1}^l - \dot{\mathbf{p}}_i^s)$, $\dot{s}_i = r_i(\dot{\beta}_i^s - \dot{\beta}_i^l)$, $\dot{\mathbf{p}}_i^s, \dot{\mathbf{p}}_i^l, \dot{\beta}_i^s, \dot{\beta}_i^l$ 分别表示滑轮 i 上入绳点、出绳点的速度及其所对应的方位角变化率。

对于图 1(b)所示系统,有两个缠绕分支,满足相应的两个绳长协调条件;对于图 1(a)所示单分支系统,虽只有一个绳长协调条件,但如同第 3 节中所述,单分支系统中亦只有一个拉力描述参数.加上 5 个吊钩组位移参数、两个卷筒圆心参数及 6 个平衡方程、1 个卷筒协调条件,这两种系统的方程个数与广义描述参数一致,并都满足求解完备性条件.而一价微分方程的初值可以通过求解原非线性方程得到。

5 滑轮角速度及绳速

绳速即钢丝绳上一点的速度沿绳长方向的分量,它是卷筒动力控制、钢丝绳型号选取、滑轮构造等重要参数依据之一.通常情况,对于平面问题,绳速与滑轮角速度的关系可直接写出;然而对于空间问题,难以直接得到两者的精确关系,这是由于钢丝绳沿滑轮边缘切离或切入滑轮面,在切点处速度发生了改变,且切点在滑轮上的位置不固定造成的.本节避开了直接求解的困难,而是在空间滑轮公切点速度的基础上,根据钢丝绳连续性质给出了滑轮角速度与绳速的关系式。

如图 10 所示,设半径为 r 的滑轮,其面内坐标基矢量分别为 \mathbf{e}_1 和 \mathbf{e}_2 , 滑轮上入绳点和出绳点矢径分别为 $\mathbf{p}^s, \mathbf{p}^l$. 由于钢丝绳的连续性质,钢丝绳上任意两点间的钢丝绳长度保持不变,而系统中钢丝绳可分为直线段部分和固结于滑轮的圆弧段部分,在相邻的两段钢丝绳上分别取异于入绳点和出绳点的任意两点 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$, 则两点间的钢丝绳长度可表示为

$$l_0 = l_1 + l_2, \quad (45)$$

其中 l_1 表示两点间直线段绳长,可表示为

$$l_1 = (\mathbf{p}^s - \mathbf{p}_1) \cdot \mathbf{n}^s, \quad (46)$$

\mathbf{n}^s 表示入绳方向单位矢量,该段绳长变化率为

$$\dot{l}_1 = \dot{\mathbf{p}}^s \cdot \mathbf{n}^s - v^s, \quad (47)$$

上式中, $v^s = \dot{\mathbf{p}}^s \cdot \mathbf{n}^s$ 表示入绳速度, $\dot{\mathbf{p}}^s, \dot{\mathbf{n}}^s$ 分别表示入绳点的空间速度、拉力方向变化率。

l_2 表示两点间圆弧段绳长,表达式为

$$l_2 = \alpha r = (\beta_2 - \beta^s) r, \quad (48)$$

α 表示圆弧段包角, β_2, β^s 分别表示点 $\mathbf{p}_2, \mathbf{p}^s$ 对应的方位角. 由于点 \mathbf{p}_2 与滑轮固结, 其方位角变化率即是滑轮的角速度 ω ; 以点 \mathbf{p}^s 作为切点, 其方位角变化率即是 $\dot{\beta}^s$. 所以该段绳长变化率为

$$\dot{l}_2 = (\omega - \dot{\beta}^s) r. \quad (49)$$

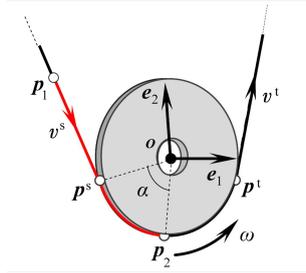


图 10 绳速和滑轮角速度

Fig.10 Speed of the rope and angular speed of the pulley

由连续性质知 $\dot{l}_0 = 0$, 即 $\dot{l}_1 + \dot{l}_2 = 0$, 可得

$$\omega = \frac{1}{r}(v^s - \dot{\mathbf{p}}^s \cdot \mathbf{n}^s) + \dot{\beta}^s. \quad (50)$$

上式即是滑轮角速度 ω 与入绳速度 v^s 的关系, 同理可得到出绳速度 v^t 的表达式为

$$v^t = (\omega - \dot{\beta}^t) r + \dot{\mathbf{p}}^t \cdot \mathbf{n}^t. \quad (51)$$

出绳速度与入绳速度之差为

$$v^t - v^s = (\dot{\beta}^s - \dot{\beta}^t) r + \dot{\mathbf{p}}^t \cdot \mathbf{n}^t - \dot{\mathbf{p}}^s \cdot \mathbf{n}^s. \quad (52)$$

在求得一个滑轮的两端绳速之后, 与该滑轮相连的下一个滑轮的出绳速度便等于该滑轮的入绳速度; 分支初始端卷筒的角速度可以通过卷筒上圆心速度及切点方位角变化率求出, 然后从卷筒出发, 沿钢丝绳分支应用式 (50) 和 (51) 可依次求得各直线段绳速及各滑轮的角速度。

6 算 例

随着起重机向大型化、专业化方向发展, 起升机构布置、钢丝绳缠绕等越来越复杂, 若要实现高精度的定位, 需要对起升机构吊重轨迹做精确分析. 图 1 所示为 6 倍率起升机构中常见的两种缠绕方式. 本节选取图 1(a) 所示的单分支缠绕的起升机构为例, 对其吊重轨迹偏差进行分析. 取总体坐标系 X 轴指向前方, Y 轴竖直向上, Z 轴水平向左, 重力加速度为 $(0, -9.8, 0) \text{ m/s}^2$, 卷筒螺距为 40 mm . 初始时刻, 定滑轮、动滑轮和卷筒的参数见表 1, 其中动滑轮位置是在吊钩组基体坐标系下的参数, 吊重挂点位置在吊钩组基体坐标系下为 $(0, -0.85, 0) \text{ m}$; 吊钩组总质量为 $2\,548 \text{ kg}$. 僵性阻力系数取 $0.006\,0$, 滑轮摩擦阻力因数取 $0.014\,55$. 起重机工况: 将 60 t 重物从吊钩组质心 $(0, -36, 0) \text{ m}$ 处提升 28 m . 在此工况下, 6 号定滑轮的角速度很小, 且其转

动方向发生了改变(取 $\Delta\omega = 2.3 \times 10^{-3} \text{ rad/m}$)。

表 1 初始时刻卷筒和滑轮参数

Table 1 Initial parameters of the drum and pulleys

component and number	drum		fixed pulley						movable pulley					
	-1	-2	2	4	6	8	10	1	3	5	7	9	11	
diameter d/mm	1 300		710						800	710	710	710	710	800
direction of rotation	(0,0,-1) (0,0,1)		(0,0,1)						(0,0,1)					
center coordinates	X/mm	-1 380	0						0					
	Y/mm	0	-600						500					
	Z/mm	2 000	-2 000	450	200	0	-200	-450	520	260	90	-90	-260	-520

下面是具体计算结果及其分析:

6.1 6号定滑轮角速度及卷筒拉力

图 11 为 6 号定滑轮的角速度随提升高度的变化曲线,由于该滑轮位于钢丝绳缠绕分支中间,可见,其角速度较小,并在吊重提升了 17.4 m 时方向发生了改变.分支中一个滑轮转动方向的改变,会影响整个分支中钢丝绳拉力大小的变化,如图 12 所示拉力曲线.随着 6 号定滑轮转向的改变,卷筒两端拉力关系发生了缓慢、连续性的变化。

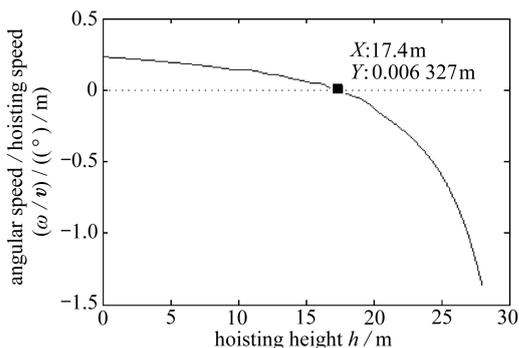


图 11 6号定滑轮角速度

Fig.11 Angular speed of fixed pulley 6

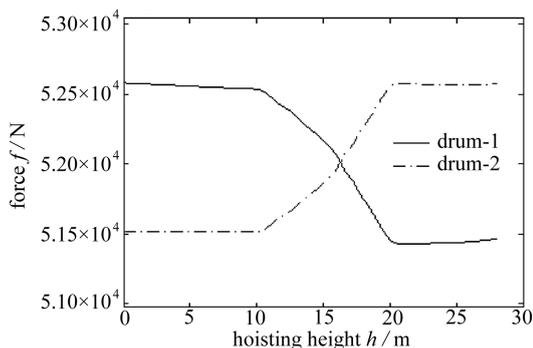


图 12 卷筒两端拉力随提升高度的变化

Fig.12 Tensions at both ends of the drum vs. hoisting height

6.2 水平方向和前后方向偏差

挂点水平方向和前后方向的轨迹如图 13、14 所示,从中可见: 1) 提升前 20 m 吊重轨迹偏差随高度增加而增大,原因在于:随着重物的上升,动、定滑轮间的距离越来越远,一些钢丝绳的走向偏离竖直方向,导致水平拉力增加,从而引起较大偏差.2) 最后不到 10 m 的过程中,吊重水平方向的偏差随高度增加反向减小,这是由于 6 号定滑轮转向的改变,会引起滑轮组以及卷筒左右两端拉力关系改变的缘故;引起前后方向偏差的主要因素是卷筒两端的拉力,随着高度增加,卷筒两端拉力会将吊重拉向靠近卷筒的一侧,且吊重前后方向偏差的变化趋势基本保持一致。

6.3 系统中的绳速

系统中,各段钢丝绳大多接近竖直线,但是卷筒两端的直线段钢丝绳在初始时刻倾斜度最大,随着高度的上升,其倾斜度越来越小,导致钢丝绳拉力值变小,从前面图 12 也可以看出卷筒两端拉力总的变化趋势是减小的;而同样原因会导致卷筒总的入绳速度越来越大,如图 15 所示。

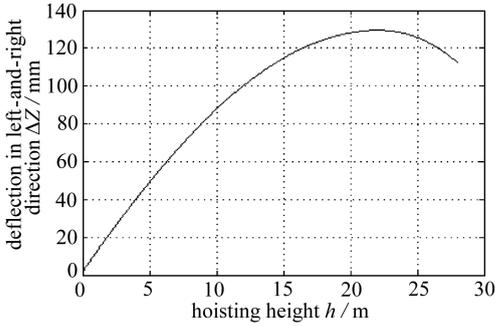


图 13 挂点水平方向相对偏差

Fig.13 Deflection of load trajectory in the left-and-right direction

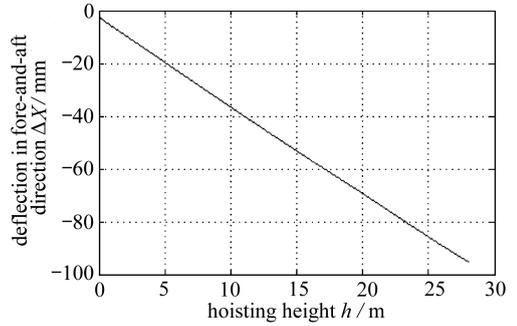


图 14 挂点前后方向相对偏差

Fig.14 Deflection of load trajectory in the fore-and-aft direction

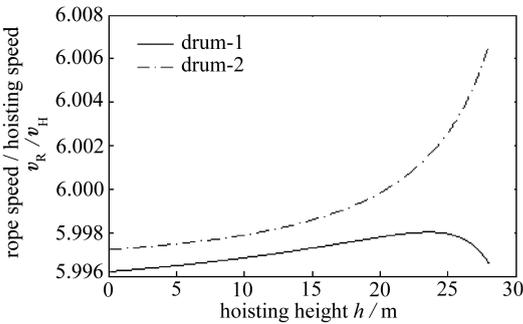


图 15 卷筒两端入绳速度

Fig.15 Rope speed at both ends of the drum

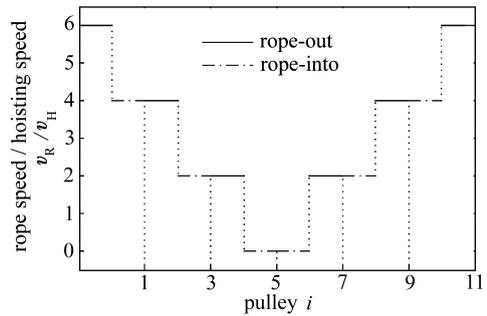


图 16 各动滑轮绳速

Fig.16 Rope speed at both ends of each movable pulley

由于起升机构布局、缠绕方式、滑轮尺寸等比较均匀,所以各绳速相对于提升速度的比值基本保持不变,以致图 16 所示各滑轮出绳、入绳速度曲线接近为直线,其对应的值约等于相应的倍率。

7 结 论

一般起重机在工作时,吊重运行轨迹存在系统偏差,要实现对吊重的高精度定位,在努力提高控制系统的同时,也需要精细考虑结构的尺寸,尤其是起升机构的布局、钢丝绳的缠绕方式。本文给出了一种分析一般起升机构吊重轨迹的系统化方法。通过对吊重轨迹的分析可以得到以下几个结论:1) 滑轮角速度方向未改变时,挂点轨迹偏差随起升高度增加而变大;2) 滑轮角速度方向的改变会引起卷筒两端拉力关系的改变,进而导致挂点轨迹水平方向的变化;3) 随着重物上升,直线段钢丝绳走向与竖直方向的偏离减小,一般会导致该段钢丝绳拉力变小、而绳速增大。相关方法和分析对于一般起升机构的设计有一定的参考价值。

参考文献 (References):

- [1] 万力. 我国起重机科技进步情况的回顾[J]. 起重运输机械, 1999(10): 6-9. (WAN Li. Review of the development of crane technology in our country[J]. *Hoisting and Conveying Machinery*, 1999(10): 6-9.(in Chinese))
- [2] 须雷. 现代起重机的特征和发展趋向[J]. 起重运输机械, 1997(10): 3-7. (XU Lei. The charac-

- teristic features and development trends of modern cranes[J]. *Hoisting and Conveying Machinery*, 1997(10): 3-7. (in Chinese))
- [3] 顾翠云, 高秀芬, 刘焕江, 武建平. 核电站环行起重机安全保护功能分析[J]. 机械工程与自动化, 2009(6): 93-94, 99. (GU Cui-yun, GAO Xiu-fen, LIU Huan-jiang, WU Jian-ping. Safety and protection function analysis of polar crane in nuclear power station[J]. *Mechanical Engineering & Automation*, 2009(6): 93-94, 99. (in Chinese))
- [4] 卜广强. 核电站起重机面临的问题及其对策[J]. 起重运输机械, 2010(4): 5-10. (BU Guang-qiang. Issues confronted with cranes for nuclear power plants and its related countermeasures [J]. *Hoisting and Conveying Machinery*, 2010(4): 5-10. (in Chinese))
- [5] Kim Y S, Hong K S, Sul S K. Anti-sway control of container cranes; inclinometer, observer, and state feedback[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2004, 2(4): 435-449.
- [6] Park H, Chwa D, Hong K S. A feedback linearization control of container cranes; varying rope length[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2007, 5(4): 379-387.
- [7] WU Jia-jiang. Dynamic responses of a three-dimensional framework due to a moving carriage hoisting a swinging object[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004, 59(13): 1679-1702.
- [8] Park K P, Cha J H, Lee K Y. Dynamic factor analysis considering elastic boom effects in heavy lifting operations[J]. *Ocean Engineering*, 2011, 38(10): 1100-1113.
- [9] Aufaure M. A finite element of cable passing through a pulley[J]. *Computers & Structures*, 1993, 46(5): 807-812.
- [10] Ju F, Choo Y S. Super element approach to cable passing through multiple pulleys[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, 42(11/12): 3533-3547.
- [11] Hong D W, Cipra R J. A method for representing the configuration and analyzing the motion of complex cable-pulley systems[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2003, 125(2): 332-341.
- [12] 李宁, 陈其华, 陈元野, 常国富. 大起升高度门座起重机起升钢丝绳扭转打结分析和处理[J]. 起重运输机械, 2011(4): 53-56. (LI Ning, CHEN Qi-hua, CHEN Yuan-ye, CHANG Guo-fu. Analysis of twisting causes of wire rope of portal crane with high lifting height[J]. *Hoisting and Conveying Machinery*, 2011(4): 53-56. (in Chinese))
- [13] 霍志刚. 起重机吊钩组稳定性的评估[J]. 建筑机械化, 2002(2): 34-35. (HUO Zhi-gang. The stability evaluation of the lifting hook group[J]. *Construction Mechanization*, 2002(2): 34-35. (in Chinese))
- [14] 齐朝晖. 多体系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 145-148. (QI Zhao-hui. *Dynamics of Multibody Systems*[M]. Beijing: Science Press, 2008: 145-148. (in Chinese))
- [15] 张青, 张瑞军. 工程起重机结构与设计[M]. 北京: 化学工业出版社, 2008: 37-46. (ZHANG Qing, ZHANG Rui-jun. *Structure and Design of Engineering Crane*[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2008: 37-46. (in Chinese))

Deflection Analysis of Load Trajectories for General Hoisting Mechanisms

QI Zhao-hui, SONG Hui-tao

(*State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment;
Faculty of Vehicle Engineering and Mechanics, Dalian University of Technology,
Dalian, Liaoning 116024, P.R. China*)

Abstract: A systematic method for analyzing load trajectory deflections of general hoisting mechanisms was presented. In this method, the first order differential equations for generalized degrees of freedom and wire rope tensions were established based on the governing equations of equilibrium and compatibility conditions. Properties and formulations of the variables involved in these equations were studied in detail, in which the displacements and velocities of tangent points between pulleys and the tension directions of ropes as well as the change rates of tension directions were derived. The compatibility condition for drum parameters, as well as for rope lengths in the system was provided. A method to solve the angular speeds of spatial pulleys was proposed. In the process of solving the differential equations, the pulley's angular speed which determined the relation of tensions at both ends of the pulley, was derived at each step. The systematic method is applicable to hoisting mechanisms with single reeving branches, and solves the difficult problem of determining the rotating directions of pulleys. To a large extent the proposed method is universal and makes a reference for designing and analyzing general hoisting mechanisms.

Key words: hoisting mechanism; load trajectory; common tangent between pulleys; angular speed of pulley

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(10972044)