

用于寻源导热反问题的 自适应蚁群算法研究*

张 涛, 卢 玫, 李博汉, 陶 亮

(上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093)

摘要: 建立以蚁群算法(ant colony optimization, ACO)为基础的二维稳态导热反问题的求解模型。模型根据边界测点的测量信息与计算所得到的测点温度进行比较,将导热反问题转化为一个优化问题。对蚁群算法进行改进,利用不同路径构造方法的自适应蚁群算法对热源强度、热源位置进行反演,得到较为精确的反演结果。结果表明,所采用的蚁群算法和针对不同反演参数的路径构造方法具有较强的稳定性,能够较好反演热源强度及热源位置。

关键词: 热传导; 反问题; 寻源; 蚁群算法

中图分类号: TK124; O369 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2014.07.012

引 言

导热反问题的研究在航空航天、热工测量、无损探伤等领域有着广泛的实际应用前景。由于大多数反问题具有非线性和不适定性等特点,其求解过程比较复杂,因此相关导热反问题一直是广大学者的研究热点,如对导热系数^[1]、边界形状^[2]、边界条件^[3]、热源强度^[4]等参数的识别以及对各种反演方法的研究等。随着仿生学的创立,人们从生物进化的机理中得到启发,提出了许多用于解决复杂优化问题的新方法。如遗传算法^[5]、神经网络法^[6]、粒子群算法、蚁群算法^[7]等。近年来,一些学者把神经网络法、遗传算法、粒子群算法引入到导热反问题领域,丰富了导热反问题的求解方法。但神经网络法是一种局部搜索的优化方法,对于复杂的非线性优化问题,易陷入局部最优;遗传算法易于实现并行计算,但该算法对初始种群的选择有一定的依赖性,初始选择不当严重影响搜索时间;粒子群优化算法计算速度较快,但对于离散的优化问题、多维的问题处理不佳,易陷入局部最优。

蚁群算法已经广泛应用于旅行商、二次分配、车辆路径规划等问题中,它具有自组织性和较强的鲁棒性,且易于实现并行计算等特点,但目前在反问题求解领域应用相对较少。本文以含有未知内热源的导热反问题为研究对象,采用带有精英策略的自适应蚁群算法来反演热源强度、热源位置等参数,并探讨测量信息对反演结果的影响。

* 收稿日期: 2013-10-31; 修订日期: 2014-03-13

基金项目: 国家自然科学基金(51176126)

作者简介: 张涛(1987—),男,河南人,博士生(E-mail: zhangtaobeyond@126.com);

卢玫(1958—),女,上海人,教授,硕士生导师(通讯作者。E-mail: rose.luu@usst.edu.cn)。

1 导热反问题数学模型

描述含有内热源的稳态导热微分方程为

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \Phi = 0, \tag{1}$$

其中 Φ 为

$$\Phi = \begin{cases} \Phi_k, & (x_\phi, y_\phi), \\ 0, & \text{other.} \end{cases}$$

边界条件为

$$T = \bar{T}, \quad x, y \in \Gamma_1, \tag{2}$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right) = q, \quad x, y \in \Gamma_2, \tag{3}$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right) = h(T - T_f), \quad x, y \in \Gamma_3, \tag{4}$$

式中 T 为温度, $^{\circ}\text{C}$; λ 为导热系数, $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$; Φ 为热源强度, W/m^3 ; (x_ϕ, y_ϕ) 为热源位置, m . $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$ 为求解区域的边界, q 为第二类边界条件的热流密度, W/m^2 ; h 为第三类边界条件的表面对流换热系数, $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$; T_f 为外界流体的温度, $^{\circ}\text{C}$.

当热源强度、热源位置未知时, 必须附加物体表面或者内部一点或者多点的温度测量值, 才能求解上述导热问题. 用 $T_m(x, y)$ 表示边界测点的实测温度值, $T_c(x, y)$ 表示利用反演算法计算求得的对测点的温度值, 利用最小二乘法建立目标函数:

$$J(x_i, y_j, \Phi_k) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N (T_c(x, y) - T_m(x, y))^2, \tag{5}$$

式中 N 表示温度测点数目, 目标函数 J 随反演过程中搜寻的热源位置 (x_i, y_j) 和热源强度 Φ_k 而变化. 当式(5) 所示目标函数值趋于最小时, (x_i, y_j, Φ_k) 趋于真实解, 即为反演结果. 这样导热反问题的求解就转化为一个优化问题, 即在计算区域内, 搜寻合适的热源位置或热源强度, 使目标函数 J 趋于最小值.

2 蚁群算法求解导热反问题

2.1 基本蚁群算法

蚁群算法最初应用于 TSP 问题, 目标是在所有城市(节点)中找到一条最短的旅行路径. 设蚁群的蚂蚁总数为 m , 每条路径上的信息素强度 τ_{ij} . 在搜索过程中蚂蚁转移概率:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(n) \eta_{ij}^\beta(n)}{\sum_{s \in k_{\text{allowed}}} \tau_{is}^\alpha(n) \eta_{is}^\beta(n)}, & i \in k_{\text{allowed}}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \tag{6}$$

式中 $k_{\text{allowed}} = \{C - k_{\text{tabu}}\}$ 表示蚂蚁 k 下一步可以选择的城市; k_{tabu} 是用来记录蚂蚁 k 当前所走过的城市; $\eta_{ij}(n)$ 表示路径 (i, j) 上的能见度; α 为信息启发式因子; β 表示期望启发式因子.

每只蚂蚁转移后要对残留信息素进行衰减处理, 各路径上信息素根据以下公式更新:

$$\tau_{ij}(n + 1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(n) + \Delta\tau_{ij}(n), \tag{7}$$

$$\Delta\tau_{ij}(n) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(n), \tag{8}$$

式中 $\Delta\tau_{ij}(n)$ 为路径 (i, j) 上的信息素增加量; $\Delta\tau_{ij}^k(n)$ 为第 k 只蚂蚁在循环中留在路径 (i, j) 上的信息素, ρ 表示信息素挥发因子.

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{when ant } k \text{ passes } (i, j), \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \tag{9}$$

式中 Q 表示设定信息素的强度, L_k 表示第 k 只蚂蚁一次循环中所走的路径总长度.

2.2 寻源导热反问题的路径构造

2.2.1 反演热源强度 Φ

由于热源强度 Φ 可以是连续区间内的任意一个数, 而蚁群算法更适合于离散区域内的优化. 因此根据热源强度的搜索范围设定描述 Φ 值有效位数为 4 位, 这样可以把 Φ 抽象地表示在如图 1 所示平面坐标上.

图中 L_1, L_2, L_3, L_4 表示 Φ 的 4 个有效数位. 在坐标平面上, 有 4×10 个节点, 每个节点表示一个数值, 蚂蚁 k 从“0”点出发, 直到选择 L_4 上一点, 完成一次路径搜索, 搜索到的热源强度 Φ_k 值按下式计算:

$$\Phi_k = y_{1,j}(k) \times 10 + y_{2,j}(k) + y_{3,j}(k) \times 10^{-1} + y_{4,j}(k) \times 10^{-2}. \tag{10}$$

由上式计算所得的 Φ_k 代入式(1) ~ (4) 求解, 然后由式(5) 计算目标函数 J . 求解计算过程中能见度 η 按下式计算:

$$\eta_{ij}(k) = \frac{10 - |y_{ij}(k) - y_{ij}^*(k-1)|}{10}, \tag{11}$$

式中 $i \in [1, 4], j \in [0, 9], y_{ij}^*(k-1)$ 为上一次循环中所产生的最优路径所对应的节点纵坐标值.

2.2.2 热源强度和位置的反演

对热源强度和热源位置的多宗量反演求解是同时对连续域和离散节点的搜索. (x_i, x_j) 代表热源位置; 设 x_k 代表热源强度; 假定反演参数的取值范围: $x_{\omega \min} \leq x_{\omega} \leq x_{\omega \max} (\omega = i, j, k)$, 对反演参数进行 M 等分, 构成 $M \times 3$ 的路径节点, 其反演步骤如下:

- 1) 反演参数范围进行 M 等分. 循环中当范围小于设定值时算法停止, 否则进行下一步.
- 2) 蚁群迭代次数 $N_c = N_c + 1$ (N_c 初始值为 0), 蚂蚁开始选择路径, 并将该路径放到禁忌数组 (禁忌数组存储蚂蚁走过的路径及其对应的目标函数值).
- 3) 计算目标函数值 J ; 若所选路径重复, 通过禁忌数组读出 J 值, 从而省去正问题的计算.
- 4) 按设置的策略和更新方程更新所选路径的信息素.
- 5) 若 $N_c < N_{c \max}$ ($N_{c \max}$ 为设置的迭代次数) 成立则转到 3), 否则, 执行下一步.
- 6) 根据最优蚂蚁数组, 找到全局最优蚂蚁所走路程 x_{ω} , 缩小变量取值范围:

$$x_{\omega \min} = x_{\omega} - \mu \cdot \Delta x_{\omega}, \quad x_{\omega \max} = x_{\omega} + \mu \cdot \Delta x_{\omega},$$

其中 $\omega = i, j, k$, 跳转到 1) (μ 为常数).

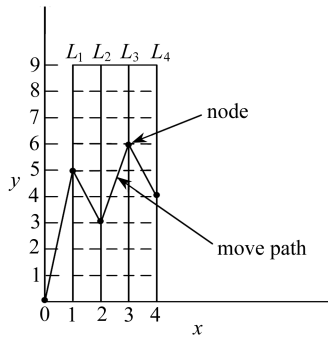


图 1 热源强度 Φ 路径构造示意图
Fig.1 Schematic diagram of the path structure to heat-intensity Φ

2.3 自适应蚁群算法

蚁群算法中,信息素挥发因子 ρ 的大小直接关系到算法的全局搜索能力, ρ 的值选取太大,容易使算法陷入局部最优;若 ρ 的值选取太小,则需要花更多的时间进行搜索.本文采用自适应方法改变 ρ 值,假设 ρ 的初始值为1,搜索过程中不断减小 ρ 值来扩大搜索范围, ρ 按照下式作自适应调整:

$$\rho(N_c) = \begin{cases} 0.95\rho(N_{\text{cmax}} - 1), & 0.95\rho(t - 1) > \rho_{\min}, \\ \rho_{\min}, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (12)$$

式中 ρ_{\min} 为 ρ 的最小值.

2.4 带精英策略的蚁群算法

针对基本蚁群算法求解速度慢,容易出现早熟和搜索停滞现象,本文引用精英策略,用来保留住上一代中的最适应个体.精英策略是指强化找到优于当前最优路径的蚂蚁对信息素浓度的影响.同时弱化找到差于当前最优路径的蚂蚁对信息素浓度的影响.在计算中,为了使每次循环找到的最优解对蚂蚁更有吸引力,在每次循环之后给予最优解以额外的信息量,找出这个解的蚂蚁被称为精英蚂蚁.信息素量根据以下公式进行更新:

$$\tau_{ij}(1+n) = (1-\rho) \cdot \tau_{ij}(n) + \Delta\tau_{ij}(n) + \Delta\tau_{ij}^*(n), \quad (13)$$

其中 $\Delta\tau_{ij}(n)$ 按公式(7)、(8)、(9)计算, $\Delta\tau_{ij}^*$ 表示精英蚂蚁引起的路径 (i, j) 上的信息素的增加,按以下公式计算:

$$\Delta\tau_{ij}^*(n) = \begin{cases} \Psi \cdot \frac{Q}{L^*}, & \text{if the elitist ant passes node } (i, j), \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (14)$$

其中 Ψ 是路径上的精英蚂蚁的个数, L^* 为所找出的最优解的路径长度.

3 计算结果

本文采用上述方法,对含有未知内热源强度二维稳态导热反问题进行了反演计算.反问题物理模型为一截面形状为正方形的二维导热物体,边长为0.1 m,导热系数 $\lambda = 1.5 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$,四周为第三类边界条件,对流换热系数 $h = 13 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$,外界流体温度 $T_f = 24 \text{ }^\circ\text{C}$.测点温度根据热源强度为 $\Phi = 72 \text{ W}$,热源位置为(0.039 5, 0.029 5)的情况求得.

在考虑测量误差对反演结果的影响时,对此可设 $T_m = (1 + \sigma \cdot \xi) \cdot T_e$.其中, T_m 为含有测量误差的测点温度信息; T_e 为测点温度的精确值,由导热正问题数值计算求出; σ 为误差水平, ξ 为服从标准正态分布的随机变量.

3.1 热源强度的反演

设置蚁群系统参数为:蚂蚁个数 $m = 30$;启发式因子 $\alpha = 5, \beta = 2$;迭代次数 $N_{\text{cmax}} = 20$;初始信息素分布 $\tau_{\text{initial}} = 10$;信息素强度 $Q = 10$;精英蚂蚁的总个数为4;初始时刻设置信息素挥发因子 $\rho = 1$,随迭代次数的增加而衰减, $\rho_{\min} = 0.15$.

表1 不同测点个数对应的反演结果(单位:W)

Table 1 Inverse calculation results corresponding to different numbers of observation points(unit: W)

| strategy | numbers of measuring points N_m | | | | |
|--------------|-----------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| basic ACO | 72.001 | 72.002 | 72.000 | 71.999 | 72.000 |
| adaptive ACO | 73.002 | 72.450 | 72.117 | 72.112 | 71.998 |

图 2 为蚂蚁搜索过程中选择的热源强度 I 大小,可以看出初始时刻,蚂蚁偏向于在搜索区间内随机选取热源强度,随着时间的增加,蚂蚁在所走过的路径节点上留下信息素,且较好的路径节点上的信息素较多,因此蚂蚁偏向于选择较好路径上的节点,可以看出蚂蚁在 300 次搜索后对热源强度的选择大多集中在一个固定热源强度附近。

由于蚁群算法是按照概率进行路径选择的,搜索结果存在偶然性,因此讨论测点个数、测量误差对反演结果的影响时,分别计算 10 次求其平均值。表 1 列出了 2, 4, 6, 8, 10 个测点对于基本蚁群算法和使用自适应蚁群算法的反演结果。可看出,对于自适应蚁群算法在不含测量误差的情况下,较少的测点个数即可反演求解热源强度大小;对于基本蚁群算法,在测点个数足够多时,较易搜索到正确结果,在测点个数较少时,由于约束范围较小和算法所存在的搜索误差,易陷入局部最优。

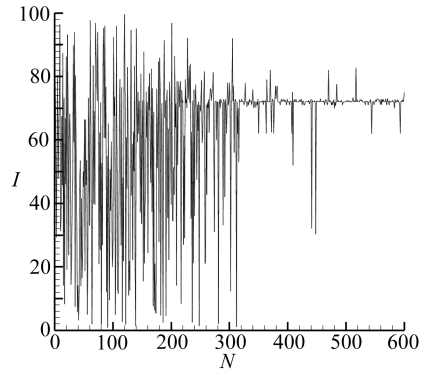


图 2 搜索到的热源强度变化
Fig.2 Variation diagram of the found heat-source intensity

表 2 为设定有 6 个测点的情况下,不同误差水平对蚁群算法反演求解的热源强度大小和目标函数的影响。可以看出测量误差对反演结果有一定的影响,误差水平 σ 小于 0.01 时,自适应算法都可以较精确地找到最优解;因为目标函数反映测点的测量温度和计算温度的偏差,故目标函数随着测量误差的增加而增大,当误差增大到一定程度 ($\sigma = 0.02$) 时,所搜索到目标函数最小值对应的热源强度将不再反映真实热源强度,此时将搜索不到真实热源强度。相比基本蚁群算法,本文介绍算法精确度更高。

表 2 不同误差水平反演结果

Table 2 Inverse calculation results corresponding to different measuring errors

| error | algorithm | optimal solution | worst solution | average | average objective |
|-----------------|--------------|------------------|----------------|--------------|-------------------|
| | | Φ_0 / W | Φ_w / W | Φ_A / W | function J_A |
| $\sigma = 0.0$ | basic ACO | 72.00 | 71.89 | 71.950 | 0.034 987 |
| | adaptive ACO | 72.00 | 71.99 | 71.999 | 0.013 539 |
| $\sigma = 0.01$ | basic ACO | 72.04 | 72.09 | 72.069 | 2.113 520 |
| | adaptive ACO | 72.05 | 72.07 | 72.063 | 1.861 295 |
| $\sigma = 0.02$ | basic ACO | 72.12 | 72.25 | 72.215 | 4.846 829 |
| | adaptive ACO | 72.11 | 72.20 | 72.182 | 3.483 849 |
| $\sigma = 0.05$ | basic ACO | 73.45 | 74.62 | 73.920 | 8.673 692 |
| | adaptive ACO | 73.18 | 74.53 | 73.860 | 7.563 728 |

3.2 热源强度和位置的组合反演

设置蚁群系统参数为:蚂蚁个数 $m = 30$;启发式因子 $\alpha = 5, \beta = 2$;迭代次数 $N_{max} = 10$;初始信息素分布 $\tau_{initial} = 10$;信息素强度 $Q = 10$;精英蚂蚁个数 $\Psi = 4$;初始时刻设置信息素挥发因子 $\rho = 1$,随迭代次数的增加而衰减, $\rho_{min} = 0.15$ 。进行 3 轮迭代计算。

图 3、4、5 分别为蚂蚁搜索过程中选择的热源位置和热源强度大小,可以看出蚂蚁逐渐在搜索区间内形成较好路径,在第 785 次搜索到最优路径,之后蚂蚁逐渐收敛到这条路径上。

表 3 表示在不同误差水平下,蚁群算法 10 次反演求解的热源强度、热源位置和目标函数的平均值。可以看出测量误差对反演结果有一定的影响,在误差水平 σ 小于 0.005 时,该算法

都可以较精确地找到最优解;因为目标函数反映测点的测量温度和计算温度的偏差,所以目标函数随着测量误差的增加而增大,当误差增大到一定程度 ($\sigma = 0.01$) 时,所搜索到目标函数最小值对应的热源强度将不再反映真实热源强度,此时将搜索不到真实热源强度.自适应蚁群算法相比基本蚁群算法搜索的精度较高且具有较好的稳定性.

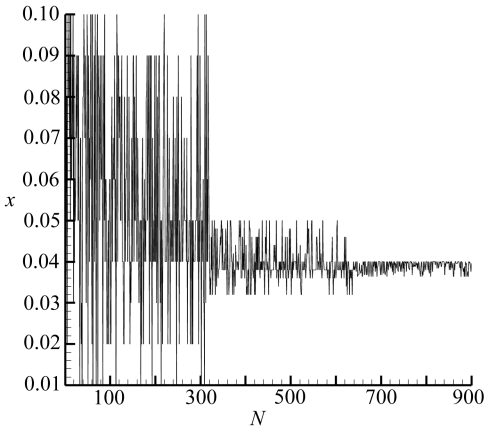


图3 搜索到的热源位置 x 轴的变化
Fig.3 Variation diagram of the heat source location on axis x

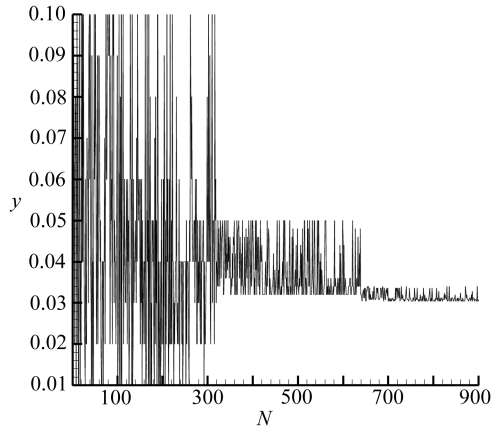


图4 搜索到的热源位置 y 轴的变化
Fig.4 Variation diagram of the heat source location on axis y

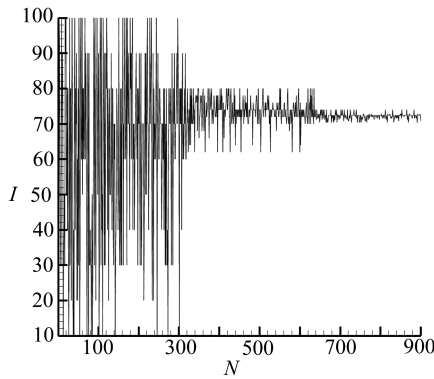


图5 搜索到的热源强度变化
Fig.5 Variation diagram of the heat-source intensity

表3 测量误差对反演结果的影响

Table 3 Influence of measuring errors on the inversion results

| error | algorithm | intensity of heat source | location of heat source | objective function |
|------------------|--------------|--------------------------|-------------------------|--------------------|
| | | Φ_1 / W | $(x_\phi, y_\phi) / m$ | $J(x, y, q)$ |
| $\sigma = 0.0$ | basic ACO | 72.00 | (0.039 5, 0.029 5) | 0.013 426 |
| | adaptive ACO | 72.00 | (0.039 5, 0.029 5) | 0.013 426 |
| $\sigma = 0.005$ | basic ACO | 72.26 | (0.040 1, 0.030 7) | 1.343 525 |
| | adaptive ACO | 72.15 | (0.040 0, 0.030 4) | 1.042 816 |
| $\sigma = 0.01$ | basic ACO | 72.28 | (0.041 2, 0.032 6) | 2.735 786 |
| | adaptive ACO | 72.27 | (0.041 0, 0.032 1) | 2.395 882 |

4 结 论

本文利用带精英策略的自适应蚁群算法求解多宗量寻源导热反问题,避免了使用基本蚁群算法求解速度慢、易出现早熟和停滞等缺点;采用不同路径构造方法对热源强度单宗量反演和热源强度及位置的多宗量反演,拓展以往仅对单一宗量的反演.数值计算结果表明,在保证问题适定性的前提下,测点的多少对反演结果基本没有影响;在一定测量误差存在的情况下,算法依然可以精确求解,说明蚁群算法求解反问题具有较高的精度、较好的稳定性和抗不稳定性.

参考文献(References):

- [1] Beck J V, Blackwell B, Haji-Sheikh A. Comparison of some inverse heat conduction methods using experimental data[J]. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 1996, **39**(17): 3649-3657.
- [2] Huang C-H, Chao B-H. An inverse geometry problem in identifying irregular boundary configurations[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1997, **40**(9): 2045-2053.
- [3] Chen H-T, Lin S-Y, Fang L-C. Estimation of surface temperature in two-dimensional inverse heat conduction problems [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2001, **44**(8): 1455-1463.
- [4] Khachfe R A, Jarny Y. Determination of heat sources and heat transfer coefficient for two-dimensional heat flow-numerical and experimental study[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2001, **44**(7): 1309-1322.
- [5] 王秀春, 智会强, 毛一之, 杨增军, 韩鹏. 用遗传算法求解多维导热反问题[J]. 核动力工程, 2005, **2**(26): 23-27. (WANG Xiu-chun, ZHI Hui-qiang, MAO Yi-zhi, YANG Zeng-jun, HAN Peng. Solution of multi-dimensional inverse heat conduction problem using genetic algorithm [J]. *Nuclear Power Engineering*, 2005, **2**(26): 23-27. (in Chinese))
- [6] 王秀春, 智会强, 毛一之, 杨增军, 韩鹏. 多宗量导热反问题求解的神经网络法[J]. 航空动力学报, 2004, **19**(4): 526-529. (WANG Xiu-chun, ZHI Hui-qiang, MAO Yi-zhi, YANG Zeng-jun, HAN Peng. Neural network model for solving multi-variable inverse heat conduction problem [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2004, **19**(4): 526-529. (in Chinese))
- [7] Doirgo M, Maniezzo V, Colonri A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part B*, 1996, **26**(1): 29-41.

Study of Self-Adaptive Ant Colony Optimization for Heat Source Search in Inverse Heat Conduction Problems

ZHANG Tao, LU Mei, LI Bo-han, TAO Liang

(*School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, P.R.China*)

Abstract: A model based on ant colony optimization (ACO) was presented for the solution of two-dimensional stable inverse heat conduction problems (IHCP). According to comparison between the measured information at boundary points and the calculated temperature at those points, the IHCP was transformed to an optimization problem. By means of different path construction methods the ACO was improved as a self-adaptive algorithm to inversely calculate the heat-source intensity and location with high precision. The results show that the present self-adaptive ACO with the path construction methods for different inversion parameters is robust and accurate for the search of location and intensity of the heat source.

Key words: heat conduction; inverse problem; heat source; ant colony optimization

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(51176126)