

表面效应对偏场下介电高弹体 表面波传播的影响*

周伟建, 陈伟球

(浙江大学 工程力学系, 杭州 310027)

(本刊编委陈伟球来稿)

摘要: 采用表面薄层模型考察偏场下介电高弹体的表面效应,针对不同边界情形,建立一阶等效边界条件.基于有限变形电弹性体的线性增量理论,利用 Stroh 公式和 Ting 方法,给出等效边界条件的严格推导过程.进一步利用 Stroh 公式,获得了偏场下具有表面效应的介电高弹体中表面波的频散方程.以可压缩 Neo-Hookean 介电高弹体为例,分析了表面效应对预变形和电学偏场作用下的介电高弹体表面波传播特性的影响.结果表明,通过施加适当的偏场,可以调控和优化纳米声表器件的性能.

关键词: 介电高弹体; 表面效应; 偏场; Love 波; Rayleigh 波

中图分类号: O426.2 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.02.001

引 言

近几十年来,随着纳米技术的发展,出现了微纳米尺度下的许多新的力学现象,如尺寸效应.对尺寸效应有多种解释,其中之一便是表面效应.表面效应是指由于表面和近表面层原子所处环境与物体内部原子所处环境不同,从而导致表面与物体内部物理性质不同.

对于传统材料,由于材料比表面积非常小,所以可以忽略表面效应的影响.而纳米材料,由于其突出的大比表面积,表面效应的作用一般应予以考虑.在连续介质力学范畴内,表面效应一般都采用所谓的等效边界条件来进行处理^[1-10].文献中已有一些考虑表面效应的波动分析^[8,11-13],但都未考虑基底受偏场作用的情况.由于介电高弹体结构通常会发生预置有限变形(如充气球形容器,预拉伸介电薄膜等),所以有必要研究偏场下的波动问题.

本文将文献中的表面层模型^[9-10,14]推广应用于偏场下的介电高弹体,基于 Dorfmann 和 Ogden^[15]的有限变形电弹性体的增量理论,利用 Stroh 公式^[16-20],建立了不同边界情形下的等效边界条件和表面波频散特征方程,并以可压缩 Neo-Hookean 介电高弹体为例,数值考察了偏场和表面效应对表面波的影响.

* 收稿日期: 2014-11-20

基金项目: 国家自然科学基金(11272281;11321202)

作者简介: 周伟建(1990—),男,浙江人,博士生(E-mail: zhouweijian0607@126.com);

陈伟球(1969—),男,江苏人,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: chenwq@zju.edu.cn).

1 偏场以及表面效应影响下的表面波控制方程

1.1 有限变形电弹性体的线性增量理论

取介电高弹体未变形状态为自然构型,记作 B_0 (边界记为 ∂B_0 , 外法线方向 \mathbf{N}), 其上的任意物质点 X 在某一坐标系下的空间位置为 \mathbf{X} . 在偏场作用下, 点 X 经过运动 $\mathbf{x} = \chi(\mathbf{X}, t)$ 后在某一坐标系下所占据的空间位置为 \mathbf{x} , 此时物体的状态称作初始构形, 记作 B_t (边界 ∂B_t , 外法线方向 \mathbf{n}). 定义变形梯度为 $\mathbf{F} = \text{grad}\chi = \partial\mathbf{x}/\partial\mathbf{X}$.

现在初始构型上叠加一个小变形 $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 和电势增量 $\dot{\phi}$, 此时为现时构型, 相应的电位移增量为 $\dot{\mathbf{D}}_0$, 应力增量为 $\dot{\mathbf{T}}_0$, 其中 $\dot{\mathbf{T}}_0, \dot{\mathbf{D}}_0$ 为前推 (push forward) 操作后的名义应力张量和 Lagrange 电位移矢量. 值得指出的是, 由于考虑小的增量场, 因此初始构型和现时构型可以近似认为是重合的.

偏场作用下介电高弹体的增量线性本构方程为^[15]

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{T}}_{0ij} = A_{0ijks} u_{s,k} + \Gamma_{0ijk} \dot{\phi}_{,k}, \\ \dot{\mathbf{D}}_{0i} = \Gamma_{0pqi} u_{p,q} - H_{0ij} \dot{\phi}_{,j}, \end{cases} \quad (1)$$

式中, 电弹性张量 $\mathbf{A}_0, \mathbf{\Gamma}_0, \mathbf{H}_0$ 为

$$\begin{cases} A_{0piqj} = J^{-1} F_{p\alpha} F_{q\beta} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial F_{i\alpha} \partial F_{j\beta}}, \\ \Gamma_{0piq} = -J^{-1} F_{p\alpha} F_{q\beta} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial F_{i\alpha} \partial E_{\beta}}, \\ H_{0pq} = -J^{-1} F_{p\alpha} F_{q\beta} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial E_{\alpha} \partial E_{\beta}}, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $J = \det \mathbf{F}, \Omega = \Omega(\mathbf{F}, \mathbf{E})$ 为材料单位体积的能量密度函数 (电焓), \mathbf{E} 为 Lagrange 构型下的电场强度.

介电高弹体的运动平衡微分方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{T}}_{0ij,i} = \rho u_{j,u}, \\ \dot{\mathbf{D}}_{0i,i} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $u_{j,u}$ 指位移分量 u_j 对时间 t 的二阶导数.

在介电高弹性体半空间表面需要满足如下边界条件:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{T}}_0^T \mathbf{n} = \mathbf{0}, \text{ or } \mathbf{u} = \mathbf{0}, \\ \dot{\mathbf{D}}_0 \cdot \mathbf{n} = 0, \text{ or } \dot{\phi} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

其中上标 T 代表矩阵的转置. 本文忽略真空电场的影响且在增量场中仅考虑齐次边界条件. 偏场状态 (即初始构型) 所需要满足的控制方程和边界条件可参考 Dorfmann 和 Ogden 的文章^[15].

1.2 表面效应模拟

表面效应有多种考察方式, 本文采用表面层模型^[8-10, 14], 其物理意义清晰, 概念简单. 假设介电高弹体半空间表面完美粘结有一层厚度为 h 的表面薄层, 该层也受到偏场的作用. 在表面薄层与半空间的界面处建立右手直角坐标系, 其中 x_1, x_3 轴位于界面上, x_2 轴正方向指向半空间内部. 定义 $\mathbf{U} = (\mathbf{u}^T, \dot{\phi})^T$ 为广义增量位移矢量, 并根据 Lothe 和 Barnett^[20] 定义广义弹性模量 Z_{ijkl} :

$$Z_{iJkL} = \begin{cases} A_{0ijkl}, & J, L = 1, 2, 3; \\ \Gamma_{0ijk}, & J = 1, 2, 3, L = 4; \\ \Gamma_{0lki}, & J = 4, L = 1, 2, 3; \\ -H_{0ik}, & J, L = 4. \end{cases} \quad (5)$$

同时令

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} \dot{T}_{021} \\ \dot{T}_{022} \\ \dot{T}_{023} \\ \dot{D}_{02} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \dot{T}_{011} \\ \dot{T}_{012} \\ \dot{T}_{013} \\ \dot{D}_{01} \end{bmatrix}, \quad \check{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \dot{T}_{031} \\ \dot{T}_{032} \\ \dot{T}_{033} \\ \dot{D}_{03} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

在界面 ($x_2 = 0$) 处, $\mathbf{t}, \hat{\mathbf{t}}, \check{\mathbf{t}}, \mathbf{U}, \mathbf{U}_{,1}, \mathbf{U}_{,3}$ 应连续, 而 $\hat{\mathbf{t}}, \check{\mathbf{t}}, \mathbf{U}_{,2}, \mathbf{t}_{,2}$ 一般不连续. 这样, 由式(1)和(3)可知

$$\begin{cases} \mathbf{t}_{,2} + \hat{\mathbf{t}}_{,1} + \check{\mathbf{t}}_{,3} = \boldsymbol{\rho} \mathbf{U}_{,u}, \\ \mathbf{t} = \mathbf{C}_1 \mathbf{U}_{,1} + \mathbf{C}_2 \mathbf{U}_{,2} + \mathbf{C}_3 \mathbf{U}_{,3}, \\ \hat{\mathbf{t}} = \hat{\mathbf{C}}_1 \mathbf{U}_{,1} + \hat{\mathbf{C}}_2 \mathbf{U}_{,2} + \hat{\mathbf{C}}_3 \mathbf{U}_{,3}, \\ \check{\mathbf{t}} = \check{\mathbf{C}}_1 \mathbf{U}_{,1} + \check{\mathbf{C}}_2 \mathbf{U}_{,2} + \check{\mathbf{C}}_3 \mathbf{U}_{,3}, \end{cases} \quad (7a, b, c, d)$$

式中

$$\begin{cases} \boldsymbol{\rho} = \text{diag}(\rho, \rho, \rho, 0); \\ C_{1ij} = Z_{2i1j}, C_{2ij} = Z_{2i2j}, C_{3ij} = Z_{2i3j}, \\ \hat{C}_{1ij} = Z_{1i1j}, \hat{C}_{2ij} = Z_{1i2j}, \hat{C}_{3ij} = Z_{1i3j}, \\ \check{C}_{1ij} = Z_{3i1j}, \check{C}_{2ij} = Z_{3i2j}, \check{C}_{3ij} = Z_{3i3j}. \end{cases} \quad (8)$$

可以证明, 对于稳定材料, 矩阵 \mathbf{C}_2 是可逆的^[20], 所以由式(7b)可得

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{,2} = \mathbf{D}_0 \mathbf{t} - \mathbf{D}_1^T \mathbf{U}_{,1} - \mathbf{D}_3^T \mathbf{U}_{,3}, \\ \mathbf{D}_0 = \mathbf{C}_2^{-1}, \mathbf{D}_1 = \mathbf{C}_1^T \mathbf{D}_0, \mathbf{D}_3 = \mathbf{C}_3^T \mathbf{D}_0. \end{cases} \quad (9a, b)$$

下面仅考虑应力、位移与坐标 x_3 无关的广义平面应变问题(如平面波的传播), 利用上式, 由式(7)中的其它各式可得

$$\begin{cases} \mathbf{t}_{,2} + \mathbf{D}_1 \mathbf{t}_{,1} + \mathbf{G}_1 \mathbf{U}_{,11} = \boldsymbol{\rho} \mathbf{U}_{,uu}, \\ \mathbf{D}_1 = \hat{\mathbf{C}}_2 \mathbf{D}_0, \mathbf{G}_1 = \hat{\mathbf{C}}_1 - \hat{\mathbf{C}}_2 \mathbf{D}_1^T. \end{cases} \quad (10a, b)$$

可以证明前后定义的 \mathbf{D}_1 是一致的.

考虑到表面层很薄, 将 \mathbf{t} 与 \mathbf{U} 对 x_2 作一阶近似 Taylor(泰勒)展开:

$$\begin{cases} \mathbf{t} |_{x_2=-h} = \mathbf{t} |_{x_2=0} - h \left. \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial x_2} \right|_{x_2=0}, \\ \mathbf{U} |_{x_2=-h} = \mathbf{U} |_{x_2=0} - h \left. \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_2} \right|_{x_2=0}. \end{cases} \quad (11a, b)$$

若表面薄层的上表面为应力自由且电学开路, 则有边界条件: $\mathbf{t} |_{x_2=-h} = \mathbf{0}$, 因此由式(11a)知在 $x_2 = 0$ 处有 $\mathbf{t}_{,2} = \mathbf{t}/h$, 将其代入式(10a), 即得如下二维等效边界条件:

$$\frac{1}{h} \mathbf{t} + \mathbf{D}_1^S \mathbf{t}_{,1} + \mathbf{G}_1^S \mathbf{U}_{,11} = \boldsymbol{\rho}^S \mathbf{U}_{,uu}, \quad (12)$$

其中上标 S 表示与表面有关。

若表面薄层的上表面为刚性固定且电学闭路,则有边界条件: $\mathbf{U}|_{x_2=-h} = \mathbf{0}$, 因此由式 (11b) 知在 $x_2 = 0$ 处有 $\mathbf{U}_{,2} = \mathbf{U}/h$, 将其应用于式(9a) 可得对应的二维等效边界条件如下:

$$\frac{1}{h} \mathbf{U} = \mathbf{D}_0^S \mathbf{t} - (\mathbf{D}_1^S)^T \mathbf{U}_{,1}, \quad (13)$$

上式也仅适用于前述二维问题。

同样,可以推导获得边界为应力自由且电学闭路以及边界为固定且电学开路情形的等效边界条件,这里不再给出。

1.3 表面波特征方程

对于二维表面波,其广义位移与广义应力势矢量 Φ 可表示为^[21]

$$\begin{cases} \mathbf{U} = \mathbf{A} \langle e^{ikz_*} \rangle \mathbf{q}, \\ \Phi = \mathbf{B} \langle e^{ikz_*} \rangle \mathbf{q}, \\ z_* = x_1 - vt + p_* x_2, \quad \text{Im } p_* > 0, \\ \langle e^{ikz_*} \rangle = \text{diag}(e^{ikz_1}, e^{ikz_2}, e^{ikz_3}, e^{ikz_4}), \end{cases} \quad (14)$$

其中应力势矢量 Φ 满足: $\mathbf{t} = -\Phi_{,1}$, $\hat{\mathbf{t}} = \Phi_{,2}$, p_* 为基本弹性张量 (fundamental elasticity matrix) 的特征值^[20-21], v 为波速, k 为波数, 将上式代入等效边界条件, 并定义

$$\begin{cases} \mathbf{Y} = i\mathbf{D}_1^S \mathbf{M} + \mathbf{G}_1^S - \rho^S v^2, \\ \mathbf{Y}_g = \mathbf{D}_0^S \mathbf{M} + i(\mathbf{D}_1^S)^T, \end{cases} \quad (15a, b)$$

可得对应于式(12)和(13)的表面波控制方程为

$$\begin{cases} [\mathbf{M} + (hk)\mathbf{Y}](\mathbf{A}\mathbf{q}) = \mathbf{0}, \\ [\mathbf{I} + (hk)\mathbf{Y}_g](\mathbf{A}\mathbf{q}) = \mathbf{0}, \end{cases} \quad (16)$$

上式中 $\mathbf{M} = -i\mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}$ 为阻抗矩阵, 其计算方法可参考 Lothe 和 Barnett 的文章^[20]. 表面波的频散特征方程可由式(16)的任意一式中的第一个括号内所定义的矩阵行列式为 0 得到。

2 数值算例

2.1 模型

参考 Chen^[8] 定义压电材料表面层物理参数的方法, 假设平表面的电弹性参数与基底的电弹性参数相差 r_1 倍, 表面的密度与基底相差 r_2 倍, 即

$$\begin{cases} A_{0ijkl}^S = r_1 A_{0ijkl}, \quad \Gamma_{0ijk}^S = r_1 \Gamma_{0ijk}, \\ H_{0ij}^S = r_1 H_{0ij}, \quad \rho^S = r_2 \rho. \end{cases} \quad (17)$$

为简单起见, 假设半空间与表面薄层先分别受到相同的均匀偏场并保持不变后再完美粘结在一起, 因此有统一的位移梯度 $\mathbf{F} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1)$ 和电学偏场 $\mathbf{E}_0 = (0, E_2, 0)^T$. 对于可压缩 Neo-Hookean 介电高弹体, 采取如下单位体积的能量密度函数:

$$\begin{cases} \Omega = \frac{\mu}{2\beta} (J^{-2\beta} - 1) + \frac{\mu}{2} (I_1 - 3) - \frac{1}{2} \varepsilon J I_5, \\ I_1 = \text{tr } \mathbf{C}, \quad I_5 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{C}^{-1} \mathbf{E}, \quad \beta = \frac{\nu}{(1 - 2\nu)}, \end{cases} \quad (18)$$

其中 ν 为 Poisson 比, μ 为剪切模量, ε 为介电常数, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ 为右 Cauchy-Green 变形张量. 上述能量密度函数由 Li 和 Landis^[22] 的可压缩 Neo-Hookean 介电弹性体能量密度函数和 Holza-

pfel^[23]的可压缩 Neo-Hookean 应变能密度函数修正而得。

作适当的无量纲化后,矩阵 $\mathbf{M}, \mathbf{Y}, \mathbf{Y}_g$ 具有如下结构:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & 0 & M_{24} \\ 0 & 0 & J^{-1}\sqrt{1-Jv_0^2} & 0 \\ M_{41} & M_{42} & 0 & M_{44} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & 0 & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & 0 & Y_{24} \\ 0 & 0 & J^{-1}r_1 - r_2v_0^2 & 0 \\ Y_{41} & Y_{42} & 0 & Y_{44} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{Y}_g = \begin{pmatrix} Y_{g11} & Y_{g12} & 0 & Y_{g14} \\ Y_{g21} & Y_{g22} & 0 & Y_{g24} \\ 0 & 0 & r_1^{-1}\sqrt{1-Jv_0^2} & 0 \\ Y_{g41} & Y_{g42} & 0 & Y_{g44} \end{pmatrix}, \end{array} \right. \quad (19)$$

其中 $v_0 = v/\sqrt{\mu/\rho}$ 为无量纲波速,这里略去其它元素的具体表达式。

分析表面波的特征方程,可发现广义 Rayleigh 波与 Love 波解耦,现将结果罗列于后.当边界为自由且电学开路时,有

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{vmatrix} M_{11} + hkY_{11} & M_{12} + hkY_{12} & M_{14} + hkY_{14} \\ M_{21} + hkY_{21} & M_{22} + hkY_{22} & M_{24} + hkY_{24} \\ M_{41} + hkY_{41} & M_{42} + hkY_{42} & M_{44} + hkY_{44} \end{vmatrix} = 0, \\ J^{-1}\sqrt{1-Jv_0^2} + hk(J^{-1}r_1 - r_2v_0^2) = 0. \end{array} \right. \quad (20)$$

当边界刚性固定且电学闭路时有

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{vmatrix} 1 + hkY_{g11} & 1 + hkY_{g12} & 1 + hkY_{g14} \\ 1 + hkY_{g21} & 1 + hkY_{g22} & 1 + hkY_{g24} \\ 1 + hkY_{g41} & 1 + hkY_{g42} & 1 + hkY_{g44} \end{vmatrix} = 0, \\ 1 + hkr_1^{-1}\sqrt{1-Jv_0^2} = 0. \end{array} \right. \quad (21)$$

对于 Love 波,当边界刚性固定且电学闭路时,Love 波特征方程中 hk 无非零实数解,故不能传播 Love 波;当边界自由且电学开路时,要使得 hk 具有正实数解,则需要 $(r_1/r_2)J^{-1} < v_0^2 < J^{-1}$,即当且仅当 $r_1 < r_2$ (即软表面)时才存在 Love 波。

2.2 结果

作为数值算例,取 $\mu = 10^6$ Pa, $\nu = 0.3$, $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F·m⁻¹, $\varepsilon = 10\varepsilon_0$.对于软表面,取 $r_1 = 0.5, r_2 = 2$;对于硬表面,取 $r_1 = 2, r_2 = 0.5$.考虑4种不同的偏场,即 $\lambda_1 = 0.8, E_2 = 0; \lambda_1 = 1, E_2 = 0; \lambda_1 = 1.5, E_2 = 0; \lambda_1 = 1, E_2 = 10^8$ V·m⁻¹,分别对应压缩偏场、无偏场、拉伸偏场和纯电学偏场的情况.下面仅考察叠加场的边界条件为应力自由且电学开路的情况,此时表面层与半空间完美粘结后不改变偏场状态。

不同偏场条件下 Love 波的频散曲线见图 1. 在波数为 0 时, Love 波退化为剪切波, 而随着波数增大, 无量纲波速减小, 最后趋向于 $(Jr_1/r_2)^{-1/2}$ 这一极限.

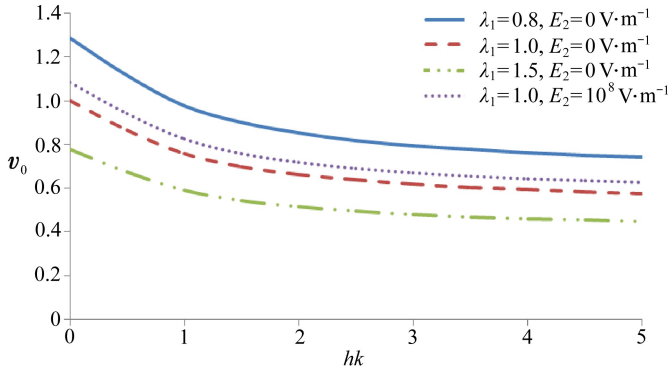


图 1 软表面时介电高弹性体半空间的 Love 波频散曲线

Fig. 1 Dispersion curves for Love waves in a dielectric elastomer half-space with a soft surface

具有硬表面的介电高弹性体半空间中波速小于临界波速 v_T 时广义 Rayleigh 波的频散曲线见图 2. 临界波速 v_T 的定义可参考 Lothe 和 Barnett 的文章^[20]. 由图 2 可知, 压缩偏场下表面波波速随波数的增大而减小为 0. 当波数继续增大, 波速变为纯虚数, 此时表面失稳; 在其它偏场下, 表面波波速随着波数增大而增大. 由于只考虑波速小于临界波速 v_T 的情况, 所以图中无量纲波数都是有限的.

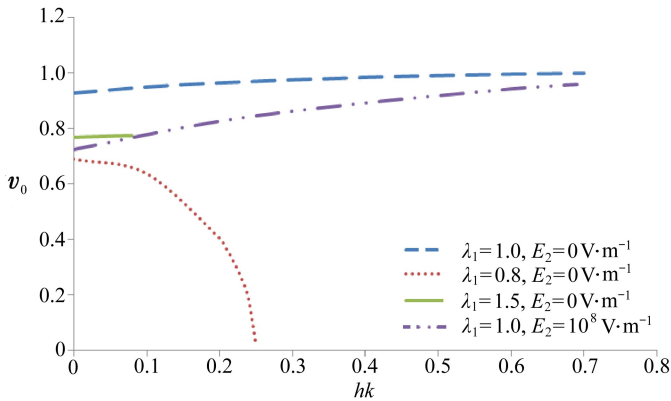


图 2 具有硬表面的介电高弹性体半空间的广义 Rayleigh 波频散曲线

Fig. 2 Dispersion curves for Rayleigh waves in a dielectric elastomer half-space with a stiff surface

具有软表面的介电高弹性体半空间中波速小于 v_T 的广义 Rayleigh 波频散曲线见图 3. 由图 3 知, 拉伸偏场、无偏场或电学偏场时, 表面波频散曲线可分成两个阶段. 在第一阶段, 一个波数对应一个波速; 在第二阶段, 一个波数对应两个波速. 无偏场时, 第一阶段波速随着波数增大先减小后增大; 在第二阶段, 大的波速随波数增大而减小, 而小的波速随波数增大而增大, 最后两个波速会归为一个波速. 对于拉伸偏场, 波速在第一阶段随波数增大而减小, 而在第二阶段, 大的波速随波数增大而减小, 而小的波速随波数增大先减小后增大, 最后两个波速也会归为一个波速. 对于电学偏场, 在第一阶段, 波速随波数增大而减小; 在第二阶段, 两个波速都随着波数增大而减小. 对于压缩偏场, 波速随着波数增大先减小后增大, 最后波速会大于临界波速 v_T . 数值结果表明, 在表面效应与偏场共同作用下, 表面波可能出现非传统的多模态现象.

Murdoch^[13]研究了具有残余应力的无厚度表面对弹性体表面波传播特性的影响,忽略偏场作用,并忽略厚度效应的影响,即忽略式(15a)中 $iD_1^S M$ 项,此时本文所获得的 Rayleigh 波特征方程与不考虑残余应力的 Murdoch 的 Rayleigh 波特征方程完全一致。

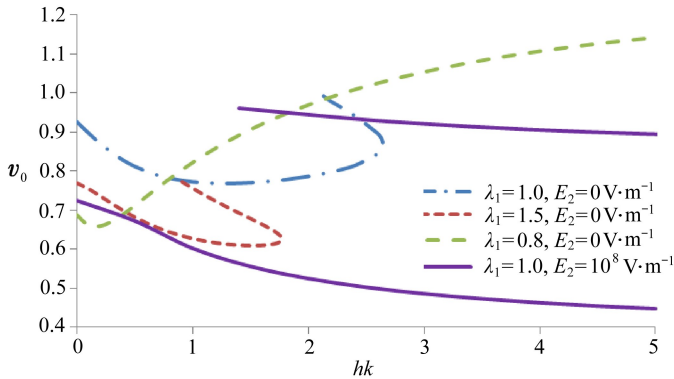


图3 具有软表面的介电高弹体半空间的广义 Rayleigh 波频散曲线

Fig. 3 Dispersion curves for Rayleigh waves in a dielectric elastomer half-space with a soft surface

3 结 论

本文采用表面层模型和利用 Stroh 公式,推导了考虑表面效应的等效边界条件和具有表面效应的介电高弹体半空间中表面波的控制方程,给出了 Love 波和广义 Rayleigh 波的精确频散方程.数值结果表明,表面效应使 Love 波和广义 Rayleigh 波具有频散特性,并呈现尺寸效应.在不考虑表面效应时,表面应力自由且电学开路的介电高弹体最多只能传播一种模态的表面波,此时波速唯一,而文中数值结果显示表面效应使得相同波数的表面波可对应两种波速,即此时表面波出现多种模态(如 Sezawa 波).由于表面效应,介电高弹体不一定以经典的 Rayleigh 表面波波速传播表面波.由结果可知,可以通过调整偏场和表面模型参数来调整和优化纳米尺度表面声波器件的波传播特性。

参考文献(References):

- [1] Mindlin R D. High frequency vibrations of plated, crystal plates[C]//Breuer S, Budiansky B, Demir H, Drucker D C, Alexander J M eds. *Progress in Applied Mechanics: The Prager Anniversary Volume*. The Macmillan Company, 1963: 73-84.
- [2] Tiersten H F. Elastic surface waves guided by thin films[J]. *Journal of Applied Physics*, 1969, **40**(2): 770-789.
- [3] Gurtin M E, Murdoch A I. A continuum theory of elastic material surfaces[J]. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1975, **57**(4): 291-323.
- [4] Rokhlin S I, Wang Y J. Analysis of boundary conditions for elastic wave interaction with an interface between two solids[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1991, **89**(2): 503-515.
- [5] Bövik P. On the modelling of thin interface layers in elastic and acoustic scattering problems [J]. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 1994, **47**(1): 17-42.
- [6] Niklasson A J, Datta S K, Dunn M L. On approximating guided waves in plates with thin anisotropic coatings by means of effective boundary conditions[J]. *The Journal of the Acoustical*

- Society of America*, 2000, **108**(3) : 924-933.
- [7] Niklasson A J, Datta S K, Dunn M L. On ultrasonic guided waves in a thin anisotropic layer lying between two isotropic layers[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2000, **108**(5) : 2005-2011.
- [8] Chen W Q. Surface effect on Bleustein-Gulyaev wave in a piezoelectric half-space[J]. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 2011, **1**(4) : 041001.
- [9] Ting T C T. Mechanics of a thin anisotropic elastic layer and a layer that is bonded to an anisotropic elastic body or bodies[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, 2007, **463**(2085) : 2223-2239.
- [10] Ting T C T. Steady waves in an anisotropic elastic layer attached to a half-space or between two half-spaces—a generalization of Love waves and Stoneley waves[J]. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 2009, **14**(1/2) : 52-71.
- [11] Gurtin M E, Murdoch A I. Effect of surface stress on wave propagation in solids[J]. *Journal of Applied Physics*, 2008, **47**(10) : 4414-4421.
- [12] Murdoch A I. The effect of interfacial stress on the propagation of Stoneley waves[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, **50**(1) : 1-11.
- [13] Murdoch A I. The propagation of surface waves in bodies with material boundaries[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1976, **24**(2) : 137-146.
- [14] Chuang M Y. Green's function for an anisotropic piezoelectric half-space bonded to a thin piezoelectric layer[J]. *Archives of Mechanics*, 2014, **66**(1) : 3-17.
- [15] Dorfmann A, Ogden R W. Nonlinear electroelastostatics: incremental equations and stability [J]. *International Journal of Engineering Science*, 2010, **48**(1) : 1-14.
- [16] Stroh A N. Dislocations and cracks in anisotropic elasticity[J]. *Philosophical Magazine*, 1958, **3**(30) : 625-646.
- [17] Stroh A N. Steady state problems in anisotropic elasticity[J]. *Journal of Mathematical Physics*, 1962, **41**(2) : 77-103.
- [18] Barnett D M, Lothe J. Free surface (Rayleigh) waves in anisotropic elastic half-spaces: the surface impedance method[J]. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1985, **402**(1822) : 135-152.
- [19] Lothe J, Barnett D M. Existence of surface wave solutions for anisotropic elastic half-spaces with free surface[J]. *Journal of Applied Physics*, 1976, **47**(3) : 428-433.
- [20] Lothe J, Barnett D M. Integral formalism for surface waves in piezoelectric crystals. Existence considerations[J]. *Journal of Applied Physics*, 1976, **47**(5) : 1799-1807.
- [21] Ting T C T. *Anisotropic Elasticity: Theory and Applications*[M]. Oxford University Press, 1996.
- [22] Li W Y, Landis C M. Deformation and instabilities in dielectric elastomer composites[J]. *Smart Materials and Structures*, 2012, **21**(9) : 094006.
- [23] Holzapfel G A. *Nonlinear Solid Mechanics; A Continuum Approach for Engineering*[M]. Wiley, 2000.

Surface Effect on Propagation of Surface Waves in a Dielectric Elastomer Half Space Subject to Biasing Fields

ZHOU Wei-jian, CHEN Wei-qiu

(*Department of Engineering Mechanics, Zhejiang University,
Hangzhou 310027, P.R.China*)

(Contributed by CHEN Wei-qiu, M. AMM Editorial Board)

Abstract: The thin surface layer model was used to establish the 1st-order equivalent boundary conditions to account for the surface effect of dielectric elastomers. Based on the linear incremental theory of infinitesimal motions superimposed on the finite deformation of an electroelastic body, the equivalent boundary conditions were rigorously derived with the Stroh formalism and the Ting method. The Stroh formalism was further used to deduce the governing equations for surface waves involving the surface effect. For compressible Neo-Hookean dielectric elastomers, the dispersion equations for the Love waves and generalized Rayleigh waves were derived and investigated numerically. It is found that the two types of waves are decoupled from each other, as in the classical cases. Different from the classical Rayleigh waves, the generalized Rayleigh waves with surface effect are size-dependent and uniqueness of the Rayleigh wave no longer exists. Numerical results indicate that it is possible to regulate and optimize the surface acoustic wave devices through application of appropriate biasing fields.

Key words: dielectric elastomer; surface effect; biasing field; Love wave; Rayleigh wave

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(11272281;11321202)