文章编号:1000-0887(2015)05-0460-14

ⓒ 应用数学和力学编委会, ISSN 1000-0887

# 随机激励下四自由度车辆-道路 耦合系统动力分析<sup>\*</sup>

李 倩1, 刘俊卿2, 陈诚诚1

(1. 西安建筑科技大学 土木工程学院,西安 710055;2. 西安建筑科技大学 理学院,西安 710055)

**摘要:** 采用四自由度车辆模型,以 Gauss 平稳随机过程模拟路面的不平整度,编制程序得到不同 路面等级下的不平整度序列;并将车辆和道路看作一个相互作用的整体系统,建立了车辆-道路耦 合系统的动力平衡方程.在对车辆施加随机激励时,为了简化分析过程,避开以往研究中使用随机 振动理论求解动轮胎力的复杂性,将得到的路面不平整度序列,直接以向量的形式输入到所建立 的动力平衡方程中.基于增量形式的 Newmark-β 法开发了一个 MATLAB 程序对该方程进行求解.并 对所提出的理论模型进行了试验验证,证明了模型的可靠性.随后,通过一个实例,分析了车速变 化、路面等级变化对车辆动荷载系数和车体垂向加速度的影响.最后,对不同路基刚度对车辆振动 特性的影响规律进行了探讨.

关键词: 车辆-道路耦合系统; 随机激励; 动力分析; 四自由度; 动荷载系数
 中图分类号: U416.2 文献标志码: A
 doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.05.002

## 引 言

车辆在道路上行驶时,除了自身重力产生的静荷载作用于路面之外,由路面不平整引起的 车身振动还会对路面产生附加的动荷载.这种动荷载会引起路面的振动,反过来又会影响车辆 的行驶状态.因此,车辆与道路这两个分离的系统其实是相互作用相互影响的.另外,由于路面 的不平整度具有随机性,因而由此引起的附加动荷载也应是随机的.因此,在研究车辆动荷载 时,考虑随机激励下的车辆-路面相互作用更加符合实际情况.

国内外关于车辆与道路相互作用的研究大多是将车辆和道路看作两个独立的系统<sup>[16]</sup>来研究的,直到近几年,将车辆、道路看作一个整体,研究其在随机激励下的动力特性才逐渐展开.如罗红、梁波等<sup>[7]</sup>考虑车辆与路面的耦合作用,建立了半车车辆-路面垂向耦合动力分析模型,通过解耦和编程,对沥青路面和水泥混凝土路面两种典型路面结构的运行品质指标进行了分析和评判.李韶华、杨绍普等<sup>[8]</sup>视车辆、路面、路基为一个整体,采用 1/2 车辆模型,将路面看作 Kelvin 地基上无限大双层 Kirchhoff 薄板,对随机车辆荷载作用下路面的动力响应进行了一系列研究.刘小云等<sup>[9]</sup>根据实际车辆参数及道路参数,以路面不平度为初始激励,仿真得到了

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2014-08-29;修订日期: 2015-04-09

基金项目: 国家自然科学基金(51178387);陕西省教育厅自然科学专项资助(14JK1414)

作者简介: 李倩(1988—),女,陕西扶风人,博士生(通讯作者. E-mail: lixiaoqian215@ yahoo.com).

车辆随机荷载的功率谱密度函数和自相关函数,分析了沥青路面在车辆荷载下的随机动力响 应特性.

现有处理随机激励的方法,大都基于随机振动理论,采用功率谱密度法直接求解动轮胎力<sup>[8-9]</sup>.这种方法不仅复杂,而且使求解过程缺乏理论依据.

本文在前人研究的基础上,采用四自由度车辆模型,并以 Guass 平稳随机过程模拟路面的 不平整度,编制程序得到不同路面等级下的不平整度序列.然后由轮胎与路面接触处的位移相 容条件将车辆和道路这两个系统联系起来,得到车-路耦合系统的动力平衡方程式.为避免采 用功率谱密度法直接求解动轮胎力的复杂性,本文将所得的路面不平整度序列以向量形式输 入到动力平衡方程式中,并基于增量形式的 Newmark-β 法开发了 MATLAB 程序对该方程进行 求解,从而可得到动轮胎力.最后,通过实例对车-路耦合系统进行了一系列深入分析,证实了 这种简化方法的可靠性,并得到了一系列有意义的结论.

# 1 采用功率谱密度法得到路面不平整度序列

大量的实测数据表明,路面不平整度是具有零均值、各态历经的平稳 Gauss 随机过程<sup>[10]</sup>. 因此认为路面不平整度符合随机特性是更加接近实际的.文献[11]引用 GB/T 7031-1986<sup>[12]</sup>建 议的公路路面功率谱密度拟合表达式,通过分析汽车固有振动频率和行驶速度的影响,获得了 分布在一定频率范围内的离散功率谱密度数据,利用离散 Fourier(傅立叶)逆变换得到路面不 平度整值.本文采用这一研究方法得到路面的不平整序列,并以此作为车辆轮胎的位移输入.

路面不平整度的功率谱密度可用下式拟合:

$$G_{x}(n) = \begin{cases} G_{x}(n_{0}) \left| \frac{n}{n_{0}} \right|^{-w} & (n_{1} \leq n \leq n_{u}), \\ 0 & (\text{others}), \end{cases}$$
(1)

式中, n 为空间频率,  $m^{-1}$ , 表示每米长度中包含的波长数;  $n_0$  为参考空间频率, 取值为 0.1  $m^{-1}$ ;  $G_x(n_0)$  为  $n_0$  下的路面功率谱密度值, 称为路面不平度系数, 单位为  $m^2/m^{-1}$ , 其值由道路的路面等级决定; w 为频率指数, 对路面功率谱密度的频率结构起决定作用, 取值为 2;  $n_u$ ,  $n_1$  分别为路面功率谱密度的有效空间频率上、下限.





Fig. 1 The roughness curves of grade A, B, C, D and E pavements

设y<sub>m</sub>为路面不平整度值,则

$$y_{m} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sqrt{\frac{N}{2\Delta l}} G_{x}(n_{k}) e^{-(2\pi km)i/N}$$
  
(m = 0, 1, 2, ..., N - 1; n\_{k} = k\Delta n; \Delta l = L/N; \Delta n = 1/L),

式中,  $\Delta l$  为距离采样间隔:  $\Delta n$  为采样的空间频率分辨率: L 为总采集距离. m: N 为采样点数.

采用式(2),取车速为  $5 \sim 45 \text{ m/s}$ ,路面长度 L = 100 m,编制 MATLAB 程序得到各级路面不 平整度序列 y, 其模拟结果见图 1.

# 2 车辆-道路耦合系统的建模

#### 2.1 四自由度车辆模型

把车辆简化成具有 4 个自由度的 1/2 模型,既考虑车体的垂向振动又考虑其侧向点头运动,如图 2 所示.



**图2** 1/2 车辆振动模型

图3 1/2 车辆模型受力分析图

(2)

Fig. 2 The 1/2 vehicle vibration model

Fig. 3 Mechanical analysis of the 1/2 vehicle model

图 2 中, z' 为悬挂系的竖向振动位移;α 为车身的转动角度;z'<sub>1</sub>,z'<sub>2</sub>分别为悬挂系前后两部 分的竖向振动位移;z<sub>1</sub>,z<sub>2</sub>分别为前后非悬挂系竖向振动位移;z<sub>w1</sub>,z<sub>w2</sub>分别为前后轮胎的竖向振 动位移.分别将悬挂部分 M、前后非悬挂部分 m<sub>1</sub>,m<sub>2</sub>以及前后轮胎 m<sub>w1</sub>,m<sub>w2</sub> 单独隔离出来并进 行受力分析,如图 3 所示.本文在进行分析时,采用的车辆模型计算参数如表 1 所示<sup>[13]</sup>.

根据图3中的几何关系,有

$$z' = b_1 z'_2 + b_2 z'_1,$$
(3)  

$$\alpha = (z'_2 - z'_1)/l.$$
(4)

$$\begin{cases} (Mb_{2}^{2} + I/l^{2})\ddot{z}_{1}' + (Mb_{1}b_{2} - I/l^{2})\ddot{z}_{2}' - c_{s1}\dot{z}_{1} + c_{s1}\dot{z}_{1}' - k_{s1}z_{1} + k_{s1}z_{1}' = Mgb_{2}, \\ (Mb_{1}^{2} + I/l^{2})\ddot{z}_{2}' + (Mb_{1}b_{2} - I/l^{2})\ddot{z}_{1}' - c_{s2}\dot{z}_{2} + c_{s2}\dot{z}_{2}' - k_{s2}z_{2} + k_{s2}z_{2}' = Mgb_{1}, \\ m_{1}\ddot{z}_{1} + (k_{s1} + k_{1})z_{1} + (c_{s1} + c_{1})\dot{z}_{1} - k_{s1}z_{1}' - c_{s1}\dot{z}_{1}' = m_{1}g + k_{11}z_{w1} + c_{11}\dot{z}_{w1}, \end{cases}$$

$$(5)$$

$$\begin{pmatrix} m_{w2} \ddot{z}_{w2} - k_{12} (z_2 - z_{w2}) - c_{12} (\dot{z}_2 - \dot{z}_{w2}) + N_2 = 0, \\ N_1 + N_2 = 0, \\ N_2 + N_2 = 0, \\ N_1 + N_2 = 0, \\ N_2 = 0, \\ N_1 = 0, \\ N_2 = 0, \\ N_2 = 0, \\ N_1 = 0, \\ N_2 = 0, \\ N_2$$

式中,  $N_1$ ,  $N_2$  为路面对车辆的支持力, 对车辆整体分析可得到  $N_1 = p_{d1} + p_{s1}$ ,  $N_2 = p_{d2} + p_{s2}$ , 即包

括车辆前后轮作用于道路的动荷载 pd1, pd2 和静荷载 ps1, ps2.

表1 车辆模型计算参数

Table 1 The caculating parameters of the vehicle model

| vehicle parameter  | value               |
|--|---------------------|
| vehicle mass <i>M</i> /kg  | 15 500              |
| mass of fore non-suspension part $m_1  / \mathrm{kg}$  | 1 000               |
| mass of rear non-suspension part $m_2$ /kg   | 1 000               |
| mass of fore tire $m_{\rm w1}$ /kg   | 50                  |
| mass of rear tire $m_{\rm w2}$ /kg   | 50                  |
| stiffness coefficient of fore suspension part $k_{\rm s1}/({\rm N}\cdot{\rm m}^{-1})$                | $5 \times 10^{4}$   |
| stiffness coefficient of rear suspension part $k_{\rm s2}/({\rm N}\cdot{\rm m}^{-1})$                | $12 \times 10^{4}$  |
| stiffness coefficient of fore tire $k_{\rm t1}/({\rm N}\cdot{\rm m}^{-1})$                           | $1 \times 10^{6}$   |
| stiffness coefficient of rear tire $k_{12} / (N \cdot m^{-1})$                                       | $2.3 \times 10^{6}$ |
| damping coefficient of fore suspension part $c_{\rm s1}/({\rm N}\cdot{\rm m}^{-1}\cdot{\rm s}^{-1})$ | $1 \times 10^{4}$   |
| damping coefficient of rear suspension part $c_{\rm s2}/({\rm N}\cdot{\rm m}^{-1}\cdot{\rm s}^{-1})$ | $1.6 \times 10^4$   |
| damping coefficient of fore tire $c_{11} / (\mathbf{N} \cdot \mathbf{m}^{-1} \cdot \mathbf{s}^{-1})$ | 4 000               |
| damping coefficient of rear tire $c_{12} / (N \cdot m^{-1} \cdot s^{-1})$                            | $1.6 \times 10^{4}$ |
| vehicle rotary inertia $I/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$  | $3.6 \times 10^4$   |
| vehicle length <i>l</i> /m   | 4                   |
| $b_1$  | 0.56                |
| $b_2$  | 0.45                |

#### 2.2 车辆-道路耦合系统建模及其动力平衡方程的推导

#### 2.2.1 道路有限元模型

根据平面应变假设,采用 ABAQUS 软件建立二维层状有限元模型,将路面结构分为 3 层: 面层、基层、路基.模型沿道路纵向 x 方向长 100 m,深度 y 为 6 m,各层厚度及材料常数如表 2 所示.

|         | material parameter              | thickness | modulus of elasticity | Poisson's ratio | density                  | damping ratio |  |
|---------|---------------------------------|-----------|-----------------------|-----------------|--------------------------|---------------|--|
|         |                                 | d /cm     | <i>E</i> /MPa         | ν               | ho /(kg/m <sup>3</sup> ) | ε             |  |
| surface | asphalt mixture                 | 18        | 1 200                 | 0.35            | 2 613                    | 0.05          |  |
| base    | 6% cement<br>stabilized macadam | 20        | 1 100                 | 0.35            | 2 083                    | 0.05          |  |
| subbase | 6% cement<br>stabilized macadam | 20        | 400                   | 0.4             | 1 932                    | 0.05          |  |
|         | subgrade                        | 542       | 30                    | 0.4             | 1 926                    | 0.05          |  |

**表 2** 道路各层参数 Table 2 The parameters of road layers

模型底部全部固定,两侧施加沿 *x* 轴方向的位移约束.假设路面结构各层由均质、各向同性的弹性材料组成;层间接触为完全连续条件<sup>[7,9]</sup>.所建模型如图 4 所示.

考虑该道路有限元模型的所有自由度,可得其运动微分方程[14]为

$$\boldsymbol{m}\boldsymbol{\dot{v}}(t) + \boldsymbol{c}\boldsymbol{\dot{v}}(t) + \boldsymbol{k}\boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{p}(t), \qquad (7)$$

式中, m, c, k 分别为离散化道路模型的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; v(t), v(t), v(t) 分别





图4 道路二维有限元模型

Fig. 4 The 2D road finite element model

运用 ABAQUS 软件对该模型进行模态分析,提取振型向量及特征值,经分析,前 15 阶振型即可满足本文模型的求解.利用广义坐标变换及振型的正交性对式(7)进行解耦,使其中由于质量与刚度矩阵中非对角项而耦合、联立的上千个运动微分方程简化为 15 个独立的广义坐标方程,从而可使计算量大大减少.其结果如下所示:

$$M_{n}\ddot{Y}_{n}(t) + C_{n}\dot{Y}_{n}(t) + K_{n}Y_{n}(t) = P_{n}(t), \qquad (8)$$

$$\dot{Y}_n(t) + 2\varepsilon_n \omega_n \dot{Y}_n(t) + \omega_n^2 Y_n(t) = P_n(t)/M_n,$$
(9)

 $\Big| P_n(t) = \phi_n(x) p(t) \,,$ 

式中, n的取值范围为1~15;  $Y_n$ 为广义坐标;  $P_n$ 为第n阶广义力;  $M_n$ ,  $C_n$ ,  $K_n$ 分别为广义质量、 阻尼和刚度;  $\omega_n$ 为第n阶振型的频率;  $\varepsilon_n$ 为归一化的阻尼比;  $\phi_n(x)$ 为模型的第n阶振型向量 在道路水平位置x处的值.

由于本文采用的是考虑车体点头的四自由度车辆模型,在同一时刻,前后轮分别作用于路面上不同的两点  $x_1, x_2$  处,二者始终相差一个车长 l.因此同一时刻,前后轮所对应的振型向量是不同的,二者相差一个车长的相位差.本文根据前后轮胎与路面模型的实际接触点对模态分析所得到的各振型向量  $\phi_n$ 进行修正,当车辆重心作用在道路水平位置 x 处时,前后轮对应处的振型向量值分别为  $\phi_n(x_1), \phi_n(x_2)$ .另外,本文不考虑前后轮作用的相互影响,而是假定其作用之和为车辆对路面的总荷载来进行研究.因此,结合式(9),并与式(6)给出的车辆前后轮荷载的表达式联立,可得道路水平位置 x 处  $P_n(t)$ 的计算公式:

$$P_{n}(t) = \phi_{n}(x_{1})N_{1} + \phi_{n}(x_{2})N_{2} = \phi_{n}(x_{1})[k_{11}(z_{1} - z_{w1}) + c_{11}(\dot{z}_{1} - \dot{z}_{w1}) - m_{w1}\ddot{z}_{w1}] + \phi_{n}(x_{2})[k_{12}(z_{2} - z_{w2}) + c_{12}(\dot{z}_{2} - \dot{z}_{w2}) - m_{w2}\ddot{z}_{w2}].$$
(10)

2.2.2 车辆与道路的耦合

车辆行驶时其前后轮对路面上同一横截面会产生不同的作用,因此该横截面在前后轮分 别作用时会产生不同的竖向位移,可由各阶振型函数叠加而成,因此,前后轮作用点处的路面 竖向位移分别为

$$z(x_1) = \sum_{i=1}^n Y_i(t)\phi_i(x_1), \ z(x_2) = \sum_{i=1}^n Y_i(t)\phi_i(x_2).$$
(11)

假设车辆在路面上行驶过程中轮胎至少有一个点始终与路面保持接触,并无跳起,根据接触点处的位移相容条件,前后轮胎的竖向位移 z<sub>w1</sub>, z<sub>w</sub>,就可以表示为

$$\begin{cases} z_{w1} = z(x_1) + y(x_1), \\ z_{w2} = z(x_2) + y(x_2), \end{cases}$$
(12)

式中, y(x1), y(x2) 分别为车辆前后轮处的路面不平整度值。由于本文考虑了车辆前后轮作用

处路面激励输入的相位差,因此,同一时刻,前后轮作用处的路面不平整度相差一个车长的相位差.根据这一理论,对式(2)中得到的不平整度序列**y**进行调整,即可得到前后轮作用处的不平整度值 *y*(*x*<sub>1</sub>),*y*(*x*<sub>2</sub>).

将式(11)代入式(12)中可得

$$\begin{cases} z_{w1} = \sum_{i=1}^{n} Y_i(t) \phi_i(x_1) + y(x_1), \\ z_{w2} = \sum_{i=1}^{n} Y_i(t) \phi_i(x_2) + y(x_2). \end{cases}$$
(13)

根据前面的分析,联立方程(5)、(9)、(10)、(13),整理后即可得车辆-道路耦合体系的动 力平衡方程式,如下式所示:

$$\begin{bmatrix} Mb_{2}^{2} + l/l^{2} & Mb_{1}b_{2} - l/l^{2} & 0 & 0 \\ Mb_{1}b_{2} - l/l^{2} & Mb_{1}^{2} + l/l^{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1}' \\ z_{2}' \\ z_{1}' \\ z_{1}' \\ z_{2}' \\ z_{1}' \\ z_{1}' \\ z_{2}' \\ z_{1}' \\$$

#### 2.3 简化的随机激励实现

如前所述,取前 15 阶振型,即 n = 15,则式(15)中方程总数为 19 个.将车辆行驶时间划分为无限小的 m 段,则  $y(x_i)$ 为每一段对应的不平整度值,即各个时刻车辆前后轮作用处的路面不平整度值. $\dot{y}(x_i)$ , $\dot{y}(x_i)$ (i = 1, 2)分别为前后轮作用处的路面不平整度 $y(x_i)$ 对时间 t 的一阶和二阶导数,通过编制 MATLAB 程序得到.将其联同各个时刻的路面不平整度值  $y(x_i)$  直接以向量的形式输入到动力平衡方程式(15),采用增量形式的 Newmark- $\beta$  法编制 MATLAB 程序对其进行求解.这样就避免了以往研究中使用随机过程理论求解动轮胎力的复杂性,使随机激励下的车辆-路面耦合动力分析更加简化.

3 模型验证及分析

#### 3.1 模型的试验验证

本文采用钟阳等在文献[15-16]给出的北京市展览馆路和黑龙江省哈同公路兰西段的最 大动荷载的实测值来验证所提出模型的可靠性.两个路段的不平整度均采用 QY-21 型双迹真 实路形仪测得实际值,如图 5、图 6 所示.



表 3 列出了车辆以 60 km/h 的速度在两种路况上行驶时,后轮最大附加动荷载的实测值和计算值.

| 表3 两利 | 中路况上的 | 员大附加 | 口动荷载 |
|-------|-------|------|------|
|-------|-------|------|------|

Table 3 The maximum additional dynamic load in the two pavements

|                 | maximum additional dynamic load $P_{\rm d}$ /kN |                         |                               |  |
|-----------------|---|-------------------------|-------------------------------|--|
| pavement        | test value                                      | calculated value of the | calculated value of the model |  |
|                 |   | proposed model          | in document[16]               |  |
| Zhanlan road    | 7.695   | 7.039                   | 8.384                         |  |
| Lan-Xi section  | 10,422  | 18.995                  | 17.485                        |  |
| Ha-Tong highway | 19.432  |                         |                               |  |

从表3可以看出,按本文的计算方法得到的附加动荷载计算值与实测值更加接近,验证了本文所采用的这种随机激励方法的可靠性,为后续更复杂的车辆-道路模型分析提供了一个更加简化和可靠的手段.

#### 3.2 对车辆动荷系数的分析

以表1所示的车辆模型为例,分析车辆动荷系数随车速、不平整度的变化规律. 由式(6)可知,车辆前后轮附加动荷载分别为

$$p_{\rm d1}(t) = k_{\rm t1}(z_1 - z_{\rm w1}) + c_{\rm t1}(\dot{z}_1 - \dot{z}_{\rm w1}) - m_{\rm w1}\dot{z}_{\rm w1} - p_{\rm s1}, \qquad (16)$$

$$p_{d2}(t) = k_{12}(z_2 - z_{w2}) + c_{12}(\dot{z}_2 - \dot{z}_{w2}) - m_{w2}\ddot{z}_{w2} - p_{s2},$$
(17)

则作用在路面上的前后轮车辆荷载分别为

$$\begin{cases} p_1(t) = p_{d1}(t) + p_{s1}, \\ p_2(t) = p_{d2}(t) + p_{s2}. \end{cases}$$
(18)

由于  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$  均是随机荷载, 取各随机数列的均方根来描述前后轮载荷的变化幅度, 分别为

$$\sigma_{1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} p_{1}^{2}(t_{i})}{n}}, \ \sigma_{2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} p_{2}^{2}(t_{i})}{n}},$$
(19)

式中, n 为采样点总数.

本文动荷载系数按下式计算:

$$D_{1} = \frac{\sigma_{1}}{p_{s1}}, D_{2} = \frac{\sigma_{2}}{p_{s2}},$$
(20)

式中, ps1, ps2 分别为车辆前部、后部的静荷载.

根据上述计算参数,车长为4m,路长100m,故前轮作用位置为4~100m,后轮作用位置为0~96m,因此当车速为20m/s时,车辆实际在道路上作用时间为4.8s.画出A级路面上车速为20m/s的车辆前后轮动荷载系数沿行车方向的变化曲线,如图7所示.



Fig. 7 The dynamic load coefficient of the vehicle along the road

由图 7 可以看出,车辆在路面上行驶时,其对于路面的载荷并不是一成不变的,而是由于 路面不平整度的随机特性会产生随机变化的车辆荷载.对于本文算例的车辆,后轮荷载明显大 于前轮荷载.

图 8、图 9 分别为 A~E 各级路面上车速与车辆前、后轮动荷载系数的关系曲线.可以看出, 车辆在各级路面上行驶时,随着车速增加,动荷载系数呈非线性增大,且不同路面等级上的影 响规律也不相同.路面平整度较好时,车速对动荷载系数的影响均很小,但当路面平整度逐渐 变差时,这种影响就会越来越显著.也就是说路面不平整度越差,车速对动荷载系数的影响也 愈发显著.

由图 10、图 11 可得,随着路面等级逐渐从 A 级劣化到 E 级,动荷载系数显著增大,且路面 平整度越差,增大越明显.因此,在施工过程中要严格控制路面的不平整度.这一点与文献[11] 所得的结论基本一致,这说明本文所采用的这种简化的随机激励方法具有一定的适用性,可以 在后续进行更深入分析时采用.



#### 3.3 对车体垂向加速度的分析

车体的垂向加速度反映了车身的振动状况及乘坐的舒适性,因此有必要将其作为一个评价指标进行研究<sup>[17]</sup>.车体前、后部垂向加速度分别为

 $a_1 = \ddot{z}'_1, \ a_2 = \ddot{z}'_2.$ 

图 12 为车辆以 20 m/s 的速度在 A 级路面上行驶时,车身前后部的垂向振动加速度与时间关系图.可以看出,如车辆荷载一样,车体的振动加速度也是随着路面不平整度的变化而变化的.

因此 a1, a2 作为随机数列,本文选用其均方根来描述其特性:

$$a_{r1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} a_{1}^{2}(t_{i})}{n}}, \ a_{r2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} a_{2}^{2}(t_{i})}{n}},$$
(22)

(21)

式中, n 为采样点数.

图 13、图 14 分别为各级路面上车速与车体前、后部垂向加速度的关系曲线.可以看出车体前后部的垂向加速度随车速增大而逐渐增加,然而曲线斜率却逐渐变小,说明这种增加并不是无限制的,而是当车速增大到一定程度,车身的振动反而趋于缓和,甚至逐渐变小.如图 13 中



车体垂向加速度随时间变化图 图 12

The vertical vehicle acceleration vs. time Fig. 12



E级路面,在车速为40 m/s时,车体前部垂向加速度达到最大值,为0.9571 m/s<sup>2</sup>,车速增加到 45 m/s 时反而下降到 0.948 2 m/s<sup>2</sup>.可见,当速度超过一定值后,车体的振动加速度反而变小

40

Е

了,笔者认为可能的原因是,速度提高,使得车轮与不平整路面的接触时间变短,从而引起车身 振动的减弱.

由图 15、16 可以看出,随着路面等级变差,车体前、后部的加速度均逐渐增加,目其曲线斜 率逐渐增大,说明路面平整度越差,车体加速度的增加就越明显,振动就越剧烈。

#### 路基弹性模量对车辆振动特性的影响 4

为了分析路基弹性模量的改变对车辆振动特性的影响,依然采用表2所示的道路模型,其 它参数不变,仅改变路基部分的弹性模量,分别使其从 10 MPa 到 60 MPa 进行变化,绘制 E 级 路面上车速分别为 20 m/s,40 m/s 时车辆振动各项指标随路基弹性模量变化的曲线图,如图 17~20 所示。

60

60



从图 17 和图 18 可以看出,路基弹性模量的改变对车辆前后轮动荷载系数的影响显著,随 着路基弹性模量增加,前后轮动荷载系数均呈非线性减小,且减小的幅度越来越小,最后趋于 一个定值.这就意味着,路基弹性模量越大,车辆在不平整路面上行驶时所产生的附加动荷载 就越小,附加动荷载对路面的影响就越小:但当路基弹性模量超过一定值时这种影响就可以忽 略不计,因此,在道路设计和施工时,要尽量提高路基刚度到一个合理值,对一些软土地基要进

行处理,并做好路基排水设施,防止水对路基的软化作用,从而防止路基软化引起的车辆附加 动荷载的增加。

由图 19、20 中近似的直线可知,路基弹性模量对车体前后垂向加速度的影响均很微小.

### 5 结 论

1)本文把车辆简化为一四自由度振动模型,采用 Gauss 平稳随机过程模拟路面的不平整度,通过轮胎与地面接触处的位移相容条件将车辆和道路联系起来,从而建立车辆-道路耦合系统的动力分析模型,并推导了动力平衡方程.

2) 在对车辆施加随机激励时,为了简化分析,避开以往研究中使用随机过程理论求解动 轮胎力的复杂性,将得到的路面不平整度序列,直接以向量的形式输入到所建立的动力平衡方 程,并基于增量形式的 Newmark-β 法开发了一个 MATLAB 程序对该方程进行求解.然后通过 一个试验,验证了该方法的可靠性,为后续的车辆路面相互作用研究提供了一个更简单可靠的 手段.随后,通过一个实例,分析了车速变化、路面等级变化对车辆动荷载系数和车体垂向加速 度的影响;最后,探讨了对不同路基刚度对车辆振动特性的影响规律.

3) 结果表明:

① 车辆在各级路面上行驶时,随着车速增大,动荷载系数均呈非线性增大,且路面不平整 度越差,车速对动荷载系数的影响也愈发显著.

② 车辆在各个等级路面上行驶时,车体振动加速度随着车速增大而增大,但增大幅度逐渐变小,当车速增大到一定值时,车体振动加速度将不会增加,甚至出现减小的趋势.这说明随 着车速提高,不平整度引起的车辆振动会逐渐趋于缓和甚至减弱.

③ 当车辆保持同一速度行驶时,随着路面等级逐渐恶化,车辆动荷载系数与车体垂向加 速度均呈非线性增大,路面不平整度越差,增大得越显著,说明振动就越剧烈.因此,在道路施 工时要严格控制路面的不平整度.

④ 改变路基部分的弹性模量,分别使其从 10 MPa 到 60 MPa 进行变化,车体前后垂向加 速度的变化均很微小,而前后轮动荷载系数均呈非线性减小,且减小的幅度越来越小,最后趋 于一个定值.说明路基弹性模量越大,车辆在不平整路面上行驶时所产生的附加动荷载就越 小,附加动荷载对路面的影响就越小,但当路基弹性模量超过一定值时其影响就可以忽略不 计.因此,在道路设计和施工时,应合理控制路基刚度.

#### 参考文献(References):

- [1] Cebon D, Winkler C B. A study of road damage due to dynamic wheel loads using a load measuring mat[R]. Strategic Highway Research Program, National Research Council, Washington D C, 1991.
- [2] Hardy M S A, Cebon D. Response of continuous pavements to moving dynamic loads [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1993, 119(9): 1762-1780.
- [3] SUN Lu, Kennedy T W. Spectral analysis and parametric study of stochastic pavement loads
   [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2002, 128(3): 318-327.
- [4] 钟阳, 王哲人, 张肖宁. 不平整路面上行驶的车辆对路面随机动压力的分析[J]. 中国公路学报, 1992, 5(2): 12, 40-43.(ZHONG Yang, WANG Zhe-ren, ZHANG Xiao-ning. Random dynamic pressure of moving vehicle on rough pavement[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 1992, 5(2): 12, 40-43.(in Chinese))

- [5] 周华飞,蒋建群,毛根海.路面不平整引起的车辆动荷载分析[J].中国市政工程,2002,25(3):
   10-13.(ZHOU Hua-fei, JIANG Jian-qun, MAO Gen-hai. Analysis of dynamic vehicle load caused by pavement roughness[J]. *China Municipal Engineering*, 2002, 25(3): 10-13.(in Chinese))
- [6] 徐建平,尚刚,梁乃兴. 路面不平整引起的汽车动荷载计算分析[J]. 重庆交通学院学报, 2001,
   20(1): 26-28.(XU Jian-ping, SHANG Gang, LIANG Nai-xing. Analysis of dynamic load caused by driving automobile on undulate pavement[J]. *Journal of Chongqing Jiaotong University*, 2001, 20(1): 26-28.(in Chinese))
- [7] 罗红,梁波,吴志华,史石荣.半车车辆-道路耦合动力分析模型的研究与应用[J].应用数学和 力学,2014,35(7):737-749.(LUO Hong, LIANG Bo, WU Zhi-hua, SHI Shi-rong. Study and application of a 4-DOF 1/2 vehicle-road coupling dynamic model[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2014, 35(7):737-749.(in Chinese))
- [8] 李韶华,杨绍普,齐月芹.移动随机荷载下沥青路面的动力学特性和参数影响分析[J].工程力
   学,2011,28(11):159-165.(LI Shao-hua, YANG Shao-pu, QI Yue-qing. Dynamics of asphalt pavement under moving stochastic loads and parameter analysis[J]. *Engineering Mechanics*, 2011,28(11):159-165.(in Chinese))
- [9] 刘小云, 史春娟. 车辆荷载下沥青路面动力响应随机特性及可靠性分析[J]. 中国公路学报, 2012, 25(6): 50-55.(LIU Xiao-yun, SHI Chun-juan. Random characteristics and reliability analysis of asphalt pavement under vehicle random load[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2012, 25(6): 50-55.(in Chinese))
- [10] 刘献栋,邓志党,高峰. 公路路面不平度的数值模拟方法研究[J]. 北京航空航天大学学报,2003,29(9):843-846.(LIU Xian-dong, DENG Zhi-dang, GAO Feng. Research on the method of simulating road roughness numerically[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(9):843-846.(in Chinese))
- [11] 宋一凡,陈榕峰. 基于路面不平整度的车辆振动响应分析方法[J]. 交通运输工程学报, 2007, 7
  (4): 39-43.(SONG Yi-fan, CHEN Rong-feng. Analysis method of vehicle vibration response caused by pavement roughness [J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2007, 7(4): 39-43.(in Chinese))
- [12] GB/T 7031-1986, 车辆振动输入 路面平度表示方法[S]. 1986.(GB/T 7031-1986, Vehicle vibration-describing method for road surface irregularity[S]. 1986.(in Chinese))
- [13] 王万洪. 基于车路耦合模型的路面结构动力分析[D]. 硕士学位论文. 北京: 北京交通大学, 2008.(WANG Wan-hong. Dynamic analysis on pavement structure based on the vehicle-road coupling mode[D]. Master Thesis. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2008.(in Chinese))
- [14] 夏禾. 车辆与结构动力相互作用[M]. 北京:科学出版社, 2002.(XIA He. *The Dynamic Interaction Between Vehicle and Structure*[M]. Beijing: Science Press, 2002.(in Chinese))
- [15] 钟阳,王哲人,张肖宁. 不平整路面上行驶的车辆对路面随机动压力的分析[J]. 中国公路学报, 1992, 5(2): 40-43.(ZHONG Yang, WANG Zhe-ren, ZHANG Xiao-ning. Random dynamic pressure of moving vehicle on rough pavement[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 1992, 5(2): 40-43.(in Chinese))
- [16] 钟阳, 刘季. 路面车辆随机动荷载理论分析[J]. 工程力学, 1993, 10(4): 26-31.(ZHONG Yang, LIU Ji. Theorical analysis of random dynamic load between road and vehicle[J]. *Engineering Mechanics*, 1993, 10(4): 26-31.(in Chinese))
- [17] 梁波,罗红,马学宁.二系悬挂条件下的车-路垂向耦合系统的动力模型[J].应用数学和力学, 2007, 28(6): 684-692.(LIANG Bo, LUO Hong, MA Xue-ning. Dynamic model of the vertical

vehicle subgrade coupled system under secondary suspension [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2007, **28**(6): 684-692.(in Chinese))

# Dynamic Analysis of the 4-DOF Vehicle-Road Coupling System Under Random Excitation

LI Qian<sup>1</sup>, LIU Jun-qing<sup>2</sup>, CHEN Cheng-cheng<sup>1</sup>

 School of Civil Engineering, Xi' an University of Architecture and Technology, Xi' an 710055, P.R.China;
 School of Science, Xi' an University of Architecture and Technology,

Xi' an 710055, P.R. China)

Abstract: The Gauss stationary random process was adopted to simulate pavement roughness, and a MATLAB program was compiled to obtain the values of pavement roughness. A 4-DOF vehicle model was built, and the vehicle and road were seen as a holistic coupling system. Then the dynamic equilibrium equations for the vehicle-road coupling system were established. In order to simplify the analysis work, the traditional method which used the theory of random vibration to determine the dynamic tire force was avoided and the values of pavement roughness were directly input in the form of vectors into the dynamic equilibrium equations, which were solved with the MATLAB program developed based on the incremental Newmark- $\beta$  method. The reliability of the model was verified with a test. Then how the dynamic load coefficient and vertical vehicle acceleration were influenced by the vehicle speed and pavement roughness grade was parametrically analyzed in an example. At last, the effects of the roadbed elastic modulus on the vehicle vibration characteristics were investigated. The results show that, the vehicle dynamic load coefficient increases with the driving speed and the pavement roughness grade as well, meanwhile the vehicle body vibration acceleration rises with the driving speed but converges or even slightly falls after a peak value, and that acceleration goes up always with the roughness grade; furthermore, the dynamic load coefficient decreases with the roadbed elastic modulus and converges down to a constant value.

**Key words**: vehicle-road coupling system; random excitation; dynamic analysis; 4-DOF; dynamic load coefficient

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(51178387)