

# 基于粘弹性本构模型的双搭接 胶结接头应力分析\*

张盼<sup>1</sup>, 许英杰<sup>1</sup>, 汪海滨<sup>2</sup>, 顾靖伟<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 机电学院; 工程仿真与宇航计算技术联合实验室, 西安 710072;  
2. 中国航天科技集团 四院 四十一所, 西安 710025)

(本刊编委谢公南推荐)

**摘要:** 采用广义 Maxwell(麦克斯韦尔)粘弹性本构模型表征胶黏剂的时间相关力学特性,采用 Yeoh 本构模型描述橡胶材料的超弹性,建立了钢-橡胶双搭接胶结接头的有限元计算模型.在此基础上分析了加载时间对接头粘接界面剪切应力的影响,计算结果表明,剪切应力随着加载时间的增长而减小.此外,分析了胶层厚度对接头粘接界面剪切应力的影响,随着胶层厚度的增加,剪切应力增大.

**关键词:** 双搭接胶结接头; 粘弹性本构模型; 有限元方法; 加载时间; 胶层厚度

**中图分类号:** O345      **文献标志码:** A

**doi:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.02.005

## 引 言

相比铆接、栓接、焊接等连接方式,粘接具有能进行异种材料的连接、很少增加连接件的重量,可使结构具有整体应力均匀、密封性能好、工艺简单、周期短等优点<sup>[1]</sup>,尤其适用于金属与非金属材料的连接.粘接在航空航天及民用工业领域得到广泛应用,如火箭发动机喷管柔性接头中柔性橡胶件与金属的粘接、火箭发动机内壁绝热层(或包覆层)与金属壳体之间的粘接、可燃药筒与金属弹头的粘接、飞机蒙皮的粘接、制动装置的非金属刹车材料与金属构件的粘接、输油管道与其防腐材料的粘接、大型压机台面及支柱的粘接等等.

胶层和被粘体的材料参数、几何参数均对粘接结构应力影响很大,同时也对粘接结构整体强度性能影响非常明显,准确地获得结构应力分布,是实现粘接强度预测的前提之一.实验方法虽然能够给出粘接结构的力学性能如强度、破坏等结果<sup>[2-5]</sup>,然而无法合理描述结构的细观应力分布(如胶层内各个位置的应力数值),不能量化地建立应力与粘接结构各种参数之间的数学模型.此外,实验过程不可避免地受到成本、实验条件等因素的制约.因此,数值计算方法被广泛地应用于粘接结构的应力分析.

应力分布通常可以采用两种方法计算得到,即解析模型法和有限元分析法.解析模型

\* 收稿日期: 2014-06-10; 修订日期: 2015-01-27

基金项目: 国家自然科学基金(11302174); 陕西省自然科学基金(2012JQ1003)

作者简介: 张盼(1991—),男,甘肃人,硕士生(E-mail: zp104105@mail.nwpu.edu.cn);

许英杰(1984—),男,安徽人,副教授(通讯作者. E-mail: xu.yingjie@nwpu.edu.cn).

法<sup>[6-9]</sup>将典型的粘接结构简化成易于理论研究的结构形式,基于细观力学得到粘接性能如应力、应变、强度等的数学表达式,但是这些表达式仅适用于简单、理想的粘接接头几何构型、材料属性以及边界条件。随着现代工程领域中各类粘接接头几何构型、材料属性、边界条件的日益复杂,特别是接头的三维构型、胶层材料的非线性特征,极大增加了解析模型的求解难度。针对上述情况,国内外大量的研究及应用结果验证了有限元方法的准确性和有效性<sup>[10-15]</sup>,为复杂粘接结构的力学性能分析提供了合理的技术方案。

工程中使用的大部分胶黏剂都属于粘弹性材料<sup>[16]</sup>,其力学行为具有很强的时间相关性<sup>[17]</sup>,表现出典型的“蠕变”(恒定外力下,材料的变形随加载时间的增加而逐渐增大)或“松弛”(恒定变形下,材料的应力随加载时间的增加而逐渐衰减)现象<sup>[18]</sup>。上述特性又进一步影响粘接结构的力学行为,导致粘接结构在使用过程中,其结构应力随着加载时间的增加而逐渐变化<sup>[19]</sup>。因此,合理地分析粘接结构应力分布,必须准确描述胶黏剂的时间相关力学特性。针对这一问题,本文基于有限元方法,考虑钢-橡胶三维双搭接胶结接头,采用广义 Maxwell 粘弹性本构模型表征胶黏剂的时间相关力学特性,应用 Yeoh 本构模型描述橡胶材料的超弹性,建立了钢-橡胶双搭接胶结接头的有限元计算模型,分别计算了胶层应力随加载时间和胶层厚度的变化趋势。

## 1 胶层的粘弹性本构模型

本文考虑的胶层材料为环氧树脂胶,胶结固化完成后的环氧树脂胶是一种典型的粘弹性材料<sup>[17]</sup>,其力学行为与时间、温度、加载速率有关。本文主要考虑双搭接接头在室温环境、静态载荷下的界面粘接应力,因此忽略了温度和加载速率对力学行为的影响,采用广义 Maxwell 模型<sup>[18]</sup>,建立了与时间相关的胶层材料粘弹性本构模型。

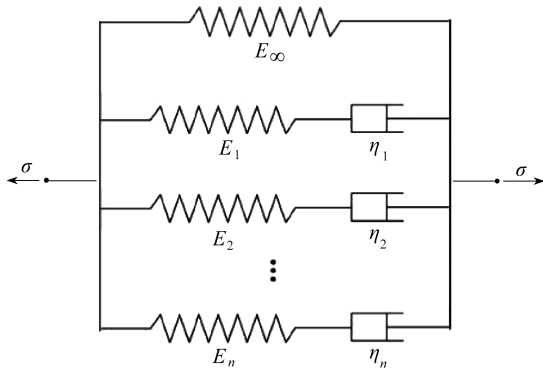


图 1 广义 Maxwell 模型

Fig. 1 The generalized Maxwell model

广义 Maxwell 模型的原理如图 1 所示。模型由一个自由弹簧元件与  $n$  个 Maxwell 元件(一个弹簧元件和一个阻尼器元件串联而成)并联而成。自由弹簧元件和第  $i$  个弹簧元件的弹性模量分别为  $E_\infty$  和  $E_i$ ,第  $i$  个阻尼器元件的粘性系数为  $\eta_i$ 。

每个 Maxwell 元件中,弹簧元件和阻尼器元件的应力-应变关系如下所示:

$$\sigma_i^e = E_i \varepsilon_i^e, \sigma_i^\eta = \eta_i \frac{d\varepsilon_i^\eta}{dt}, \quad (1)$$

式中  $\sigma_i^e$  和  $\varepsilon_i^e$  分别为第  $i$  个弹簧元件的应力和应变, $\sigma_i^\eta$  和  $\varepsilon_i^\eta$  分别为第  $i$  个阻尼器元件的应力和应变。

第  $i$  个 Maxwell 元件的应力  $\sigma_i$  和应变  $\varepsilon_i$  分别满足如下方程:

$$\sigma_i = \sigma_i^e = \sigma_i^\eta, \varepsilon_i = \varepsilon_i^e + \varepsilon_i^\eta. \quad (2)$$

将式(1)和式(2)合并,得到第  $i$  个 Maxwell 元件的应力-应变关系:

$$\frac{d\varepsilon_i}{dt} = \frac{d\varepsilon_i^e}{dt} + \frac{d\varepsilon_i^\eta}{dt} = \frac{1}{E_i} \frac{d\sigma_i}{dt} + \frac{\sigma_i}{\eta_i}. \quad (3)$$

若  $\sigma, \varepsilon$  为模型总的应力、应变,则满足

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty = \varepsilon_i, \sigma = \sigma_\infty + \sum_{i=1}^n \sigma_i, \tag{4}$$

式中  $\sigma_\infty$  和  $\varepsilon_\infty$  分别为自由弹簧元件的应力和应变。

如果加载恒定应变,则由式(3)可解得

$$\sigma_i(t) = \varepsilon_0 E_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right), \tag{5}$$

式中  $\tau_i$  表示第  $i$  个 Maxwell 元件的松弛时间,等于  $\eta_i/E_i$ 。

式(5)代入式(4)可得模型总的应力:

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 \left[ E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right]. \tag{6}$$

因此模型总的模量可以表示为

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right). \tag{7}$$

式(7)表示了粘弹性材料的弹性模量随着加载时间的变化.式中  $E_\infty, E_i, \tau_i$  等参数需要通过试验获取,通常需要测得材料随时间变化的模量值.文献[17]中通过试验测量得到了环氧树脂胶随加载时间变化的蠕变柔顺度,并转化为松弛模量,然后采用非线性回归模型得到广义 Maxwell 模型中的各个参数值,具体的试验过程可参考文献[17].

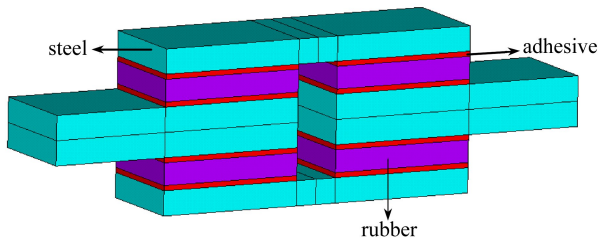
## 2 有限元计算模型

双搭接接头的实物图片如图 2(a) 所示,被粘件材料为钢和橡胶,胶层材料为环氧树脂胶.根据实物几何构型和尺寸,在商业化有限元软件 ANSYS 中建立图 2(b) 所示的双搭接接头物理模型,图中不同的颜色代表不同的材料.



(a) 实物图

(a) The photo of the double-lap bonding joint



(b) 物理模型

(b) The physical model

图 2 双搭接接头物理模型

Fig. 2 The physical model of the double lap bonding joint

双搭接接头模型的细部尺寸如图 3 所示,尺寸单位为 mm.由于模型的几何对称性,只显

示了模型的 1/4 部分。

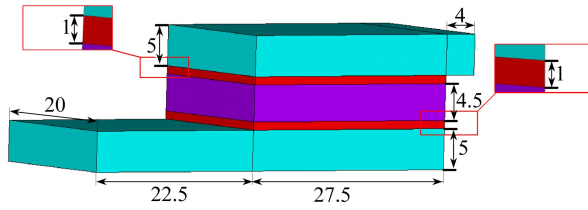


图3 双搭接接头模型的几何尺寸(单位: mm)

Fig. 3 The detailing sizes of the double-lap bonding joint (unit: mm)

本文采用包含 10 个 Maxwell 元件的广义 Maxwell 模型表征环氧树脂胶的性能,模型各参数数值如表 1 所示,来源于文献[17]中的环氧树脂胶粘弹性能试验结果,环氧树脂胶的 Poisson(泊松)比为 0.4.

表 1 广义 Maxwell 模型各参数数值

Table 1 Parameters of the generalized Maxwell model

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$i = 6$	$i = 7$	$i = 8$	$i = 9$	$i = 10$
$E_i / \text{GPa}$	0.323	0.122	0.245	0.50	0.456	0.355	0.212	0.076	0.033	0.008
$\tau_i / \text{s}$	22	202	6 800	$9 \times 10^4$	$2 \times 10^6$	$4 \times 10^7$	$1 \times 10^9$	$3 \times 10^{10}$	$1 \times 10^{12}$	$1 \times 10^{13}$

橡胶材料为非线性超弹性材料,本文采用 Yeoh 本构模型<sup>[20]</sup>表征其属性.Yeoh 模型形式简单,采用应变能密度函数模型表示材料的本构关系,仅由单轴拉伸实验即可确定模型中的参数,因此被广泛应用于橡胶材料.本文采用 3 参数的 Yeoh 模型,其应变能密度函数模型为

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_2 - 3)^2 + C_{30}(I_3 - 3)^3, \quad (8)$$

式中  $C_{10}, C_{20}, C_{30}$  为模型参数,  $I_1, I_2, I_3$  为变形张量不变量.本文根据文献[18]的橡胶单轴拉伸实验结果,对式(8)的 3 个参数  $C_{10}, C_{20}, C_{30}$  进行拟合,得到  $C_{10} = 0.201, C_{20} = -0.0034, C_{30} = 0.000137$ .

本文考虑钢为线弹性材料,弹性模量为 198 GPa, Poisson 比为 0.285.

采用 ANSYS 单元库中精度较高的 20 节点六面体单元 solid185 进行双搭接接头模型的有限元网格划分,有限元模型如图 4 所示.

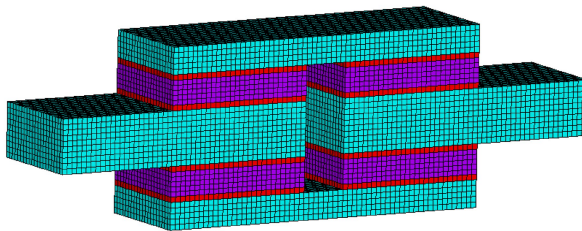


图4 双搭接接头的有限元模型

Fig. 4 The finite element model for the double-lap bonding joint

## 3 计算结果

### 3.1 单轴拉伸计算

本文首先开展了双搭接接头的单轴拉伸有限元计算,并与试验结果进行了对比验证.图 2 (a) 所示的双搭接接头样件,在单轴拉伸机上进行了拉伸试验,加载的控制方式为位移控制,

拉伸位移值取为 38 mm, 试验结束后获取了样件的位移-载荷曲线. 有限元计算模型一端固定, 一端加载单轴拉伸位移, 位移值从 0 逐渐增大到 38 mm, 计算得到不同位移下的拉伸载荷. 图 5 显示了有限元计算结果和试验结果的对比.

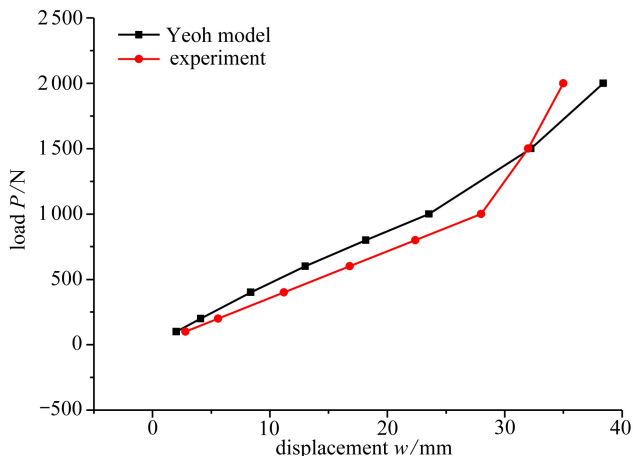


图 5 双搭接接头的位移-载荷曲线

Fig. 5 The load-displacement curve of the double lap bonding joint

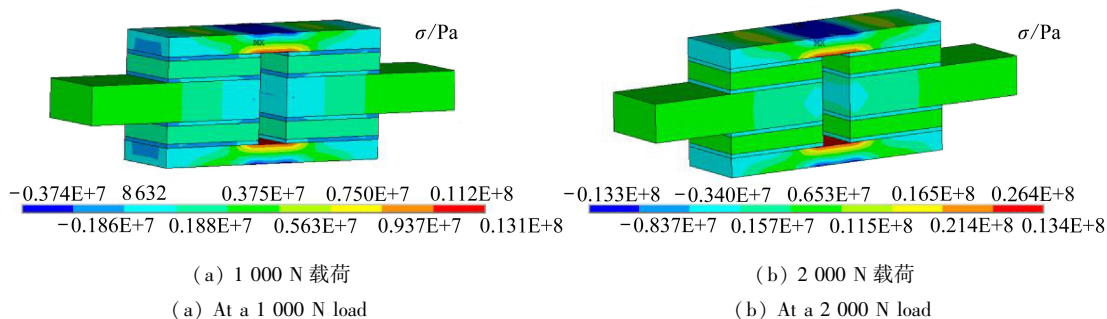


图 6 不同载荷下的样件拉伸方向应力云图

Fig. 6 Contours of the tensile stress at different load levels

此外, 图 6 显示了有限元计算过程中, 不同载荷下的样件拉伸方向应力云图.

### 3.2 加载时间对粘接界面应力的影响

本节研究了三维双搭接接头粘接界面剪切应力随加载时间的变化趋势, 胶层厚度为 1 mm, 环境温度恒定为常温, 加载时间分别为  $1 \times 10^3$  s,  $1 \times 10^6$  s,  $1 \times 10^9$  s 以及  $1 \times 10^{12}$  s, 边界条件为: 有限元模型一端 ( $X = 0$ ) 固定, 另一端 ( $X = 108$  mm) 施加  $2 \times 10^7$  Pa 的拉伸载荷. 采用有限元方法计算得到了不同加载时间下的粘接界面剪切应力.

图 7 给出了不同的加载时间下, 沿着粘接界面不同位置处的 XY 方向的剪切应力数值. 首先可以看出, 剪切应力随着界面位置发生明显的变化, 沿着粘接界面, 剪切应力先增大后减小, 而后再次逐渐增大, 最后减小. 计算结果显示了加载时间对于粘接界面的剪切应力具有重要的影响, 剪切应力随着加载时间的增长而减小.

### 3.3 胶层厚度对粘接界面应力的影响

粘接接头的几何构型是影响粘接界面力学性能的重要因素之一, 几何构型的关键参数即为粘接层的厚度. 因此, 分析胶层厚度对粘接界面力学性能的影响, 对于合理设计接头几何形式具有重要意义. 本小节采用有限元方法计算了不同胶层厚度下的界面剪切应力, 胶层厚度的



初始值设为 0.2 mm,逐步递增到 1.0 mm,加载时间为  $1 \times 10^3$  s,环境温度恒定为常温.边界条件为:有限元模型一端 ( $X = 0$ ) 固定,另一端 ( $X = 108$  mm) 施加  $2 \times 10^7$  Pa 的拉伸载荷.

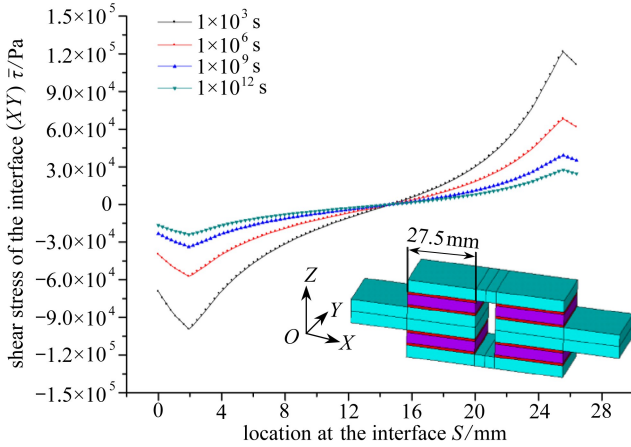


图 7 不同加载时间下的界面剪切应力分布

Fig. 7 The interfacial shear stress distribution with different loading time lengths

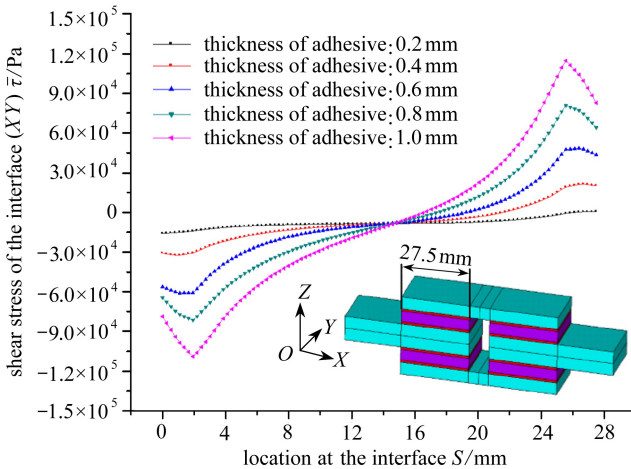


图 8 不同胶层厚度下的界面剪切应力分布

Fig. 8 The interfacial shear stress distribution with different thicknesses of adhesive

图 8 显示了 0.2 mm, 0.4 mm, 0.6 mm, 0.8 mm 以及 1.0 mm 5 种厚度下的界面 XY 方向的剪切应力分布.可以看到,尽管胶层厚度的变化不会影响粘接界面上的剪切应力分布趋势(即剪切应力沿着粘接界面先逐渐增大,随后减小,而后再次逐渐增大,最后减小),然而厚度值的改变对于剪切应力的大小具有显著的影响;随着胶层厚度由 0.2 mm 增加到 1.0 mm,剪切应力明显增大.

## 4 结 论

本文针对双搭接接头,采用广义 Maxwell 粘弹性本构模型表征胶黏剂的材料特性,构造了双搭接接头的三维有限元分析模型.计算得到了粘接界面剪切应力随加载时间和胶层厚度的变化趋势.计算结果表明:

1) 加载时间对于粘接界面上的剪切应力具有明显的影响作用,剪切应力随着加载时间的

增加而减小。

2) 胶层厚度值的改变尽管不会影响粘接界面上的剪切应力分布趋势,然而对于剪切应力的大小具有显著的影响,随着胶层厚度由 0.2 mm 增加到 1.0 mm,剪切应力明显增大。

### 参考文献(References):

- [1] 游敏, 郑小玲, 郑勇. 金属结构胶接[M]. 武汉: 武汉水利电力大学出版社, 2000. (YOU Min, ZHENG Xiao-ling, ZHENG Yong. *Bonding of Metal Structures*[M]. Wuhan: Wuhan University of Hydraulic and Electrical Engineering Press, 2000. (in Chinese))
- [2] Jagota A, Bennison S J, Smith C A. Analysis of a compressive shear test for adhesion between elastomeric polymers and rigid substrates[J]. *International Journal of Fracture*, 2000, **104**(2): 105-130.
- [3] YOU Min, ZHENG Yong, ZHENG Xiao-ling, LIU Wen-jun. Effect of metal as part of fillet on the tensile shear strength of adhesively bonded single lap joints[J]. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2003, **23**(5): 365-369.
- [4] Da Silva L F M, Ferreira N M A J, Richter-Trummer V, Marqu E A S. Effect of grooves on the strength of adhesively bonded joints[J]. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2010, **30**(8): 735-743.
- [5] Sancaktar E, Simmons S R. Optimization of adhesively-bonded single lap joints by adherend notching[J]. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 2000, **14**(11): 1363-1404.
- [6] Allman D J. A theory for elastic stresses in adhesive bonded lap joints[J]. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 1977, **30**(4): 415-436.
- [7] Hart-Smith L J. *Adhesive-Bonded Single-Lap Joints*[M]. Hampton, VA: Langley Research Center, 1973.
- [8] Chen D, Cheng S. An analysis of adhesive-bonded single-lap joints[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1983, **50**(1): 109-115.
- [9] Luo Q, Tong L. Linear and higher order displacement theories for adhesively bonded lap joints[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2004, **41**(22): 6351-6381.
- [10] 余海洲, 游敏, 郑小玲, 付建科. 单搭接接头胶层间隙对强度和应力的影响[J]. 机械强度, 2006, **28**(5): 775-779. (YU Hai-zhou, YOU Ming, ZHENG Xiao-ling, FU Jian-ke. Effect of adhesive of recessing on the strength and stress of single-lap joint[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2006, **28**(5): 775-779. (in Chinese))
- [11] 游敏, 严沾谋, 郑小玲, 余海洲. 端部斜削的铝单搭接接头应力分布的数值分析[J]. 航空材料学报, 2007, **27**(5): 91-94. (YOU Min, YAN Zhan-mou, ZHENG Xiao-ling, YU Hai-zhou. Effect of outer chamfer on stress distribution in single lap joint[J]. *Journal of Aeronautical Materials*, 2007, **27**(5): 91-94. (in Chinese))
- [12] Lang T P, Mallick P K. Effect of spew geometry on stresses in single lap adhesive joints[J]. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 1998, **18**(3): 167-177.
- [13] Adams R D, Coppendale J, Peppiatt N A. Stress analysis of axisymmetric butt joints loaded in torsion and tension[J]. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 1978, **13**(1): 1-10.
- [14] Darwish S M. Analysis of weld-bonded dissimilar materials[J]. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2004, **24**(4): 347-354.
- [15] Owens J F P, Lee-Sullivan P. Stiffness behaviour due to fracture in adhesively bonded com-

- posite-to-aluminum joints—II: experimental[J]. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2000, **20**(1): 47-58.
- [16] Crocombe A D, Adams R D. An elasto-plastic investigation of the peel test[J]. *The Journal of Adhesion*, 1982, **13**(3/4): 241-267.
- [17] Wang Y. Integrated measurement technique to measure curing process-dependent mechanical and thermal properties of polymeric materials using fiber bragg grating sensors[D]. PhD Thesis. Maryland: University of Maryland, 2009.
- [18] Christensen R M. *Theory of Viscoelasticity*[M]. New York: Academic Press, 1982.
- [19] Chiaki S. Stress estimation of joints having adherends with different curvatures bonded with viscoelastic adhesives[J]. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2011, **31**(5): 315-321.
- [20] 危银涛, 杨挺青, 杜星文. 橡胶类材料大变形本构关系及其有限元方法[J]. 固体力学学报, 1999, **20**(4):282-289.(WEI Yin-tao, YANG Tin-qing, DU Xing-wei. On the large deformation rubber-link materials: constitutive laws and finite element method[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 1999, **20**(4): 282-289.(in Chinese))

## Stress Analyses of Double Lap Bonding Joint Using Viscoelastic Constitutive Model

ZHANG Pan<sup>1</sup>, XU Ying-jie<sup>1</sup>, WANG Hai-bin<sup>2</sup>, GU Jing-wei<sup>2</sup>

- (1. *Engineering Simulation and Aerospace Computing, School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, P.R.China;*  
 2. *The 41st Institute, the 4th Academy, CASC, Xi'an 710025, P.R.China*)

(Recommended by XIE Gong-nan, M. AMM Editorial Board)

**Abstract:** The finite element model for steel-rubber double lap bonding joints was built. The generalized Maxwell viscoelastic constitutive model was employed to describe the time-dependent mechanical properties of the adhesive. The Yeoh constitutive model was applied to describe the super elasticity of the rubber. The influence of loading time on the shear stress of the adhesive layer was analyzed. The computed results clearly show that the absolute values of shear stress decrease with the increase of loading time. In addition, the influence of adhesive thickness on the shear stress of the adhesive layer was analyzed. With the increase of adhesive thickness, the absolute values of the shear stress increase obviously.

**Key words:** double lap bonding joint; viscoelastic constitutive model; finite element method; loading time; adhesive thickness

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China(11302174)