

基于扩展有限元的页岩水力压裂数值模拟*

曾青冬, 姚军

(中国石油大学(华东)石油工程学院, 山东 青岛 266580)

摘要: 考虑裂缝内流体流动和周围岩石应力变形,建立了页岩人工裂缝扩展的数学模型,分别采用有限元和扩展有限元求解裂缝流场和岩石应力场,并通过 Picard 迭代方法耦合求解,计算结果与经典模型结果吻合,验证了模型正确性.在此基础上,分析了岩石弹性模量、Poisson(泊松)比和注入速度对裂缝几何形态的影响以及水力裂缝任意角度逼近天然裂缝扩展动态.结果表明:弹性模量和注入速度对裂缝形态具有重要影响,而 Poisson 比对裂缝形态影响较小;随着页岩脆性增高,压裂裂缝趋于“长窄型”扩展;地应力差和逼近角越大,水力裂缝越易贯穿天然裂缝;水力裂缝与天然裂缝相交处裂缝宽度存在相对较大的降低;扩展有限元方法避免了计算过程中的网格重构与网格加密,减少了计算量,该模型可以为页岩压裂设计提供理论指导.

关键词: 水力压裂; 裂缝扩展; 天然裂缝; 流固耦合; 扩展有限元

中图分类号: O346.1; O242.21 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2014.11.007

引言

水力压裂广泛应用于页岩气藏的开发,微地震监测结果表明,页岩压裂形成复杂裂缝网络^[1],有必要进行页岩复杂裂缝网络形成机理和数值模拟方面的研究.页岩储层通常含有许多天然裂缝,天然裂缝大部分被矿物充填且呈雁行排列.许多学者^[2-5]通过室内实验和理论分析总结了水力裂缝与天然裂缝相互作用准则,提出了水力裂缝贯穿天然裂缝的条件.经典裂缝模型^[6-7]已不能准确模拟页岩压裂形成的裂缝网络.Xu 等^[8]基于等效方法提出了线网模型,该模型考虑了裂缝椭球体的实时扩展,但没有反映水力裂缝与天然裂缝相互作用的过程;Weng 等^[9]提出了非常规裂缝模型(UFM),该模型为基于宽度与压力的经验公式,并没有考虑岩石实际变形;Lecampion^[10],Keshavarzi 等^[11]和 Ren 等^[12]利用扩展有限元方法模拟裂缝扩展,但假设裂缝内净压力保持恒定,不符合实际情况.Taleghani^[13]通过比较能量释放率来确定水力裂缝的走向,能量释放率计算复杂且容易产生误差.本文在其基础上根据已有的贯穿准则确定水力裂缝的方向,对水力裂缝的扩展进行了数值模拟.

基于扩展有限元,本文建立了页岩人工裂缝扩展数学模型,使用 Picard 迭代方法耦合求

* 收稿日期: 2014-01-06; 修订日期: 2014-09-30

基金项目: 国家自然科学基金(51234007);长江学者和创新团队发展计划(IRT1294);中央高校基本科研业务费专项资金(11CX05005A)

作者简介: 曾青冬(1987—),男,江西赣州人,博士生(E-mail: upc.zengqd@163.com);
姚军(1964—),男,山东平邑人,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: rcogfr-upc@126.com).

解裂缝流场和岩石应力场,通过与经典模型的结果对比验证了模型的正确性,然后分析了水力裂缝任意角度逼近天然裂缝扩展形态,并进行裂缝形态影响因素分析,总结了页岩水力压裂裂缝扩展规律。

1 裂缝扩展数学模型

1.1 假设条件

建立均质各向同性气藏的二维裂缝扩展模型。假设裂缝高度远大于裂缝长度,岩石变形满足平面应变,且符合线弹性理论;裂缝扩展符合线弹性断裂力学理论;压裂时井筒定流量注入,压裂液不可压缩,且为 Newton(牛顿)流体;不考虑流体滤失;本文模型假设与 KDG 模型类似。由模型假设,预制天然裂缝的二维对称数学模型示意图如图 1 所示。

1.2 岩体应力场

岩体在地应力和水力裂缝流体压力的作用下发生变形,根据线弹性理论可以得到如下控制方程^[12]:

$$\begin{cases} \sigma_{ji,j} + f_i = 0, & \sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \\ \varepsilon_{ij} = (u_{j,i} + u_{i,j})/2, \end{cases} \quad (1)$$

σ 为应力张量, Pa; f 为体积力, Pa; ε 为应变张量, 无量纲; C 为弹性张量; u 为位移, m。

边界条件包括外边界位移和应力条件以及裂缝面流体压力条件:

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}, & \text{on } \Gamma_u, \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \bar{\mathbf{t}}, & \text{on } \Gamma_t, \\ \mathbf{n}^T (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) = -p, & \text{on } \Gamma_{cr}, \end{cases} \quad (2)$$

其中, \mathbf{n} 为外法向单位向量; Γ_u , Γ_t 和 Γ_{cr} 分别表示岩体位移边界、应力边界和裂缝边界; $\bar{\mathbf{u}}$, $\bar{\mathbf{t}}$ 分别表示在相应边界上的位移、应力量, 单位分别为 m 和 Pa; p 为裂缝边界上的流体压力, 可以通过求解裂缝流场控制方程得到。

1.3 裂缝内流场

由于裂缝宽度远远小于裂缝长度,忽略裂缝宽度方向的流动,只考虑压裂液沿裂缝扩展方向上的一维流动,根据 Reynolds 理论和质量守恒定理得到如下控制方程^[13]:

$$\frac{\partial p}{\partial s} = -\frac{12\mu q}{w^3}, \quad \frac{\partial q}{\partial s} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

其中, q 为截面流量, m^3/s ; w 为裂缝宽度, m; s 为沿裂缝扩展路径的位移, m; μ 为流体的粘度, $\text{Pa}\cdot\text{s}$;

边界条件包括井筒定注入量,裂缝尖端流量和宽度为 0 等:

$$q(0) = Q_0, \quad w(L) = 0, \quad q(L) = 0, \quad (4)$$

其中, Q_0 为井筒注入量的一半, m^3/s ; L 为裂缝长度, m。

式(3)是局部守恒方程,为计算时间步长需要建立全局守恒方程,如下式所示:

$$Q_0 \Delta t = \int_0^L \Delta w ds. \quad (5)$$

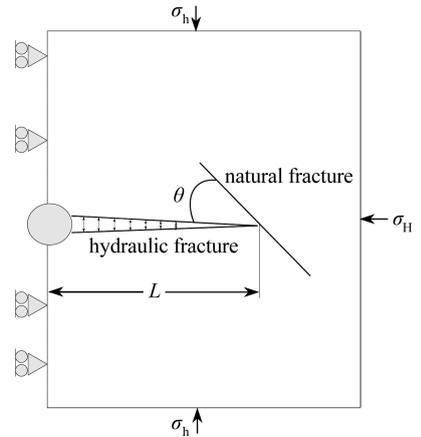


图 1 模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of the model

1.4 裂缝内流场水力裂缝与天然裂缝作用准则

当水力裂缝逼近天然裂缝时,水力裂缝可能直接贯穿天然裂缝,或者转向天然裂缝进行扩展.对此,Renshaw 等^[14]提出了预测水力裂缝是否贯穿摩擦界面的简单准则.该准则假设当摩擦界面另一侧的应力足够重新开裂一条裂缝,且摩擦面不发生滑移时,则水力裂缝将直接贯穿该摩擦面.基于线弹性断裂力学计算裂缝尖端应力分布并结合上述假设推导得到贯穿准则.Gu 等^[2]将逼近角推广到任意角度的情况,重新开裂要求最大主应力达到岩石抗拉强度,摩擦界面满足 Coulomb-Navier(库伦-纳维尔)破坏准则,图 2 中水力裂缝贯穿天然裂缝必须满足如下条件^[2]:

$$\sigma_1 = T_0, \tag{6}$$

$$|\tau_\beta| < S_0 - \mu_f \sigma_{\beta_y}, \tag{7}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \tag{8}$$

其中, σ_1 为最大主应力,Pa; T_0 为岩石抗拉强度,Pa; S_0 为界面的粘聚力,Pa; μ 为界面摩擦因数; τ_β 和 σ_{β_y} 分别为界面上的剪切应力和正应力,可以根据远场地应力和裂缝尖端应力分量通过坐标变换得到,Pa; $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 为远场地应力和裂缝尖端应力共同作用下的应力分量,Pa.

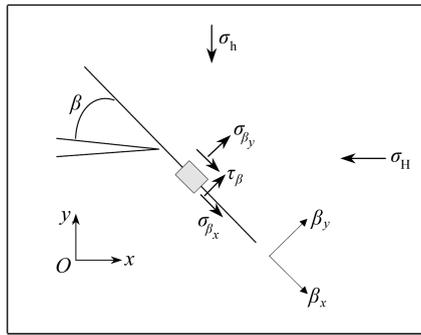


图 2 裂缝逼近界面示意图
Fig.2 Schematic of a crack approaching an interface

1.5 裂缝扩展准则

水力裂缝断裂扩展采用最大周向应力准则,当裂缝尖端的应力强度因子大于岩石韧度时裂缝就会扩展,且沿着最大周向应力方向进行扩展.应力强度因子有许多计算方法,本文采用相互作用积分方法求解,该方法具有计算精度高的优点.

水力裂缝扩展处于稳态扩展,由裂缝尖端渐近解可得裂缝尖端附近宽度与岩石韧度之间的表达式为^[15]

$$w = \frac{4\sqrt{2}(1 - \nu^2)K_{IC}}{\sqrt{\pi}E} x^{1/2}, \tag{9}$$

其中, w 为裂缝宽度,m; x 为到裂缝尖端的距离,m; K_{IC} 为岩石韧度,Pa·m^{1/2}; E 为岩石弹性模量,Pa; ν 为岩石 Poisson 比.

裂缝扩展先假定一个裂纹扩展尺寸,计算得到裂缝尖端附近点的宽度,再根据式(9)反推出到裂缝尖端的距离,以此类推,通过迭代确定出裂纹实际扩展尺寸.

2 裂缝模型数值求解

扩展有限元方法最早是由美国西北大学的 Belytschko 研究组^[16]提出的一种用于处理间

断问题的修正有限元方法,在标准有限元框架下,连续区域采用标准有限元方法,在包含不连续边界的较狭窄的区域内对有限元的位移近似函数进行修正,采用水平集方法描述间断界面,使间断的描述独立于有限元网格,避免了计算过程中的网格加密和重构。

2.1 扩展有限元格式

扩展有限元近似将位移分解为连续位移和不连续位移两个部分,位移近似公式^[17]为

$$u^h(x) = \sum_{I \in N} N_I u_I + \sum_{I \in N^{cr}} \tilde{N}_I (H(\varphi(x)) - H(\varphi(x_I))) a_I + \sum_{I \in N^{tip}} \tilde{N}_I \sum_{k=1}^4 (F^k(x) - F^k(x_I)) b_I^k, \quad (10)$$

其中, N_I 和 \tilde{N}_I 分别为连续部分形函数和不连续部分形函数; N 为区域内所有节点集; N^{cr} 为裂缝贯通单元的节点集; N^{tip} 为裂缝尖端单元节点集; $H(\xi)$ 为 Heaviside 函数; $\varphi(x)$ 为有向距离函数; $F^k(x)$ 为尖端富集函数; u_I 为节点自由度; a_I, b_I^k 为富集函数对应的自由度。

2.2 模型离散

2.2.1 应力场

根据应力场强形式,根据虚功原理可以得到应力场方程的弱形式为

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Gamma_i} \bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{v} d\Gamma + \int_{\Gamma_{cr}} -p \mathbf{n} \cdot \llbracket \mathbf{v} \rrbracket d\Gamma, \quad (11)$$

其中, \mathbf{v} 为虚位移; $\llbracket \mathbf{v} \rrbracket$ 为两个裂缝面之间的距离,可表示为

$$\llbracket \mathbf{v} \rrbracket = \mathbf{v}^+ - \mathbf{v}^-. \quad (12)$$

\mathbf{u}, \mathbf{v} 取扩展有限元格式(10)表达后,可以得到总刚度矩阵,总刚度由单元刚度矩阵装配而成,引入富集函数之后单元刚度矩阵比标准有限元要复杂,具体形式可参考文献[12,17]。

$$\mathbf{K} \mathbf{u}^h = \mathbf{F}, \quad (13)$$

其中 \mathbf{K} 为总刚度矩阵; \mathbf{u}^h 为节点的所有自由度向量,包括一般节点和富集节点; \mathbf{F} 为外力向量。

2.2.2 裂缝流场

由式(3)得到裂缝流场控制方程的强形式为

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1}{12\mu} \frac{\partial}{\partial s} \left[w^3 \frac{\partial p}{\partial s} \right]. \quad (14)$$

使用加权余量法与分部积分公式可得到裂缝流场的弱形式:

$$\sum_{j=1}^N \frac{p_j}{12\mu} \int_0^L w^3 \frac{\partial \varphi_i}{\partial s} \frac{\partial \varphi_j}{\partial s} ds = Q_0 \varphi_i(0) - \int_0^L \frac{\Delta w}{\Delta t} \varphi_i(s) ds, \quad (15)$$

其中, φ_i 为标准有限元的形函数。

裂缝流场采用有限元计算,计算网格由裂缝扩展路径和固体变形网格相交点形成,如图3所示,当裂缝扩展路径发生转向时流场网格长度以路程计算。

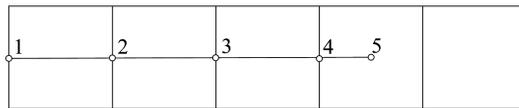


图3 流场网格示意图

Fig.3 Grid schematic of the flow field

2.3 迭代求解过程

由上述模型可以看出,裂缝扩展具有非线性、移动边界的特征,必须考虑岩石应力场和裂缝流场耦合作用。裂缝流场对岩体应力场的作用体现在式(2)裂缝边界流体压力对岩体变形的

影响,岩体应力场对裂缝流场的作用体现在式(15),裂缝宽度来源于岩体变形位移、裂缝宽度进而影响裂缝内流场分布,本文综合考虑这两方面的耦合作用。

根据流固耦合的思路,本文通过 Picard 迭代法^[18]耦合计算求解裂缝形态与流体压力:首先假设流体压力分布,使用扩展有限元求解应力场(11)得到裂缝宽度分布,然后根据裂缝宽度使用有限元求解裂缝流场(15),比较当前计算流体压力和之前假设压力,如果差值满足一定精度则进入下一时步,否则更新压力分布重新计算,迭代至收敛条件。当 $0 < \alpha < 1/2$ 时,迭代方法是收敛的,对此编制了 MATLAB 计算程序。

3 算例结果与分析

3.1 模型验证

基于扩展有限元,使用 Picard 迭代法求解了 $100\text{ m} \times 200\text{ m}$ 矩形区域内二维人工裂缝扩展数学模型。为了与经典裂缝模型(KDG)^[7]相比较,先假设区域内不存在天然裂缝,仅仅考虑人工裂缝扩展情形,模型参数如表 1 所示。模型网格采用结构化网格,人工裂缝周围不需要加密,随着裂缝扩展也不需要网格重构。裂缝半长随压裂时间变化如图 4 所示,计算结果与经典裂缝模型(KDG)结果相差很小,验证了模型的正确性。

表 1 模型参数取值

Table 1 Parameter values in the model

| | | | |
|--|--------------------|--|------|
| elasticity modulus E/Pa | 20×10^9 | Poisson's ratio ν | 0.25 |
| injection rate $Q_0/(\text{m}^3/\text{s})$ | 2×10^{-3} | fluid viscosity $\mu/(\text{Pa} \cdot \text{s})$ | 0.1 |

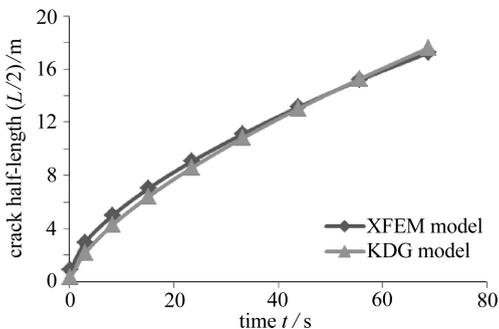


图 4 本文模型与经典模型结果比较

Fig.4 Contrast of results between the XFEM model and the classical model

3.2 页岩压裂裂缝影响因素分析

岩石的脆性是页岩压裂所考虑的重要岩石力学特征参数。页岩脆性采用弹性模量和 Poisson 比计算,弹性模量和 Poisson 比可以较好地反映页岩在地应力作用和微裂缝形成时的破坏能力^[19-20];Poisson 比是石英黏土含量比的指标,石英黏土含量比越高,Poisson 比越低,页岩脆性越高^[21];页岩中胶结物含量越多,黏土矿物含量越少,则弹性模量越大^[22-23];低 Poisson 比、高弹性模量的页岩脆性更高^[19,24]。

美国产气页岩弹性模量为 $4.5 \sim 61.0\text{ GPa}$,Poisson 比为 $0.03 \sim 0.301$ ^[25]。选择岩石弹性模量、Poisson 比和注入速度进行裂缝形态影响因素分析,得到图 5~7 等结果。由 3 图可以看出岩石弹性模量、注入速度对裂缝形态具有重要影响,而 Poisson 比对裂缝形态影响较小。

由图 5、图 6 可知,岩石弹性模量越大,Poisson 比越小,达到等裂缝半长下所需注入时间越短,且沿裂缝延伸方向裂缝宽度越小,即裂缝趋于“长窄型”扩展。这是因为弹性模量越大,

Poisson 比越小,岩石在水压作用下发生形变越小,从而沿裂缝扩展方向裂缝宽度越小.由页岩脆性与弹性模量和 Poisson 比的关系可知,页岩脆性越高,压裂裂缝趋于“长窄型”扩展,既能提供较好的导流能力又能提供更大的波及面积,有利于页岩气藏的生产.

由图 7 可知,注入速度越大,达到等裂缝半长所需注入时间越短,且沿裂缝延伸方向裂缝宽度越大.注入速度越大,岩石所受水压越大,发生变形越大,且裂缝扩展速度越大,从而裂缝发育越长越宽.

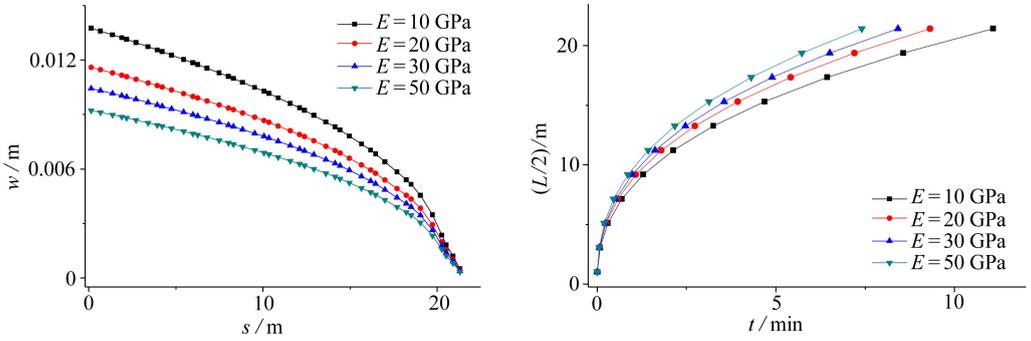


图 5 弹性模量变化时裂缝参数分布

Fig.5 Crack parameter distribution for different values of elasticity modulus

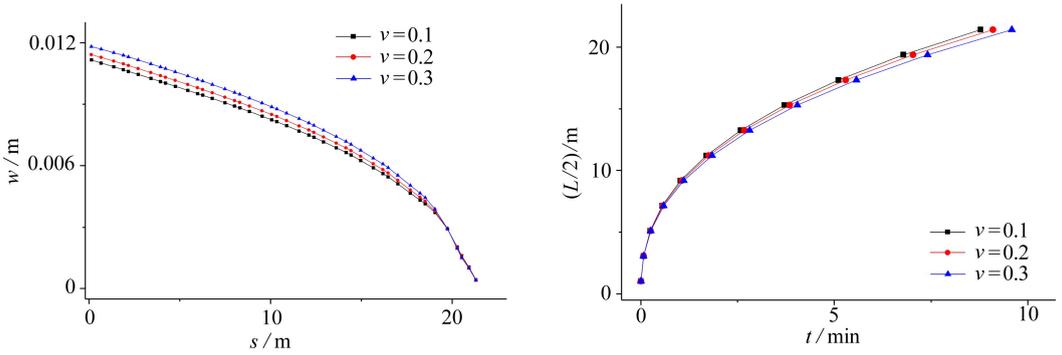


图 6 Poisson 比变化时裂缝参数分布

Fig.6 Crack parameter distribution for different values of Poisson's ratio

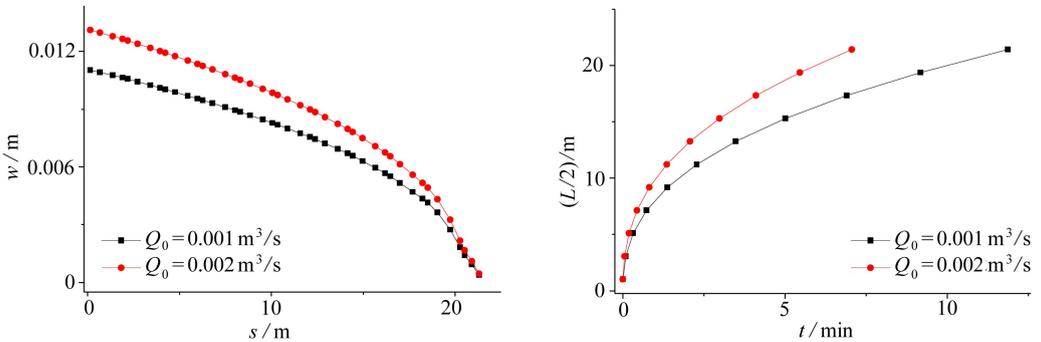


图 7 注入速度变化时裂缝参数分布

Fig.7 Crack parameter distribution for different values of injection rate

3.3 天然裂缝影响分析

根据 1.4 小节中的描述,将最大主应力、界面剪切应力和正应力用远场地应力和裂缝尖端应力分量表示,代入式(6)、(7)得到水力裂缝以任意角度逼近天然裂缝时发生贯穿与否的判断准则^[2],可作出图 8.曲线的右侧表示贯穿,左侧表示人工裂缝转向天然裂缝.由图 8 可知:逼近角越大,贯穿所占区域面积越大,即水力裂缝越趋于贯穿天然裂缝;当逼近角大于 60°时,最大最小地应力比越大,水力裂缝越容易贯穿天然裂缝.

考虑水力裂缝以 30°角逼近天然裂缝时裂缝扩展情况,最大水平主应力和最小水平主应力分别为 20 MPa 和 12 MPa,摩擦因数为 0.4 时,通过上述分析计算可知水力裂缝将沿天然裂缝转向扩展,其扩展路径和岩体应力分布如图 9 所示(红色线表示水力裂缝扩展路径,绿色线表示天然裂缝).由图可知应力集中点偏离水平方向,对应着裂缝扩展发生转向.

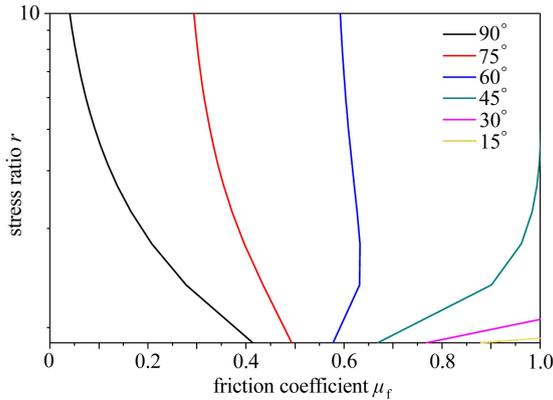


图 8 水力裂缝与天然裂缝作用准则

Fig.8 The interaction criterion for hydraulic cracks and natural cracks

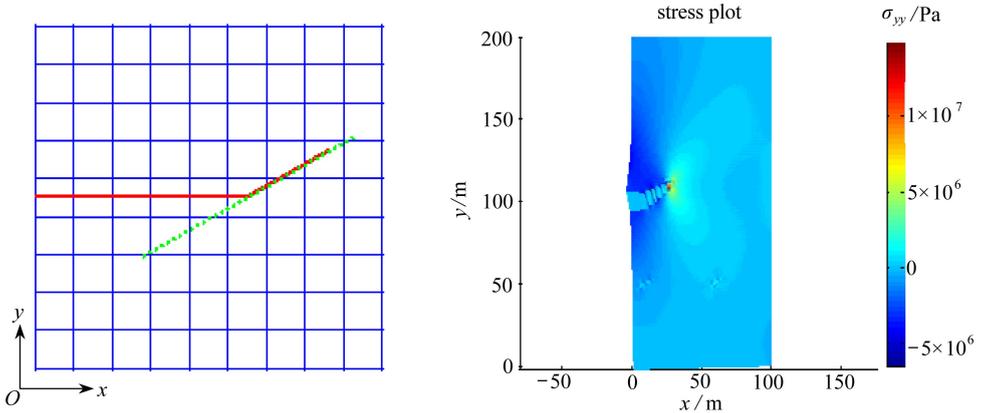


图 9 水力裂缝扩展路径

Fig.9 The propagation path of a hydraulic crack

沿裂缝延伸方向裂缝宽度和流体压力分布如图 10 所示.由图可知水力裂缝与天然裂缝相交处裂缝宽度存在相对较大的降低,流体压力在靠近裂缝尖端处下降较快,粘性耗散主要集中在裂缝尖端附近.

水力裂缝在地应力和天然裂缝的作用下会发生转向,而不是沿直线往前扩展,但是最终沿着最大地应力方向扩展.页岩气开发多采用水平井分段压裂,多条主裂缝与多条天然裂缝相互

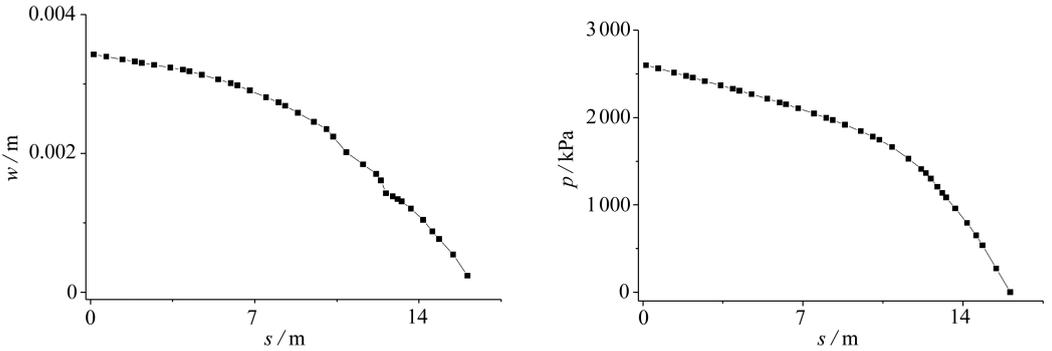


图 10 沿裂缝半长方向宽度变化

Fig.10 Crack width distribution along the half length

作用形成复杂的裂缝网络,下步将考虑多裂缝之间的相互作用以得到裂缝扩展规律。

4 结 论

基于扩展有限元方法建立了求解页岩水力裂缝扩展数学模型,分析了裂缝形态的相关影响因素,以及水力裂缝逼近天然裂缝扩展动态,得出以下结论:

- 1) 岩石弹性模量、注入速度对裂缝形态具有重要影响,而 Poisson 比对裂缝形态的影响较小;
- 2) 岩石弹性模量越大,Poisson 比越小,页岩脆性越高,达到等裂缝半长下所需注入时间越短,且沿裂缝延伸方向裂缝宽度越小,压裂裂缝趋于“长窄型”扩展;
- 3) 注入速度越大,达到等裂缝半长所需注入时间越短,且沿裂缝延伸方向裂缝宽度越大;
- 4) 主应力差越大,逼近角越大,水力裂缝愈趋于贯穿天然裂缝;
- 5) 扩展有限元方法避免了计算过程中的网格加密和网格重构,计算精度高,且计算量小。

参考文献 (References):

- [1] Fisher M K, Wright C A, Davidson B M, Goodwin A K, Fielder E O, Buckler W S, Steinsberger N P. Integrating fracture mapping technologies to optimize stimulations in the barnett shale [C]//*Proceedings of the SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. San Antonio, Texas. Society of Petroleum Engineers, 2002: 1-7.
- [2] Gu H, Weng X. Criterion for fractures crossing frictional interfaces at non-orthogonal angles [C]//*Proceedings of 44th U S Rock Mechanics Symposium and 5th U S-Canada Rock Mechanics Symposium*. Salt Lake City, UT. American Rock Mechanics Association, 2010:1-6.
- [3] Warpinski N R, Teufel L W. Influence of geologic discontinuities on hydraulic fracture propagation[J]. *Journal of Petroleum Technology*, 1987, **39**(2): 209-220.
- [4] Blanton T L. An experimental study of interaction between hydraulically induced and pre-existing fractures [C]//*Proceedings of the SPE Unconventional Gas Recovery Symposium*. Pittsburgh, Pennsylvania. Society of Petroleum Engineers, 1986: 559-561.
- [5] 周健, 陈勉, 金衍. 裂缝性储层水力裂缝扩展机理试验研究[J]. *石油学报*, 2007, **28**(5): 109-113. (ZHOU Jian, CHEN Mian, JIN Yan. Experimental study on propagation mechanism of hydraulic fracture in naturally fractured reservoir[J]. *Acta Petrolei Sinica*, 2007, **28**(5): 109-113. (in Chinese))
- [6] Perkins T K, Kern L R. Widths of hydraulic fractures[J]. *Journal of Petroleum Technology*,

- 1961, **13**(9): 937-949.
- [7] Geersma J, Klerk F D. A rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures[J]. *Journal of Petroleum Technology*, 1969, **21**(12): 1571-1581.
- [8] XU Wen-yue, Thiercelin M J, Ganguly U, WENG Xiao-wei, GU Hong-ren, Onda H, SUN Jian-chun, Calvez J L. Wiremesh; a novel shale fracturing simulator[C]//*Proceedings of International Oil and Gas Conference and Exhibition*. Beijing, China. Society of Petroleum Engineers, 2010: 1-6.
- [9] WENG Xiao-wei, Kresse O, Cohen C-E, WU Rui-ting, GU Hong-ren. Modeling of hydraulic-fracture-network propagation in a naturally fractured formation[J]. *SPE Production & Operation*, 2011, **26**(4): 368-380.
- [10] Lecampion B. An extended finite element method for hydraulic fracture problems[J]. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 2009, **25**(2): 121-133.
- [11] Keshavarzi R, Mohammadi S. A new approach for numerical modeling of hydraulic fracture propagation in naturally fractured reservoirs[C]//*Proceedings of SPE/EAGE European Unconventional Resources Conference & Exhibition-From Potential to Production*. Vienna, Austria, 2012: 1-12.
- [12] REN Qing-wen, DONG Yu-wen, YU Tian-tang. Numerical modeling of concrete hydraulic fracturing with extended finite element method[J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2009, **52**(3): 559-565.
- [13] Taleghani A D. Analysis of hydraulic fracture propagation in fractured reservoirs: an improved model for the interaction between induced and natural fractures[D]. PhD Thesis. Austin: The University of Texas, 2009.
- [14] Renshaw C E, Pollard D D. An experimentally verified criterion for propagation across unbounded frictional interfaces in brittle, linear elastic materials[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1995, **32**(3): 237-249.
- [15] Lawn B, 龚江宏. 脆性固体断裂力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010. (Lawn B, GONG Jiang-hong. *Fracture of Brittle Solid*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2010. (in Chinese))
- [16] Belytschko T, Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, **45**(5): 601-620.
- [17] Mohammadi S. *Extended Finite Element Method for Fracture Analysis of Structures*[M]. John Wiley & Sons, 2008.
- [18] Adachi J, Siebrits E, Peirce A. Computer simulation of hydraulic fractures[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2007, **44**(5): 739-757.
- [19] Rickman R, Mullen M, Petre E. A practical use of shale petrophysics for stimulation design optimization: all shale plays are not clones of the Barnett shale[C]//*Proceedings of SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Denver, Colorado, USA, 2008: 1-11.
- [20] 李庆辉, 陈勉, 金衍. 页岩气储层岩石力学特性及脆性评价[J]. 石油钻探技术, 2012, **40**(4): 17-22. (LI Qing-hui, CHEN Mian, JIN Yan. Rock mechanical properties and brittleness evaluation of shale gas reservoir[J]. *Petroleum Drilling Techniques*, 2012, **40**(4): 17-22. (in Chinese))
- [21] Arogundade O, Sohrabi M. A review of recent developments and challenges in shale gas recovery[C]//*Proceedings of SPE Saudi Arabia Section Technical Symposium and Exhibition*. Al-Khobar, Saudi Arabia, 2012: 1-31.

- [22] LI Ya-wei, Ahmad G. Creep behavior of Barnett, Haynesville, and Marcellus shale[C]//*Proceedings of the 46th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium*. Chicago, USA, 2012: 1-7.
- [23] HAN De-hua, Batzlez M L. Gassmann's equation and fluid-saturation effects on seismic velocities[J]. *Geophysics*, 2004, **69**(2): 398-405.
- [24] Barree R D, Gilbert J V, Conway M W. Stress and rock property profiling for unconventional reservoir stimulation[C]//*Proceedings of SPE Hydraulic Fracturing Technology Conference*. Woodlands, Texas, USA, 2009: 1-18.
- [25] Rijken P, Cooke M L. Role of shale thickness on vertical connectivity of fractures: application of crack-bridging theory to the Austin Chalk, Texas[J]. *Tectonophysics*, 2001, **337**(1/2): 117-133.

Numerical Simulation of Shale Hydraulic Fracturing Based on the Extended Finite Element Method

ZENG Qing-dong, YAO Jun

(*School of Petroleum Engineering, China University of Petroleum(East China),
Qingdao, Shandong 266580, P.R.China*)

Abstract: In view of fluid flow in cracks and rock deformation, the mathematical model for shale hydraulic crack propagation was established. The crack flow field and the rock stress field were solved with the finite element method and the extended finite element method respectively, and the two fields were coupled through the Picard iteration. The presented model gave results consistent with those of the classic model, which verified correctness of the former. Based on the model, the effects of the rock elasticity modulus, Poisson's ratio and injection rate on the crack geometry, and the dynamic process of a hydraulic crack approaching a natural crack at an arbitrary angle, were simulated. The numerical results show that the elasticity modulus and injection rate have significant influence on the crack geometry, while the Poisson's ratio has little effect; the more brittle the shale is, the longer and narrower the hydraulic crack will grow; the greater the principal stress difference and the approaching angle are, the easier the hydraulic crack crosses the natural crack; there is a relatively large decrease in the crack width at the intersection between a hydraulic crack and a natural crack; the extended finite element method avoids mesh reconstruction and refinement during computation, and reduces the computing time. The presented model provides an effective theoretical tool for the shale fracturing design.

Key words: hydraulic fracturing; crack propagation; natural crack; fluid-solid interaction; extended finite element method

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(51234007)