

结构拓扑优化中棋盘格抑制方法的研究*

豆麟龙, 尹益辉, 刘远东

(中国工程物理研究院 总体工程研究所, 四川 绵阳 621900)

摘要: 针对棋盘格过滤技术中单元权重系数的计算,对已有文献中的棋盘格抑制方法进行改进,提出了物理意义明确且更具一般性的公式.建立含应力约束的弹塑性拓扑优化模型,将改进的棋盘格抑制方法用于弹塑性结构拓扑优化,采用 ESO(evolutionary structural optimization)法进行优化.编程实现了两个数值算例,对算例结果分析表明:改进的棋盘格抑制方法具有更好的抑制效果,且该方法并不局限于材料线性范围的拓扑优化,也适用于进行材料非线性的拓扑优化时棋盘格的抑制.

关键词: 权重系数; 棋盘格; 结构拓扑优化; 弹塑性材料; ESO 法

中图分类号: O342 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2014.08.010

引言

棋盘格或称棋盘格式(checkerboard patterns)是采用固定有限元网格进行结构拓扑优化时在优化结构中常出现的一种数值不稳定现象,使得优化后的结构单元呈现出类似棋盘格形式的排列.棋盘格使结构形状的提取及制造都比较困难,在优化过程中应尽量避免.

基于上述原因,如何解决棋盘格的问题已吸引了许多研究者的关注.棋盘格本质上是由于数值误差造成的^[1],因此采用高阶单元可以减少数值误差的出现,从而较好地抑制棋盘格现象.如 Rodrigues 和 Fernandes^[2]在热弹性拓扑优化中采用高阶单元的方法成功消除了优化结构中出现的棋盘格现象.但高阶单元的使用会极大增加计算成本,所以在计算条件有限的情况下,为增加计算效率仍不得不采用易于产生棋盘格现象的低阶单元.为兼顾计算效率与棋盘格现象的抑制,就有必要在采用低阶单元的同时,使用一定的棋盘格抑制方法来抑制棋盘格现象.

众多研究者已经提出了多种棋盘格抑制方法,这些方法主要分为两类,一类是约束方法,比如周长控制方法^[3]和梯度控制方法^[4-6].由于对不同的优化问题,约束方法需要对约束参数值作出不同的调整,取值的合理性很大程度上取决于设计人员的经验,因此该类方法在实际应用时受到局限.另一类方法是过滤方法,主要包括密度过滤法^[7-8]和敏度过滤法^[9].过滤法易于实施,并且不改变结构有限元网格和不增加结构系统的自由度,因此除过滤计算外不会增加其它任何计算代价.基于此,过滤法在结构拓扑优化中被广泛使用.密度过滤法只适用于类似变

* 收稿日期: 2014-01-03; 修订日期: 2014-06-11

作者简介: 豆麟龙(1989—),男,河南沈丘人,硕士(E-mail: douzi891213@126.com);

尹益辉(1967—),男,四川江油人,研究员,博士(通讯作者. Tel: +86-816-2485439; E-mail: yinyh@caep.ac.cn).

密度法等设计变量可以连续取值的拓扑优化问题,不适用于如 ESO 法中设计变量只取 0/1 离散值的拓扑优化问题。敏度过滤法同时适用于设计变量连续取值或离散取值的拓扑优化问题,其基本思想就是对被过滤单元本身及与其相邻单元的敏感度进行加权平均过滤,采用过滤后的敏感度代替过滤前的敏感度。已经证明在许多实际应用中敏度过滤是一个稳定和可靠的方法^[10]。之后许多学者继续发展了敏度过滤技术,如文献[11]采用的交叉敏度过滤技术,文献[12]采用的网格独立的 Gauss 权因子过滤法,都得到了较好的棋盘格抑制效果。

Li 等^[13]专门针对 ESO 法提出了一种简单且实用的敏感度类型的棋盘格抑制方法,其核心是对单元基准因子(reference factor)进行过滤,以尽可能地校正有限元近似所产生的数值误差从而抑制棋盘格的出现,该方法得到了较好的抑制效果。之后,郭中泽等^[14]在文献[13]的基础上提出了一种灵敏度高阶再分配方法,同样得到了较好的结果。但已有文献仅给出了权重因子的离散数字,没有从一般意义上给出权重因子的解析表达式,这给该方法在实际应用中带来了一定局限性。

另外值得提及的是,已有文献中关于棋盘格抑制方面的探讨,仅有很少的文献考虑材料的非线性行为^[7,12],大多数还都局限于材料线性变形范围的探讨,在材料线性范围内被证明有效的棋盘格抑制方法当被用于材料非线性范围时是否依然适用,有必要做更进一步的讨论。本文采用基于应变能准则^[13]的 ESO 法对结构进行拓扑优化,结合该文提出的单元权重系数分配方法,对其中所提出的抑制方法进行改进,通过数值算例,分析表明,改进后方法的抑制效果更好,特别是将改进后的抑制方法用于抑制考虑材料非线性的结构拓扑优化所产生的棋盘格现象时,也得到了较好的抑制效果,显示了本文所提出改进方法的有效性。

1 结构拓扑优化的数学模型及采用 ESO 法的优化过程

首先定义材料用量

$$M = V/V_0, \quad (1)$$

其中, V 为优化后结构的实体材料体积, V_0 为优化前结构的材料体积。然后以材料用量最少为目标,以结构最大等效应力介于一定的取值范围为约束,将材料变形拓展到弹塑性范围,采用 ESO 法对由弹塑性材料制备的结构进行拓扑优化,建立优化模型为

$$\begin{cases} \min(M), M = \sum_{i=1}^n \delta_i m_i, \\ \delta_i = \begin{cases} 1, & \text{若单元 } i \text{ 未被删除,} \\ 0, & \text{若单元 } i \text{ 被删除,} \end{cases} i = 1, 2, \dots, n, \\ \text{s.t.} \begin{cases} \sigma_s \leq \sigma_{\max} \leq \beta \sigma_s, & \beta > 1, \text{ 弹塑性结构拓扑优化,} \\ \beta \sigma_s < \sigma_{\max} < \sigma_s, & \beta < 1, \text{ 弹性结构拓扑优化,} \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

其中, n 为结构的离散单元总数; m_i 为第 i 个单元的材料用量; σ_{\max} 为结构的最大等效应力; σ_s 为实体材料的屈服应力; β 为应力约束系数,它取决于结构的工作性能和实体材料的强化性能,通过调整 β 值来选择进行弹塑性结构拓扑优化或弹性结构拓扑优化。

采用 ESO 法进行拓扑优化时的整个优化过程如下^[15]:

- 1) 建立固定网格的有限元模型,模型需覆盖被优化结构的最大设计区域。
- 2) 确定优化准则。本文采用应变能准则:

$$S_e \leq R \cdot S_{\max}, \quad (3)$$

其中 S_e 为单元 e 的应变能; R 为初始删除率, $0 < R < 1$; S_{\max} 为最大的单元应变能。

3) 对所建立的结构有限元模型进行静力学非线性有限元求解。

4) 比较设计域中每个单元的应变能,将满足式(3)的单元从设计域中删除。 R 的作用是延缓单元删除过程,以使每次迭代仅有很少的单元从设计域中被删除。因为如果在一次迭代中删除单元过多,最终所得到的拓扑构型可能不是最优的。

5) 重复进行静力学非线性有限元分析、判断和单元删除,直到再无单元满足式(3)为止,此时认为优化结果已达到了一个对应于 R 的稳定状态。此时再引入进化率参数 E ,将删除率修改为^[16]

$$R = R + E. \quad (4)$$

重复进行步骤3)~5),直到结构的最大等效应力满足式(2)中的约束条件为止。

2 ESO 法中棋盘格抑制方法的改进

与通常的敏度过滤类似,当采用式(3)的应变能准则时,需对各个单元的应变能进行过滤。对于正方形单元 e ,其应变能过滤式为^[13]

$$S_e = \frac{\sum_{i=1}^m w_i V_i S_i^0}{\sum_{i=1}^m w_i V_i}, \quad (5)$$

式中, S_i^0 是过滤前第 i 个单元的应变能, V_i 是第 i 个单元的体积, m 是包括单元 e 在内以及与单元 e 直接相连接的所有单元的个数, w_i 是权重系数,且

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1. \quad (6)$$

若对设计域划分相同的网格,则所有单元体积相同,结合式(6)、式(5)简化为

$$S_e = \sum_{i=1}^m w_i S_i^0. \quad (7)$$

根据文献[13], w_i 的计算公式为

$$w_i = \frac{K_i}{\sum_{j=1}^m K_j} \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (8)$$

这里,参数 K 值的定义,是为了更方便地表述图1中的离散数据,也能为本文后续公式的推导提供方便。 K 值的大小,实质上反映了该单元距离中心单元的远近。对于一阶、二阶分配格式,文献[13]给出单元 e 及其邻接单元的 K 值分布如图1(a)、(b)所示。

	1	2	1	
	2	4	2	
	1	2	1	

(a) 原始一阶分配格式

	1	4	6	4	1
	4	16	24	16	4
	6	24	36	24	6
	4	16	24	16	4
	1	4	6	4	1

(b) 原始二阶分配格式

	1.414	2	1.414
	2	4	2
	1.414	2	1.414

(c) 改进的一阶分配格式

	2.12	2.68	6	2.68	2.12
	2.68	16.97	24	16.97	2.68
	6	24	36	24	6
	2.68	16.97	24	16.97	2.68
	2.12	2.68	6	2.68	2.12

(d) 改进的二阶分配格式

(c) The improved 1st-order distribution format for K

(d) The improved 2nd-order distribution format for K

图1 离散结构单元的 K 值分布

Fig.1 The K value distribution of discrete structural elements

图1(a)、(b)中的 K 值分布具有按格赋值的特点,各格中的数字是离散整数,没有严格将单元之间的距离加以关联,仅大致体现了单元间距的影响.鉴于这些情况,下面本文提出求解单元格中 K 值的方法.

设任意单元 j 与单元 e 的中心间距为 $l_{ej}(j = 1, 2, \dots, m, j \neq e)$,且在所有 l_{ej} 中,最小值为 l_0 ,称其为特征距离(对于规则的四边形单元即为单元尺寸).记单元 e 的 K 值为 K_e ,单元 j 的 K 值为 K_j ,定义 α_{pn} 为 p 阶分配格式的第 n 层距离因子, α_{pn} 的大小反映单元层次 n 距中心单元 e 的远近, α_{pn} 越大反映第 n 层单元距单元 e 越远.对于一阶分配格式仅有一层(即紧邻单元 e 的 8 个单元),二阶分配格式有两层(称紧邻单元 e 的 8 个内层单元为第 1 层单元,即 $n = 1$;第 1 层外的 16 个单元为第 2 层单元,即 $n = 2$),依次类推 p 阶分配格式有 p 层,从内到外依次记为 $n = 1, 2, \dots, p$,这里 p 为最大层数.这样,对于任意 p 阶分配格式,就可建立求解任一单元 j 的 K_j 值的公式为

$$\frac{K_j}{K_e} = \frac{l_0}{\alpha_{pn} l_{ej}} \quad (j = 1, 2, \dots, m, j \neq e). \tag{9}$$

将式(9)改写,可得 K_j 值的表达式为

$$K_j = \frac{l_0}{\alpha_{pn} l_{ej}} K_e \quad (j = 1, 2, \dots, m, j \neq e). \tag{10}$$

对于一阶分配格式 $p = 1$,仅有一层单元 $n = 1$,距离因子 α_{pn} 可记为 α_{11} ,取 $\alpha_{11} = 2, K_e = 4$,则根据式(10) 计算可得一阶分配格式的 K 值分布如图 1(c).对于二阶分配格式 $p = 2$,有两层单元 $n = 1$ 或 2,距离因子 α_{pn} 可记为 α_{21} 和 α_{22} ,取 $\alpha_{21} = 1.5, \alpha_{22} = 3, K_e = 36$.根据式(10) 计算可得二阶分配格式的 K 值分布如图 1(d). l_{ej} 严格体现了单元间距对 K 值的影响,而根据单元层次距中心单元 e 的远近,可初步判断 α_{pn} 的大小.显然,只要合理取定 α_e 值,采用式(10) 计算 K 值比直接按图 1(a)、(b)中方式按格赋 K 值要更灵活和有效.且后面的数值算例表明,尽管由图 1(a)到图 1(c),各网格中的 K 值变化不大,但棋盘格抑制效果明显更好.进一步将式(10) 代入式(8),得到

$$w_i = \frac{1}{1 + l_0 \sum_{j=1, j \neq i}^m (\alpha_{pn} l_{ij})^{-1}}. \tag{11}$$

显然,按上述方法计算 w_i 比按图 1 方式选取各网格的离散 K 值后再计算 w_i 减少了人为随意性,且计算结果也更严格地包含了单元间距的影响.不失一般性,对于任意 p 阶分配格式,均

可容易地按相同方式导出各单元 K 值的计算公式,从而再推得与式(11)相对应的计算 w_i 的公式.显然,新方法也适用于三维有限元网络的过滤.

3 数值实现方法与算例

3.1 数值实现方法

利用 ANSYS 软件进行建模和计算,即执行前述优化过程的第 1)步和第 3)步;利用 ANSYS 的 APDL 功能,编制 APDL 二次开发程序对计算结果进行处理,即执行优化过程的第 4)步和第 5)步.

3.2 数值算例与结果分析

算例 1 待优化结构如图 2,为一左端固支的矩形横截面悬臂梁,横截面尺寸为 $50\text{ mm} \times 1\text{ mm}$,其它几何尺寸如图.在悬臂梁右侧边中间 10 mm 的范围施加 25 MPa 的均布剪应力.弹塑性材料采用如图 3 所示双线性本构模型,本例中取弹性模量 $E_0 = 750\text{ MPa}$,Poisson(泊松)比 $\mu = 0.3$,硬化模量 $E_t = 71.1\text{ MPa}$,屈服应力 $\sigma_s = 75\text{ MPa}$.将设计域划分成 1 250 个面积相同的正方形单元,单元边长为 2 mm ,单元类型为四节点的 PLANE 42 单元.采用基于应变能准则^[13]的 ESO 法进行优化,其中取初始删除率 $R = 0.002$,进化率 $E = 0.002$.

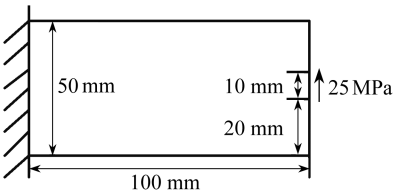


图 2 悬臂梁尺寸与载荷
Fig.2 Sizes and load of the cantilever beam

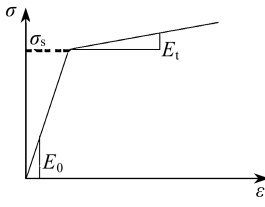


图 3 双线性材料本构模型
Fig.3 Bilinear constitutional model for the material

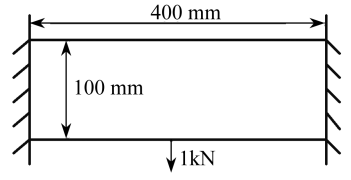


图 4 固支梁尺寸与载荷
Fig.4 Sizes and load of the clamped-clamped beam

未采用棋盘格抑制措施,而采用文献[13]的棋盘格抑制方法以及本文改进的抑制方法进行的结构拓扑优化,所得结果如表 1 所示.

分析表 1 中的各优化构型图可知:就棋盘格抑制效果而言,未抑制情形的优化结构存在较严重的棋盘格式;采用文献[13]中的一阶抑制方法的优化结构虽很大程度地抑制了棋盘格,但结构中仍存在单节点连接的单元^[17],这样的单元容易造成结构失稳破坏,在结构设计中必须避免;在采用文献[13]中的二阶抑制方法时,棋盘格和部分单节点连接的单元得到消除,这说明二阶抑制方法的抑制效果要优于一阶方法,但仍有少许单节点连接单元的存在;采用本文改进的抑制方法,即使采用一阶分配格式的过滤方法,所得到的优化结构也比改进前的二阶方法的抑制效果更好,这充分显示了本文改进方法的优越性.此外,采用二阶抑制方法和改进的一阶方法所得到的拓扑结构具有相似的内部构型,而不同于采用文献[13]中的一阶抑制方法所得到的拓扑构型,这也进一步说明在棋盘格抑制效果方面,二阶方法要优于一阶方法,改进的方法要优于文献[13]中的方法.甚至,本算例进行的是弹塑性结构拓扑优化,所得到的拓扑构型结果直接表明,本文所提出的改进抑制方法对材料非线性结构拓扑优化中的棋盘格现象也具有明显的抑制效果.

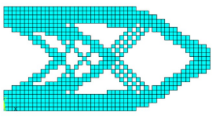
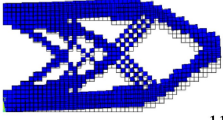
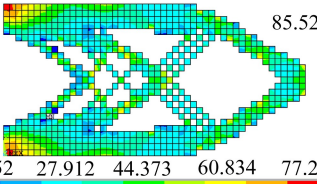
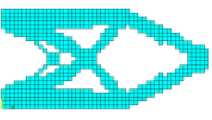

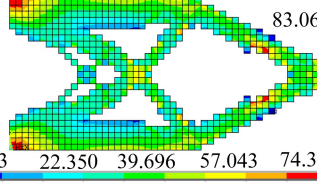
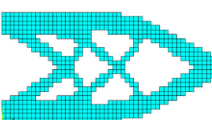
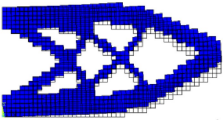
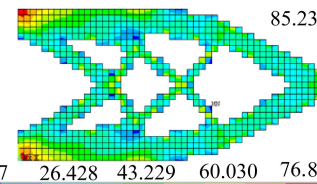
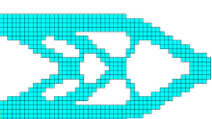
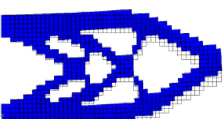
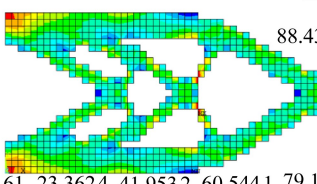
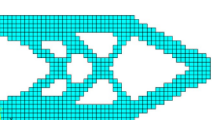

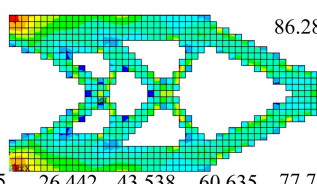
结构在一定的载荷条件下,应力分布的均匀化程度也是衡量结构性能的一个重要指标,应力分布越均匀,结构的承载性能越好.在此,定义应力均匀指数:

$$P_m = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}, \quad (12)$$

应力均匀指数 P_m 越小表明应力分布越均匀。

表 1 悬臂梁拓扑优化结果

Table 1 Topological optimization results of the cantilever beam

suppression method	configuration figure	deformation figure (max deformation w_{\max} /mm)	stress figure (max stress σ_{\max} /MPa)
no suppression		2.1588 	85.525  11.452 27.912 44.373 60.834 77.294 19.682 36.143 52.603 69.064 85.525
1st-order method in reference [13]		2.2733 	83.063  5.003 22.350 39.696 57.043 74.390 13.677 31.023 48.370 65.716 83.063
improved 1st-order method		2.1573 	85.2315  9.627 26.428 43.229 60.030 76.831 18.0275 34.8285 51.6295 68.4305 85.2315
2nd-order method in reference [13]		2.33984 	88.4303  4.77161 23.3624 41.9532 60.5441 79.1349 14.067 32.6578 51.2487 69.8395 88.4303
improved 2nd-order method		2.1848 	86.280  9.345 26.442 43.538 60.635 77.732 17.893 34.990 52.087 69.183 86.280

对表 1 中的数据进行整理得到表 2。

对表 2 数据进行分析可知:对于平均应力指数和最大变形,改进的抑制方法小于文献 [13] 中的抑制方法,这说明采用改进的抑制方法所得到的优化结构,其应力均匀化程度较高,结构的承载性能较好,且抗变形能力也较强。虽然未抑制方法的应力均匀指数和最大变形都较小,但由于存在严重的棋盘格式,这样的结构并不可取。二阶抑制方法的平均应力指数和最大

变形略高于一阶方法,但由于首先要考虑棋盘格的抑制效果,所以在一阶抑制方法未得到良好的棋盘格抑制效果时,需采用二阶抑制方法.只有在二阶抑制方法都得到了良好的棋盘格抑制效果时,才采用平均应力指数和最大变形较小的抑制方法.

表2 悬臂梁拓扑优化数据

Table 2 Topological optimization data of the cantilever beam

suppression method	no suppression	1st-order method in reference[13]	improved 1st-order method	2nd-order method in reference[13]	improved 2nd-order method
stress uniformity index	7.47	16.60	8.85	18.53	9.23
max deformation w_{max}	2.158 8	2.273 3	2.157 3	2.339 8	2.184 8

算例2 待优化结构如图4,为一两端固支的超静定矩形横截面梁,横截面尺寸为100 mm×5 mm,其它几何尺寸如图.在梁底部的中间位置施加1 kN的集中载荷.本例中材料模型取线弹性材料,弹性模量 $E_0 = 210$ GPa, Poisson 比 $\mu = 0.3$.将设计域划分成1 600个面积相同的正方形单元,单元边长5 mm,单元类型为4节点的 PLANE 42 单元.采用基于应变能准则的 ESO 法进行优化,取初始删除率 $R = 0.002$,进化率 $E = 0.002$.

表3 固支梁拓扑优化结果

Table 3 Topological optimization results of the clamped-clamped beam

suppression method	configuration figure	deformation figure (max deformation w_{max}/mm)	stress figure (max stress σ_{max}/MPa)
no suppression		0.014 141	18.639 1.908 5.626 9.344 13.062 16.780 3.767 7.485 11.203 14.921 18.639
1st-order method in reference[13]		0.014 223	18.555 1.291 5.128 8.964 12.801 16.637 3.209 7.046 10.882 14.719 18.555
improved 1st-order method		0.014 738	20.595 0.243 214 4.766 9.289 13.811 18.334 2.505 7.027 11.550 16.073 20.595
2nd-order method in reference[13]		0.015 323	20.506 0.063 53 4.606 9.149 13.692 18.235 2.335 6.878 11.421 15.963 20.506
improved 2nd-order method		0.014 163	18.598 1.435 5.249 9.063 12.877 16.691 3.342 7.156 10.970 14.784 18.598

表 4 固支梁拓扑优化数据

Table 4 Topological optimization data of the clamped-clamped beam

suppression method	no suppression	1st-order method in reference [13]	improved 1st-order method	2nd-order method in reference [13]	improved 2nd-order method
stress uniformity index	9.77	14.37	8.22	8.78	12.96
max deformation w_{\max}	0.014 141	0.014 223	0.014 738	0.015 323	0.014 163

本算例所进行的优化情形与算例 1 相同,所得到的拓扑优化结果及数据分别如表 3 和表 4 所示。

分析表 3 中各结构优化构型,可见在棋盘格抑制方面,本算例与算例 1 都有对应的类似结果,再次展示了改进方法具有更好的棋盘格抑制效果。此外,作为计算经验,值得顺便说明的是:在数值计算中,作者发现,当把集中载荷仅施加在梁底部中间的一个节点上时,会造成中间节点处局部应力和局部应变能过大,产生节点和单元扭曲,从而引起应变能准则被错误地估计,此时即使采用改进的棋盘格抑制方法也不能得到良好的抑制效果。于是,作者将集中载荷均匀分布在包括中间节点及紧邻中间节点的另外两个节点上,如此,减小了应力集中程度,成功得到了表 3 所示的结果。

此外,需要说明的是,在改进的一阶方法所得到的优化结构应力图中存在几个“孤立单元”(黑色单元),这些“孤立单元”的存在与否并不影响结构的整体性能,故在计算平均应力指数选取最小应力 σ_{\min} 时,并没考虑这几个“孤立单元”,而是取应力分布图中颜色为黑色单元的应力 2.505。采用文献[13]中的二阶抑制方法时,也出现了类似情况,采取了同样的处理办法。对表 4 中的应力分布和变形分析可知,算例 2 所得到的结果与算例 1 相似,这更进一步说明本文所提出的改进方法的优越性。

4 结 论

为了避免优化后结构中的棋盘格现象,本文对已有的棋盘格抑制方法进行改进,针对棋盘格过滤技术中单元权重系数的计算,提出了物理意义明确且更具一般性的公式,编程实现了相应的数值算例,给出了采用不同棋盘格抑制方法的结构优化构型等结果。基于算例的结果,对比分析表明:与已有方法相比,本文改进的棋盘格抑制方法具有更好的抑制效果。此外,采用本文改进的抑制方法所得到的优化结构其应力分布相对来说更加均匀,结构性能更优越,抗变形能力也较强。并且,本文所提出的改进方法并不局限于材料线性范围的拓扑优化,也适用于进行材料非线性拓扑优化时棋盘格的抑制。当然,本文所提出的方法也存在一定缺陷,比如不适用于非规则形状单元,作者会在未来的工作中进一步研究。

致谢 作者感谢中国工程物理研究院总体所创新与发展基金(13cxj06)对本文的资助。

参考文献(References):

- [1] Jog C S, Haber R B. Stability of finite element models for distributed-parameter optimization and topology design[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996, **130**(3/4): 203-226.
- [2] Rodrigues H, Fernandes P. A material based model for topology optimization of thermoelastic

- structures[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1995, **38**(12): 1951-1965.
- [3] Haber R B, Jog C S, Bendsøe M P. Variable-topology shape optimization with a constraint on perimeter[C]//Gilmore B J, Hoeltzel D A, Dutta D, Eschenauer H A eds. *Advances in Design Automation*. New York: ASME, 1994: 261-272.
- [4] Borrvall T. Topology optimization of elastic continua using restriction[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2001, **8**(4): 351-385.
- [5] Petersson J, Sigmund O. Slope constrained topology optimization[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1998, **41**(8): 1417-1434.
- [6] Zhou M, Shyy Y K, Thomas H L. Checkerboard and minimum member size control in topology optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, **21**(2): 152-158.
- [7] Bruns T E, Tortorelli D A. Topology optimization of nonlinear elastic structures and compliant mechanisms[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, **190**(26/27): 3443-3459.
- [8] Bourdin B. Filters in topology optimization [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001, **50**(9): 2143-2158.
- [9] Sigmund O, Petersson J. Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima[J]. *Structural optimization*, 1998, **16**(1): 68-75.
- [10] Sigmund O. Morphology-based black and white filters for topology optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2007, **33**(4/5): 401-424.
- [11] Hu S B, Chen L P, Zhang Y Q, Yang J Z, Wang S T. A crossing sensitivity filter for structural topology optimization with chamfering, rounding, and checkerboard-free patterns[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, **37**(5): 529-540.
- [12] Huang X, Xie Y M. Topology optimization of nonlinear structures under displacement loading [J]. *Engineering Structures*, 2008, **30**(7): 2057-2068.
- [13] Li Q, Steven G P, Xie Y M. A simple checkerboard suppression algorithm for evolutionary structural optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary*, 2001, **22**(3): 230-239.
- [14] 郭中泽, 陈裕泽, 张卫红, 邓克文. 渐进优化法的一种高阶棋盘格式抑制方法[J]. *机械设计*, 2006, **23**(5): 1-4. (GUO Zhong-ze, CHEN Yu-ze, ZHANG Wei-hong, DENG Ke-wen. A kind of high ordered checkerboard pattern suppressing algorithm of progressive optimization method [J]. *Journal of Machine Design*, 2006, **23**(5): 1-4. (in Chinese))
- [15] Querin O M, Steven G P, Xie Y M. Topology optimization of structures with material and geometric nonlinearities[C]//*AIAA Meeting Papers on Disc*, 1996: 1812-1818.
- [16] 谢亿民, 杨晓英, Steven G P, Querin O M. 渐进结构优化法的基本理论及应用[J]. *工程力学*, 1999, **16**(16): 70-81. (XIE Yi-min, YANG Xiao-ying, Steven G P, Querin O M. The basic theory and application of evolutionary structural optimization method[J]. *Engineering Mechanics*, 1999, **16**(16): 70-81. (in Chinese))
- [17] Poulsen T A. A simple scheme to prevent checkerboard patterns and one-node connected hinges in topology optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2002, **24**(5): 396-399.

Research of the Checkerboard Pattern Suppression Method in Structural Topological Optimization

DOU Lin-long, YIN Yi-hui, LIU Yuan-dong

(*Institute of Systems Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, P.R.China*)

Abstract: Aimed at the calculation of elements' weight coefficients in the checkerboard pattern filtering technique, a previous checkerboard pattern suppression method was improved, and a more generalized weight coefficient formula with more specific physical meanings was proposed. The topological optimization model, in which the material elasto-plastic deformation was considered, was established under stress constraint conditions, and the improved checkerboard pattern suppression method was employed in the structural topological optimization process with the ESO method. Two numerical examples were implemented. The results show that the improved checkerboard pattern suppression method has better suppression effects than the previous one, and is applicable to the topological optimization of not only linear-material structures, but also nonlinear-material structures.

Key words: weight coefficient; checkerboard pattern; structural topological optimization; elasto-plastic material; ESO method