文章编号:1000-0887(2014)11-1280-07

无晨昏电场下带电粒子在中性片磁场中运动的周期轨*

陈丽娟, 鲁世平

(南京信息工程大学 数学与统计学院, 南京 210044)

摘要: 为了描述无晨昏电场情况下带电粒子在中性片磁场非小扰动区中运动的动力学特征,建立了一个非线性的动力学系统.运用 Mawhin 重合度理论探讨了一类非线性问题的周期解, 然后将其应用于无晨昏电场情况下带电粒子在远磁尾中性片磁场非小扰动区中运动的动力学模型的周期解问题的研究, 得出了带电粒子在初始位置逐渐远离中性片运动过程中存在周期轨的结果.在此基础上,还可以进一步探讨该模型同宿轨等其它动力学行为的存在性问题.

关 键 词: 带电粒子; 中性片磁场; 非线性; 周期轨

中图分类号: O193 **文献标志码:** A

doi:10.3879/j.issn.1000-0887.2014.11.011

引 言

在频繁的空间活动中,人们始终被空间环境对航天器的影响所困扰,如辐射带的剂量效应、空间等离子体对航天器的充电效应、单个高能带电粒子造成的航天器失效等.这些影响可能导致卫星故障甚至失效,影响了人类正常空间活动的开展.

磁层是上述现象发生的主要区域之一,研究太阳活动期间,磁层中的带电粒子环境及其动力学过程,对解决上述问题将起到重要作用.因为磁层电磁场在不同区域的粒子动力学特征不同,在这种复杂的磁层电磁场模式中研究磁层带电粒子的动力学问题,除利用轨道法外,其它方法是非常困难的.所以根据磁层不同区域的电磁场特征,将磁层分成近地球区、近磁尾区和远磁尾区 3 种不同区域.在远磁尾区,磁力线在赤道面上下基本上是反平行的,其南向分量很小,因此远磁尾区的磁场可近似用中性片磁场来描述.文献[1-4]近似用比较简单的模式描述不同区域的电磁场,并用不同的方法研究各个区域的粒子动力学问题.文献[5-9]给出了带电粒子在磁尾磁场中运动的一般方程,再由一般方程推出带电粒子在远磁尾中性片磁场中的运动方程,最后根据这个运动方程讨论带电粒子运动的基本规律.考虑到带电粒子在赤道面附近的运动不满足小扰动条件,从而带电粒子的运动不能用漂移运动的小扰动理论来处理,文献[10]利用运动区方法讨论了带电粒子在远磁尾运动的某些特征.

无晨昏电场情况下带电粒子在远磁尾中性片磁场非小扰动区中的运动模型是非线性动力

* **收稿日期:** 2014-04-11; **修订日期:** 2014-09-22
基金项目: 国家自然科学基金(11271197);江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXLX13-502)
作者简介: 陈丽娟(1973—),女,江苏靖江人,副教授,博士生(通讯作者. E-mail: cljung@sohu.com).

学模型，具有复杂的动力行为.因此，本文在上述工作的基础上，建立了如下的非线性动力学系统：

$$\boldsymbol{x}'' + \nabla \boldsymbol{G}(t,\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{e}(t), \tag{1}$$

其中

$$\boldsymbol{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t))^{\mathrm{T}} \in R^n,\ t \in \mathbf{R},\ \boldsymbol{G} \in C^1(\mathbf{R} \times R^n, \mathbf{R}),\ \boldsymbol{e} \in C_T(\mathbf{R}, R^n).$$

许多学者在大气物理、海洋气候、动力系统等方面利用数值分析方法及奇异摄动等理论研究了一些非线性问题[11-13].本文运用 Mawhin 重合度理论,得到了方程(1)周期解的存在性,然后将其应用到方程(1)的特殊情形,即对应在无晨昏电场下带电粒子在中性片磁场非小扰动区中沿 z 方向的非线性波动方程,得到了一定条件下该模型存在周期轨的结果.笔者曾用这种方法成功地解决了一些非线性模型的周期轨和同宿轨问题[14-15].

1　非线性动力学模型

在 $Oxyz$ 直角坐标系中,设 x 轴指向地球,在近磁尾和远磁尾的交界面上 x 为0.z 轴指向北,y 轴指向晨昏方向.$z = 0$ 平面上磁场为 0，而且在此平面上下磁场的方向相反，即为中性片磁场.文献[9] 描述了带电粒子在中性片磁场中沿 z 方向运动的基本方程：

$$\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} + \frac{4v^2 \sin^2 \beta_0}{L_\beta^2}\left(\cos \alpha_0 - \frac{2z_0^2}{L_\beta^2}\right) z + \frac{8v^2 \sin^2 \beta_0}{L_\beta^4} z^3 = 0, \tag{2}$$

其中 β_0 代表粒子初始速度 v_0 与 x 轴的初始夹角,在中性片磁场中由于磁场沿 x 轴方向,因此,β_0 代表粒子的初始投掷角;α_0 表示 v_0 在 yz 平面上的投影与 y 轴的初始夹角,相当于圆周轨道中的经度角;L_β 是投掷角为 β_0 时的单位制(长度单位).

为了研究带电粒子在非小扰动区域中沿 z 方向的运动，将方程(2)中的几个变量作如下的变换：

$$\tau = (2\sqrt{2} v \sin \beta_0) t,\ z = z_\alpha Z,\ B = z_\alpha^2,\ A = \frac{\cos \alpha_0 - 2z_0^2}{2},$$

其中 τ 为粒子速度及投掷角有关的时间参数.经过这些变换,并令 $L_\beta = 1$，方程(2)就变成

$$\frac{\mathrm{d}^2 Z}{\mathrm{d}\tau^2} + AZ + BZ^3 = 0. \tag{3}$$

显然方程(3)是方程(1)中取 $\nabla \boldsymbol{G}(t,x) = Ax + Bx^3, \boldsymbol{e}(t) = \mathbf{0}, n = 1$ 的特殊情形.

2　周期解的存在性

现考虑系统(1)的 T- 周期解存在性问题,其中 T 为一正常数.

设

$$X = \{\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{x} \in C(\mathbf{R}, R^n),\ \boldsymbol{x}(t + T) \equiv \boldsymbol{x}(t)\},\qquad \forall \boldsymbol{x} \in X.$$

定义

$$|\boldsymbol{x}(t)| = \sqrt{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{x}(t)},\ |\boldsymbol{x}|_\infty = \max_{t \in [0,T]} |\boldsymbol{x}(t)|,\ |\boldsymbol{x}|_p = \left(\int_0^{\mathrm{T}} |\boldsymbol{x}(t)|^p \mathrm{d}t\right)^{1/p}.$$

显然，X 是 Banach 空间.

分别定义算子

$$L:\ D(L) \subset X \to X,\ L\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}'' \tag{4}$$

和　$N:\ X \to X,$

$$[N\boldsymbol{x}](t)=\boldsymbol{e}(t)-\nabla\boldsymbol{G}(t,\boldsymbol{x}(t)),\tag{5}$$

其中

$$D(L)=\{\boldsymbol{x}\mid\boldsymbol{x}\in C^2(\mathbf{R},R^n),\ \boldsymbol{x}(t+T)\equiv\boldsymbol{x}(t)\}.$$

易见,方程(1)可转换成算子方程 $L\boldsymbol{x}=N\boldsymbol{x}$.此外,根据算子的定义,不难得出 $\ker L=R^n$,

$$\operatorname{Im}L=\left\{\boldsymbol{x}\in Y,\ \int_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s=\boldsymbol{0}\right\},$$

因此,L 是指标为 0 的 Fredholm 算子[16].

令投影算子 P,Q 分别为

$$P:X\to\ker L,\ P\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}(0),$$

$$Q:Y\to\operatorname{Im}Q,\ Qy=\frac{1}{T}\int_0^T y(s)\mathrm{d}s,$$

则 $\ker L=\operatorname{Im}P,\ker Q=\operatorname{Im}L$.

令 $K:\operatorname{Im}L\to D(L)\cap\ker P$ 表示 $L|_{D(L)\cap\ker P}:D(L)\cap\ker P\to\operatorname{Im}L$ 的唯一逆,根据数学分析的知识和周期函数的性质不难得到

$$[Ky](t)=\int_0^T R(t,s)y(s)\mathrm{d}s\in D(L),$$

其中

$$R(t,s)=\begin{cases}\dfrac{s(t-T)}{T}, & 0\leqslant s<t\leqslant T,\\[2mm] \dfrac{t(s-T)}{T}, & 0\leqslant t<s\leqslant T.\end{cases}\tag{6}$$

由式(5)、(6)可知 N 在 $\bar{\Omega}$ 上是 L- 紧的,其中 Ω 为 X 中的任意有界开集.

定理 1 在系统(1)中,设

$$\tilde{A}=\left(\int_0^T|\boldsymbol{e}(t)|^{m/(m-1)}\mathrm{d}t\right)^{(m-1)/m},$$

若存在常数 $m_0>0,\ m>1$, 使得内积 $\langle\boldsymbol{x},\nabla\boldsymbol{G}(t,\boldsymbol{x})\rangle\leqslant-m_0|\boldsymbol{x}|^m$, $|\boldsymbol{x}|<\rho$, 其中 ρ 为常数且满足

$$\rho>\tilde{A}^{1/(2(m-1))}\cdot m_0^{1/(2(1-m))}\left(T^{-1/m}\cdot\tilde{A}^{1/(2(m-1))}\cdot m_0^{1/(2(1-m))}+\frac{\sqrt{T\tilde{A}}}{2}\right),$$

则系统(1)至少存在一个 T- 周期解.

证明 考虑方程 $L\boldsymbol{x}=\lambda N\boldsymbol{x},\lambda\in(0,1)$,其中 L 和 N 分别由式(4)和(5)所定义.如果 $\boldsymbol{x}(t)$ 是算子方程 $L\boldsymbol{x}=\lambda N\boldsymbol{x},\lambda\in(0,1)$ 的任一解,则

$$\boldsymbol{x}''(t)=\lambda\boldsymbol{e}(t)-\lambda\nabla\boldsymbol{G}(t,\boldsymbol{x}(t)).\tag{7}$$

将方程(7)两边同乘以 $\boldsymbol{x}(t)$,在 $[0,T]$ 上积分,有

$$-|\boldsymbol{x}'|_2^2=\lambda\int_0^T\langle\boldsymbol{x},\boldsymbol{e}(t)\rangle\mathrm{d}t-\lambda\int_0^T\langle\boldsymbol{x},\nabla\boldsymbol{G}(t,\boldsymbol{x})\rangle\mathrm{d}t.$$

由定理 1 中条件及 Höler 不等式得

$$|\boldsymbol{x}'|_2^2+\lambda m_0|\boldsymbol{x}|_m^m\leqslant\lambda\int_0^T|\langle\boldsymbol{x},\boldsymbol{e}(t)\rangle|\mathrm{d}t\leqslant$$

$$\lambda|\boldsymbol{x}|_m\left(\int_0^T|\boldsymbol{e}(t)|^{m/(m-1)}\mathrm{d}t\right)^{(m-1)/m}=\lambda\tilde{A}|\boldsymbol{x}|_m,\tag{8}$$

从而有 $\lambda m_0 |\boldsymbol{x}|_m^m \leqslant \lambda \tilde{A} |\boldsymbol{x}|_m$，得

$$|\boldsymbol{x}|_m \leqslant \left(\frac{\tilde{A}}{m_0}\right)^{1/(m-1)} = A_0. \tag{9}$$

结合式(8)、(9)有 $|\boldsymbol{x}'|_2^2 \leqslant \lambda \tilde{A} |\boldsymbol{x}|_m \leqslant \tilde{A} A_0$，即

$$|\boldsymbol{x}'|_2 \leqslant \sqrt{\tilde{A} A_0} = A_1. \tag{10}$$

由文献[17]的引理 2.2 知道

$$\begin{aligned} |\boldsymbol{x}(t)| &\leqslant T^{-1/m}\left(\int_{t-T/2}^{t+T/2} |\boldsymbol{x}(s)|^m \mathrm{d}s\right)^{1/m} + \frac{T}{2} T^{-1/2}\left(\int_{t-T/2}^{t+T/2} |\boldsymbol{x}'(s)|^2 \mathrm{d}s\right)^{1/2} = \\ & T^{-1/m}\left(\int_{-T/2}^{T/2} |\boldsymbol{x}(s)|^m \mathrm{d}s\right)^{1/m} + \frac{\sqrt{T}}{2}\left(\int_{-T/2}^{T/2} |\boldsymbol{x}'(s)|^2 \mathrm{d}s\right)^{1/2} = \\ & T^{-1/m}\left(\int_0^T |\boldsymbol{x}(s)|^m \mathrm{d}s\right)^{1/m} + \frac{\sqrt{T}}{2}\left(\int_0^T |\boldsymbol{x}'(s)|^2 \mathrm{d}s\right)^{1/2}. \end{aligned} \tag{11}$$

由式(11)及(9)、(10)得

$$\begin{aligned} |\boldsymbol{x}|_\infty &\leqslant T^{-1/m} |\boldsymbol{x}|_m + \frac{\sqrt{T}}{2} |\boldsymbol{x}'|_2 \leqslant T^{-1/m} A_0 + \frac{\sqrt{T}}{2} A_1 = \\ & \tilde{A}^{1/(2(m-1))} \cdot m_0^{1/(2(1-m))}\left(T^{-1/m} \cdot \tilde{A}^{1/(2(m-1))} \cdot m_0^{1/(2(1-m))} + \frac{\sqrt{T\tilde{A}}}{2}\right) = M. \end{aligned}$$

又

$$QN\boldsymbol{x} = \frac{1}{T}\int_0^T [\boldsymbol{e}(t) - \nabla \boldsymbol{G}(t, \boldsymbol{x})] \mathrm{d}t,$$

从而有

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{x}, QN\boldsymbol{x} \rangle &= \frac{1}{T}\int_0^T \langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{e}(t) \rangle \mathrm{d}t - \frac{1}{T}\int_0^T \langle \boldsymbol{x}, \nabla \boldsymbol{G}(t, \boldsymbol{x}) \rangle \mathrm{d}t \geqslant \\ & -\frac{1}{T}\int_0^T |\langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{e}(t) \rangle| \mathrm{d}t + \frac{1}{T}\int_0^T m_0 |\boldsymbol{x}|^m \mathrm{d}t \geqslant \\ & -\sup_{t \in \mathbf{R}} |\boldsymbol{e}(t)| \cdot |\boldsymbol{x}| + m_0 |\boldsymbol{x}|^m = \\ & |\boldsymbol{x}| \cdot \left[m_0 |\boldsymbol{x}|^{m-1} - \sup_{t \in \mathbf{R}} |\boldsymbol{e}(t)|\right]. \end{aligned}$$

当 $|\boldsymbol{x}| > (\sup_{t \in \mathbf{R}} |\boldsymbol{e}(t)|)^{1/(m-1)} m_0^{1/(1-m)} = M_1$ 时，$\langle \boldsymbol{x}, QN\boldsymbol{x} \rangle > 0$。作

$$\Omega = \{\boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{x} \in X, |\boldsymbol{x}|_\infty \leqslant M + M_1\}, \qquad \forall \boldsymbol{x} \in \partial\Omega \cap \ker L,$$

有 $|\boldsymbol{x}|_\infty = M + M_1 > M_1$，且 $\langle \boldsymbol{x}, QN\boldsymbol{x} \rangle > 0$。从而 $\forall \boldsymbol{x} \in \partial\Omega \cap \ker L$ 有 $QN\boldsymbol{x} \neq 0$ 即 $N\boldsymbol{x} \notin \operatorname{Im} L$。

再令 $J: \operatorname{Im} Q \to \ker L, J\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}$。

作同伦

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}, \tau) = \tau \boldsymbol{x} + (1 - \tau) JQN\boldsymbol{x}, \qquad \tau \in [0,1]$$

且

$$\langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}, \tau) \rangle = \tau |\boldsymbol{x}|^2 + (1 - \tau)\langle \boldsymbol{x}, QN\boldsymbol{x} \rangle > 0, \qquad \forall \boldsymbol{x} \in \partial\Omega \cap \ker L.$$

即 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}, \tau) \neq 0, \forall \boldsymbol{x} \in \partial\Omega \cap \ker L, \tau \in [0,1]$。因此，

$$\begin{aligned} & \deg(JQN, \Omega \cap \ker L, 0) = \\ & \quad \deg(\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}, 0), \Omega \cap \ker L, 0) = \end{aligned}$$

$$\deg(\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x},1),\Omega \cap \ker L,0) = \deg(\boldsymbol{I},\Omega \cap \ker L,0) \neq 0.$$

根据 Mawhin 重合度拓展定理[16]，系统(1) 至少存在一个 T- 周期解.

3 可行性分析

在系统(1)中令 $\nabla\boldsymbol{G}(t,Z) = AZ + BZ^3$，$\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{0}$，$n = 1$，得到系统(3).

取 $m = 2$，如果满足$\langle Z,\nabla\boldsymbol{G}(t,Z)\rangle < -m_0|Z|^2$，则根据定理 1，方程(3) 至少存在一个 T-周期解.

由第 1 节非线性动力学模型中所定义的 A,B,Z，可得

$$A + BZ^2 = \frac{\cos\alpha_0 - 2z_0^2}{2} + z_\alpha^2\left(\frac{z}{z_\alpha}\right)^2 = \frac{\cos\alpha_0 - 2z_0^2}{2} + z^2.$$

因为远磁尾区的磁场为中性片磁场，赤道面上下的磁场方向相反，而且在赤道面上磁场为 0，带电粒子不可能沿轨道运动到 $|z| > 1$ 的小扰动区，所以可限制$|z| < \varepsilon$(ε 为很小的正数).

取初始位置 $z_0 = 0$，初始方向 $\pi/2 < |\alpha_0| < \pi$，$\varepsilon = \sqrt{-\cos\alpha_0/2}$，则有 $A + BZ^2 < 0$.

由 $A + BZ^2$ 的连续性及 $A + BZ^2 < 0$ 可知，存在常数 $m_0 > 0$，使得 $A + BZ^2 < -m_0$，从而有$\langle Z,\nabla\boldsymbol{G}(t,Z)\rangle = AZ^2 + BZ^4 < -m_0|Z|^2$ 成立.

因此，方程(3) 至少存在一个 T- 周期解，即无晨昏电场情况下带电粒子在远磁尾中性片磁场非小扰动区中运动的动力学模型存在周期轨.

4 结　　论

1) 方程(1)在一般情况下，无论是求解析解还是近似解，或用数值计算方法得到模拟解都相当困难.因此本文中所使用的重合度理论有别于一般的数学物理理论，其中的延拓定理是解决动力系统周期解存在性问题非常有效和常用的方法，其关键是设法将一个模型转化成抽象方程，找到系统所有可能解的先验界，它在物理、力学、偏微分方程等学科中都有广泛的应用.

2) 本文首先运用 Mawhin 重合度理论不通过求解探讨了非线性动力学系统(1)的周期解，然后将其应用到无晨昏电场情况下带电粒子在远磁尾中性片磁场非小扰动区中的运动模型(3)的周期解的研究，得出了带电粒子在初始位置 $z_0 = 0$，初始方向 $\pi/2 < |\alpha_0| < \pi$ 时的运动轨道形式为“8”字形的周期性闭合轨道.与文献[9]利用小扰动技术展开方法三级近似求解析解所得结论完全一致.在本文所得结果的基础上，还可以进一步探讨该模型同宿轨等其它动力学行为的存在性问题.

3) 本文建立的动力学系统(1)是非自治系统，方程(3)作为方程(1)的特殊情形是自治系统，因此，文献[9]的研究方法不适用系统(1)，而本文的研究推广了文献[9]中的自治系统.

4) 无晨昏电场情况下带电粒子在远磁尾中性片磁场非小扰动区中运动的周期轨的存在，是研究带电粒子运动过程中存在绝热不变量的前提条件，而利用这些绝热不变量可以计算中性片等离子体粒子产生的电流和磁场，证明当中性片等离子体边界上的磁压等于中性片等离子体的动能时，磁尾中性片磁场可以近似看成是由中性片等离子体中大量电子运动产生的自洽场，从而为合理地解释磁尾等离子体片的空间分布以及磁层空间发生的物理过程提供了重要的理论依据.

致谢　作者对审稿人的建设性建议表达真诚的感谢.这项工作是南京信息工程大学科研基金(批准号:20110387;2012r101)支持项目.

参考文献(References):

[1] Volland H. Models of global electric fields within the magnetosphere[J]. *Annales de Geophysique*, 1975, **31**(1): 154-163.

[2] Chen J. Nonlinear dynamics of charge particle in the magnetotail[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1992, **97**(A10): 15011-15017.

[3] XU Rong-lan, ZHU Ming. Particle precipitation from the magnetotail during substorm[J]. *Scientia Sinica*, *A*, 1995, **38**(1): 92-106.

[4] Tsyganenko N A. Modeling the Earth's magnetosphere magnetic field confined within a realistic magnetopause[J]. *Journal of Geophysical Research*: *Space Physics*, 1995, **100**(A4): 5599-5615.

[5] 徐荣栏. 带电粒子在中性线磁场中运动的解析轨道[J]. 空间科学学报, 1981, **1**(1): 1-8.(XU Rong-lan. The analytical orbits of charged particles sporting in neutral sheet magnetic field[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 1981, **1**(1): 1-8.(in Chinese))

[6] 徐荣栏, 宛振福, 马福胜. 带电粒子在中性线磁场中的运动[J]. 地球物理学报, 1980, **23**(3): 233-241.(XU Rong-lan, WAN Zhen-fu, MA Fu-sheng. The sporting of charged particles in neutral sheet magnetic field[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 1980, **23**(3): 233-241.(in Chinese))

[7] XU Rong-lan. The analytical trajectory of the charged particle moving in neutral sheet magnetic field[J]. *Proceeding of an International School and Workshop of Plasma Astrophysics*, 1981, **7**: 421-429.

[8] XU Rong-lan. Particle dynamics and current in the magnetotail[J]. *Astrophysics and Space Sciences*, 1988, **144**(1/2): 257-277.

[9] 徐荣栏, 李磊. 磁层粒子动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2005.(XU Rong-lan, LI Lei. *Dynamics of Magnetosphere Particle*[M]. Beijing: Science Press, 2005.(in Chinese))

[10] XU Rong-lan. Displayed neutral sheet model observed by the ISEE-2 satellite[J]. *Journal Atmosphere and Terrestrial Physics*, 1991, **53**: 12-23.

[11] MO Jia-qi. A singularly perturbed reaction diffusion problem for the nonlinear boundary condition with two parameters[J]. *Chinese Physics B*, 2010, **19**(1): 010203-1-010203-4.

[12] CHENG Rong-jun, GE Hong-xia. Analysis of the equal width wave equation with the mesh-free reproducing kernel particle Ritz method[J]. *Chinese Physics B*, 2012, **21**(10): 100209-1-100209-8.

[13] 王坤, 关新平, 乔杰敏. 一类相对转动非线性动力学系统周期解的唯一性与精确周期解[J]. 物理学报, 2010, **59**(6): 3648-3653.(WANG Kun, GUAN Xin-ping, QIAO Jie-min. Precise periodic solutions and uniqueness of periodic solutions of some relative rotation nonlinear dynamic system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(6): 3648-3653.(in Chinese))

[14] 陈丽娟, 鲁世平. 一类太空等离子体单粒子运动模型的同宿轨[J]. 应用数学和力学, 2013, **34**(12): 1258-1265.(CHEN Li-juan, LU Shi-ping. Homoclinic orbit of the motion model for a single space plasma particle[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, **34**(12): 1258-1265.(in Chinese))

[15] 陈丽娟, 鲁世平. 零维气候系统非线性模式的周期解问题[J]. 物理学报, 2013, **62**(20):

200201-1-200201-4.(CHEN Li-juan, LU Shi-ping. The problem of periodic solution of nonlinear model in zero-dimensional climate system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(20): 200201-1-200201-4.(in Chinese))
[16] Gaines R E, Mawhin J L. *Coincidence Degree and Nonlinear Differential Equations*[M]. Berlin: Springer, 1977.
[17] LU Shi-ping. Homoclinic solutions for a nonlinear second-order differential systems with p-Laplacian operator[J]. *Nonlinear Analysis*, 2011, **12**(1): 525-534.

Periodic Orbits of Electric Particles Sporting in Neutral Sheet Magnetic Field Without Dawn-Dusk Electric Field

CHEN Li-juan, LU Shi-ping
(*School of Mathematics and Statistics*, *Nanjing University of Information Science and Technology*, *Nanjing* 210044, *P.R.China*)

Abstract: In order to describe the dynamic characteristics of the electric particles sporting in neutral sheet magnetic field without dawn-dusk electric field, a nonlinear motion model was proposed. Based on the Mawhin's continuation theorem, the existence of periodic solutions to a class of nonlinear problems was discussed, and wherery, the problem of periodic solution of electric particles sporting in neutral sheet magnetic field without dawn-dusk electric field was investigated. Under the given initial conditions, a result about the existence of periodic orbits of the model was obtained. Furthermore, based on our result, other dynamic behaviours of the model, such as the homoclinic orbits can are to discussed.

Key words: electric particle; neutral sheet magnetic field; nonlinear; periodic orbit
Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(11271197)