

# 具有随机干扰的时滞车辆跟随控制<sup>\*</sup>

施继忠<sup>1</sup>, 宋乾坤<sup>2</sup>, 张继业<sup>3</sup>, 徐晓惠<sup>4</sup>

(1. 浙江师范大学 工学院, 浙江 金华 321004;

2. 重庆交通大学 理学院, 重庆 400074;

3. 牵引动力国家重点实验室(西南交通大学), 成都 610031;

4. 西华大学 交通与汽车工程学院, 成都 610039)

(本刊编委宋乾坤来稿)

**摘要:** 考虑信息传输和车辆动力学行为对控制指令具有时间滞后因素和车辆动力学系统建模中忽略的随机因素, 建立了一类具有时间滞后的随机车辆跟随系统, 并研究了该系统的稳定性和控制器设计. 根据 Ito(伊藤)随机微分方程建立随机车辆动力学模型, 利用滑模控制设计了系统的控制策略, 并运用系统的稳定性判据得到了系统控制参数的收敛区域. 数值仿真试验结果表明: 各跟随车辆的加速度、速度和位移等状态能在较短的时间内逼近领头车辆; 各车辆的车间距误差有较快的收敛速度, 均能在 10 s 内收敛于 0.

**关键词:** 智能交通; 随机车辆跟随系统; 矢量 Lyapunov 函数; 时间滞后; 滑模控制

**中图分类号:** TP273 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2014.10.006

## 引言

自动高速公路车辆跟随系统是智能交通的重要组成部分. 在自动高速公路车辆跟随系统中, 系统的稳定性分析与控制器设计问题在确定性方面的研究, 已取得了丰富的成果. Barbieri 研究了确定性车辆跟随系统的稳定性, 并得到该系统的一个稳定性判据<sup>[1]</sup>. Shladover 运用传递函数法, 通过将复杂系统线性化来研究车辆跟随系统的稳定性<sup>[2]</sup>. Swaroop 等和 Eyre 基于车辆间距期望, 建立了车辆跟随系统模型, 运用加权 Lyapunov 函数法研究了该系统的稳定性, 得到了弱耦合系统稳定性的充分性判据<sup>[3-4]</sup>. 但加权 Lyapunov 函数法很难解决包含强耦合项的关联系统稳定性问题, 矢量 Lyapunov 函数法易于处理含有强耦合项的关联系统的稳定性. Zhang 等研究确定性无限维确定性车辆跟随系统的稳定性时, 运用了矢量 Lyapunov 函数法, 得到了相应系统渐近群稳定的充分性判据<sup>[5-6]</sup>. 关于具有时间滞后的车辆纵向跟随控制器设计, 有很

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2014-04-27; 修订日期: 2014-08-23

**基金项目:** 国家自然科学基金(11172247); 重庆市自然科学基金重点项目(CQcstc2013jjB40008); 浙江省自然科学基金(LY14E080006)

**作者简介:** 施继忠(1977—), 男, 讲师, 博士(E-mail: shijizhong@zjnu.cn);

宋乾坤(1963—), 男, 教授, 博士(通讯作者. E-mail: qiankunsong@163.com);

张继业(1965—), 男, 教授, 博士(E-mail: jy Zhang@home.swjtu.edu.cn);

徐晓惠(1982—), 女, 讲师, 博士(E-mail: xhxu@163.com).

多的设计策略,文献[7]运用向量 Lyapunov 函数法研究了具有时间滞后的确定性车辆跟随系统的稳定性,并得到系统稳定性的一个充分性判据.文献[8]基于文献[7]所得到的稳定性判据,研究了时滞车辆纵向跟随系统的控制,运用向量 Lyapunov 函数法,设计出具有时间滞后的确定性车辆跟随系统的控制策略.文献[1-8]都是基于确定性系统的研究,忽略了随机因素对车辆跟随系统所造成的影响.而在自动化公路车辆跟随系统中存在很多随机不确定性因素.例如,车辆系统建模存在许多随机因素,在车辆和道路信号的采集和传输中也存在随机干扰等等.此外,信息的传输和车辆动力学行为对控制指令具有时间滞后,从而时滞因素也大量存在<sup>[8-10]</sup>.因此研究具有时间滞后的随机车辆跟随系统的控制策略是有必要的.文献[11]研究了时滞随机关联系统的稳定性,得到时滞随机车辆跟随系统的群稳定性判据,但没进行控制器设计.

本文考虑时间滞后因素,运用 Ito 随机微分方程建立一类顾前型随机车辆动力学模型,基于滑模控制设计时滞顾前型随机车辆跟随系统的控制器,并运用矢量 Lyapunov 的稳定性判据,分析控制系统的稳定性,从而扩展了自动化随机车辆纵向跟随系统的控制策略.

## 1 系统模型及有关结论

在自动化高速公路系统中,为了确保交通安全,需要考虑车队中被控车辆之前车辆的状态信息,称之为顾前型车辆跟随系统.考虑随机因素和时滞因素的数学模型为<sup>[11]</sup>

$$dx_i = f(x_i, x_{i-1}^t, f_{i-1}(\cdot))dt + q(x_i, x_{i-1}^t, q_{i-1}(\cdot))d\xi, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

$t \in [t_0, +\infty)$ ,  $x_i \in R^n$  是每个子系统的状态,  $\forall i \leq j, x_{i-j} \equiv \mathbf{0}, x_i^t \in Q_H = \{x_i^t \in C[-h, 0]: \|x_i^t\| < H\}$ ,  $H > 0$  为常数,  $x_i^t(\theta) = x_i(t + \theta)$ ,  $\theta \in (-\infty, 0]$  表示固定的时间延迟,为常数.  $C[-h, 0]$  为区间  $[-h, 0]$  上的连续函数.假设系统(1)的初始条件为  $x_i(\theta) = \phi_i(\theta)$ ,  $-\infty < \theta \leq 0$ ,  $\phi_i$  是区间  $(-\infty, 0]$  上的连续有界函数,且假定系统(1)满足平衡点的存在性和唯一性条件.  $f(\cdot) = \text{col}\{f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots, f_n(\cdot)\}$  和  $q(\cdot) = \text{col}\{q_1(\cdot), q_2(\cdot), \dots, q_n(\cdot)\}$  是向量非线性函数,  $f, q: R^n \times Q_H \times R^n \rightarrow R^n$  使得  $f(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) = q(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$ .

对于孤立子系统:

$$dx_i = f(x_i, \mathbf{0}, \mathbf{0})dt + q(x_i, \mathbf{0}, \mathbf{0})d\xi, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

系统(1)是(2)的一个关联系统.

**引理 1**<sup>[11]</sup> 如果随机系统(1)满足下面的假设 1 和假设 2,那么该系统的零解是指数均方群稳定的.

**假设 1** 存在正常数  $k_l^f$  和  $k_l^q$  ( $l = 1, 2, 3$ ), 使得  $f$  和  $q$  关于它们的参数满足全局 Lipschitz 条件:

$$\|f(y_1, y_2, y_3) - f(z_1, z_2, z_3)\| \leq k_1^f |y_1 - z_1| + k_2^f |y_2 - z_2| + k_3^f |y_3 - z_3|, \quad (3)$$

$$\|q(y_1, y_2, y_3) - q(z_1, z_2, z_3)\| \leq k_1^q |y_1 - z_1| + k_2^q |y_2 - z_2| + k_3^q |y_3 - z_3|. \quad (4)$$

**假设 2** 存在正定函数  $V_i = V(t, x_i(t))$ ,  $V_{i-j} = V_{i-j}(t - \tau_j, x_{i-j}(t - \tau_j))$ ,  $x_i \in R^n$  ( $i \in \mathbf{N}, j = 1, 2, 3, \dots$ ), 关于  $x_{il}$  连续且二阶可微,  $l = 1, 2, \dots, n$ , 其中  $x_{il}$  表示第  $i$  个子系统的第  $l$  个状态, 并且存在正常数  $\gamma_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 5$ ), 使得式(5)~(8)成立.

$$(i) \gamma_1 |x_i|^2 \leq V_i \leq \gamma_2 |x_i|^2; \quad (5)$$

$$(ii) L_{(2)} V_i \leq -\gamma_3 |x_i|^2; \quad (6)$$

$$(iii) \left| \frac{\partial V_i}{\partial x_{ij}} \right| \leq \gamma_4 |x_i|, \quad \left| \frac{\partial^2 V_i}{\partial x_{ij}^2} \right| \leq \gamma_5 \quad (l, j = 1, 2, \dots, n, i \in \mathbf{N}); \quad (7)$$

$$(iv) -\gamma_2^{-1} \gamma_3 + n \gamma_1^{-1} \gamma_4 (k_2^f + k_1^f k_3^f) \sum_{j=1}^{i-1} (k_3^f)^{j-1} + \frac{1}{2} n^2 \gamma_1^{-1} \gamma_5 \times \\ \left[ 2k_1^q + (k_2^q + k_1^q k_3^q) \sum_{j=1}^{i-1} (k_3^q)^{j-1} \right] \left[ (k_2^q + k_1^q k_3^q) \sum_{j=1}^{i-1} (k_3^q)^{j-1} \right] < 0; \quad (8)$$

其中  $L_{(2)}(\cdot)$  表示关于方程(2)的 Ito 微分算子,定义如下:

$$L_{(2)}(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial(\cdot)}{\partial x_{ij}} f_j(x_i, \mathbf{0}, \mathbf{0}) + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial x_{il} \partial x_{ij}} \sigma_{lj}(x_i, \mathbf{0}, \mathbf{0}) \\ (\sigma_{lj} = q_l(x_i, \mathbf{0}, \mathbf{0}) q_j(x_i, \mathbf{0}, \mathbf{0})).$$

## 2 控制器设计

顾前型车辆跟随系统模型如图 1 所示.其中  $M_0, M_1, M_{i-1}, M_i$  分别为车队中领头车、第 1、第  $i-1$  和第  $i$  辆车;  $x_0, v_0, a_0$  分别为领头车的位移、速度、加速度;  $x_{i-1}, v_{i-1}, a_{i-1}$  分别为第  $i-1$  辆车的位移、速度、加速度;  $x_1$  为第 1 辆车的位移,  $x_i$  为第  $i$  辆车的位移.假设第  $i-1$  辆车的状态信息可以传递给第  $i$  辆车.

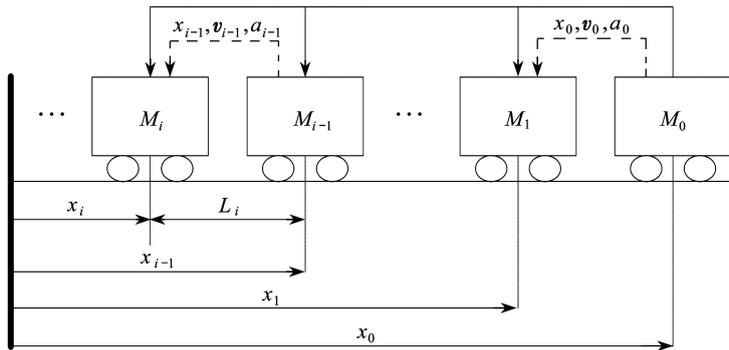


图 1 车辆纵向跟随系统模型

Fig.1 The model for a longitudinal vehicle following system

定义第  $i$  辆车和第  $i-1$  辆车的车间距误差为:  $e_i(t) = x_i - x_{i-1} + L_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ , 此处  $L_i$  是指第  $i$  辆车和第  $i-1$  辆车的固定间距, 车辆跟随控制的目的是使  $e_i(t)$  能够渐近地趋于 0.

考虑滚动阻力  $F_i$  为主要随机因素. 设  $F_i = \bar{F}_i + \check{F}_i$ , 其中  $\bar{F}_i$  为确定性部分,  $\check{F}_i$  为随机部分. 由于车辆载荷多假设服从 Gauss (高斯) 分布, 而 Brown (布朗) 运动是独立平稳的 Gauss 过程, 因而可假设  $\check{F}_i/M_i$  是白噪声过程. 对于第  $i$  个车辆的动力学行为, 有下面的 Langevin 方程:

$$\dot{y}_i = \frac{-c_i y_i^2 + u_i - \bar{F}_i}{M_i} + \frac{d(\check{F}_i/M_i)}{dt},$$

其中  $\check{F}_i/M_i$  是均值为 0, 方差为  $\omega^2$  的白噪声过程. 由于白噪声在物理上是不可实现的, 因此需用表示 Brown 运动的随机微分方程来代替 Langevin 方程<sup>[12]</sup>, 可令  $d(\check{F}_i/M_i) = g(y_i) d\check{\xi}$ <sup>[12-13]</sup>. 考虑随机因素和时间滞后因素, 在时滞顾前型随机车辆纵向跟随系统中, 第  $i$  个车辆的纵向动力

学行为对应的系统可表示为

$$dy_i = \frac{-c_i y_i^2 + u_i(t - \tau_{i1}) - \bar{F}_i}{M_i} dt + g(y_i) d\xi, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (9)$$

其中  $u_i$  为车辆动力,  $c_i y_i^2$  为空气阻力,  $\bar{F}_i$  表示路面对车辆的确定性阻力,  $M_i$  表示车辆的惯性因素.  $\tau_{i1} > 0$  为控制输入的常数时滞, 满足

$$u_i(\theta) = \psi_i(\theta), \quad \tau_{i1} < \theta \leq 0.$$

$\xi$  是定义于概率空间  $(\Omega, F, P)$  上的一维标准 Wiener(维纳)过程.

## 2.1 控制律设计

滑模控制是研究不确定系统的有效控制方法, 选取切换函数

$$S_i = h_1(y_i - y_{i-1}(t - \tau_{i2})) + h_2(x_i - x_{i-1}(t - \tau_{i2}) + L_i) + h_3(y_i - y_0(t - \tau_{i2})) + h_4(x_i - x_0(t - \tau_{i2}) + \sum_{j=1}^i L_j) + \sigma_i(t),$$

其中  $\tau_{i2} > 0$  为通信时间滞后, 假设控制延时不超过状态延时, 即  $\tau_{i1} \leq \tau_{i2}$ .  $\sigma_i(t)$  满足

$$d\sigma_i(t) = h_1 dy_{i-1}(t - \tau_{i2}) + h_3 dy_0(t - \tau_{i2}) - (h_1 + h_3)g(y_i) d\xi,$$

这里的辅助变量  $\sigma_i(t)$  与文献[14]类似, 使得  $\dot{S}_i$  不依赖于  $\xi$ . 则有

$$dS_i = \left[ (h_1 + h_3) \frac{-c_i y_i^2 + u_i(t - \tau_{i1}) - \bar{F}_i}{M_i} + h_2(y_i - y_{i-1}(t - \tau_{i2})) + h_4(y_i - y_0(t - \tau_{i2})) \right] dt.$$

令  $\dot{S}_i = 0$ , 根据滑模理论得等效控制:

$$u_{i\text{equ}} = c_i y_i^2(t + \tau_{i1}) + \bar{F}_i - \frac{M_i}{h_1 + h_3} [h_2(y_i(t + \tau_{i1}) - y_{i-1}(t - \tau_{i2} + \tau_{i1})) + h_4(y_i(t + \tau_{i1}) - y_0(t - \tau_{i2} + \tau_{i1}))]. \quad (10)$$

如果使系统的状态满足滑动模态可达条件, 令

$$u'_{iN} = -\frac{M_i}{h_1 + h_3} \lambda S_i(t + \tau_{i1}), \quad (11)$$

$\lambda > 0$  是滑动模态的收敛速度, 是可选控制参数, 取控制律

$$u_i = u_{i\text{equ}} + u'_{iN}. \quad (12)$$

## 2.2 控制系统的稳定性分析

### 1) 滑动模态的可达性

控制律采用式(12), 结合式(10)、(11)得

$$u_i = c_i y_i^2(t + \tau_{i1}) + \bar{F}_i - \frac{M_i}{h_1 + h_3} [h_2(y_i(t + \tau_{i1}) - y_{i-1}(t - \tau_{i2} + \tau_{i1})) + h_4(y_i(t + \tau_{i1}) - y_0(t - \tau_{i2} + \tau_{i1}))] - \frac{M_i}{h_1 + h_3} \lambda S_i(t + \tau_{i1}). \quad (13)$$

取 Lyapunov 函数  $V_i = S_i^2/2$ , 则

$$\dot{V}_i = S_i \dot{S}_i = S_i \left[ (h_1 + h_3) \frac{-c_i y_i^2 + u_i(t - \tau_{i1}) - \bar{F}_i}{M_i} + \right.$$

$$h_2(y_i - y_{i-1}(t - \tau_{i2})) + h_4(y_i - y_0(t - \tau_{i2})) \Big]. \quad (14)$$

将式(13)代入式(14),得  $\dot{V}_i = -\lambda S_i^2$ . 由于当  $S_i \neq 0$  时,  $\dot{V}_i < 0$ . 即当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $S_i \rightarrow 0$ . 故滑模面  $S_i (i = 1, 2, 3, \dots)$  是渐近可达的.

## 2) 滑动模式的稳定性

令  $e_i = x_i - x_{i-1}$ , 则  $\dot{e}_i = y_i - y_{i-1} = \dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}$ . 定义  $e_0 = 0, \dot{e}_0 = 0$ . 方便起见, 不妨令车辆间的通信滞后相同, 记  $\tau_{i2} = \tau (i = 1, 2, 3, \dots)$ . 由  $S_i - S_{i-1} = 0$  得  $d(S_i - S_{i-1}) = 0$ , 从而有

$$d\dot{e}_i = \left( -\frac{h_2 + h_4}{h_1 + h_3} \dot{e}_i + \frac{h_2}{h_1 + h_3} \dot{e}_{i-1}(t - \tau) \right) dt + [g(y_i) - g(y_{i-1}(t - \tau))] d\xi, \quad i = 1, 2, 3, \dots.$$

令  $z_i = \dot{e}_i = y_i - y_{i-1}$ , 则有

$$dz_i = \left( -\frac{h_2 + h_4}{h_1 + h_3} z_i + \frac{h_2}{h_1 + h_3} z_{i-1}(t - \tau) \right) dt + [g(y_i) - g(y_{i-1}(t - \tau))] d\xi, \quad i = 1, 2, 3, \dots. \quad (15)$$

于是, 式(15)可变为

$$dz_i = \left( -\frac{h_2 + h_4}{h_1 + h_3} z_i + \frac{h_2}{h_1 + h_3} z_{i-1}(t - \tau) \right) dt + [g(z_i + z_{i-1}(t - \tau) + z_{i-2}(t - \tau) + \dots + z_1(t - \tau)) - g(z_{i-1}(t - \tau) + z_{i-2}(t - \tau) + \dots + z_1(t - \tau))] d\xi. \quad (16)$$

对应的孤立子系统为

$$dz_i = -\frac{h_2 + h_4}{h_1 + h_3} z_i dt + g(z_i) d\xi. \quad (17)$$

系统(16)是系统(1)的一个特殊情况. 下面运用引理1来推导系统(16)的稳定性条件, 得到如下结论:

**定理2** 如果控制系统(16)满足条件(C1)~(C3), 那么该系统是指数均方群稳定的.

(C1)  $g$  满足 Lipschitz 条件: 即存在常数  $k > 0$ , 使得  $|g(y) - g(z)| \leq k|y - z|$ ;

(C2)  $\frac{h_2 + h_4}{h_1 + h_3} \geq \gamma_3 + \frac{1}{2} k^2$ ;

(C3)  $\frac{2h_4}{h_1 + h_3} > k^2$ .

**证明** 取 Lyapunov 函数  $V_i = V(z_i) = z_i^2/2 (i \in \mathbf{N})$ , 则  $\gamma_1 = \gamma_2 = 1/2$ , 于是引理1中的条件(i)满足; 易知  $\gamma_4 = \gamma_5 = 1$ , 因此(iii)也满足; 由条件(C1)知假设1满足; 运用 Ito 微分算子可得

$$L_{(16)} V_i = z_i \left( -\frac{h_2 + h_4}{h_1 + h_3} z_i + \frac{h_2}{h_1 + h_3} z_{i-1}(t - \tau) \right) + \frac{1}{2} [g(y_i) - g(y_{i-1}(t - \tau))]^2.$$

由条件(C1)得

$$L_{(16)} V_i \leq z_i \left( -\frac{h_2 + h_4}{h_1 + h_3} z_i + \frac{h_2}{h_1 + h_3} z_{i-1}(t - \tau) \right) + \frac{1}{2} k^2 z_i^2.$$

根据 Ito 微分算子和条件(C2)得

$$L_{(17)} V_i = \left( -\frac{h_2 + h_4}{h_1 + h_3} + \frac{1}{2} k^2 \right) z_i^2 \leq -\gamma_3 z_i^2,$$

即

$$L_{(17)} V_i \leq -\gamma_3 z_i^2.$$

因此(ii)也满足;令  $W_i = e^{\xi t} V_i$ , 则  $L_{(16)} W_i = e^{\xi t} (\xi V_i + L_{(16)} V_i)$ , 由 Hölder 不等式, 得

$$EL_{(16)} W_i \leq \xi(EW_i) + e^{\xi t} \left[ -\frac{h_2 + h_4}{h_1 + h_3} (2EW_i) + \frac{2h_2}{h_1 + h_3} (EV_i)^{1/2} (EV_{i-1}(t - \tau))^{1/2} + k^2(EV_i) \right].$$

经过变形可得

$$EL_{(16)} W_i \leq (EW_i)^{1/2} \left[ \left( \xi - \frac{2(h_2 + h_4)}{h_1 + h_3} + k^2 \right) (EW_i)^{1/2} + \frac{2h_2}{h_1 + h_3} e^{\xi\tau/2} (EW_{i-1}(t - \tau))^{1/2} \right],$$

于是存在  $EW_{i-j,0} = 1 (j = 0, 1, \dots, i - 1)$ , 结合条件(C3), 使得

$$\left( \xi - \frac{2(h_2 + h_4)}{h_1 + h_3} + k^2 \right) (EW_i)^{1/2} + \frac{2h_2}{h_1 + h_3} e^{\xi\tau/2} (EW_{i-1}(t - \tau))^{1/2} < 0,$$

所以(iv)也满足, 根据引理 1 得系统(16)的零解是指数均方群稳定的.

### 3 仿真实验

下面用一个仿真实例来验证所取得的结论.

例中的车辆跟随系统, 由 5 辆车构成: 1 辆领头车和 4 辆跟随车. 假定车辆质量均为 900 kg, 受到的摩擦力为 190 N, 空气阻力系数为  $0.4 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$ . 控制规律取式(12), 各分量为式(10)和(11). 控制参数  $h_1 = 1, h_2 = 2, h_3 = 1, h_4 = 3, \lambda = 0.8$ , 满足时滞顾前型随机车辆纵向跟随系统的滑模运动指数均方群稳定性的条件(C1)~(C3). 假设领头车不同时间段的加速度为

$$a_0 = \begin{cases} 0, & t < 4, \\ -0.25(t - 4), & 4 \leq t < 7, \\ -0.75, & 7 \leq t < 10, \\ 0.25(t - 10) - 0.75, & 10 \leq t < 16, \\ 0.75, & 16 \leq t < 19, \\ 0.25(19 - t) + 0.75, & 19 \leq t < 22, \\ 0, & 22 \leq t \leq 30. \end{cases}$$

文献[15]中用一种离散型的 Brown 运动近似代替标准 Brown 运动, 得到了关于随机微分方程的一个非常实用的数值仿真算法. 用类似的方法对系统(16)进行仿真. 仿真时间  $t \in [0, T]$ ,  $T = 30 \text{ s}$ , 正态分布的方差为  $\delta_t = T/N$ ,  $N = 300$ , 时间步长  $\Delta t = R \cdot \delta_t$ ,  $R = 2$ , 离散 Brown 轨道数  $M = 1$ . 时间滞后为  $\tau_{ij} = 0.1 \text{ s} (i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2)$ , 车间距为  $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 20 \text{ m}$ ; 初始车间距误差为

$$e_1(\theta) = 6 \text{ m}, e_2(\theta) = 5 \text{ m}, e_3(\theta) = 4 \text{ m}, e_4(\theta) = 3 \text{ m};$$

初始速度为

$$v_0(\theta) = 25 \text{ m/s}, v_1(\theta) = 25.5 \text{ m/s}, v_2(\theta) = 26 \text{ m/s},$$

$$v_3(\theta) = 26.5 \text{ m/s}, v_4(\theta) = 27.5 \text{ m/s};$$

初始位移为

$$x_0(\theta) = 50 \text{ m}, x_1(\theta) = 42.5 \text{ m}, x_2(\theta) = 34.9 \text{ m}, x_3(\theta) = 27.1 \text{ m}, x_4(\theta) = 19.2 \text{ m};$$

初始加速度为  $a_i = 0 (i = 1, 2, 3, 4)$ ; 这里  $-0.1 \text{ s} \leq \theta \leq 0.1 \text{ s}$ 。

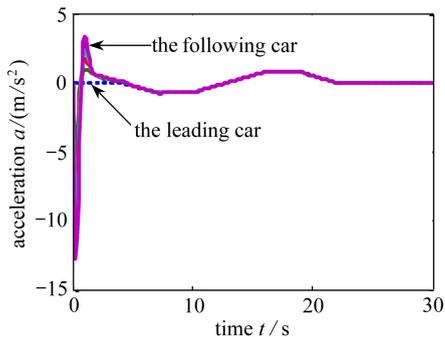


图2 各车辆加速度变化曲线  
Fig.2 Vehicle acceleration curves

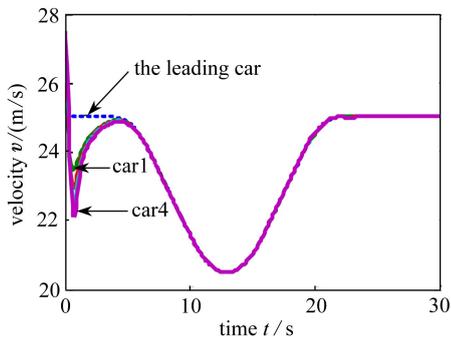


图3 各车辆速度变化曲线  
Fig.3 Vehicle velocity curves

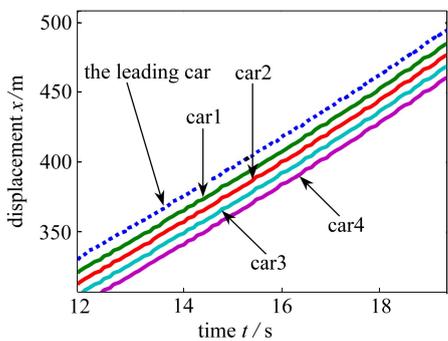


图4 各车辆位移变化曲线  
Fig.4 Vehicle displacement curves

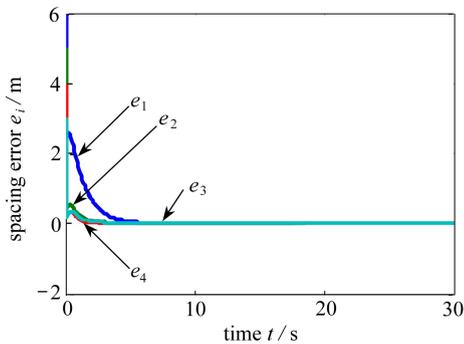


图5 车间距误差曲线  
Fig.5 Vehicle spacing error curves

仿真结果如图2~图5所示,其中图2为车辆的加速度变化曲线,各跟随车辆的加速度在5 s后能逼近领头车辆,20 s后各车加速度趋于稳定;图3表示车辆的速度变化曲线,各跟随车辆的速度在5 s后能逼近领头车辆,22 s后各车速度趋于稳定;图4为车辆的纵向位置随着时间的变化曲线,各车辆能保持较为稳定的车间距;图5为各车辆的车间距误差变化曲线,各车辆的车间距误差有较快的收敛速度,均能在10 s内收敛于0。

## 4 结 论

本文基于时间滞后,利用随机微分方程的相关理论,建立了一类具有时间滞后的顾前型随机车辆动力学模型.运用滑模控制设计了顾前随机车辆跟随系统的控制策略,并得到控制系统稳定的充分条件.随机因素的加入需要运用相应的数学工具,讨论起来更为复杂,因此本文暂限于考虑系统建模时忽略的随机因素.事实上,车辆运行的环境存在随机因素,在车辆和道路信号的采集和传输中也存在随机干扰.这些随机因素对控制系统的安全性、效用性的作用如何体现在控制器设计中,是下一步需要研究的方向。

致谢 本文感谢浙江师范大学博士科研启动项目(ZC304012044)的资助。

## 参考文献(References):

- [1] Barbieri E. Stability analysis of a class of interconnected systems[J]. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1993, **115**(3): 546-551.
- [2] Shladover S E. Longitudinal control of automotive vehicles in close formation platoons[J]. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1991, **113**(2): 231-241.
- [3] Swaroop D, Hedrick J K. String stability of interconnected systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(3): 349-357.
- [4] Eyre J. A simplified framework for string stability analysis of automated vehicle[J]. *Vehicle System Dynamics*, 1998, **30**(3): 375-405.
- [5] 张继业, 杨翊仁, 曾京. 无限维关联系统的弦稳定性[J]. 应用数学和力学, 2000, **21**(7): 715-719.(ZHANG Ji-ye, YANG Yi-ren, ZENG Jing. String stability of infinite interconnected system [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2000, **21**(7): 715-719.(in Chinese))
- [6] Zhang J Y, Suda T, Iwasa T, Komine H. Vector Liapunov function approach to longitudinal control of vehicles in a platoon[J]. *JSME International Journal: Series C*, 2004, **47**(2): 653-658.
- [7] 任殿波, 张继业, 孙林夫. 基于向量 Liapunov 函数的时滞车辆跟随系统稳定性分析[J]. 交通运输工程学报, 2007, **7**(4): 89-92.(REN Dian-bo, ZHANG Ji-ye, SUN Lin-fu. Stability analysis of vehicle following system with delays based on vector Liapunov function [J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2007, **7**(4): 89-92.(in Chinese))
- [8] 任殿波, 张继业. 基于 Lyapunov 函数方法的时滞车辆纵向跟随控制[J]. 控制与决策, 2007, **22**(8): 918-921.(REN Dian-bo, ZHANG Ji-ye. Lyapunov function approach to longitudinal following control of vehicles in platoon with delays [J]. *Control and Decision*, 2007, **22**(8): 918-921.(in Chinese))
- [9] Zhang J Y. Globally exponential stability of neural networks with variable delays[J]. *IEEE Transactions on Circuits and System*, 2003, **50**(2): 288-291.
- [10] 徐晓惠, 张继业, 张克跃. 脉冲变时滞车辆纵向跟随系统的群指数稳定性与控制[J]. 控制与决策, 2012, **27**(9): 1293-1300.(XU Xiao-hui, ZHANG Ji-ye, ZHANG Ke-yue. Exponential stability and control of vehicle longitudinal following system with impulsive effects and time-varying delays [J]. *Control and Decision*, 2012, **27**(9): 1293-1300. (in Chinese))
- [11] 施继忠, 张继业, 徐晓惠. 时滞随机关联系统的群稳定性[J]. 自动化学报, 2010, **36**(12): 1744-1751.(SHI Ji-zhong, ZHANG Ji-ye, XU Xiao-hui. String stability of stochastic interconnected systems with time delays [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(12): 1744-1751.(in Chinese))
- [12] Feng Q. A discrete model of a stochastic friction system[J]. *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, 2003, **192**(20): 2339-2354.
- [13] 高强, 王洪礼, 许佳, 葛根. 随机干扰下机翼系统的可靠性与控制研究[J]. 机械强度, 2009, **31**(3): 508-511.(GAO Qiang, WANG Hong-li, XU Jia, GE Gen. Research of reliability and control on airfoil flutter under random excitation [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2009, **31**(3): 508-511.(in Chinese))
- [14] Niu Y G, Jia T, Huang J, Liu J. Design of sliding mode control for neutral delay systems with perturbation in control channels[J]. *Optimal Control Applications and Methods*, 2012, **33**(3): 363-374.
- [15] Higham D J. An algorithmic introduction to numerical simulation of stochastic differential e-

quations[J]. *SIAM Review*, 2001, 43(3): 525-546.

## Control of Time-Delay Vehicle Following Systems With Random Factors

SHI Ji-zhong<sup>1</sup>, SONG Qian-kun<sup>2</sup>, ZHANG Ji-ye<sup>3</sup>, XU Xiao-hui<sup>4</sup>

(1. *College of Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, P.R.China;*

2. *School of Science, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, P.R.China;*

3. *State Key Laboratory of Traction Power(Southwest Jiaotong University), Chengdu 610031, P.R.China;*

4. *School of Transportation and Automotive Engineering, Xihua University, Chengdu 610039, P.R.China)*

(Contributed by SONG Qian-kun, M. AMM Editorial Board)

**Abstract:** The time delays due to information transmission and vehicle dynamic response falling behind control instruction, and the random factors in vehicle dynamic system modeling were considered to build a time-delay stochastic vehicle following system. The stability and controller design of the system was studied. The stochastic dynamic model of the vehicle was built on the base of Ito stochastic differential equation. The controller for the system was designed with the sliding mode control method. According to the system stability criterion, the convergence region of the system control parameters was obtained. The numerical simulation results show that, in the proposed system, the acceleration, velocity and displacement of the following vehicles respectively approach the corresponding indices of the leading vehicle in a short time; the vehicle spacing error of the system converges pretty fast, returning to 0 within only 10 seconds.

**Key words:** intelligent transportation; stochastic vehicle following system; vector Lyapunov function; time delay; sliding mode control

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China(11172247)