文章编号:1000-0887(2014)09-0979-07

ⓒ 应用数学和力学编委会, ISSN 1000-0887

适合裂尖穿越界面行为分析的 断裂模拟方法研究^{*}

陈昌荣

(上海工程技术大学飞行学院,上海 201620)

摘要: 分析了线弹性断裂力学在模拟裂尖垂直穿越弹性界面行为时存在的理论缺陷;对理想化的层状弹性材料,采用内聚力模型研究了界面前方材料的内聚强度对裂尖穿越界面行为的影响; 根据有限元计算结果,讨论了内聚力模型与线弹性断裂力学在模拟裂纹垂直于界面扩展时的差别. 计算结果显示,界面前方材料的内聚强度大小对裂尖穿越界面行为有重要影响,是导致内聚力模 型与线弹性断裂力学模型计算结果差异的关键因素.计算结果分析表明:研究复杂材料中裂纹扩展 行为时,不仅需要一个基于能量的断裂准则,还需要补加一个强度准则,内聚力模型在理论上符合 这一要求.

关键词:内聚力模型;断裂过程区;裂纹扩展准则;弹性界面中图分类号:0343
 文献标志码:A
 doi:10.3879/j.issn.1000-0887.2014.09.004

引

言

裂纹垂直于界面扩展时,当裂尖距界面还有一定距离或者当裂尖已穿过界面一定距离后, 可采用均匀固体的裂纹扩展准则来分析裂纹扩展行为,例如J_{ip} = G_{le},这里J_{ip} 是沿围绕裂尖路 径的J积分(围绕裂尖的积分路径不能接触界面),G_{le} 是裂尖所在材料的临界应变能释放率.此基 于应变能的裂纹扩展准则在裂尖到达界面时失效,这是因为此时围绕裂尖的积分路径必然穿 过界面,而穿过界面的积分路径使J_{ip}失去了与积分路径无关这一关键特性.所以,用J-积分分 析裂纹问题时通常回避裂尖位于界面的情况^[1-2].对于弹性材料,断裂力学在裂尖到达界面之 前可能已经失效.断裂力学预测,要使裂尖从低弹性模量材料一侧到达界面,需要施加无穷大 载荷^[34],但实际上在裂尖到达界面之前,界面另一侧可能会由于应力集中和强度低而产生新 裂纹并与主裂纹连接,使裂纹扩展继续下去.所以,用断裂力学常规裂纹扩展准则预测裂尖在 弹性材料界面附近的行为时,有可能会得出不正确的结论.

有两个原因导致断裂力学在预测裂纹穿越界面的行为时遇到困难.其中一个原因是当裂 尖位于界面时,断裂力学没有合适的参数可以描述裂纹扩展驱动力;另一个原因是断裂力学只 能分析已存在的裂纹,不能预测应力集中处新裂纹的形成.局部强度准则 $\sigma = \sigma_n$ 可能比较适

^{*} 收稿日期: 2014-03-10;修订日期: 2014-05-05

基金项目: 国家自然科学基金(51175321)

作者简介: 陈昌荣(1964—),男,湖北宜昌人,教授,博士,民航高级理论教员(E-mail: 13761742152@ 163.com).

合预测裂纹形成,这里 σ 和 σ_u 分别表示局部拉应力和材料拉伸强度^[5].所以,预测裂纹穿越界 面的行为不仅需要能量准则预测主裂纹的行为,可能还需要强度准则来预测新裂纹的形成.内 聚力模型同时包含一个能量准则和一个强度准则^[6],理论上可用于分析裂纹穿越界面的行 为,但内聚力模型的计算结果经常不能完全让人信服,因为这个模型目前还不够严谨,例如材 料参数的选择缺少足够的客观性、裂尖的定义没有统一标准.

在内聚力模型中,每个可能变成裂纹的位置被嵌入两个由内聚力连接在一起的内表面,内 聚力随两个内表面之间的相对位移而变化,表示为 T- δ 曲线,这里 T表示单位面积的一对内表 面之间的内聚力, δ 表示两个内表面之间的相对位移.T- δ 曲线的两个主要参数是分离能 Γ 和内 聚强度 T_0 . Γ 是 T- δ 曲线下的面积,即单位面积的两个内表面分离所需要的能量,代表局部材 料韧性; T_0 是 T- δ 曲线的峰值,代表局部材料强度^[7-8].内聚力模型不仅可取代能量准则用于裂 尖断裂过程区,还可取代强度准则用于模拟无裂纹材料中应力集中处的裂纹形成.

本文的目的是探索如何改进断裂力学方法,使之能用于分析较复杂材料中的复杂裂纹扩展行为^[9],例如层状陶瓷中的裂纹分岔问题^[10].在常规断裂力学方法(*J*-积分、应力强度因子)、构型力学(configuration mechanics)^[11]、内聚力模型^[7,12-13]中,内聚力模型相对适用于复杂材料的裂纹扩展分析.本文应用内聚力模型分析理想材料模型中的裂尖穿越弹性界面行为,并与线弹性断裂力学的计算结果对比,找出内聚力模型的优点和存在的问题.

1 模型建立

1.1 理论模型

当一个裂纹垂直逼近一个 E 值较低材料与 E 值较高材料之间的界面时(E 代表弹性模量),假设存在两个断裂过程区,如图 1 所示,其中一个位于裂尖前方,另一个在界面前方.两个断裂过程区的长度分别表示为 a_{p1} 和 a_{p2},裂尖与界面之间的距离为(h - a).线弹性断裂力学能用于界面附近裂纹的一个必要前提条件是:裂尖断裂过程区必须小于裂尖到界面的距离,即,a_{p1} < (h - a).当裂尖逼近界面时,如果断裂过程区长度不为0 就不能满足条件 a_{p1} < (h - a),线弹性断裂力学失效.在线弹性断裂力学中,由于 a_{p1} 和 a_{p2} 被设定为0,所以无论裂尖多么接近界面,总能满足条件 a_{p1} < (h - a).线弹性断裂力学预测裂尖不能从E 值较低的材料一侧到达界面,这是因为随着裂尖无限趋近于界面,裂尖扩展驱动力将趋近于0.这一结论对于多数弹性材料是不正确的,因为裂尖断裂过程区是有尺寸的.这一结论还假设界面前方材料的强度是有限的,在应力集中处有可能产生新裂纹.一个合理的裂纹扩展预测方法必须能够考虑这一可能性.

传统断裂力学要求存在初始裂纹,所以传统断裂力学不能模拟无裂纹材料中的裂纹形成. 从理论上看,内聚力模型不仅可模拟裂纹扩展,也可模拟裂纹形成.当裂纹趋近界面时,可用一 个内聚区模拟裂尖断裂过程区的发展,用另一个内聚区模拟界面前方无裂纹材料中的裂纹形 成.应用内聚力模型的关键是确定材料的内聚力-张开位移关系,即 *T-δ* 曲线.当内聚力模型用 于一个界面裂纹或均质材料中的裂纹时,只需要确定一个 *T-δ* 曲线,而且通常只需要确定 *T-δ* 曲线的两个参数,即内聚强度 *T*₀ 和单位面积内聚区分离能 *Γ*,而 *T-δ* 曲线的形状相对次要.然 而,应用内聚力模型模拟裂纹垂直穿越材料界面时,需要分别确定界面两侧材料的 *T-δ* 曲线.由 于两个内聚区互相影响,所以不仅要分别确定两个 *T-δ* 曲线的参数 *T*₀ 和 *Γ*,还必须考虑两个 *T-δ* 曲线的初始刚度之间的关系和最大张开位移 *δ*_{*c*} 之间的关系.

1.2 材料模型

在给定载荷下,均质脆性材料表面裂纹扩展驱动力随着裂纹尺寸的增大而增大.所以,这

种裂纹一旦开始扩展,整个材料就断裂了.防止表面裂纹进入脆性材料内部的一个方法是把脆性材料分成表面层和基体,在两者之间加入一个弹性模量低的中间层.裂纹进入中间层后,随着裂尖逼近中间层与基体之间的界面,裂纹扩展驱动力急剧下降,所以低弹性模量中间层具有阻止表面裂纹进入基体的作用^[6].为分析垂直进入低弹性模量中间层的横向裂纹的扩展行为,对图 2 的理想材料模型做有限元分析.







图 2 中,厚度为 h₁ 的低弹性模量材料 1 的中间层把一个厚度为 h₂ 的高弹性模量材料 2 的 表面层和一个厚度为 H 的厚层(材料 2) 固结在一起,一个长度为 a 的裂纹垂直逼近中间层与 厚层之间的界面.假设界面无缺陷而且足够强韧使裂纹不会沿界面偏转,本文限定只考虑裂纹 路径为直线的情况.假设有两种裂纹扩展可能性:(a)裂尖到达界面就穿过界面进入厚层;(b) 裂纹到达界面前,一个新裂纹在厚层中产生^[6,9].

几何参数假设: $h_1 = 0.02 \text{ mm}$, $h_2 = 0.2 \text{ mm}$, H = 2 mm, L = 3 mm.材料参数: $E_1 = 18 \text{ GPa}$, $E_2 = 72 \text{ GPa}$; $\nu_1 = \nu_2 = 0.22$, $K_{\text{Ic1}} = K_{\text{Ic2}} = 0.6 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$, 这里, E, ν, K_{Ic} 分别表示弹性模量、Poisson(泊松) 比、临界应力强度因子.

1.3 有限元模型

在图 2 中以水平方向和垂直方向分别作为 x 和 y 轴方向, x 轴与材料模型的对称轴重合.取图 2 的材料模型上半部分构建平面应变有限元模型,使用 ABAQUS 软件计算.沿对称轴 y = 0 从裂尖到右边界布置二维 4 节点内聚单元.令 $h = h_1 + h_2$, 在 $-1 \mu m \le x - h \le 5 \mu m$ 区间,内聚单元的尺寸是 0.1 μm ; 在 $-3 \mu m \le x - h \le -1 \mu m$ 区间,内聚单元尺寸从 0.33 μm 减小为0.1 μm ; 在 $5 \mu m \le x - h \le 7 \mu m$ 区间,内聚单元尺寸从 0.1 μm 增大为 0.33 μm ; 在 $-20 \mu m \le x - h \le -3 \mu m$ 和 7 $\mu m \le x - h \le 30 \mu m$ 区间,内聚单元的尺寸为 0.33 μm ,这里 $h = h_1 + h_2$.内聚单元的上边两个节点与常规单元相连,下边两个节点的y向被 $u_y = 0$ 约束.位移载荷 $u_y = \varepsilon_{appl}L$ 施加在模型的上边界,这里 ε_{appl} 是模型y向平均应变,L的定义参见图 2.位移载荷分成 4 000 个子步骤施加.

2 内聚力模型参数

2.1 内聚力-张开位移关系曲线的形状

内聚力-张开位移关系曲线的形状假设为双线形,如图 3 所示,主要参数包括分离能 Γ 、内聚强度 T_0 、最大张开位移 δ_{c} 、初始刚度M.



2.2 分离能 Г

弹性材料在平面应变条件下的分离能 *Γ* 按下式 求出

$$T = G_{\rm lc} = \frac{K_{\rm lc}^2}{E(1 - \nu^2)} \,. \tag{1}$$

材料 1, Γ = 21 N/m; 材料 2, Γ = 5.25 N/m. 2.3 内聚强度 T_0

对于均质弹性材料,如果分离能 Γ 给定,那么内 聚强度 T₀ 将决定断裂过程区长度.内聚强度 T₀ 越高, 断裂过程区长度越小,需要的内聚单元尺寸越小.如 果断裂过程区长度显著小于有限元模型所有几何特 征尺寸,则使用内聚力模型既无必要也不方便.假设

内聚强度为

 $T_{01} = 300 \text{ MPa}, T_{02} = f T_{01} = 300 f \text{ MPa},$ 这里f为系数,用来分析材料2的内聚强度对裂尖穿越界面行为的影响.

2.4 最大张开位移 δ_{f}

在 Γ 和 T_0 定义后, δ_f 可由下式确定:

 $\Gamma = T_0 \delta_{\rm f} / 2 \,,$

其中,对于材料 1, δ_{f1} = 0.14 μ m; 材料 2, δ_{f2} = 0.035 μ m(当f = 1 时).

2.5 初始刚度 M

 $M = T_0 / \delta_0$

把内聚力模型用于分析裂纹垂直趋近于弹性不匹配界面时, T- δ 曲线的初始刚度必须仔细定义.T- δ 曲线的初始刚度 M 对有限元模型的影响可用一长为 L、弹性模量为 E、外加拉伸应力为 σ 的单向拉伸试样说明:有限元模型中没有加入内聚单元时,模型总位移为 $u, u = L\sigma/E$; 在有限元模型的某一横截面加入内聚单元时,模型总位移为 $u + \Delta u, \Delta u = \sigma/M$.所以,内聚单元降低了有限元模型的刚度,产生计算误差, T- δ 曲线的初始刚度 M 越小,有限元模型误差越大.为了确保在裂纹长度为 0 时内聚单元对有限元模型的载荷-位移曲线的影响尽可能小,应取 M 值尽可能大,所以 M 应满足条件 1: $M/E \rightarrow \infty$ 或 $\delta_0/\delta_t \rightarrow 0$.

假设单向拉伸试样由弹性模量分别为 E_1, E_2 的两个材料并列粘接而成,在单向拉伸位移载荷作用下,这两个材料沿拉伸轴向的应力之比等于弹性模量之比,即, $\sigma_1/\sigma_2 = E_1/E_2$;有限元模型的某一横截面加入内聚单元后,为了保证两个材料的内聚单元的位移相同及应力之比仍为 $\sigma_1/\sigma_2 = E_1/E_2$,初始刚度M必须满足条件 $2:M_1/M_2 = E_1/E_2$.

另一方面,为了确保计算的稳定性, M 必须满足条件 3:M 不能很大.为了兼顾条件 1 和条件 3 并满足条件 2,本文定义

 $M_1/E_1 = 10^5$, $M_2/E_2 = 10^5$. 此定义在图 3 中对应 $\delta_0/\delta_1 = 1.2 \times 10^{-3}$.

由于只有内聚区上半部分包含在有限元模型中,所以分离能 Γ 和最大张开位移 δ_{f} 应除以 2,初始刚度 M 应乘以 2.

2.6 断裂过程区长度

根据 Dugdale-Barenblatt 对裂尖断裂过程区的定义,断裂过程区长度 *a*_p 可根据断裂过程区 尖端(*a* + *a*_p) 处应力奇异性消失来确定^[2-3].如果把整个断裂过程区(从裂尖 *a* 到断裂过程区

(2)

(3)

尖端 $(a + a_p)$)的内聚力假设为常数 T_0 ,则断裂过程区长度 a_p 可按下式估算^[34, 13]:

 $a_{\rm p} = (K_{\rm Ic} / T_0)^2 \pi / 8_{\bullet}$

(4)

预先根据式(4)估算 a_p 的范围有助于决定是否有必要使用内聚力模型,确定内聚单元的 尺寸.把 $K_{Ie} = 0.6 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ 和 $T_0 = 300 \text{ MPa}$ 代入式(4)可得 $a_p = 0.5 \pi \mu \text{m}$.当 $T - \delta$ 曲线是图 3 中的双线形时, a_p 值是式(4)估算值的 2 倍.

3 结果与讨论

裂纹扩展临界载荷用临界应变 ε_{appl}^{ent} 表示.在线弹性断裂力学模型中,临界应变载荷对应 $J_{tip} = G_{le}$.为了准确计算 J_{tip} ,需要至少选择 3 层围绕裂尖的单元用于计算.由于靠近界面的单 元尺寸是 0.1 µm,那么,裂尖与界面之间的距离小于 0.3 µm 时, J_{tip} 不能准确计算.所以本文计 算 J_{tip} 时,裂尖与界面之间的最小距离为 0.3 µm .在内聚力模型中,裂尖到达界面或穿过界面 后,临界应变对应 $\delta(a) = \delta_{f2}$,这里 $\delta(a)$ 表示裂尖处的张开位移(即断裂过程区尾部张开位 移).在裂尖到达界面前,临界应变值由裂尖断裂过程区扩展条件 $\delta(a) = \delta_{f1}$ 和界面前方断裂过 程区非稳态扩展的竞争决定.

3.1 线弹性断裂力学预测的界面附近裂纹扩展特征

如图 4 所示,当裂尖在中间层内时,临界应变载荷随着裂纹的扩展而增大,即,脆性材料具 有了韧性材料的稳态裂纹扩展特征.当裂尖接近界面时,临界应变载荷急剧增大,即,该界面具 有阻止裂纹扩展的作用.当裂尖穿过界面,临界应变载荷突变为较小值,然后临界应变载荷随 着裂纹的扩展而下降,即,裂尖穿过界面后,裂纹扩展是非稳态的.当裂尖位于界面时,线弹性 断裂力学不能预测临界应变载荷.线弹性断裂力学对裂尖在界面附近的理论计算结果是:裂尖 不能到达中间层与厚层之间的界面.



 图 4 临界应变载荷随裂尖位置的变化曲线(LEFM 表示线弹性断裂力学)
 Fig.4 Variation of the critical applied strain load with the crack tip location (LEFM means linear elastic fracture mechanics)

3.2 内聚力模型预测的裂尖穿越界面特征

如图 4 所示,内聚力模型和线弹性断裂力学在预测临界应变载荷上的差别与界面前方材料 2 的内聚强度 T₀₂ 有关.当 T₀₂ = 2 400 MPa 时(即 T₀₂ /T₀₁ = 8),裂尖不能穿过界面,内聚力模型与线弹性断裂力学预测的临界应变载荷曲线形状相似.但由于内聚力模型和线弹性断裂力学对裂尖的定义不同,内聚力模型预测的临界应变载荷曲线相当于线弹性断裂力学预测的

临界应变载荷曲线后退约 1.7 μm.

当 T_{02} = 600 MPa时(即 T_{02}/T_{01} = 2),如果裂尖与界面之间的距离大于3µm,则临界应变 载荷曲线与 T_{02} = 2 400 MPa 对应的临界应变载荷曲线重合;如果裂尖与界面之间的距离小于 3µm,则临界应变载荷曲线与 T_{02} = 2 400 MPa 对应的临界应变载荷曲线分离,裂纹扩展变成 非稳态的.与线弹性断裂力学预测的临界载荷曲线对比可以看出,内聚力模型预测的临界载荷 曲线在界面附近是连续的,而线弹性断裂力学预测的临界载荷曲线是不连续和突变的.内聚力 模型的计算结果是:当界面前方材料的内聚强度 T_{02} 足够小,裂尖可以穿越界面.

当 T_{02} = 300 MPa时(即 T_{02}/T_{01} = 1),如果裂尖与界面之间的距离大于 7 µm,则临界应变 载荷曲线与 T_{02} = 2 400 MPa 对应的临界应变载荷曲线重合;如果裂尖与界面之间距离小于 7 µm,则临界应变载荷曲线与 T_{02} = 2 400 MPa 对应的临界应变载荷曲线分离,裂纹扩展变成非 稳态的.对比 T_{02} = 2 400 MPa, T_{02} = 600 MPa 和 T_{02} = 300 MPa 对应的临界载荷曲线可知, T_{02} 对 裂尖穿越界面的行为有重要影响. T_{02} 越小, 内聚力模型预测的裂纹扩展临界载荷与线弹性断 裂力学差别越大.

4 结 论

1)预测界面附近裂纹扩展临界载荷时,不仅在裂尖需要一个基于能量的裂纹扩展准则, 在界面前方材料还需要一个局部强度准则.由于内聚力模型同时包含能量准则和强度准则,它 可以用于预测裂尖穿越界面的行为.

2)在裂尖到达界面之前,界面前方材料的内聚强度对临界载荷影响大.此内聚强度越小,内聚力模型预测的裂纹扩展临界载荷与线弹性断裂力学差别越大.

3)线弹性断裂力学可以预测裂尖到达界面前和穿过界面后的裂纹扩展特征,但不能预测裂尖接近界面时(尤其是到达界面时)的裂纹扩展特征,线弹性断裂力学预测的临界载荷曲线 在界面不连续、在界面两侧存在突变.内聚力模型可以预测裂尖穿越界面所需要的临界载荷, 内聚力模型预测的临界载荷曲线是连续的.

4)断裂力学用于分析复合材料中的裂纹扩展行为时,应补加一个强度准则,基于能量的 断裂准则+强度准则与内聚力模型类似.

致谢 感谢上海工程技术大学飞行性能与计划课程建设项目(A-2600-12-01102)和飞行 技术学科"卓越工程师"培养平台(11XK06)的资助.

参考文献(References):

- [1] Chen C R, Pascual J, Fischer F D, Kolednik O, Danzer R. Prediction of the fracture toughness of a ceramic multilayer composite: modeling and experiments[J]. *Acta Mater*, 2007, 55 (2): 409-421.
- [2] Simh N K, Fischer F D, Kolednik O, Chen C R. Inhomogeneity effects on the crack driving force in elastic and elastic-plastic materials[J]. *J Mech Phys Solids*, 2003, **51**(1): 209-240.
- [3] Romeo A, Ballarini R. A cohesive zone model for cracks terminating at a bimaterial interface
 [J]. Int J Solid Struct, 1997, 34(11): 1307-1326.
- [4] Wappling D, Gunnars J, Stahle P. Crack growth across a strength mismatched bimaterial interface[J]. Int J Fract, 1998, 89(3): 223-243.
- [5] Cornetti P, Pugno N, Carpinteri A, Taylor D. Finite fracture mechanics: a coupled stress and energy failure criterion[J]. *Eng Fract Mech*, 2006, **73**(14): 2021-2033.
- [6] Lee J J W, Lloyd I K, Chai H, Jung Y G, Lawn B R. Arrest, deflection, penetration and reini-

tiation of cracks in brittle layers across adhesive inter-layers [J]. *Acta Mater*, 2007, **55**(17): 5859-5866.

- [7] 何铭华,辛克贵. 粘聚律的分离功分析以及一种一致关联粘聚律[J]. 应用数学和力学,2011, 32(11):1342-1351.(HE Ming-hua, XIN Ke-gui. Separation work analysis of cohesive law and consistently coupled cohesive law[J]. *Appl Math Mech*, 2011, 32(11): 1342-1351.(in Chinese))
- [8] An B B, Zhang D S. Study of rising fracture toughness of human dentin with the cohesive zone modeling[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2011, 32(3): 277-281.
- [9] Lee J J W, Chai H, Lloyd I K, Lawn B R. Crack propagation across an adhesive interlayer in flexural loading[J]. *Scripta Mater*, 2007, **57**(12): 1077-1080.
- [10] Chen C R, Bermejo R, Kolednik O. Numerical analysis on special cracking phenomena of residual compressive inter-layer in ceramic laminates [J]. *Eng Fract Mech*, 2010, 77(13): 2567-2576.
- [11] Simha N K, Fischer F D, Shan G X, Chen C R, Kolednik O. J-integral and crack driving force in elastic-plastic materials[J]. J Mech Phys Solids, 2008, 56(9): 2876-2895.
- [12] Chen C R, Kolednik O, Scheider I, Siegmund T, Tatschl T, Fischer F D. On the determination of the cohesive zone parameters for the modeling of micro-ductile crack growth in thick specimens[J]. Int J Fract, 2003, 120(3): 517-536.
- [13] Lawn B. 脆性固体断裂力学[M]. 龚江宏 译. 北京:高等教育出版社, 2010.(Lawn B. Fracture of Brittle Solids[M]. GONG Jiang-hong transl. Beijing: Higher Education Press, 2010.(in Chinese))

On the Fracture Modeling Method for Crack Tips Penetrating Elastic Interfaces

CHEN Chang-rong

(School of Flight Technology, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, P.R.China)

Abstract: The theoretical defects of the linear elastic fracture mechanics in modeling crack tips passing through elastic interfaces were analyzed; for an idealized layered material, the cohesive zone model was applied to study the effects of the material cohesive strength ahead of the interface on the behavior of a crack perpendicularly approaching and penetrating an elastic interface; based on the finite element calculation results, the difference between the cohesive zone model and the linear elastic fracture mechanics in simulating a perpendicular crack near an elastic interface was discussed. The results show that the material cohesive strength ahead of the interface is the key factor causing the simulation difference between the cohesive zone model and the linear elastic fracture mechanics. The study gives the conclusion that, to model the crack growth in complex materials, the strength criterion is needed in addition to the traditional energy-based fracture criterion, and the cohesive zone model theoretically satisfies this requirement.

Key words: cohesive zone model; fracture process zone; crack growth criterion; elastic interface

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(51175321)